

Au Sommaire :

- Le cadran cylindrique de Georg Brentel le Jeune (1615)
- Le cadran solaire de Wenzel Jamnitzer de l'Observatoire de Paris

• Histoire

Cadran de hauteur d'Hevelius
Modes d'emploi des Butterfield
La méridienne de Nantes
Du gnomon à la méridienne
L'œuvre gnomonique de G. Follador
Goethe et l'heure italienne

• Réalisations

Cadran bifilaire
Cadran « équant »

• Découvertes

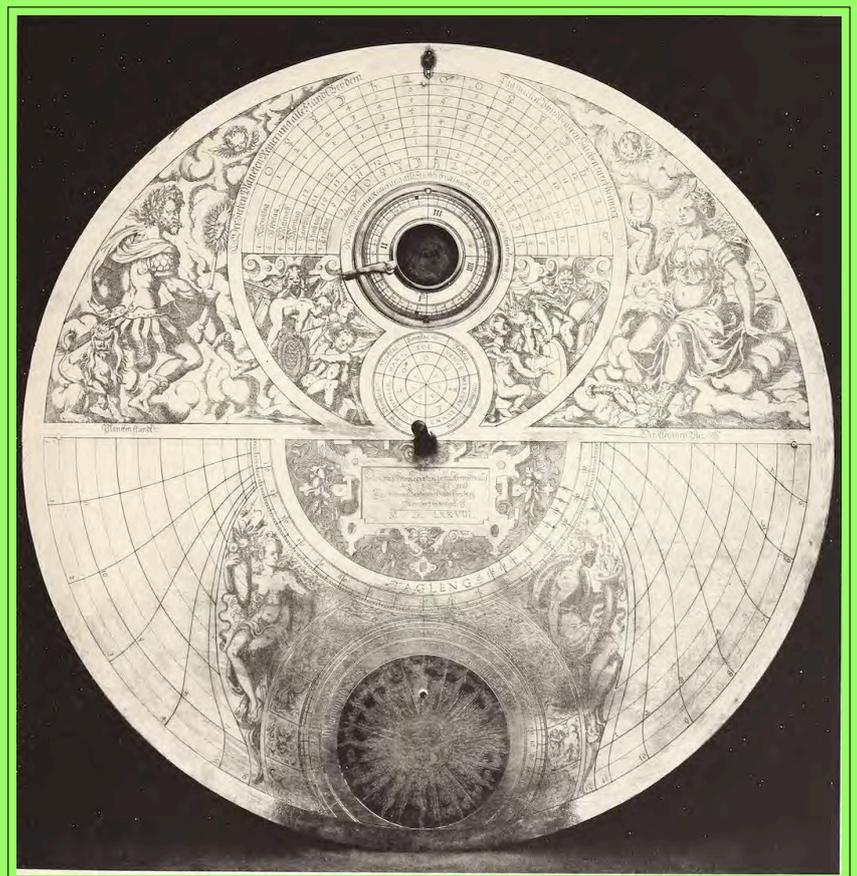
Cadran islamique à Sfax (Tunisie)

• Études

Cadran Solaire Universel
Cadran-calice du musée d'Écouen
Précision de la Navicula de Venetiis
Mécanismes & Rouages solaires

• Informations

Nouveaux cadrans et dernières réalisations
Questions/réponses gnomoniques
Publications
Sociétés étrangères



Software : typography

T_EX and $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -T_EX are trademarks of the American Mathematical Society.

L^AT_EX is a program whose copyright belongs to Leslie Lamport.

Version 1.2, revised août 2017

Copyright © 2017 by C.C.S.

(Société Astronomique de France)

All inquiries should be addressed to :

Philippe SAUVAGEOT

Président de la Commission des Cadrans Solaires.

sauvageotph@wanadoo.fr

&

Dominique COLLIN

dominique.collin457@orange.fr

7 octobre 2017



Commission des Cadres Solaires

<http://www.commission-cadran-solaires.fr/>

La **Commission des Cadres Solaires** de la **Société Astronomique de France** effectue des recherches, des travaux théoriques et pratiques concernant les gnomons, cadrans solaires, méridiennes, astrolabes, nocturlabes et autres dispositifs permettant de mesurer le temps à partir de la position du soleil, de la lune ou des étoiles. Elle publie, donne et reçoit des informations au niveau international, sur l'histoire des cadrans, leurs devises, leur construction et la littérature qui leur est consacrée. Elle participe à la sauvegarde du patrimoine gnomonique français. Elle comprend environ 300 membres du néophyte à l'expert.

La Commission des Cadres Solaires c'est :

- deux réunions annuelles en province et à Paris (ou banlieue).
- la publication de la revue *Cadran Info*, en mai et en octobre.
- la publication en octobre de chaque année des inventaires (France et étrangers) des cadrans solaires, astrolabes, nocturlabes.
- un accès aux études, livres numérisés, logiciels (liste des offres, liste des articles parus dans *Cadran Info*, sur demande).
- de l'information tout au long de l'année par de nombreux envois de courriels.

Pour nous rejoindre :

- Si vous êtes membre de la Société Astronomique de France, il suffit de demander l'inscription à la Commission des Cadres Solaires.
- Si vous n'êtes pas membre, inscrivez-vous à la SAF : 30 €/an pour la province et l'étranger, 50 €/an pour l'île de France.

Contact : secretariat@saf-astronomie.fr

En couverture : Le cadran solaire de hauteur de Wenzel Jamnitzer de l'Observatoire de Paris.

Summaries in French, English, German, Spanish, Italian

Traduction de M. Lambalieu (anglais), Y. Opizzo (allemand), D. Collin (espagnol),
R. Anselmi (italien).

Sommaire de Cadran Info n° 36

Cadran Solaire Universel : réalisation très simple d'un cadran solaire universel.	Michel Brialix	12
Cadran bifilaire à point lumineux et de chambre obscure : conception d'un cadran bifilaire horizontal utilisant deux raies de lumière au lieu des ombres de deux fils.	César Busto	18
Le cadran cylindrique de hauteur de G. Brentel (cylinder solaris concavus – 1615) : étude et description du cadran cylindrique décrit par G. Bentel dans ses opuscles.	Jean-Michel Ansel, Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	30
Cadran cylindrique vertical de direction d'après G. Brentel le Jeune : description et réalisation d'un prototype de ce cadran.	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	55
Le cadran-calice du musée d'Écouen : description détaillée d'un cadran solaire gravé à l'intérieur d'un cône de révolution	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	63
Petites histoires sur le cadran équant : réalisation d'une maquette à partir des études de MM. F. Maes, C. Macrez.	Claude Guicheteau	74
Le cadran solaire plan, vertical de hauteur d'Hevelius : cadran d'heures solaires normales qui s'utilise suspendu comme le pro pan klima ou le jambon de Portici (heures temporaires pour ces derniers).	Claude Guicheteau	77
Un cadran islamique problématique conservé à Sfax (Tunisie) : tentative d'analyse d'un cadran solaire hybride de type équatorial et islamique conservé à Sfax et d'origine inconnue.	Fathi Jarray & Éric Mercier	88
La précision de la Navicula de Venetiis : reconsidérations sur la précision historiquement déclarée comme médiocre de cet instrument.	Yvon Masse	97
Les « Modes d'emploi » des cadrans Butterfield : inventaire et comparaisons des éditions des modes d'emploi accompagnant les cadrans Butterfield.	Éric Mercier	106
La méridienne de temps moyen de la Place de la Bourse (Nantes) : histoire et questionnements sur la construction de la méridienne de son origine jusqu'à nos jours.	Éric Mercier	113
Du gnomon à la méridienne : aperçu historique sur l'utilisation du gnomon dans l'astronomie de l'Antiquité jusqu'à la fin du XVIII ^e siècle.	Denis Savoie	123
Le cadran solaire de hauteur de Wenzel Jamnitzer de l'Observatoire de Paris : description des faces d'un grand disque en laiton aux gravures exceptionnelles et dont une des faces comporte un cadran solaire vertical de hauteur.	Denis Savoie	136

Suite page suivante ...

... Suite de la page précédente

Goethe, ses éditeurs et l'heure italienne... : aperçu historique sur l'utilisation des heures italiennes dans les oeuvres littéraires de Goethe. Denis Schneider 152

Questions gnomoniques dans l'œuvre de l'Abbé Giovanni Follador : biographie suivie d'une méthode originale de détermination de la déclinaison gnomonique d'un plan vertical pratiquée par l'abbé Follador. Elsa Stocco 166

Mécanismes planétaires & Rouage solaire : résumé sur les rapports d'engrenages utilisés en horlogerie pour reproduire la durée de l'année tropique dans les planétaires et les horloges astronomiques. Francis Ziegeltrum 175

Informations diverses :

- Dernières réalisations ou découvertes de cadrans ;
- Réplique d'une table gnomonique (fin XVII^e siècle) ;
- Étude globale des cadrans de hauteur ;
- Une mythologie des heures ;
- Des publications ;
- L'atelier Tournesol ;
- Rose des vents en Bretagne ;
- Cadran équatorial à réflexion à miroir courbe ;
- Gnomonique du monde.

Contributeurs : C. Busto, D. Collin, Cl. Gahon, C. Guichard, P. Labat, M. Lalos, J.M. Rétif, Ph. Sauvageot, D. Savoie, J. Scordia, V. Moruzzi Six & E. Six, J. Yonnet 183

En version numérique :

- dans le « sommaire.pdf », hyperliens à partir des titres vers les fichiers en .pdf ;
- le symbole \triangleright indique que l'article est complété par une étude détaillée ou un logiciel ou d'autres documents dans le dossier « annexes ».



Contents of Cadran Info n° 36



Universal sundial : a very easy universal sundial to build. Michel Brialix 12

A luminous dot bifilar sundial and dark room : how to create a horizontal bifilar sundial with two luminous rays instead of threads umbrae. César Busto 18

G. Brentel's cylindrical height sundial (cylinder solaris concavus – 1615) : study and description of the cylindrical sundial described by G. Brentel in his publications. Jean-Michel Ansel, Henri Gagnaire & Paul Gagnaire 30

Cylindrical height directional sundial from G. Brentel le Jeune : description and a prototype making of this sundial. Henri Gagnaire & Paul Gagnaire 55

Chalice-sundial in Ecouen museum : detailed description of a sundial engraved inside a revolution cone. Henri Gagnaire & Paul Gagnaire 63

Continued on next page ...

... Continued from previous page

Little stories about equant sundial : mockup making from J.Maes & C.Macrez studies.		Claude Guicheteau	74
Helvetius's height plan vertical sundials : normal solar hours sundial hanging same as pro pan klima or Portici's ham (temporary hours for this last one).		Claude Guicheteau	77
A creating problem for an islamic sundial kept in Sfaxt (Tunisia) : trials to analyze a hybrid sundial equatorial and Islamic type held in Sfax from an unknow origin.		Fathi Jarray & Éric Mercier	88
Venetiis's navicula accuracy : new thoughts on the accuracy while it is regarded as a poor instrument.	⊇	Yvon Masse	97
The "How to use" for Butterfield sundials : inventory and comparisons between several "how to use" editions for these sundials.		Éric Mercier	106
Meantime meridian sundial of the place de la Bourse (Nantes) : history and questions about the making of this meridian sundial from its origin to now.		Éric Mercier	113
From gnomon to meridian sundial : historical survey about use of gnomon in astronomy from antiquity to 18th century.		Denis Savoie	123
Wenzel Jamniter's height sundial at l'Observatoire de Paris : two faces description of a large brass disk with its exceptional copperplate engraving, one face being an vertical quadrant sundial.		Denis Savoie	136
Goethe, his publishers and Italian hours... : historical glimpse about Italian hours use in his literary works.		Denis Schneider	152
Giovanni Follador abbey's gnomonic query : biography followed by an original method about how to determine gnomonic declination elaborated by this man.		Elsa Stocco	166
Planetary and solar mechanisms : summary about gear ratios employed in time craft in order to replicate tropical year for planetary devices and astronomical clocks.		Francis Ziegeltrum	175
Miscellaneous information :			
<ul style="list-style-type: none"> • Recent sundial makings or discoveries • Replica of a gnomonic table (last XVIIIth century) • Global study of height sundials • Hours mythology • Publications • Tournesol workshop • Compass rose in Brittany • Curved mirror reflection equatorial sundial • Gnomonic in the world 	⊇	Contributors : C. Busto, D. Collin, Cl. Gahon, C. Guichard, P. Labat, M. Lalos, J.M. Rétif, Ph. Savoie, J. Scordia, V. Moruzzi Six & E. Six, J. Yonnet	183

In numerical version :

- In the « sommaire.pdf », hyperlinks starting from the titles towards the files in .pdf;
- ⊇ symbol means a complementary study to be found in annexes.



Verzeichnis von Cadran Info n° 36



Universale Sonnenuhr : Sehr einfache Realisation einer universalen Sonnenuhr.	Michel Brialix	12
Biflare Sonnenuhr mit Lichtpunkt und Camera Obscura : Entwurf einer waagerechten biflaren Sonnenuhr mit zwei Lichtstrahlen anstatt die Schatten von zwei Fäden.	César Busto	18
Zylindrische Höhesonnenuhr von G. Brentel (cylinder solaris concavus – 1615) : Studie und Beschreibung der zylindrischen Sonnenuhr erklärt von G. Bentel in seinen Bücher.	Jean-Michel Ansel, Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	30
Zylindrische senkrechte Richtung Sonnenuhr nach Brentel der Junge : Beschreibung und Realisation eines Prototypes dieser Sonnenuhr.	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	55
Die Kalize Sonnenuhr des Museum von Ecoeuen : Detaillierte Beschreibung einer im inneren eines Revolution Konus eingravierten Sonnenuhr.	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	63
Kleine Geschichten über der Equant Sonnenuhr : Realisation einer Makette ab der Studien von MM. F. Maes, C. Macrez.	Claude Guicheteau	74
Die senkrechte flache Höhe Sonnenuhr von Hevelius : Normale Solarstunden Sonnenuhr, aufgehend zu benutzen, wie das pro pan klima oder der Schinken von Portici (temporarestunden für diese zwei).	Claude Guicheteau	77
Eine problematische islamische Sonnenuhr in Sfax (Tunesein) behalten : Versuch der Analyse einer hybridne Sonnenuhr von äquatorialen und islamischen Typ in Sax behalten, unbekannte Herkunft.	Fathi Jarray & Éric Mercier	88
Die Präzision der Navicula von Venetiis : Wiedererkenntnisse über der Präzision dieses Instruments, historisch als mangelhaft bezeichnet.	Yvon Masse	97
Die « Gebrauchsanleitungen » der Butterfield Sonnenuhren : Inventar und Vergleich der Auflagen der Gebrauchsanleitungen der Sonennuhren von Butterfield.	Éric Mercier	106
Die mittlere Zeit Meridiane von Nantes, Place de la Bourse : Geschichte und Fragen über der Konstruktion der Meridiane seit ihrer Kreation bis heute.	Éric Mercier	113
Von Gnomon bis zur Meridiane : Historischer überblick auf der benutzung des Gnomon in der Astronomie seit der Antike bis Ende der 18. Jh.	Denis Savoie	123
Die Höhe Sonnenuhr von Wenzel Jamnitzer aus dem Observatorium von Paris : Deskription der Seiten eines großen Diskus aus Messing mit außergewöhnliche Gravuren, wo eine der Seiten eine Senkrechte Sonnenuhr enthält.	Denis Savoie	136

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

... Fortsetzung von vorheriger Seite

Goethe, seine Editoren und die italienische Stunde... : Historischer Überblick auf der Benutzung von italienischen Stunden im Werk von Goethe.	Denis Schneider	152
Gnomonsiche Fragen im Werk des Pfarrers Giovanni Follador : Biographie, gefolgt von einer originalen Methode, um die gnomonische Abweichung einer senkrechten Ebene, vom Pfarrer Follador benutzt.	Elsa Stocco	166
Planetarische Mechanismen und solares Rad : Zusammenfas- sung über die Zahnräder Zusammenhängen in Uhrmacherei benutzt, um die Dauer des tropischen Jahres zu reproduzieren in Planetarien und astronomische Uhren.	Francis Ziegeltrum	175
Verschiedene :		
<ul style="list-style-type: none"> • Letzte Realisationen oder Entdeckungen von Sonnenuhren ; • Nachmachung eines gnomonischen Tisches (Ende 18. Jh.) ; • Globale Studie von Höhen Sonnenuhren ; • Eine Mythologie der Stunden ; • Publikationen ; • L'atelier Tournesol ; • Windrose in der Bretagne ; • Äquatoriale Reflektion Sonnenuhr mit kurvigen Spiegel ; • Welt Gnomonik. 	Kontributoren : C. Busto, D. Collin, Cl. Gahon, C. Guichard, P. Labat, M. Lalos, J.M. Rétif, Ph. Sauvageot, D. Savoie, J. Scordia, V. Moruzzi Six & E. Six, J. Yonnet	183

In digitaler Version :

- Im « sommaire.pdf », Hyperlinke ab den Titeln zur pdf Dateien ;
- das Symbol \triangleright zeigt, dass der Artikel eine detaillierte Folge im Ordner « Annexes » hat.

**Sumario de Cadran Info n° 36**

Reloj de sol universal : realización muy simple de un reloj de sol universal.	Michel Brialex	12
Reloj de sol bifilar con punto luminoso y cámara oscura : diseño de un dial horizontal de dos hilos usando dos líneas de luz en vez de sombras de dos hilos.	César Busto	18
El dial de altura cilíndrico de G. Brentel (cylinder solaris concavus – 1615) : estudio y descripción del dial cilíndrico descrito por G. Brentel en sus folletos..	Jean-Michel Ansel, Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	30
Reloj de sol cilíndrico vertical y dirección según G. Brentel le Jeune : descripción y construcción de un prototipo de este dial.	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	55
El Reloj del cáliz del Museo Ecouen : descripción detallada de un reloj de sol grabado dentro de un cono de revolución	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	63

Continúa en la página siguiente ...

... Continuación de la página anterior

Pequeñas historias en el reloj de sol "equant" : realización de un modelo a partir de los estudios de MM. F. Maes, C. Macrez.	Claude Guicheteau	74
El reloj de sol planar altura vertical de Hevelius : Reloj de sol de horas solares normales que se utiliza suspendido como el pro pan klima o el jamón de Portici (horas temporales para estos).	Claude Guicheteau	77
Un reloj de sol islámica problemática conservada en Sfax (Túnez) : un intento de analizar un dial solar híbrido ecuatorial e islámico conservado en Sfax y de origen desconocido.	Fathi Jarray & Éric Mercier	88
La precisión de la Navicula de Venetiis : reconsideraciones sobre la exactitud históricamente declarada de este instrumento como mediocre. \supseteq	Yvon Masse	97
Butterfield Dials Manuales : inventario y comparaciones de las ediciones de los manuales que acompañan a los reloj de Butterfield.	Éric Mercier	106
El meridiano de tiempo medio de Place de la Bourse (Nantes) : historia y cuestiones sobre la construcción del meridiano desde su origen hasta nuestros días.	Éric Mercier	113
De gnomon a meridiano : una visión histórica del uso de gnomon en la astronomía antigua hasta el final del siglo XVIII.	Denis Savoie	123
El reloj de sol de altura Wenzel Jamnitzer del Observatoire de Paris : descripción de las caras de un gran disco de latón con grabados excepcionales y una de las caras que tiene un reloj de sol vertical de altura.	Denis Savoie	136
Goethe, sus editores y el tiempo italiano ... : una visión histórica del uso de las horas italianas en las obras literarias de Goethe.	Denis Schneider	152
Preguntas Gnomónicas en la obra del P. Giovanni Follador : biografía seguida por un método original de determinar la declinación gnomónica de un plano vertical practicado por el Abad Follador.	Elsa Stocco	166
Mecanismos planetarios y equipos solares : un resumen de los engranajes utilizados en la relojería para reproducir la duración del año tropical en planetas y relojes astronómicos.	Francis Ziegeltrum	175

Continúa en la página siguiente ...

... Continuación de la página anterior

Información adicional :

- Últimas realizaciones o descubrimientos de Reloj de sol ;
- Piedra de Rosette (Reloj 2016) ;
- Nuevo Reloj de dos hilos ;
- Canon Meridian ;
- Réplica de una mesa gnomónica (finales del siglo XVII) ;
- Estudio global de los Reloj de altura ;
- Una mitología de horas ;
- Noticias ;
- El taller de Tournesol ;
- Rosa de los vientos en Bretaña ;
- Reloj de sol ecuatorial con reflejo y espejo curvado ;
- Gnomónica del mundo.

▷

Colaboradores : C. Busto, D. Collin, Cl. Gahon, C. Guichard, P. Labat, M. Lalos, J.M. Rétif, Ph. Sauvageot, D. Savoie, J. Scordia, V. Moruzzi Six & E. Six, J. Yonnet **183**

En versión numérica :

- en el « sommaire.pdf », hipervínculos a partir de los títulos hacia los archivos en .pdf ;
- el símbolo ▷ indica que el artículo es completado por un estudio detallado o un programa informático o de otros documentos en el archivo « anexa ».

**Sommario di Cadran Info n° 36**

Orologio Solare Universale : realizzazione molto semplice di un orologio solare universale.	Michel Brialix	12
Quadrante Bifilare a punto luminoso ed a camera oscura : progetto di un quadrante bifilare orizzontale utilizzando due linee di luce invece delle ombre di due fili.	César Busto	18
Il quadrante cilindrico di altezza di G. Brentel (cylinder solaris concavus - 1615) : studio e descrizione del quadrante cilindrico descritto da G. Bentel nei suoi opuscoli.	Jean-Michel Ansel, Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	30
Il quadrante verticale cilindrico direzionale secondo G. Brentel il Giovane : descrizione e costruzione di un prototipo di questo quadrante.	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	55
Il quadrante a calice del museo d'Écouen : descrizione dettagliata di una meridiana incisa all'interno di un cono di rivoluzione.	Henri Gagnaire & Paul Gagnaire	63
Piccole storie sul quadrante equante : realizzazione di un modello a partire dagli studi di MM. F. Maes, C. Macrez.	Claude Guicheteau	74
IL quadrante solare d'altezza, piano e verticale, di Hevelius : quadrante ad ore solari normali utilizzato sospeso come la pro pan klima od il prosciutto di Portici (ad ore temporarie questi ultimi).	Claude Guicheteau	77

Continua alla pagina successiva ...

... Continua dalla pagina precedente

Quadrante solare islamico problematico conservato a Sfax (Tunisia) : tentativo di analisi di un quadrante solare ibrido di tipo equatoriale e islamico conservato a Sfax e di origine sconosciuta.		Fathi Jarray & Éric Mercier	88
La precisione della Navicula de Venetiis : riconsiderazioni sulla precisione di questo strumento storicamente dichiarata come mediocre.	⊇	Yvon Masse	97
”Istruzioni operative” degli orologi soalri Butterfield : inventario e confronti delle edizioni di manuali che accompagnano i quadranti Butterfield.		Éric Mercier	106
La meridiana a tempo medio di Place de la Bourse (Nantes) : storia e domande sulla costruzione della meridiana dalla sua origine al presente.		Éric Mercier	113
Dallo gnomone alla meridiana : una panoramica storica dell’uso dello gnomone nella astronomia dell’antichità fino alla fine del XVIII secolo.		Denis Savoie	123
L’orologio solare d’altezza di Wenzel Jamnitzer dell’Osservatorio di Parigi : descrizione delle facce di un grande disco d’ottone con incisioni eccezionali di cui una delle facce comporta un quadrante solare verticale d’altezza.		Denis Savoie	136
Goethe, i suoi redattori e l’ora italiana ... : una panoramica storica sull’utilizzo delle ore italiane nelle opere letterarie di Goethe.		Denis Schneider	152
Questioni gnomoniche nel lavoro dell’abate Giovanni Follador : biografia seguita da un metodo originale per determinare la declinazione gnomonica di un piano verticale praticato dall’abate Follador.		Elsa Stocco	166
Meccanismi planetari e ingranaggi solari : riepilogo sui rapporti degli ingranaggi utilizzati in orologeria per riprodurre la durata dell’anno tropico nei planetari e negli orologi astronomici.		Francis Ziegeltrum	175
Altre informazioni :			
<ul style="list-style-type: none"> • Ultime realizzazioni o scoperte di quadranti ; • Replica di una tavola gnomonica (fine sec. XVII) ; • Studio complessivo dei quadranti di altezza ; • Una mitologia delle ore ; • Pubblicazioni ; • Il laboratorio Tournesol ; • Rosa dei venti in Bretagna ; • Quadrante equatoriale a riflessione con specchio curvo ; • Gnomonica del mondo. 	⊇	Collaboratori : C. Busto, D. Collin, C. Gahon, C. Guichard, P. Labat, M. Lalos, J.M. Rétif, Ph. Sauvageot, D. Savoie, J. Scordia, V. Moruzzi Six & E. Six, J. Yonnet	183

In versione numerica :

- nel ”Sommaro.pdf”, i collegamenti ipertestuali dai titoli ai file in .pdf ;
- il simbolo ⊇ indica che l’articolo è completato da uno studio dettagliato o da un software o da altri documenti nel dossier ”allegati”.

Cadran Solaire Universel par Michel Brialix

Cet article nous explique comment, à partir d'un cadran équatorial, on peut réaliser un cadran solaire universel.

1 Construction d'un cadran solaire

Découper un disque (D) de 500 mm de diamètre et à partir de son centre tracer 24 parts égales, de 15 degrés chacune. Percer un trou au centre pour passer une tige (A), appelée « le style » de longueur 500 mm qui doit être perpendiculaire au plan du disque.

Cet ensemble peut s'inscrire dans une sphère. Cette sphère peut représenter la Terre avec (D) le cercle de l'équateur et (A) son axe de rotation, les 24 divisions du disque, à noter de 1 à 24, représentent eux les 24 fuseaux horaires (cf. fig. 1).

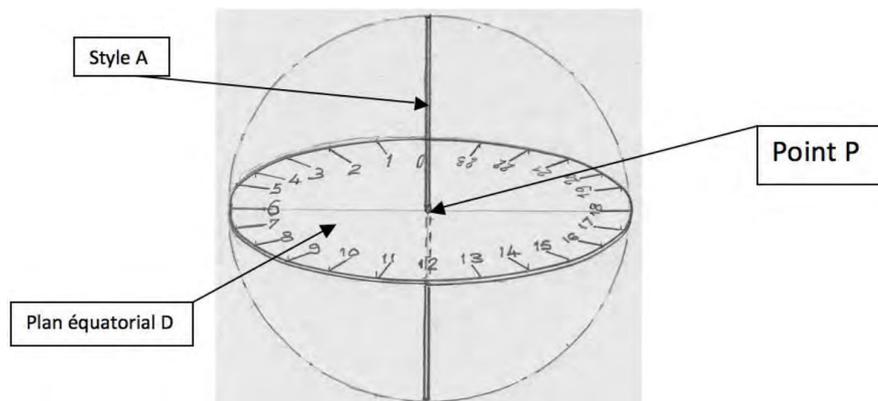


Figure 1

Si nous plaçons l'ensemble (A D) en n'importe quel point de la surface de la Terre et si nous positionnons la tige (A) parallèle à l'axe de rotation terrestre, le disque (D) sera à son tour parallèle au plan équatorial terrestre.

Tournons ensuite le disque autour de sa tige de manière à ce que l'ombre au soleil de cette dernière tombe en correspondance avec l'heure donnée par la petite aiguille de notre montre, puis, bloquons l'ensemble en position, pour constater que sur une journée nous pouvons lire l'heure comme avec notre montre. Voir fig. 2.

Nous venons de réaliser un cadran solaire équatorial, dont la **tige A s'appelle le Style** et le **disque D le Plan équatorial**.

À noter que le style rencontre le plan équatorial au **point P** ; ce point sera très utile pour indiquer si le soleil est à l'équinoxe ou aux solstices.

Vous me direz que la lecture horaire sur le cadran doit manquer de précision, car il n'est pas au centre de la Terre ? Ceci n'a aucune importance : le rayon de la Terre d'un peu plus de 6 000 km est trop petit par rapport à la distance du soleil 150, millions de kilomètres (0,004%) pour une lecture sur un disque de seulement 250 mm de rayon, installé à la surface de la Terre. L'erreur avoisinerait les 4 secondes au maximum sur 24 heures, donc négligeable.

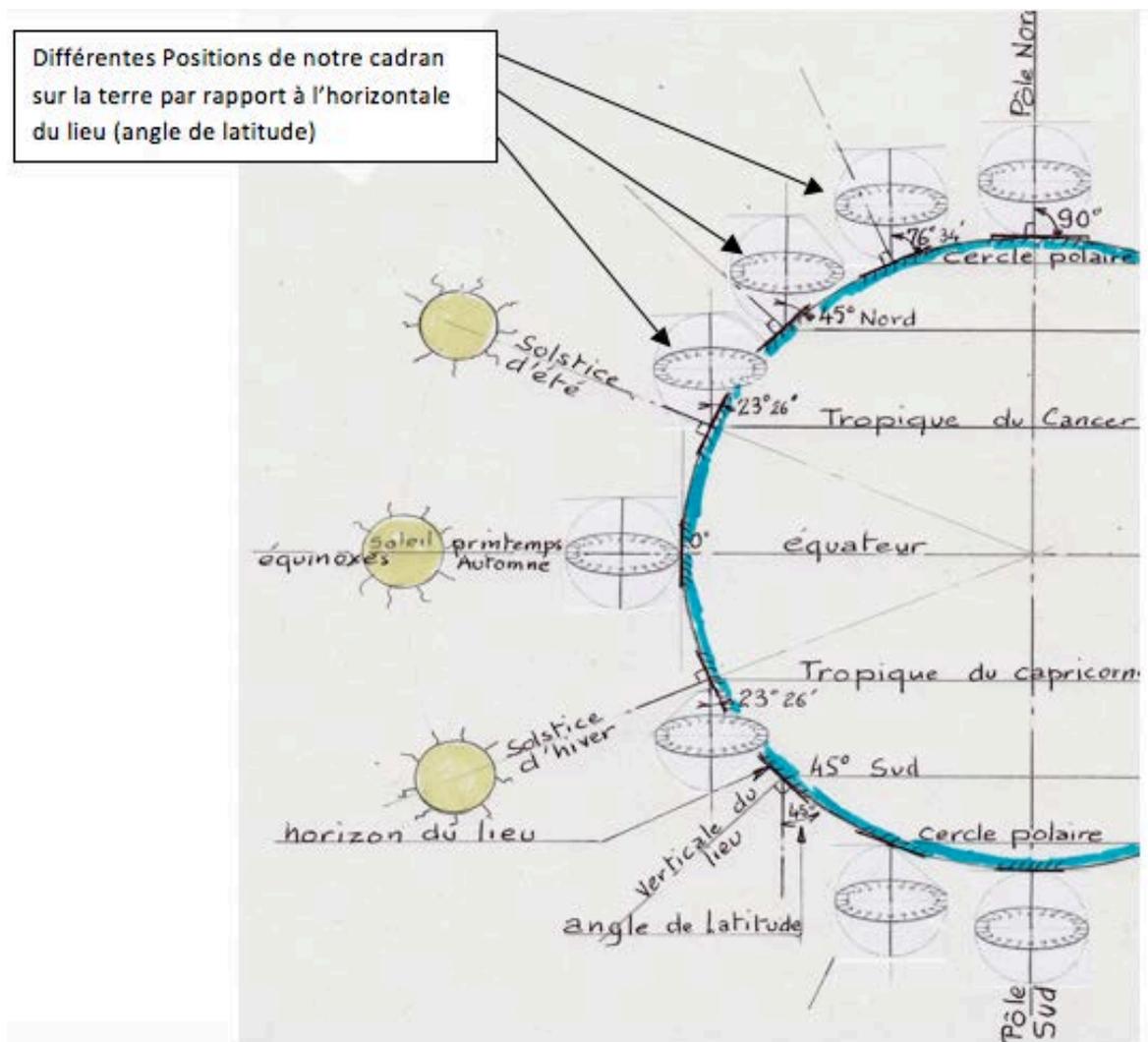


Figure 2

2 Notion du midi solaire

Ce cadran réglé avec une montre ne me donne **pas le midi solaire** (c'est-à-dire quand le soleil est au plus haut au-dessus de l'horizon durant la journée, on dit aussi qu'il passe **au méridien**), celui-ci est indiqué à 12 heures sur tout cadran solaire.

La **ligne méridienne locale** suit la courbure de la Terre, part du pôle Nord, passe par le lieu d'implantation de notre cadran pour rejoindre le pôle Sud.

Si le soleil, à un instant T , se trouve sur cette méridienne dans l'hémisphère Nord, il se trouve toujours au plus haut dans le ciel et indique le plein Sud (ou *le plein Nord dans l'hémisphère Sud*) ; **l'ombre du style sur le cadran indique le Midi solaire**.

Chaque méridienne a son midi solaire, **la lecture du Midi dépend de la longitude du lieu** (exprimée en degrés d'angle : 15° de longitude = 1 heure) et en rapport à la référence donnée **en heure TU** de la méridienne de Greenwich — Voir fig. 3.

À noter : une minute horaire en plus en longitude Ouest ou 1 minute en moins en longitude Est, représente une distance de 27,7km à l'équateur, 19,6km à la latitude 45° , 11km au cercle polaire et 0 au pôle.

Le style de notre cadran toujours parallèle à l'axe de rotation terrestre fait un angle avec l'horizontale du lieu considéré. Cet angle est le degré de **latitude du lieu** (à l'équateur l'angle est nul et il est de 90° aux pôles) — voir fig. 2 & 4.

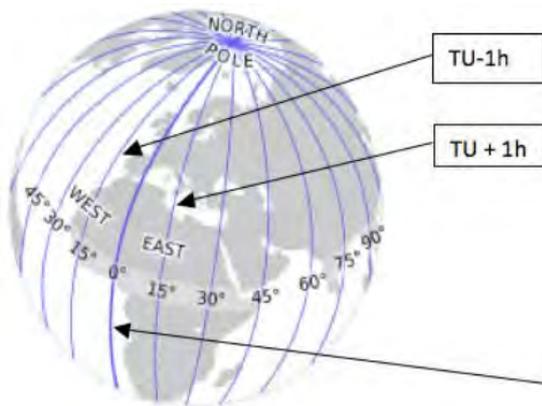


Figure 3

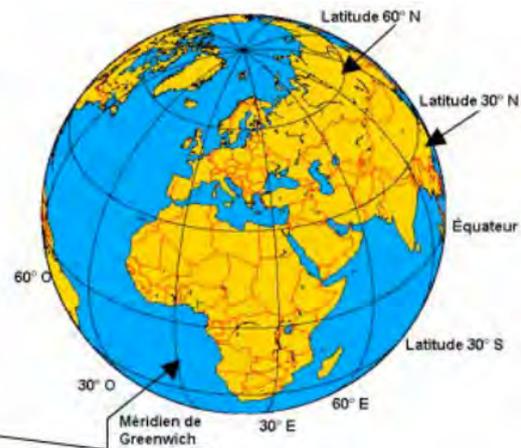


Figure 4

3 L'équation du temps

Nous avons vu que pour construire un cadran solaire il faut tenir compte des coordonnées géodésiques (Longitude et Latitude) du lieu d'implantation. Ces coordonnées nous permettent de bien positionner son style, son plan équatorial et le point P . Il reste un autre paramètre à prendre en compte : **l'équation du temps**.

Les horloges de par leur mécanisme donnent sur une année un **temps moyen local (TML)**, l'heure au soleil au contraire varie tout au long de l'année d'au maximum + ou - 30 secondes par jour (**Temps vrai local TVL**) ce qui, cumulé au fil de quelques mois, peu donner un retard par rapport au TML de 16 min 25 s au 3 Novembre ou une avance de 14 min 15 s au 12 Février. Cette variation du temps solaire par rapport au temps moyen annuel

donne une courbe appelée Équation du Temps (voir fig. 5), elle est due à l'orbite elliptique et non circulaire de la Terre autour du soleil.

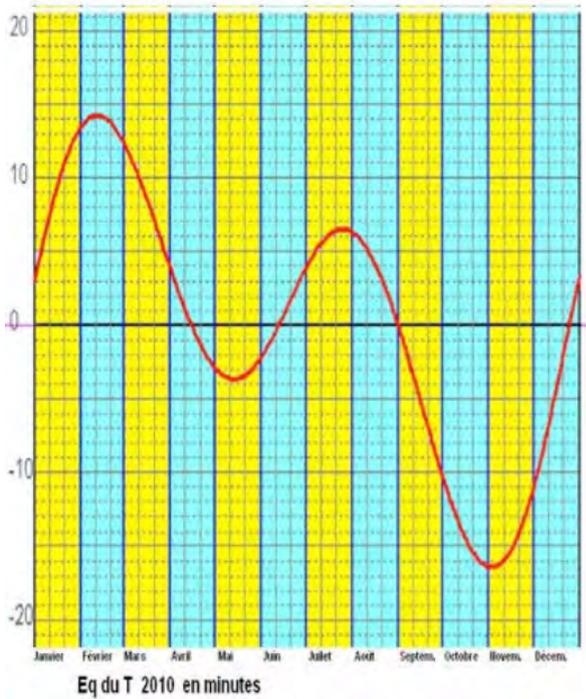


Figure 5

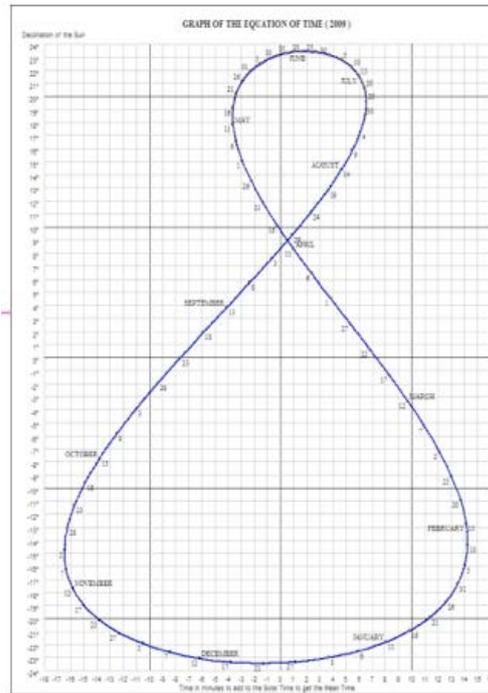


Figure 6

4 Équation du temps et déclinaison du soleil

Tout au long de l'année la hauteur du soleil à midi varie, dans l'hémisphère Nord au solstice d'hiver elle est au plus bas au-dessus de l'horizon, aux équinoxes de Printemps et d'Automne elle remonte de $23^{\circ}26'$ et au solstice d'été elle culmine à $23^{\circ}26'$ en plus, soit une variation totale de $46^{\circ}52'$. Cette variation est due au fait que l'axe de rotation de la Terre est incliné de $23^{\circ}26'$ par rapport à son plan orbital autour du soleil appelé *plan de l'écliptique*.

L'équation du temps tracée en fonction de la déclinaison du Soleil donne une courbe en huit (voir fig. 6) que l'on retrouve sur tous les cadrans solaires qui se veulent précis.

5 Cadran solaire équatorial armillaire

Maintenant que nous avons toutes les clés en main pour comprendre la construction d'un cadran solaire fixe pour un lieu donné, si nous voulons réaliser un **cadran universel** il faut le rendre mobile, en plus comme la lecture aux équinoxes n'est pas facile sur le disque utilisé précédemment, ce cadran sera **équatorial armillaire**, c'est-à-dire que le disque sera remplacé par un demi-cylindre dont l'axe sera le style. Sur ce demi-cylindre le midi sera tracé au milieu (Voir fig. 7 page suivante).

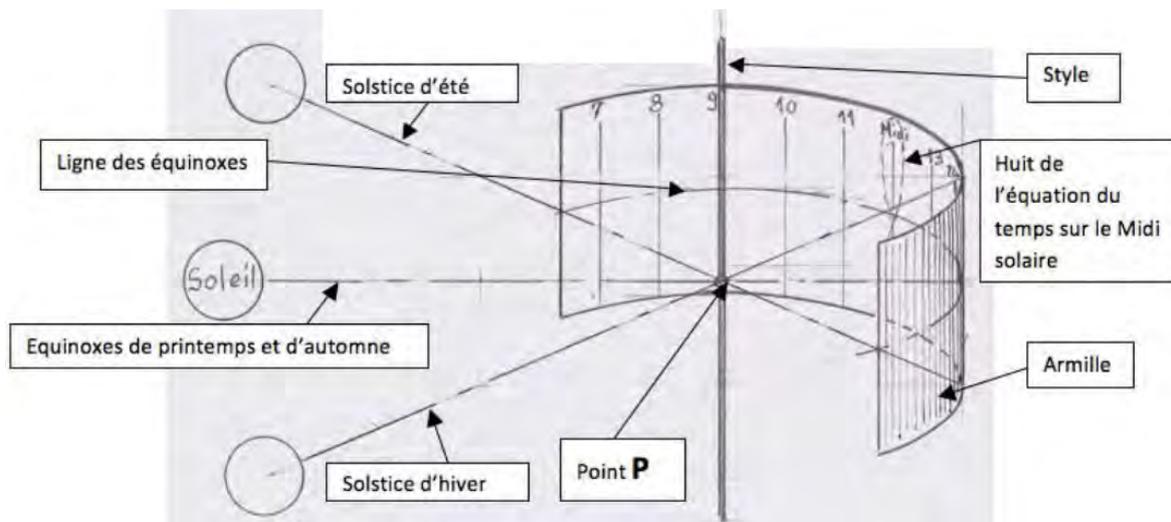


Figure 7

Pour rendre mobile notre cadran, il faut le rendre réglable, *premièrement en latitude* en le faisant pivoter dans un plan vertical à l'aide d'un secteur gradué et *deuxièmement en longitude* en le faisant pivoter sur une base horizontale.

Le réglage du plan horizontal sera assuré par un trépied muni de 2 niveaux à bulle, sur la table de ce trépied un axe permettra de faire pivoter l'ensemble du cadran dans ce plan horizontal (appelé aussi orientation azimutale). Ce 2^e réglage assurera au style de se trouver sur *le méridien local* et d'être bien parallèle à l'axe de rotation de la Terre.

2 solutions pour orienter correctement notre cadran en azimut :

- **soit nous utilisons une boussole, mais c'est peu précis** (le Nord magnétique ne correspondant pas au Nord géographique) ;
- **Soit nous calculons en heures et minutes le Temps Vrai Local** par la formule : *Heure TU de Greenwich* + degré de **longitude** converti en heure et minute (à ajouter au TU *s'il est indiqué à l'EST* ou à retrancher au TU *s'il est indiqué à l'OUEST*) et enfin + ou - **l'équation du temps** (cf. fig. 3 page 14).

Exemple de calcul : nous sommes au Caire le 12 Mai, il est 12 h (heure légale du pays), la position géodésique du lieu : latitude 30° Nord, longitude 31°15' Est.

À la longitude 30° Est, il y a 2 h d'avance sur le TU, (vérification : l'heure légale est bien 10 h TU + 2 h = 12 h), mais comme nous sommes à 31°15' de longitude Est, il nous faut encore ajouter les 1°15' convertis en + 5 minutes d'heure ; l'équation du temps étant ce jour là de -3'40"). Récapitulons : 12 h + 5 min - 3 min 40 s = **12 h 1 min 20 s de TVL**.

Il nous faudra tourner le cadran sur sa base horizontale pour voir l'ombre du style sur 12 h 01 min, puis le serrer sur sa base. Il est mis en station pour donner l'heure TVL le temps que nous voudrons.

Autre exemple : nous sommes à Dublin le 15 Août à 9 h, la latitude est de 53°20' Nord et la longitude 6°15' Ouest. Ici l'heure légale du pays c'est le TU et les 6°15' de longitude Ouest donnent 25 minutes horaires à retirer au temps légal + 4 minutes d'équation du temps. Soit 9 h - 25' + 4' = **8 h 39 min** de TVL.

Suivons le même mode opératoire que précédemment pour la mise en station du cadran.

Le cadran solaire universel que j'ai construit, avec tous ses réglages pour une bonne mise en station :

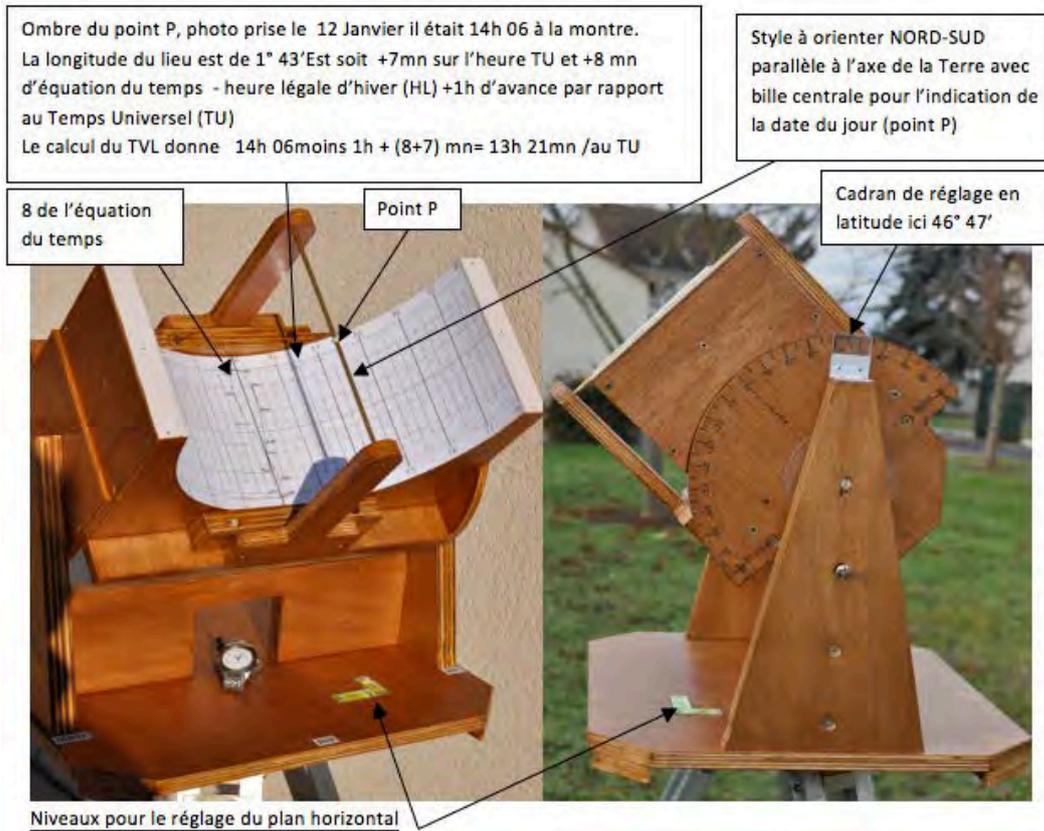


Figure 8



Cadran bifilaire à point lumineux et de chambre obscure par César Busto

Il est présenté ici une nouvelle approche des cadrans solaires bifilaires dans lesquels on remplace l'ombre par un raie de lumière.

1 Introduction

Depuis son invention en 1922 par l'allemand Hugo Michnik, le cadran bifilaire a fait l'objet d'un grand intérêt et conduit à des développements mathématiques profonds et complexes qui ont donné lieu à une grande variété de cadrans bifilaires.

Le principe de fonctionnement est basé sur l'intersection de l'ombre produite par deux fils ou deux surfaces, peu importe leur forme ou orientation. Ainsi, le plan du cadran peut être horizontal ou vertical.

Sans changer ni le concept de base ni les calculs mathématiques qui y sont associés, nous avons cherché dans ce travail une nouvelle approche au principe de fonctionnement du cadran bifilaire, en remplaçant l'ombre dessinée par les fils, par un faisceau lumineux produit par deux fentes situées sur le même emplacement que les fils. Les figures 1 et 2 page ci-contre montrent respectivement les deux concepts de cadran décrits précédemment et la maquette de ce que nous appellerons un « Cadran Bifilaire Horizontal à Point Lumineux » (CBHPL). Notons que Gianni Ferrari [1] a proposé un cadran similaire à celui présenté dans ce travail mais il semble qu'aucune réalisation pratique n'a jamais été accomplie.

2 Cadran bifilaire horizontal à point lumineux

2.1 Principe

Le principe mathématique d'un Cadran Bifilaire Horizontal à Point Lumineux (CBHPL) est celui d'un cadran bifilaire horizontal à fils parallèles au plan du cadran avec l'un des fils dans la direction N.-S. et l'autre dans la direction E.-W. La séparation verticale entre les fils

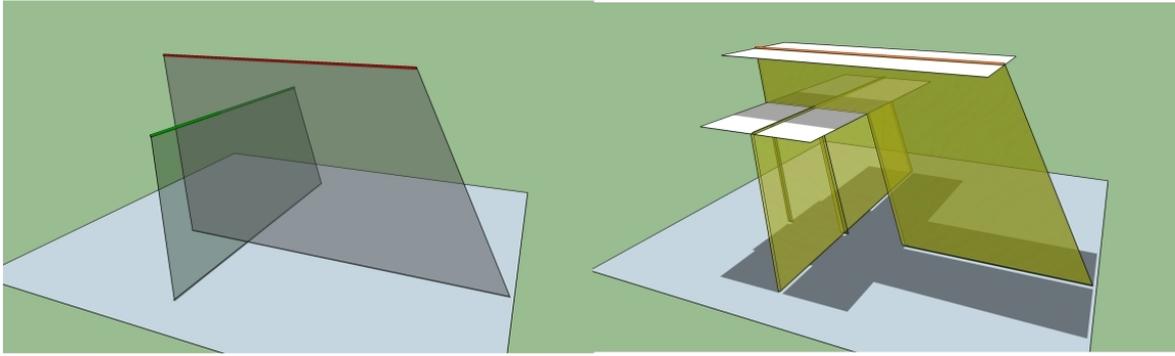


Figure 1 – Concepts cadran bifilaire.

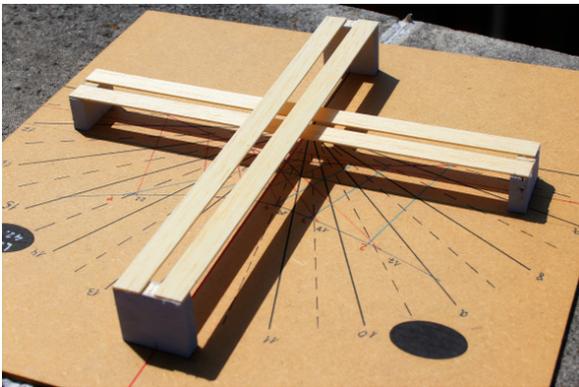


Figure 2 – Maquette 1.

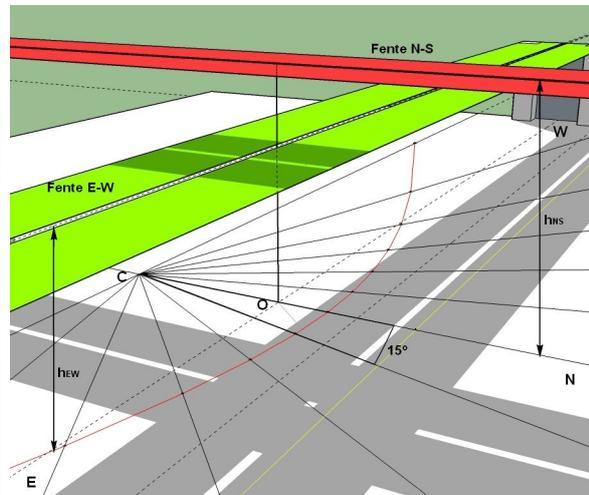


Figure 3

est ainsi donné par :

$$h_{ew} = h_{ns} \times \sin \varphi \quad (1)$$

où :

h_{ew} : hauteur du fil E.-W. ;

h_{ns} : hauteur du fil N.-S. ;

φ : latitude de l'emplacement.

Les lignes de temps sont espacées tous les 15° et ont leur origine dans un point C situé sur le méridien à une distance :

$$C = h_{ns} \times \cos \varphi \quad (2)$$

Si les fils sont remplacés par deux plaques, parallèles au plan horizontal, situées à la hauteur h_{ew} et h_{ns} , et munies chacune d'une fente coïncidant avec les axes N.-S. et E.-W. respectivement, la lumière traversant ces fentes produit deux faisceaux lumineux qui coïncident avec l'ombre des fils. L'intersection des deux faisceaux produit sur le cadran un point lumineux bien défini qui indique l'heure solaire comme le ferait l'intersection de l'ombre de fils.

Le tracé des lignes horaires et de déclinaison, ainsi que les lignes babyloniennes et italiques, si on les ajoute, se fait de la même manière que dans le cadran bifilaire classique. Cette fois-ci, cependant, l'origine du système d'axes est située à l'intersection du plan du cadran et des axes des deux fentes.

Lors de la construction d'une maquette de CBHPL, une fois calculées les paramètres précédemment citées (h_m , h_e , C) et tracées les lignes correspondantes, il y a trois paramètres importants qui affectent le fonctionnement du cadran : la largeur et l'épaisseur des plaques, et la largeur des fentes.

2.2 Largeur des plaques

Dans ce type de cadran solaire la date et l'heure sont indiquées sur le cadran par un point lumineux. Étant donné que le cadran est exposé à la lumière du Soleil, il est souhaitable de fournir un environnement autour du point lumineux le plus sombre possible pour augmenter le contraste et faciliter la lisibilité [3].

Ainsi, plus la largeur de plaques est importante plus grande sera la zone d'ombre et par conséquent l'heure sera plus facile à lire.

La figure 4 montre une maquette de CBHPL dans laquelle on a sensiblement augmenté la largeur des plaques en créant une zone de contraste plus élevée.

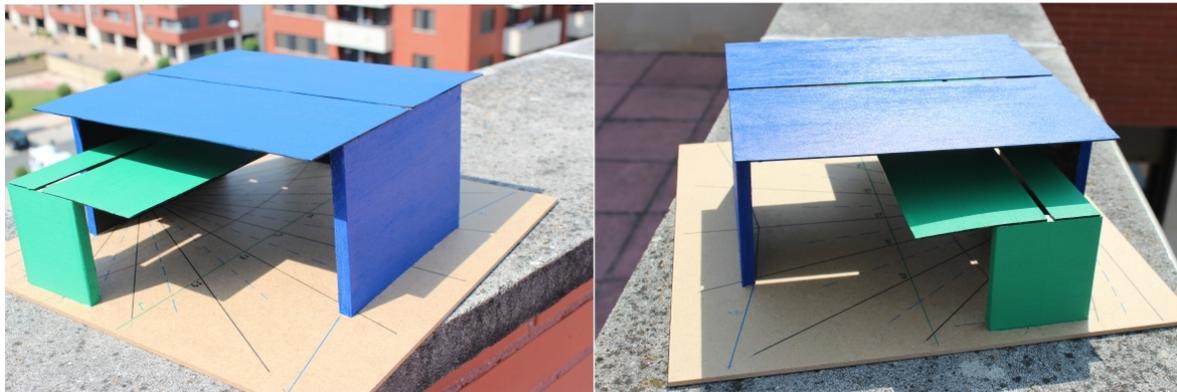


Figure 4 – Maquette 2.

2.3 Épaisseur des plaques

L'épaisseur des plaques joue un rôle important. D'une part, elle affecte la rigidité de la structure en évitant la déformation, ce qui conduirait à des erreurs dans l'indication de l'heure. D'autre part, comme on verra par la suite, l'épaisseur des plaques aura un impact sur la largeur du faisceau et sur le nombre d'heures d'utilisation du cadran.

2.4 Largeur des fentes

La largeur des fentes ainsi que l'épaisseur des plaques sont essentielles pour déterminer la précision et les limites du fonctionnement du cadran étant donné que, dans ce genre de cadran, c'est le faisceau lumineux qui traverse les fentes et qui indique l'heure solaire vrai.

Gianni Ferrari ([1], [2], [3], [4], [5]) et Denis Savoie ([6], [7]) ont réalisé des études approfondies sur les caractéristiques de l'ombre et du faisceau lumineux produit à travers un

trou et une fente. Me basant sur ces travaux, j'ai déterminé les caractéristiques du faisceau lumineux produit par une fente pratiquée sur une surface horizontale d'épaisseur donnée. J'ai étudié sa projection sur un plan horizontal et établi son comportement en fonction de la hauteur du Soleil. Afin de simplifier les calculs j'ai effectué certaines simplifications qui n'affectent pas de manière importante le résultat final :

- L'azimut du Soleil n'est pas pris en compte. En effet, les fentes étant horizontales, l'azimut du Soleil n'aurait comme effet que d'augmenter la largeur effective de la fente. Or, cette augmentation peut être négligée sauf pour des angles proches de ceux de la fente pour lesquels il y aura compensation lorsque la lumière traverse la deuxième plaque.
- L'épaisseur des plaques est relativement faible par rapport à la largeur de la fente, en particulier dans les grands modèles.

La figure 5 représente un faisceau lumineux produit par une fente horizontale de largeur a pour une hauteur du Soleil h (voir l'annexe dans [3]). Nous avons ajouté l'épaisseur e de la surface et pris en compte le fait que la projection sur le plan du cadran est formée par une région de bandes de pénombre et de pleine lumière, parallèles à la fente.

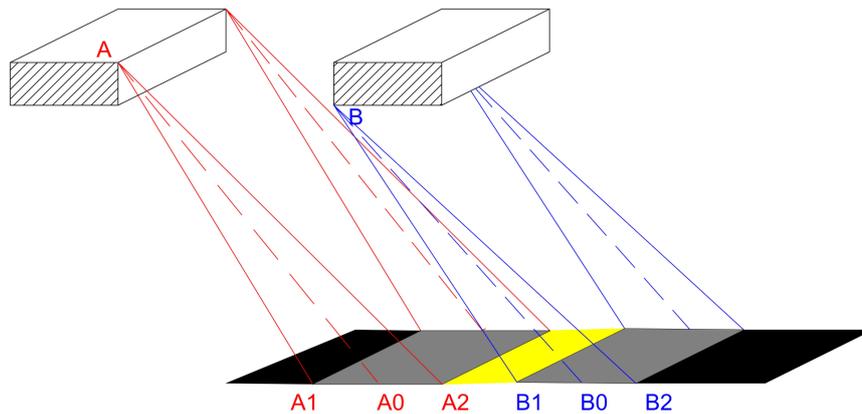


Figure 5 – Faisceau lumineux produit par une fente horizontale.

La figure 6 page suivante montre le détail d'une coupe du faisceau par un plan vertical. Entre les points $A2$ et $B1$ on aura une zone éclairée permanente encadrée par deux zones de pénombre. Leurs largeurs dépendent de la hauteur ρ entre la fente et le plan. Si on appelle ρ_0 la hauteur lorsque la distance $L0$, entre C et $C0$, est égale à $107,5 \times a$, on voit qu'il n'y a qu'un seul point d'éclairement maximal encadrée par les zones de pénombre, $A1 - A2$ et $B1 - B2$. En se déplaçant vers le haut ou vers le bas, les bandes brillantes et sombres changent de taille et de position.

Étant donné que :

$$L0 = \frac{\rho}{\sin h} \quad (3)$$

Les changements de la hauteur h du Soleil vont modifier la structure et la largeur des bandes. Pour une plaque d'épaisseur e donné, les équations pour obtenir les points $A1$, $A0$, $A2$, $B1$, $B0$ et $B3$ deviennent :

$$XC = 0$$

$$YX = \rho$$

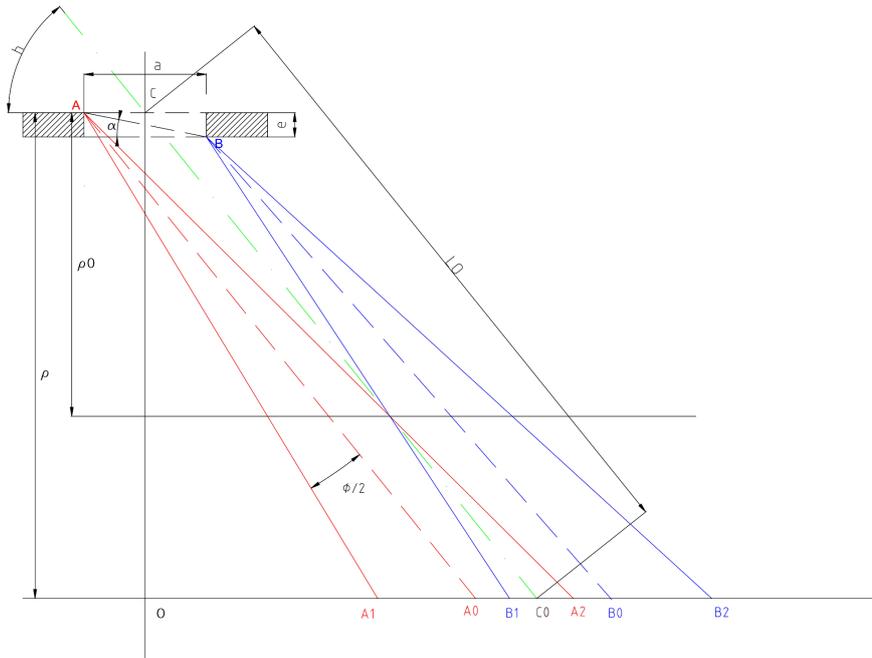


Figure 6 – Détail d’une coupe du faisceau par un plan vertical.

$$\begin{aligned}
 XA &= -\frac{a}{2} & YA &= \rho \\
 XB &= \frac{a}{2} & YB &= \rho - e
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 XA1 &= XA + \frac{\rho}{\tan(h + \mu)} & XA0 &= XA + \frac{\rho}{\tan h} & XA2 &= XA + \frac{\rho}{\tan(h - \mu)} \\
 XB1 &= XB + \frac{\rho}{\tan(h + \mu)} & XB0 &= XA + \frac{\rho}{\tan h} & XB2 &= XA + \frac{\rho}{\tan(h - \mu)}
 \end{aligned}$$

avec :

- a : largeur de la fente ;
- e : épaisseur de la plaque ;
- ρ : distance entre la surface de la plaque et le plan du cadran ;
- h : hauteur du soleil ;
- μ : demi-diamètre du soleil¹ = $\frac{\varnothing}{2}$.

Avec ces équations, nous avons réalisé un tableau, (fig. 7 page ci-contre), où l’on peut observer que la largeur de la bande « sombre + lumière » augmente au fur et à mesure que l’angle h diminue. Il en sera de même pour le point lumineux indiquant l’heure sur le plan du cadran.

Les figures 8(a) à 8(c) page 24 représentent l’évolution du faisceau lumineux en fonction de la valeur de h . Comme on peut le voir dans la figure 8(c), quand $h = \alpha - \frac{\varnothing}{2}$, la fente ne laisse plus passer la lumière du soleil et le cadran devient inutilisable. Cependant, étant donné

1. \varnothing = diamètre moyen du soleil = $0^{\circ}32' = 0.533^{\circ}$.

FENTE HORIZONTALE		Hauteur Soleil	XA0	XA1	XA2	XB0	XB1	XB2	XC0	Lumière (B1-A2)	Lumière + Pénombre (B2-A1)	
		90	1.57079633	-2.0	-2.9	-1.1	2.0	1.1	2.9	0.0	2.2	5.8
Hauteur fente	190 cm	85	1.48352986	14.6	13.7	15.5	18.6	17.7	19.5	16.6	2.2	5.7
Largeur fente(DF)	4 cm	80	1.3962634	31.5	30.6	32.4	35.4	34.5	36.3	33.4	2.1	5.7
Semianchura R	2 cm	75	1.30899694	48.9	48.0	49.9	52.8	51.9	53.7	50.8	2.0	5.8
Semidiametro Sol	0.266 0.00464258	70	1.22173048	67.2	66.2	68.2	71.0	70.0	72.0	69.0	1.9	5.9
φ	107.5	65	1.13446401	86.6	85.5	87.7	90.4	89.3	91.5	88.4	1.7	6.0
Épaisseur	0.4	60	1.04719755	107.7	106.5	108.9	111.5	110.3	112.6	109.5	1.4	6.1
Angle fente (α)	5.7106 0.09966865	55	0.95993109	131.0	129.7	132.4	134.8	133.5	136.1	132.8	1.1	6.3
XA	-2	50	0.87266463	157.4	155.9	158.9	161.1	159.6	162.6	159.1	0.7	6.7
XD	2	45	0.78539816	188.0	186.2	189.8	191.6	189.8	193.4	189.6	0.1	7.1
YA	190	40	0.6981317	224.4	222.3	226.6	228.0	225.8	230.1	226.0	0.7	7.8
YD	189.6	35	0.61086524	269.3	266.7	272.0	272.8	270.1	275.5	270.8	1.9	8.8
		30	0.52359878	327.1	323.6	330.6	330.4	326.9	333.9	328.4	3.7	10.4
		25	0.43633231	405.5	400.6	410.4	408.6	403.7	413.6	406.6	6.7	13.0
107.5xDF	430	20	0.34906585	520.0	512.6	527.7	522.9	515.5	530.5	520.9	12.2	18.0
		15	0.26179939	707.1	694.1	720.5	709.6	696.7	723.0	707.6	23.8	28.8
		10	0.17453293	1075.5	1047.0	1105.6	1077.3	1048.8	1107.3	1075.3	56.8	60.2
		9.5	0.16580628	1133.4	1101.9	1166.7	1135.0	1103.6	1168.2	1133.0	63.1	66.4
		9	0.15707963	1197.6	1162.6	1234.7	1199.1	1164.1	1236.1	1197.1	70.6	73.5
		8.5	0.14835299	1269.3	1230.2	1311.0	1270.6	1231.6	1312.2	1268.6	79.4	82.1
		8	0.13962634	1349.9	1305.8	1397.0	1351.1	1307.1	1398.1	1349.1	89.9	92.2
		7.5	0.13089969	1441.2	1391.2	1494.9	1442.2	1392.2	1495.7	1440.2	102.6	104.5
		7	0.12217305	1545.4	1488.2	1607.2	1546.2	1489.1	1607.8	1544.2	118.1	119.6
		6.5	0.1134464	1665.6	1599.5	1737.4	1666.1	1600.1	1737.7	1664.1	137.3	138.2
		6	0.10471976	1805.7	1728.4	1890.2	1805.9	1728.8	1890.2	1803.9	161.4	161.8
		5.5	0.09599311	1971.2	1879.6	2072.1	1971.1	1879.7	2071.7	1969.1	0.0	91.6
		5	0.08726646	2169.7	2059.4	2292.3	2169.1	2059.1	2291.5	2167.1	0.0	0.0
		4.5	0.07853982	2412.2	2276.9	2564.5	2411.1	2276.1	2563.1	2409.1	0.0	0.0
		4	0.06981317	2715.1	2545.1	2909.3	2713.4	2543.8	2907.2	2711.4	0.0	0.0
		3.5	0.06108652	3104.5	2884.5	3360.6	3101.9	2882.4	3357.5	3099.9	0.0	0.0
		3	0.05235988	3623.4	3327.6	3976.8	3619.8	3324.6	3972.4	3617.8	0.0	0.0
		2.5	0.04363323	4349.7	3930.7	4868.5	4344.6	3926.4	4862.2	4342.6	0.0	0.0
		2	0.03490659	5438.9	4799.6	6274.2	5431.4	4793.5	6265.0	5429.4	0.0	0.0
		1.5	0.02617994	7253.8	6160.4	8818.5	7242.5	6151.4	8803.9	7240.5	0.0	0.0
		1	0.01745329	10883.1	8595.5	14828.5	10864.2	8581.4	14801.3	10862.2	0.0	0.0

Figure 7 – Tableau Excel.

que $\frac{\varnothing}{2}$ est petit, je considère pour simplifier, qu'il est plus approprié d'utiliser comme valeur limite :

$$h \approx \alpha \tag{4}$$

avec

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{e}{a} \right) \tag{5}$$

Nous devons ainsi jouer avec la largeur de la fente et l'épaisseur des plaques horizontales pour que le cadran soit opérationnel le plus longtemps possible. Il faudra néanmoins prendre soin de ne pas augmenter considérablement la largeur de a de sorte que le point de lumière soit aussi précis que possible.

2.5 Longueur des fentes

La longueur des fentes est déterminée par le temps maximal de fonctionnement effectif du cadran.

La figure 9 page 25 montre le cas général, pour un point quelconque M , correspondant à un angle horaire H , avec une déclinaison δ et une latitude φ . L'azimut du Soleil s'écrit ainsi :

$$\tan Az = \frac{\sin H}{\sin \varphi \cos H - \cos \varphi \tan \delta} \tag{6}$$

Le plan vertical du soleil coupe les fentes aux points A et B . Ces points varient tout au long de la journée et avec la déclinaison du soleil.

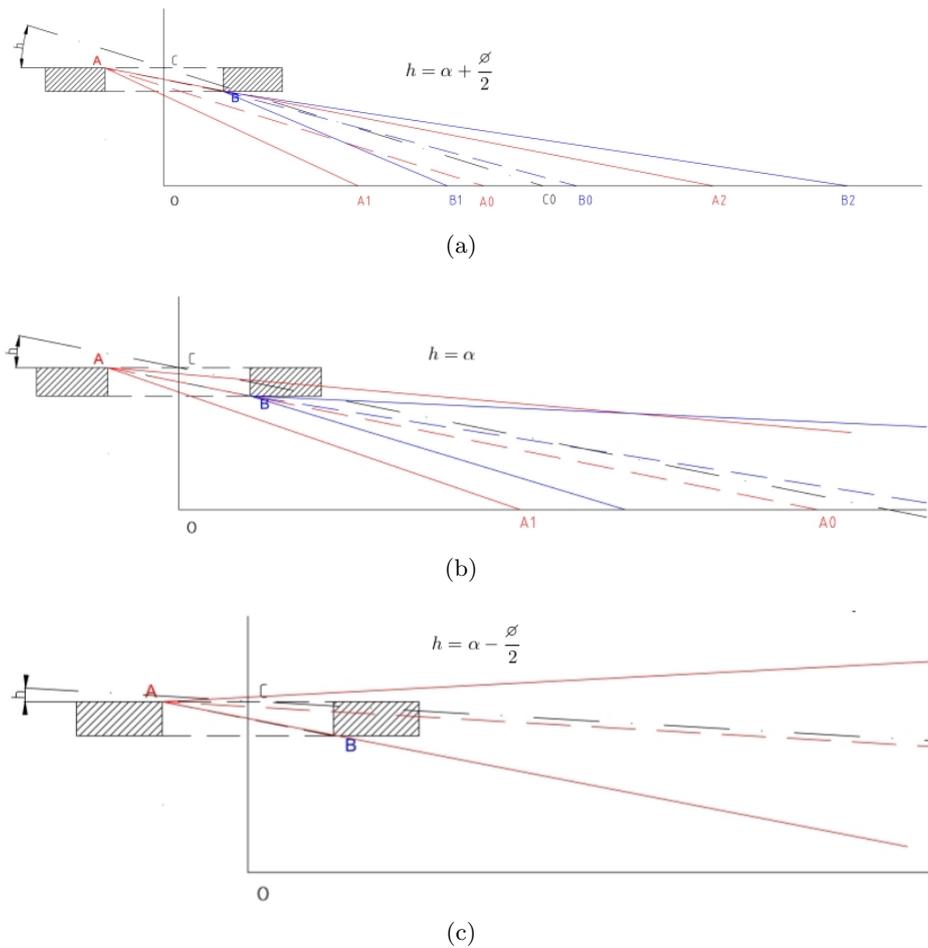


Figure 8 – Évolution du faisceau lumineux.

Pour la fente N.-S., le point A se déplace entre une valeur minimale au-dessous de O jusqu'à une valeur maximale située au-dessus de celui-ci. De son côté le point B se déplacera symétriquement par rapport à O vers l'Est ou l'Ouest.

Une fois le cadran conçu, nous disposerons des angles horaires H pour lesquels le cadran sera opérationnel et nous pourrons analyser plus précisément les valeurs des paramètres suivants :

- L'angle horaire maximal lors du solstice d'hiver : il nous fournira la valeur minimale de A au-dessous de O , ainsi que les déplacements extrêmes de B de chaque côté de O .
- L'angle horaire maximal du solstice d'été : il nous donnera le maximum de A au-dessus du point O .

Avec le logiciel *Orologi Solari* de Gian Casalegno [11], nous pouvons voir comment ces points se déplacent tout au long de la journée et de l'année pour un cadran bifilaire classique, mais qui sera évidemment aussi valable dans notre cas. Dans la figure 10 page suivante, nous voyons une simulation pour les deux extrêmes mentionnés ci-dessus.

Nous obtenons les valeurs $dA1$, $dA2$ et $\pm B$ grâce aux équations suivantes :

$$dA1 = dA2 = \frac{XM}{\tan Az} - YM \tag{7}$$

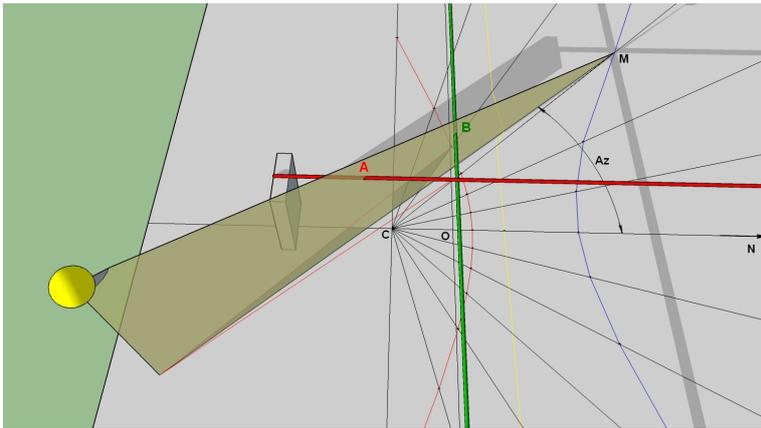


Figure 9

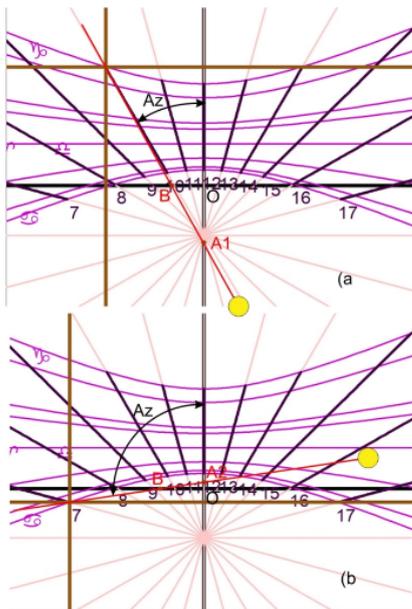


Figure 10 – Simulation avec Orologi Solari.

$$\pm B = dA1 \times \tan Az \tag{8}$$

où XM et YM sont les coordonnées rectangulaires du point M obtenues d'après *La Gnomonique* de Denis Savoie [10]² :

$$XM = h_{ns} \times \frac{\sec \varphi \sin H}{\tan \varphi \tan \delta + \cos H}$$

$$YM = h_{ns} \times \frac{\tan \varphi \cos H - \tan (23,44)}{\sec \varphi \tan \delta + \csc \varphi \cos H}$$

La fente N.-S. sera nécessaire pour donner l'heure solaire entre les points $A1$ et $A2$, et la fente E.-W., quant à elle, donnera la distance $B1$ de part et d'autre du point O . Aux valeurs obtenus il faudra ajouter la moitié de la largeur de la fente.

À titre d'exemple, nous allons analyser le cas de la maquette de la figure 4 page 20. Dans cette maquette, la fente supérieure est positionnée à 10 cm et la fente inférieure à 6,75 cm, pour une latitude de 42.45°. Comme on peut le voir, étant donné les dimensions du plan du

2. $\sec \varphi = \frac{1}{\cos \varphi}$; $\csc \varphi = \frac{1}{\sin \varphi}$.

cadran, l'angle maximal au moment du solstice de Décembre est de $\pm 30^\circ$ et au solstice Juin de $\pm 60^\circ$.

Avec ces valeurs nous obtenons :

- point $M1$ au solstice d'hiver et $H = 30^\circ$:
 $Az(n) = 28.9^\circ$; $dA1 = -8,5$ cm ; $B = 4,7$ cm.
- point $M2$ sur le solstice d'été et $H = 60^\circ$:
 $Az(n) = 88.8^\circ$; $dA2 = 0,09$ cm ; $B = 4,4$ cm.

Par conséquent, il suffit que la fente N.-S. s'étende de 9 cm au sud de O jusqu'à 1 cm au nord. De son côté, la fente E.-W. s'étendra de 5 cm à l'est jusqu'à 5 cm à l'ouest.

Dans la construction des maquettes, ces paramètres ne sont pas très importants étant donné que les matériaux, le bois de balsa dans mon cas, et les dimensions de la maquette permettent de donner aux fentes la longueur du plan du cadran. Nous n'avons pas donc à nous soucier d'un éventuelle masquage du cadran par le support ni de la déformation des planches. Cependant, le calcul de ces paramètres est très utile pour construire un CBHPL avec un design plus complexe ou pour les cadrans bifilaires à chambre noire comme indiqué ci-dessous.

2.6 Réalisation

Depuis que nous avons eu l'idée de remplacer les fils d'un cadran bifilaire par des fentes, j'ai construit deux maquettes qui ont servi à tester la faisabilité du concept, établir les paramètres critiques de sa conception et expérimenter ses effets.

La première maquette, figure 2 page 19, est un modèle simple dans lequel les plaques ont une largeur totale de 3 cm et sont situés respectivement à 3 et 2 cm du plan du cadran. La largeur de la fente est de 6 mm et l'épaisseur de la plaque est 1 mm. Cette maquette a été très utile pour tester la faisabilité du dispositif et faire la comparaison avec un cadran bifilaire classique. Cependant, compte tenu de la largeur des fentes, la tache lumineuse est très large et l'indication de l'heure est peu précise.

Dans la seconde maquette, figure 4 page 20, la plaque supérieure possède une largeur totale de 20 cm et la plaque inférieure 10 cm. Les fentes sont situées à une distance à 10 cm et 6,75 cm respectivement du plan du cadran. Nous allons utiliser ce modèle pour tester l'influence de la largeur des fentes.

Si la largeur des fentes est de 2 mm, les dimensions du point lumineux seront plus petites et on aura l'heure solaire avec une meilleure résolution.

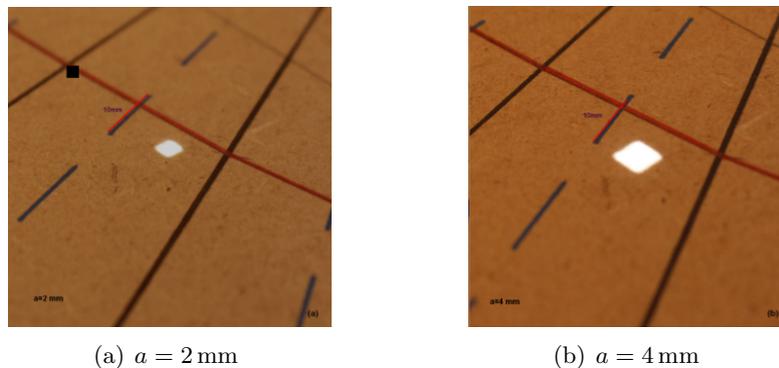


Figure 11 – Point lumineux avec 2 mm et 4 mm.

L'équation (5) nous montre cependant que si la hauteur du Soleil est au-dessous de 26° , aucun rayon de lumière ne sera capable de traverser les fentes et le cadran sera inutilisable. En particulier, pour une latitude de 42.45° , lors du solstice d'été, cet effet se produira à 07 h 00 et 19 h 00, heure solaire, alors que pendant le solstice d'hiver, une telle maquette indiquera uniquement le passage du Soleil au méridien. Il faudrait donc augmenter la largeur des fentes afin de prolonger la période de fonctionnement du cadran.

Si nous augmentons la séparation de 4 mm, l'angle minimum devient 14° ce qui permettra, pendant le solstice d'hiver de fonctionner entre 9 h 20 et 14 h 40, temps solaire. Il est évident que, avec une séparation de 4 mm, la largeur de la tache lumineuse sera plus grande que pour 2 mm. Les figures 11(a) et 11(b) page précédente montrent le point lumineux pour une séparation de 2 mm et 4 mm respectivement.

Récemment, nous avons procédé à la conception d'un cadran solaire de grandes dimensions. Il sera installé dans la ville de Laguna de Cameros (La Rioja — Espagne). Ce CBHPL sera construit avec deux disques de 3 et 5 m de diamètre sur lesquels on pratiquera une fente de 4 cm de largeur. Les disques seront situés à une hauteur du sol de 1,90 m et 1,27 m respectivement (fig. 12).

Les fentes auront donc une épaisseur de 4 mm, ce qui, au solstice hiver, donne un angle minimum de 6° pour la hauteur du Soleil. Ceci correspond à une plage de fonctionnement, entre 8 h 15 et 15 h 50, temps solaire.

Avec un cadran de grandes dimensions comme celui-ci, il est nécessaire d'augmenter la taille des structures de soutien des plaques. Par conséquent il devient nécessaire d'étudier en détail la longueur des fentes pour tenter de minimiser les dimensions de ces structures afin qu'elles gênent le moins possible au fonctionnement du cadran solaire.

En tenant compte de ces contraintes nous avons réussi à construire un cadran qui soit opérationnel pour une hauteur du Soleil supérieure à 15° , c'est-à-dire entre 9 h 30 et 15 h 30 du temps solaire vrai au solstice d'hiver pour une latitude de 42.17° (Laguna de Cameros). De plus, ces valeurs sont supérieures à celles que l'on peut tracer sur la surface de $10\text{ m} \times 10\text{ cm}$ prévue pour le plan du cadran.

Remarquons que, comme on peut voir dans le tableau de la figure 7 page 23, pour une hauteur du Soleil inférieure à 15° , la taille du point de lumière augmente tellement qui rend peu précise la lecture de l'heure solaire.

3 Cadran bifilaire à chambre obscure

Suite à l'idée d'augmenter la taille des plaques afin d'obtenir plus d'obscurité dans le plan du cadran et donc un plus grand contraste du point lumineux, nous avons construit une maquette dans laquelle le plan du cadran est presque entièrement fermé. Le dispositif n'est

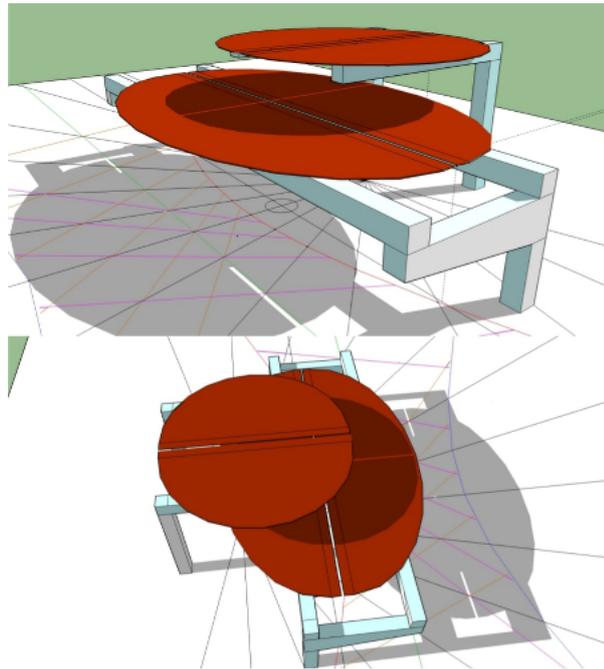


Figure 12 – CBHPL pour Laguna de Cameros.

pas cependant totalement clos afin de pouvoir vérifier son fonctionnement. Par ailleurs, en accord avec la section 2.5 page 23, nous avons réduit la longueur des fentes pour permettre tout juste le passage du faisceau qui donne lieu au point lumineux.

Par comparaison avec le méridien dessiné à l'intérieur d'une « chambre obscure » nous avons appelé ce nouveau cadran Cadran Bifilaire Horizontal de Chambre Obscure (CBHCO).

Tous les calculs que nous avons établis pour le fonctionnement de CBHPL pourraient être identiquement appliqués ici. Il faudra néanmoins étudier de plus près la longueur des fentes et les surfaces utilisées pour limiter l'entrée de la lumière.

Comme dans le cas précédent, la construction d'un modèle de petite taille à l'aide de matériaux légers, n'est pas trop compliquée. La construction d'un modèle à grande échelle pourrait par contre s'avérer plus complexe. Le temps de fonctionnement d'un tel cadran serait par ailleurs assez limité du fait de l'espace clos. Voir figures 13 et 14.

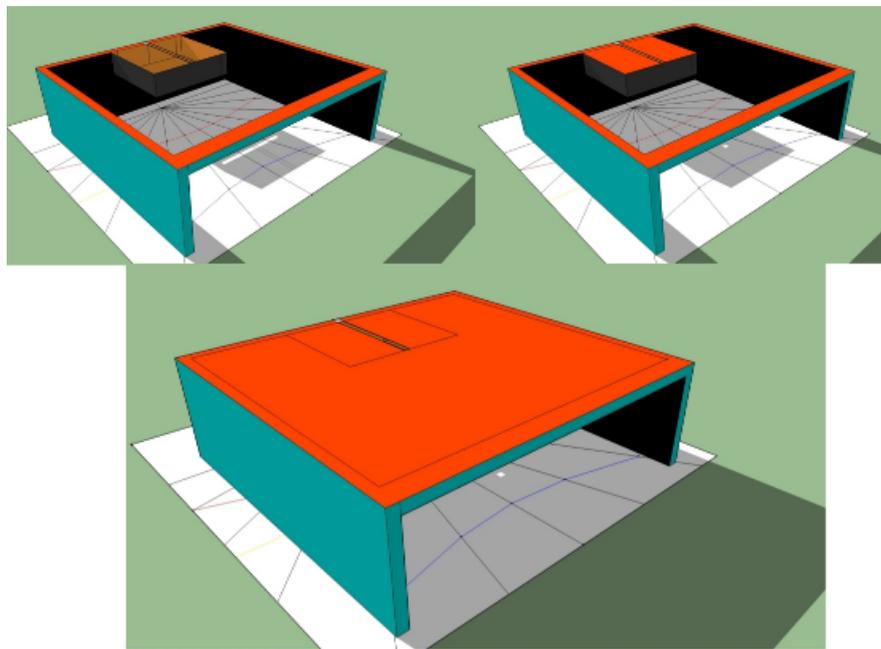


Figure 13 – CBHCO.

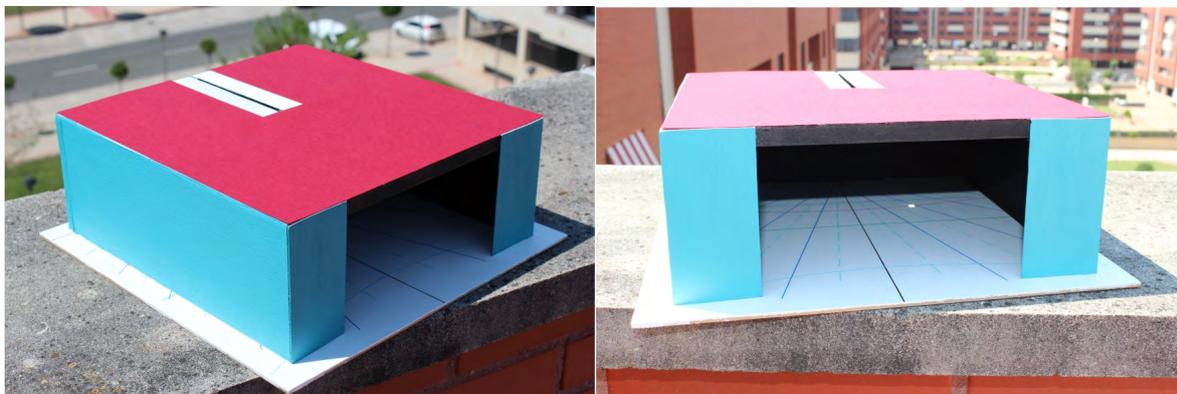


Figure 14 – CBHCO.

4 Conclusion

Comme il ressort de ce qui précède, les cadrans bifilaires à point de lumière ou à chambre obscure ne se caractérisent pas par sa précision ni par une longue période de fonctionnement, mais représentent une façon atypique et inhabituelle de concevoir un cadran solaire.

L'idée de remplacer l'ombre des fils par des faisceaux lumineux peut être appliquée à pratiquement tous les types de Cadrans bifilaires. Je laisse ouvert un domaine d'expérimentation dans lequel j'aimerais continuer à travailler

Ainsi, la famille des cadrans solaires qui utilisent la lumière au lieu de l'ombre est étendue aux cadrans bifilaires.

Références

- [1] Gianni Ferrari, *Image produite par une fente*, Cadran Info n° 27 Mai 2013.
- [2] Gianni Ferrari, *Propriétés de l'ombre*, Cadran Info n° 16, Octobre 2007.
- [3] Gianni Ferrari, *Ombre et pénombre d'un élément rectiligne*, Cadran Info n° 22, Octobre 2010.
- [4] Gianni Ferrari, *Cadran solaire à chambre obscure*, Cadran Info n° 21, Mai 2010.
- [5] Gianni Ferrari, *Image du soleil dans chambre obscure*, Cadran Info Spécial 2012.
- [6] Denis Savoie, *Ælleton et tache de lumière*, Cadran Info Spécial 2012.
- [7] Denis Savoie, *Ombre et pénombre*, Cadran Info Spécial 2012.
- [8] Dominique Collin, *Un cadran solaire plan, horizontal à style bifilaire*, Cadran Info n° 5, Mai 2002.
- [9] Gianni Ferrari, *Formule e metodi per lo studio degli orologi Solari piani*.
- [10] Denis Savoie, *La gnomonique*.
- [11] Gian Casalegno, *Software Orologi Solari*.
- [12] François Blateyron, *Software Shadows Pro*.

Remerciements

Je remercie ma famille (Javier, Noemi et Nacho) pour son soutien et l'aide apportée dans la rédaction de ce travail.



Le cadran cylindrique de hauteur de G. Brentel (*cylinder solaris concavus* — 1615) par Jean-Michel Ansel, Henri Gagnaire & Paul Gagnaire

Une recherche, à peine antérieure à celle-ci [1], consacrée aux cadrans-puits [2], nous avait fait rencontrer Georg Brentel le Jeune, peintre et gnomoniste de Souabe, mais nous avons passé un peu rapidement : son cylindre n'est pas un puits ; c'est un cadran de poursuite et sa perle n'est pas axiale, mais posée sur sa margelle, or nous cherchions si, entre les Gréco-Romains et nos Belges contemporains, d'autres cadrans-puits avaient été construits. Kircher, forcément, à qui rien n'échappe, en avait longuement parlé, mais en parler ce n'est pas en construire [3]. D'autres auteurs, aussi, sans doute mais nos recherches s'étaient perdues dans l'immensité du champ à prospecter. En revanche, pas de monuments, à l'exception bien connue du cadran de Theodosius Rubeus Priverna (Teodosio Rubeo da Priverno), au Quirinal, mais avec sa perle éloignée du centre et rapprochée de la paroi. Cependant, les cadrans solaires des Antonins, dans l'escalier du clocher de l'abbatiale de Saint-Antoine en Dauphiné et dans celui de la commanderie de Saint-Sauveur de La Foucaudière, sont aussi des cylindres, avec le gnomon sur la paroi, mais le gnomon est un miroir sur un appui de fenêtre et le cadran est à réflexion.

1 Georg Brentel le Jeune (1581 - 1634)

On trouvera donc convenable que nous disions d'abord un mot de la vie et de l'œuvre de Brentel, mais très bref, puisque de nombreux liens sur Internet permettent de presque tout savoir sur lui. Né en 1581 à Lauingen, il y passa presque toute sa vie et en devint même, brièvement, bourgmestre. À 19 ans il épousa Susanna Wagner qui en avait 32. Devenu veuf en 1628, il se remaria en 1629 avec Regina Adam et ils moururent tous les deux en 1634. De 1603 à sa mort, il publia une trentaine d'ouvrages, souvent assez minces mais, parfois plus copieux. Il était peintre, dessinateur, miniaturiste, graveur et auteur de textes sur la gnomonique ; on ne connaît pas de cadrans réalisés par lui. Son oncle, Georg Brentel l'Ancien (1525/30-1610) et deux de ses cousins, David (1556-1615) et Friederich (1580-1651) exercèrent les mêmes arts graphiques, souvent avec grand succès. Georg Brentel l'Ancien était aussi graveur sur bois et hérauldiste, auteur de deux superbes Wappenbuch, en 1580 et 1584, dont l'un consacré aux participants de la Diète d'Augsbourg. L'autre se trouve heureusement numérisé par la Bayerische Staadt Bibliothek. Il mérite une visite.

Pour mémoire, on notera que les trente années de l'activité gnomonique de Georg Brentel le Jeune, soit 1603-1634, voisinent avec les vies de Tycho-Brahé (1546-1601), Galilée (1564-1642) et Képler (1571-1631).

Elles sont précédées par celles de Regiomontanus (1436-1476), Copernic (1473-1543), Oronce Fine (1494-1555), Maurolycus (1494-1575) et Peter Apian (1495-1552).

Brentel le Jeune se définissait, par sa signature, comme *civis et pictor*, mais il serait réducteur de traduire *civis* par citoyen ; « notable » serait plus juste. Ses textes gnomoniques ont été cités par Ernst Zinner [4]. Notre attention a été éveillée par deux brochures (« pamphlets ») aux titres presque similaires :

- *Cylinder solaris concavus*, en 1615 [5],
- *Conus solaris concavus*, en 1615 [6].

La brochure du *cylinder* compte 16 pages, celle du *conus*, 12 seulement. Elles sont accompagnées d'une ou deux images. Elles sont difficiles à lire, écrites en vieil allemand et imprimées en caractères gothiques très ornés. D'autres textes de Brentel, par exemple son *Fabrica et usus cylindri*, de 1611 [7], peuvent éclairer ses deux textes de 1615. De son ouvrage *Sonnenuhren, monduhren*, nous avons retenu le schéma d'un cadran horizontal qui nous permettra de mieux comprendre le cadran cylindrique concave qui fait l'objet de cette étude.



(a) *Ex-libris* de 1604



(b) *Ex-libris* de 1613

Figure 1 – Variantes entre deux *Ex-libris*.

Enfin, on remarquera les variantes entre les deux *ex-libris* (*cf.* fig. 1), le premier de 1604 et le second de 1613 :

- sur le premier, le blason de Brentel est entouré de la devise : « Der Here seye mitt uns allen aein » soit : « Que le Seigneur soit avec nous tous, toujours » ; nous ignorons le sens de M.U.S.I.C.A.,
- le second est surmonté de deux images hautement symboliques : à gauche, Saint Georges terrassant le Dragon et à droite, la chaste Suzanne en face des vieillards libidineux ; Georg et Susanna Brentel sous la protection de leurs saints patrons, parité bien rare en cette époque misogyne !

2 Caractéristiques du cadran cylindrique concave

De ce cadran, que Georg Brentel le Jeune nomme *cylinder solaris concavus*, il n'existe, à notre connaissance, aucun exemplaire, ni dans les musées, ni dans les collections privées. Il n'est connu que par cet opuscule que Brentel a fait imprimer, « en l'an du Christ 1615, à Lauingen, dans l'imprimerie Frl. Pfg. par M. Jakob Winter ». Ce mince livret compte 11 pages de texte, 1 page remplie par un tableau, 3 pages d'images et la dernière page une illustration relative à un autre instrument (cadran crucifix). Il ne semble accessible que par les numérisations qu'on trouve sur le site de la Bayerische Staad Bibliothek et de ETH-Zurich (e-rara.ch), mais seule cette dernière offre un texte complet, avec les images et sans les lacunes et ratages regrettables de la bavaroise.

Aucune image de l'instrument terminé n'y figure et on ne peut se faire une idée de son tracé qu'à partir du seul plan déroulé qu'il présente, page 13. C'est un cadran cylindrique, vertical, tracé à l'intérieur du cylindre et dont les informations se lisent sous l'ombre d'une perle ou bille, que Brentel appelle « un petit bouton-lentille », (knöpflein), établie sur la margelle du cylindre, au niveau du plan de coupe supérieur. La graduation de la circonférence est calendaire, avec ses frontières marquées par les douze signes du zodiaque, figurés au naturel (humains, animaux, objets), dans un bandeau, juste sous le titre de l'image ; donc on a affaire inévitablement à un cadran de poursuite (cadran de hauteur)¹. Ces mêmes signes, sous leur forme symbolique, graduent aussi un réseau de courbes horaires.

Dès sa première page, Brentel annonce les renseignements procurés par son cylindre, au nombre de huit, et convenables pour une fourchette de latitudes 47°, 48°, 49°.

1. les heures allemandes communes ;
2. les heures des levers et couchers du soleil, comme les Bohémiens, Autrichiens occidentaux, Babyloniens et Grecs faisaient (c'est donc l'heure babylonique, *ab ortu*) ;
3. les heures planétaires inégales et leurs Régents ;
4. dans laquelle des 12 Maisons du ciel se trouve le soleil ;
5. par l'ombre, la hauteur du soleil, le jour, et de la Lune, la nuit, au-dessus de la Terre ;
6. mesure des hauteurs, avec ou sans calcul ;
7. dans quel signe du zodiaque se trouve le soleil, à quelle heure il se lève et se couche, ainsi que la durée du jour et de la nuit, pour chaque jour de l'année ;
8. les anciennes heures juives, comme données dans la Bible (Ancien et Nouveau Testament) qui sont aussi celles utilisées par les Romains.

Sur la paroi interne du cylindre on trouve la même graduation horizontale des courbes de hauteur que dans un cadran-puits, mais la graduation verticale des azimuts du cadran-puits et remplacée par la graduation calendaire décrite ci-dessus.

La mise en station correcte du cadran exige qu'il reste parfaitement vertical et qu'on le fasse tourner sans cesse, pour que l'ombre de la perle reste toujours sur la verticale de la date du jour choisi. On peut aussi la faire arriver sur l'une ou l'autre des trois échelles des hauteurs. Dans sa brochure, page 9, aux paragraphes X et XI, Brentel explique longuement comment utiliser ces échelles pour mesurer non seulement la hauteur du Soleil ou de la Lune, mais aussi, celles d'une tour, d'un arbre, d'une construction quelconque.

Deux réseaux de lignes horaires, infléchies en V, avec leurs extrema en bas, sont nommés par les inscriptions *Horae planet. et Hora commun.*

L'examen critique du cadran cylindrique concave doit donc se subdiviser en deux parties :

1. Pour un cadran fixe (cadran de direction), il eût fallu adopter une graduation azimutale.

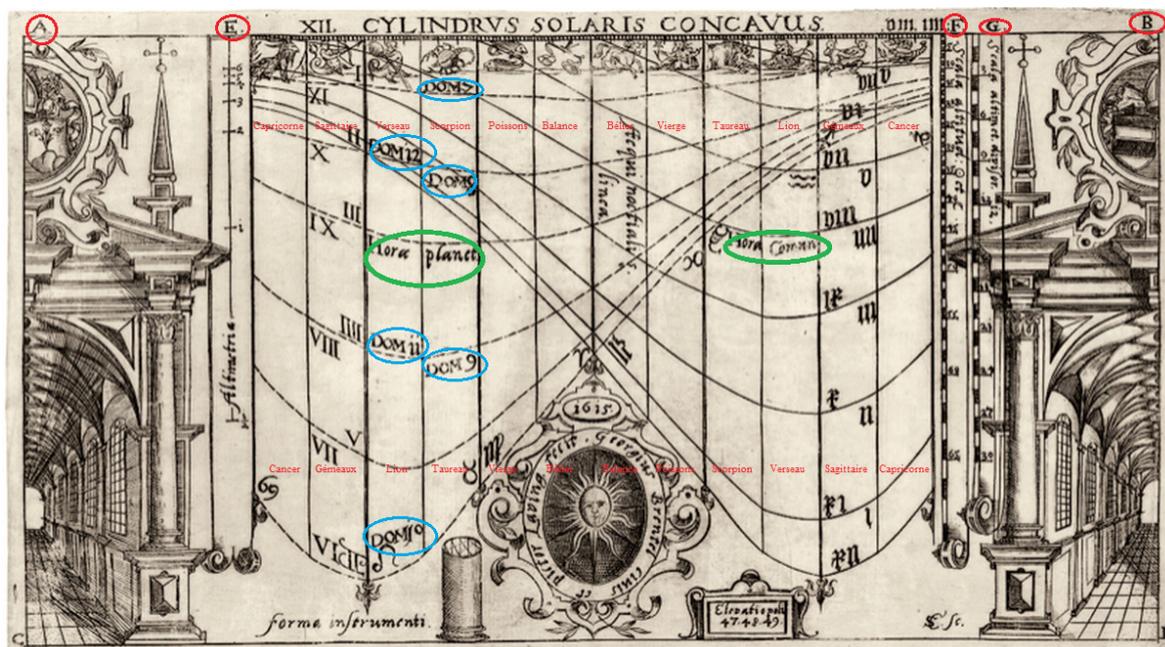


Figure 2 – Dessin annoté du plan déroulé.

- l’analyse du cadran : tracés, dénominations, échelles, inscriptions, numérotations, etc. ;
- l’explication des informations procurées par cet outillage et l’appréciation de leur pertinence et de leur précision, à confronter au programme ci-dessus, de Brentel.

3 Examen critique du cadran cylindrique concave

3.1 Analyse gnomonique du cadran

L’inventaire de son contenu est détaillé ci-dessous dans deux listes séparées. La première liste contient les items dont nous ne donnerons par la suite aucune explication car nous manquons d’informations à leur sujet et ceux qui s’expliquent d’eux-mêmes. Les items de la deuxième liste feront l’objet d’un développement important dans le paragraphe suivant.

La première liste est la suivante (voir également la figure 2) :

1. L’intitulé du dessin déroulé est : « CYLINDRVS SOLARIS CONCAVVS ».
2. Juste à côté de « F », une échelle verticale, intitulée « G » et dont la fonction est expliquée par ce titre *scala altim. et divisor 12*. Ses graduations valent : 3, 6, 9, 12, puis disparaissent sous le décor et reprennent en : 21, 24, 27, 30.
3. Sur le bord inférieur de l’encadrement, le dessin d’un cylindre vertical à l’intérieur duquel se voit le tracé enroulé du cadran, avec la mention : *forma instrumenti*. Ainsi, pas de doute possible : *concauus* veut bien signifier que les tracés sont réalisés sur la face interne du cylindre.
4. Au milieu du dessin, la droite qui naît entre Balance et Bélier porte la mention *Aequi noctialis linea*.
5. Un cartouche, symétrique du mini-cylindre, mentionne *Elevatio polis 47; 48; 49*, soit les latitudes auxquelles le cadran est opérationnel.

6. Un décor : voûte et clocher, colonnes, frontons d'église, blasons, emblème de Brentel tiré de ses armoiries simplifiées (soleil humanisé et rayonnant entouré de l'inscription *Georgius Brentel, civis et pictor Laving. fecit*). La date 1615. Le décor est coupé en deux par les bords de l'encadrement vertical *AC* et *BD* qui deviennent jointifs lorsque le dessin est enroulé à l'intérieur du cylindre. Les deux blasons accolés, qui ne sont, ni celui de Brentel, ni celui de Lauingen, pourraient être attribués, celui de gauche à un abbé de l'abbaye de Wettenhausen et celui de droite, à l'abbaye elle-même.



Figure 3 – Blasons de Brentel et de Lauingen.

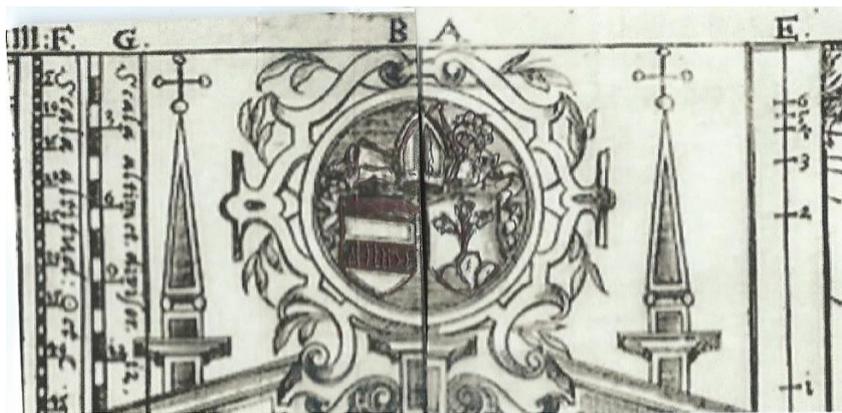


Figure 4 – Deux blasons.

La seconde liste contient six items :

1. D'un bord à l'autre du dessin, une séquence de 12 cases, dans un bandeau, où sont représentés les signes du zodiaque, au naturel, non pas superposés, selon l'usage fréquent, mais affrontés, tête-bêche, deux à deux, dans l'ordre : Capricorne, Sagittaire, Verseau, Scorpion, Poissons, Balance, Bélier, Vierge, Taureau, Lion, Gémeaux, Cancer. Nous aurons à revenir sur cette séquence zodiacale, (donc calendaire), pour en expliquer la construction et l'esprit, ces deux données ne se laissant pas facilement deviner mais, conditionnant l'interprétation de tout le cadran.
2. Un réseau de 9 courbes en V, tracées en pointillés, dont les minima se placent en bas, sur une ligne verticale issue de la frontière entre Sagittaire et Verseau. Après leur minimum, elles remontent à droite jusqu'à la fin du dessin, passant parfois au travers des cases zodiacales. De haut en bas, elles sont numérotées : XII, XI et I, X et II, IX et III, VIII et IIII, VII et V, VI. Elles sont nommées *Horae planet.*.

Ces courbes forment aussi les frontières des Maisons célestes et sont alors numérotées, de haut en bas : DOM.7 ; DOM.8 et 12 ; DOM.9 et 11 ; DOM.10. Nous aurons à discuter leur nature exacte.

3. Le long de la courbe la plus basse, se succèdent les signes du zodiaque : Cancer ; Gémeaux et Lion ; Vierge et Taureau ; Bélier et Balance ; Poissons et Capricorne ; Verseau et Sagittaire ; Scorpion.
4. Un réseau de 8 courbes en V, assez symétrique de celui déjà décrit au §2 ci-dessus, en trait plein, est nommé *Hora commun.* Ce sont les heures allemandes ordinaires de temps solaire vrai local. De haut en bas elles sont numérotées, en chiffres gothiques : VIII et IV ; VII et V ; VI ; VII et V ; VIII et IIII ; IX et III ; X et II ; XI et I ; XII. Midi est en bas comme l'heure VI (sexe) temporaire était aussi en bas. Le minimum de ces courbes se place sur une droite verticale issue de la frontière entre les cases des Gémeaux et du Cancer.
5. Une échelle verticale intitulée « F », à droite du dessin, dont les graduations, de haut en bas, valent : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65. Ce sont les hauteurs classiques. Une inscription donne leur rôle *scala altitudinis Solis et Lunae*. Le Soleil et la Lune apparaissent par leurs symboles usuels. Les graduations 0 et 5 sont en partie masquées par des signes du zodiaque.
6. Une échelle verticale intitulée « E », à gauche, dont les graduations, de haut en bas, valent : 6, 5, 4, 3, 2, 1, 1/2. Elle est appelée *Altimetria*.

3.2 Performances du cadran

Ayant ainsi une bonne connaissance des éléments du cadran, pouvons-nous évaluer dans quelle mesure Brentel a réussi à lui faire indiquer les huit objectifs qu'il lui a assignés dès la première page de son opuscule ?

3.2.1 Séquence zodiacale

La séquence zodiacale dans le bandeau supérieur présente des anomalies et il nous faut l'étudier faute de quoi toute référence à une date serait erronée. Il existe, en gnomonique, deux façons de placer les signes du zodiaque sur un cadran solaire pour y repérer des dates :

1. On inscrit tous les signes, dans leur ordre naturel tel que les astronomes les rangent le long de l'écliptique, par exemple Capricorne, Verseau, Poissons, Bélier, etc. dans ce cas on a une demi-séquence avec les déclinaisons croissantes et l'autre demi-séquence avec les déclinaisons décroissantes : de l'hiver à l'été, puis de l'été à l'hiver. Évidemment cette façon de faire subdivise l'espace de l'échelle des dates en douze tranches.
2. On inscrit les deux demi-séquences l'une au-dessous de l'autre, en faisant correspondre les déclinaisons identiques. On double ainsi l'espace de chaque signe. La raison de cette préférence est que tout point correspond à deux dates et qu'il faut bien choisir laquelle est la bonne.

Or, Brentel, on l'a dit, a intercalé les signes, comme s'il parcourait l'écliptique en zigzags, ce qui met des sauts et des rétrogradations dans sa séquence de 12 signes. Et, cependant, ses lignes horaires ne subissent ni hiatus, ni rétrogradations, ni sauts. Elles se développent sur un semestre, alors que l'échelle de temps donnée par les douze signes du zodiaque, couvrirait toute l'année. Nous proposons l'interprétation suivante.

Dans la séquence de Brentel, Capricorne, Sagittaire, Verseau, Scorpion . . . , il replie, par la pensée, le signe pair, derrière le signe impair qui le précède, en lui faisant accomplir une semi-rotation dans le sens anti-horaire, autour du petit côté vertical de la case impaire. Ainsi, le signe replié s'adosse au signe impair qui le précède. Leurs bornes ont mêmes déclinaisons, mais croissantes dans les signes impairs et décroissantes dans les signes pairs, repliés.

Idéalement, il devient invisible. Puis, dans la case paire ainsi virtuellement vidée, Brentel étire le signe impair, supprimant une frontière sur deux. Il forme de cette façon un zodiaque circulaire, dont une demi-séquence se voit sur la feuille de papier et dont l'autre qui est devenue symétrique de la première, s' imagine sur l'envers de la feuille de papier. Il a doublé l'espace à donner aux tracés. Ce n'est pas très limpide pour le lecteur profane, mais cela fonctionne : les déclinaisons se superposent exactement, les lignes d'heures se déploient harmonieusement et le cadran prend un petit air hermétique qui ne devait pas déplaire en cette fin de la Renaissance allemande.

La figure 5 montre une « roue zodiacale » et l'ordre dans lequel Brentel a organisé les signes du zodiaque dans le bandeau supérieur et le repliement de ces signes.

La figure 6 page ci-contre montre le repliement des signes directement sur le haut du dessin du cylindre concave.

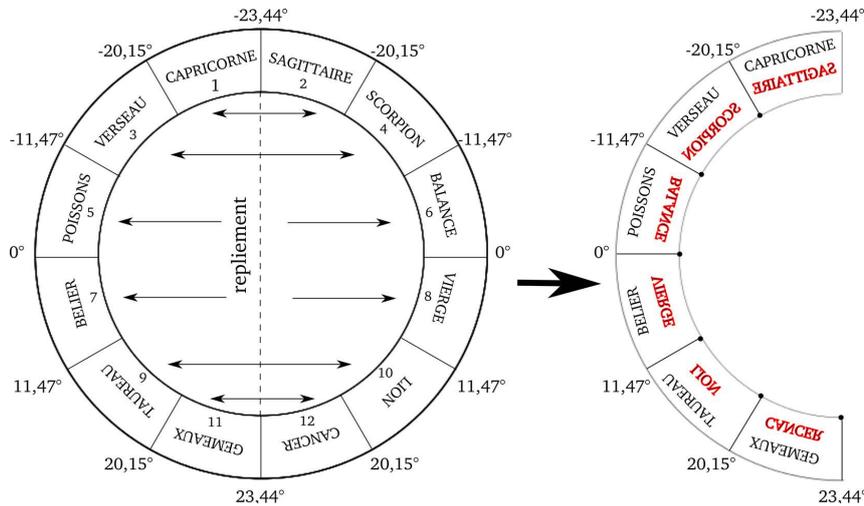


Figure 5 – Roue zodiacale.

3.2.2 Lignes horaires communes

Les lignes horaires communes ont une particularité déroutante. Le maximum de profondeur de l'ombre pour midi solaire (ligne XII, écrit en gothique) existe pour la ligne zodiacale frontière entre le Taureau et les Gémeaux pour laquelle la déclinaison du soleil est de 20.5° environ et non pour le Cancer où la déclinaison et donc la hauteur du soleil est plus importante. Pour comprendre ceci, il est absolument nécessaire de connaître la position exacte de la perle. Nous savons qu'elle est placée sur le bord du cylindre, mais où exactement ?

La réponse à cette question est obtenue grâce aux considérations suivantes :

1. On peut mesurer la largeur totale du développé (voir figure 3 page 34). Les deux décors sur le bord se rejoignent dans le cylindre pour représenter une enfilade de colonnades. Ainsi la largeur de ce développé donne la circonférence intérieure du cylindre donc le rayon R de celui-ci. La valeur numérique du rayon dépend de l'agrandissement

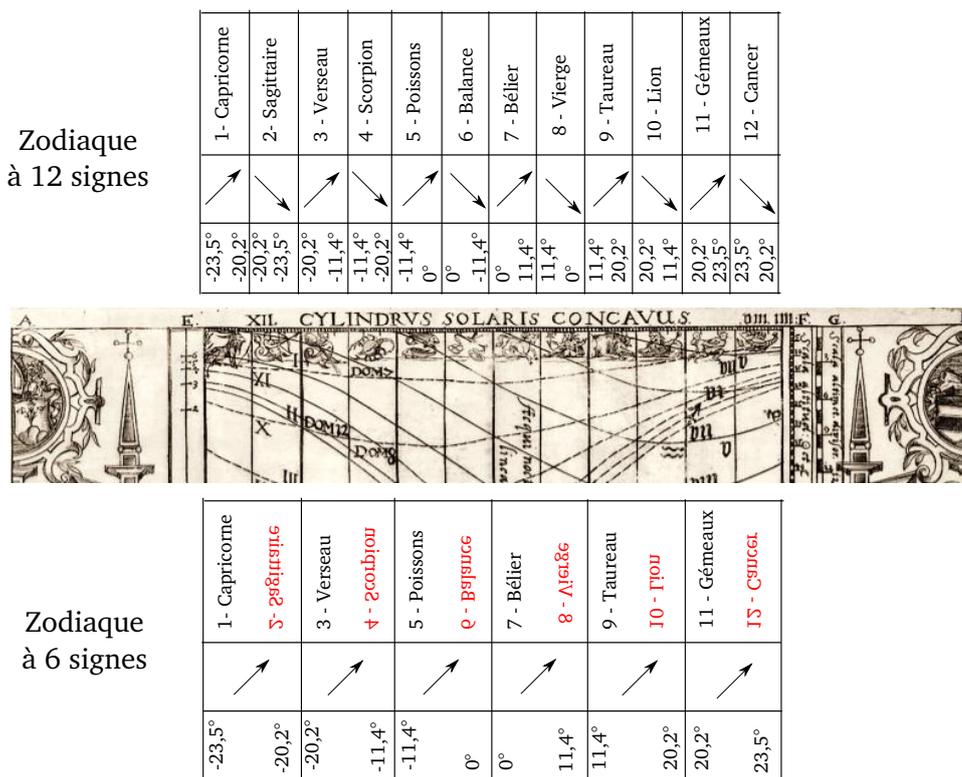


Figure 6 – Repliection des signes du zodiaque.

de la reproduction du document initial. Nous prendrons sa valeur comme unité de longueur dont l'abréviation est u . Toutes les longueurs mesurées sur le graphique seront normalisées, c'est-à-dire divisées par celle de R et seront ainsi exprimées en unités u . Ainsi chacun peut effectuer les mesures et retrouver les résultats qui sont présentés dans le tableau ci-dessous.

2. On constate également, en utilisant un double décimètre, que la partie « gnomonique » du cadran n'occupe que 60 % de la largeur totale du développé. Autrement dit, l'angle au centre entre la ligne zodiacale du Capricorne et celle du Cancer est les 60 % de 360° soit 216°. Entre ces deux lignes extrêmes, il existe cinq autres lignes zodiacales donc six intervalles représentés chacun par un angle au centre qui est le sixième de 216° soit 36°. Nous pouvons ainsi réaliser une coupe du cylindre. Celle-ci est représentée sur la figure 7 page suivante où chaque point représente une ligne zodiacale frontière entre deux signes. Par exemple le point $B - B$ représente la ligne frontière entre le Bélier (signe impair, à l'endroit) et la Balance (signe pair, à l'envers) pour laquelle la déclinaison du soleil est égale à 0°.
3. On peut considérer la ligne du midi solaire, heure pour laquelle la hauteur du soleil est facile à calculer grâce à la formule :

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta \tag{1}$$

où φ et δ représentent respectivement la latitude que nous prendrons égale à 48° et la déclinaison du soleil.

Dans le tableau ci-dessous, nous avons reporté la valeur de la tangente de la hauteur, $\tan h$ et avons exprimé en unités u la profondeur l de l'ombre, pour chacune des sept déclinaisons que l'on peut attribuer à chaque ligne frontière.

4. À partir de ces valeurs, il est possible, pour chaque déclinaison, de calculer la distance d entre la perle et la ligne zodiacale (voir figure 7) à l'aide de la relation $d = \frac{l}{\tan h}$.
5. Enfin pour déterminer la position de la perle, il faut, pour chaque déclinaison, tracer un arc de cercle dont le centre sur la figure 7 est le point correspondant à la déclinaison et dont le rayon est la distance d . Nous obtenons le résultat visible sur la figure 8 page suivante et qui montre que, malgré les incertitudes dues à la plus ou moins bonne reproduction du développé et à la qualité des mesures, tous les arcs de cercle se coupent en un point proche du bord du cylindre dans une position diamétralement opposée à la ligne de déclinaison nulle représentée par le point $B - B$. On peut en conclure que la perle est située en ce point et est donc confondue avec les points identiques A et B du développé (voir figure 2 page 33) quand celui-ci est enroulé dans le cylindre.

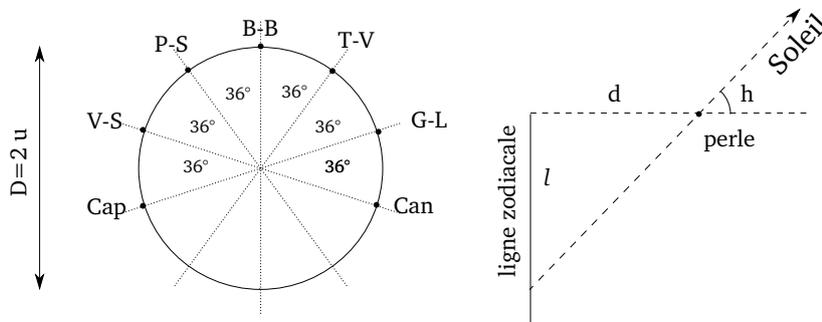


Figure 7 – Section du cylindre et projection de l'ombre.

Table 1
Valeurs déterminées à partir de la ligne XII (midi solaire); $R = 1 u$.

ligne zodiacale	déclinaison (°)	hauteur (°)	$\tan h$	$l(u)$	$d(u)$
Cap	-23.5°	18,5	0,335	0,39	1,16
V - S	-20.5°	21,5	0,394	0,64	1,63
P - S	-11.4°	30,6	0,591	1,10	1,86
B - B	0°	42	0,900	1,74	1,94
T - V	11.4°	53,4	1,346	2,50	1,86
G - L	20.5°	62,5	1,921	3,03	1,58
Can	23.5°	65,5	2,194	2,54	1,16

La perle est donc au milieu du décor, là où il est impossible de tracer des lignes horaires qui ne pourraient jamais être recouvertes par son ombre. Il est maintenant possible de justifier la position surprenante du minimum de la courbe de midi solaire. En effet, la profondeur de l'ombre dans le cylindre dépend de deux facteurs, d'une part, de la hauteur du soleil et, d'autre part, de la distance de projection entre la perle et la paroi. La hauteur du soleil est

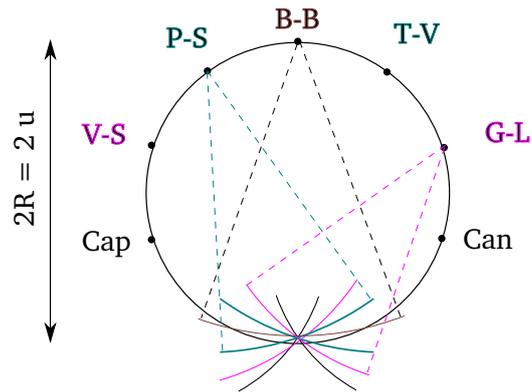


Figure 8 – Détermination de la position de la perle.

maximale au solstice d'été mais la distance de projection est la plus courte de toutes. De ce fait la profondeur maximale de l'ombre est obtenue pour une autre déclinaison du soleil, en l'occurrence celle qui correspond à la valeur de 20.5° commune au premier jour des signes des Gémeaux et du Lion.

Maintenant que la position de la perle est connue, nous pouvons calculer la position de son ombre pour toutes les heures solaires et toutes les déclinaisons. La méthode de calcul est détaillée dans l'annexe I qui peut être lue indépendamment de ce texte. Nous avons dû attribuer une déclinaison du soleil aux lignes verticales intermédiaires qui en étaient dépourvues.

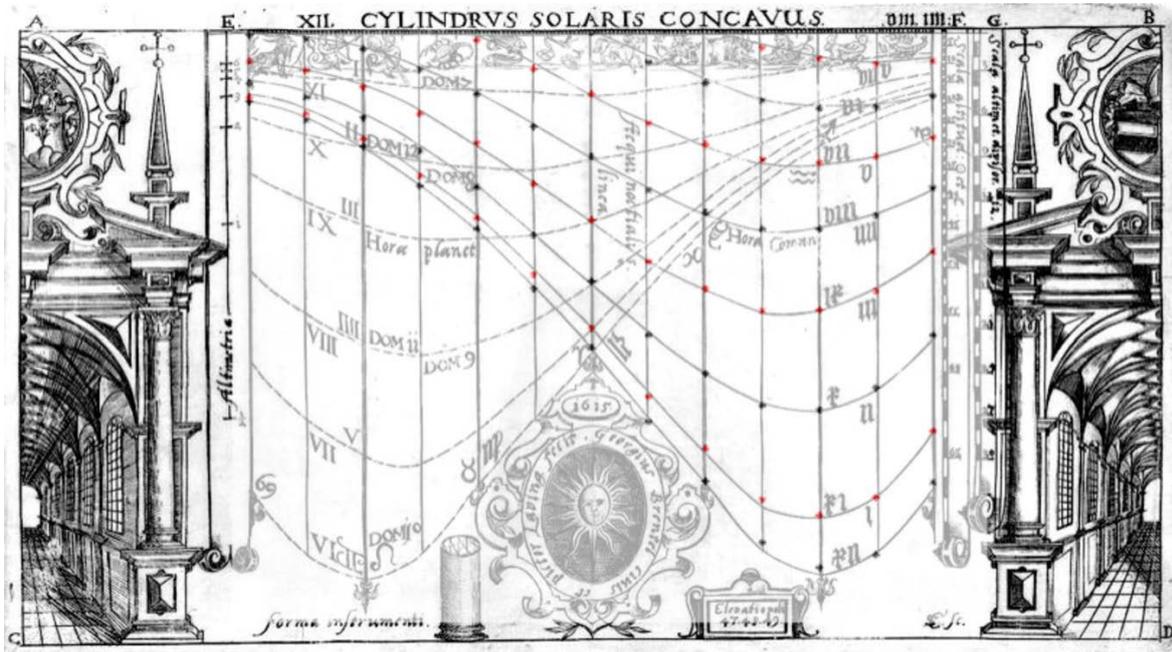


Figure 9 – Superposition du diagramme de Brentel et des points calculés pour les heures communes.

Les résultats de ce calcul sont montrés sur la figure 9. L'accord entre la position des lignes horaires communes de Brentel et celle des points de couleur calculés est très satisfaisant.

Il montre, d'une part, que Brentel, à défaut de construire des cadrans, savait les concevoir et, d'autre part, que nous avons compris comment fonctionnait ce cadran de hauteur très original.

3.2.3 Échelle verticale « F »

Le cadran est calculé pour les latitudes de 47° à 49° . Cette échelle qui varie de 0 à 68 permet manifestement de mesurer la hauteur du soleil en degrés. Elle n'est pas linéaire mais varie comme la tangente de la hauteur. Il faut orienter le cadran pour amener l'ombre de la perle sur elle. L'espacement des graduations tient compte également de la distance entre la perle et l'échelle. À partir de la position de l'échelle sur le développé, nous avons pu estimer cette distance à 1,1 fois le rayon intérieur du cylindre ($1,1 u$).

3.2.4 Échelle verticale « E »

Connaître, grâce à l'échelle « F » la hauteur en degrés du soleil ou de la Lune n'est peut-être pas très parlant pour le commun des mortels, alors Brentel a tracé une autre échelle verticale « E » nommée *Altimetria*. Elle est d'un intérêt beaucoup plus pratique car elle permet de déterminer la hauteur d'un bâtiment ou d'un arbre grâce à la longueur de son ombre.

Nous avons compris que cette échelle sans unité, qui débute vers le haut par 6 et se termine vers le bas par $1/2$, donne la valeur de l'inverse de la tangente de la hauteur h du soleil ($\cot h$).

En effet, de la position de cette échelle sur le développé, on peut calculer à quelle distance d elle est de la perle. Nous avons trouvé 1,07 fois le rayon du cylindre ($d = 1,07 u$). La distance entre le point E et le point $1/2$ est égale à $l = 2,14 u$. Supposons que le soleil soit suffisamment haut dans le ciel pour que son ombre puisse être placée sur la graduation $1/2$ alors (voir figure 7 page 38), la tangente de la hauteur du soleil est $l/d = 2$ et sa cotangente égale à l'inverse soit $1/2$.

Un autre argument consiste à comparer les graduations des échelles « E » et « F ». Les distances de projection de ces deux échelles ne sont pas rigoureusement égales mais suffisamment proches pour qu'on puisse les comparer directement en traçant des droites horizontales. La graduation $1/2$ de l'échelle « E » est approximativement à la même hauteur que la valeur 63° de l'échelle « F » dont la cotangente est égale à 0,51.

Comment mesurer la hauteur d'un bâtiment ? Imaginons un Bavarois qui veuille déterminer la hauteur de son pigeonnier. Par un bon matin ensoleillé, il mesure la longueur de l'ombre de celui-ci et trouve 100 pieds bavarois (soit environ 30 mètres). À l'aide de son cadran, en amenant l'ombre de la perle sur l'échelle « E », il voit que celle-ci est sur la graduation 2. La hauteur du pigeonnier, comme le montrerait un simple dessin, est alors de $100/2$ soit 50 pieds.

3.2.5 Lignes horaires planétaires

Nous avons nommé ainsi ce réseau de lignes car l'une d'entre elles porte la mention *Hora planet*. On peut donc penser que l'appellation s'applique à toutes les lignes, tout comme *horae com*. s'appliquait à toutes les heures de temps vrai, ou heures allemandes, rencontrées à droite du dessin. Du reste *horae* est pluriel. Cependant d'autres courbes portent le numéro d'une maison céleste et peuvent donc être considérées comme des limites entre différentes maisons.

Comment Brentel a-t-il tracé ce réseau de courbes ? Que sont-elles ?

Tout d'abord, on pourrait penser que ce sont des heures temporaires. Souvent, chez les anciens auteurs « heures temporaires » et « heures planétaires » sont univoques. Chacune de ces heures est le douzième d'une journée. Elles sont égales entre elles. La sixième heure

correspond au midi solaire. Les jours des équinoxes, chaque heure temporaire est égale à une heure solaire. Les heures d'été sont plus longues que les heures d'hiver². C'est ce que confirme un examen superficiel du dessin du cadran. Cependant, quand on regarde ce dessin plus précisément, on s'aperçoit que ces heures temporaires ne sont pas égales au cours d'une journée. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer la ligne verticale située tout à gauche et qui correspond au solstice d'été. Pour chaque heure planétaire on peut tracer une ligne horizontale jusqu'à l'autre extrémité du dessin et déterminer par interpolation quelle est l'heure commune qui leur correspond. Pour l'heure VI on trouve évidemment 12 h solaire. Pour les heures V et VII qui correspondent à la même hauteur du soleil, on lit à peu près 10,25 h tandis que pour les heures III et VIII, c'est environ 9,25 h qui convient. Ces mesures sont entachées d'erreur, mais il n'y a pas de doute, les heures planétaires de Brentel ne sont pas de durée égale et par conséquent ne sont pas les heures temporaires telles qu'on les connaît depuis l'Antiquité.

Puisque les heures planétaires de Brentel sont inégales, à la fois au cours d'une journée et aussi d'un jour à l'autre de l'année, on peut imaginer que ce sont des heures planétaires authentiques. Une de ces heures « serait le temps que met un arc d'écliptique de 15° de longitude à se lever » [9]. Le calcul de ces heures selon la procédure indiquée par Fer de Vries [10] montre très rapidement que la sixième de ces heures n'a jamais lieu à midi solaire. De plus les calculs sont en désaccord avec les heures que l'on peut déterminer sur le cadran avec la méthode d'interpolation décrite précédemment. Il convient donc également d'abandonner cette hypothèse.

Comme le suggèrent les indications portées sur certaines courbes, il faut donc penser que ces lignes horaires sont les lignes limites entre les différentes « maisons célestes ». Une maison céleste est « une division de la sphère céleste locale en douze secteurs égaux de 30° . . . , numérotées de 1 à 12 . . . (les maisons 1 à 6 sont sous l'horizon). Cette division du ciel s'appelle la domification. . . » [9] (p. 124). On peut préciser que la maison 7 débute au lever du soleil et la maison 12 finit au coucher du soleil tandis que la maison 10 commence à midi solaire³. Quel système Brentel a-t-il éventuellement utilisé, celui de Campanus de Novare qui divise le plan Est-Ouest du lieu en douze parties égales ou celui de Regiomontanus qui divise l'équateur céleste en douze parties ?

Nous allons vérifier que Brentel a choisi le système de Regiomontanus, même si, à notre avis, il a pris quelques libertés avec celui-ci.

Le dessin d'un cadran solaire horizontal publié par Brentel dans son « Sonnenuhren, Monduhren » nous a guidés.

Sur la figure 10 page suivante, on observe les lignes des heures solaires, convergentes vers le pied du style. Des lignes en pointillés qui ont la même numérotation en chiffres romains que les heures planétaires du cadran cylindrique, sont parallèles à la ligne du midi solaire. Chacune de ces lignes, que nous nommerons LP , passe par le point d'intersection de la ligne équinoxiale et d'une ligne horaire. Une telle ligne LP est atteinte par l'ombre de l'extrémité du style quand le soleil est dans un plan qui, d'une part, contient la direction Sud-Nord locale et, d'autre part, est caractérisé, pour les équinoxes uniquement, par une heure H_o qui, traduite en degrés, est un multiple de 15.

L'étude du cadran solaire horizontal [11] indique que la distance algébrique L de l'ombre de l'extrémité du style à la ligne de midi horaire est donnée par :

$$L = \frac{\sin H \sin \varphi}{\cos H \cos \varphi + \sin \varphi \tan \delta}$$

2. L'échelle des dates pour les heures planétaires est symétrique de celle pour les heures communes.

3. Nous avons numéroté, comme Brentel, les maisons en utilisant des chiffres arabes, alors que D. Savoie utilise des chiffres romains.

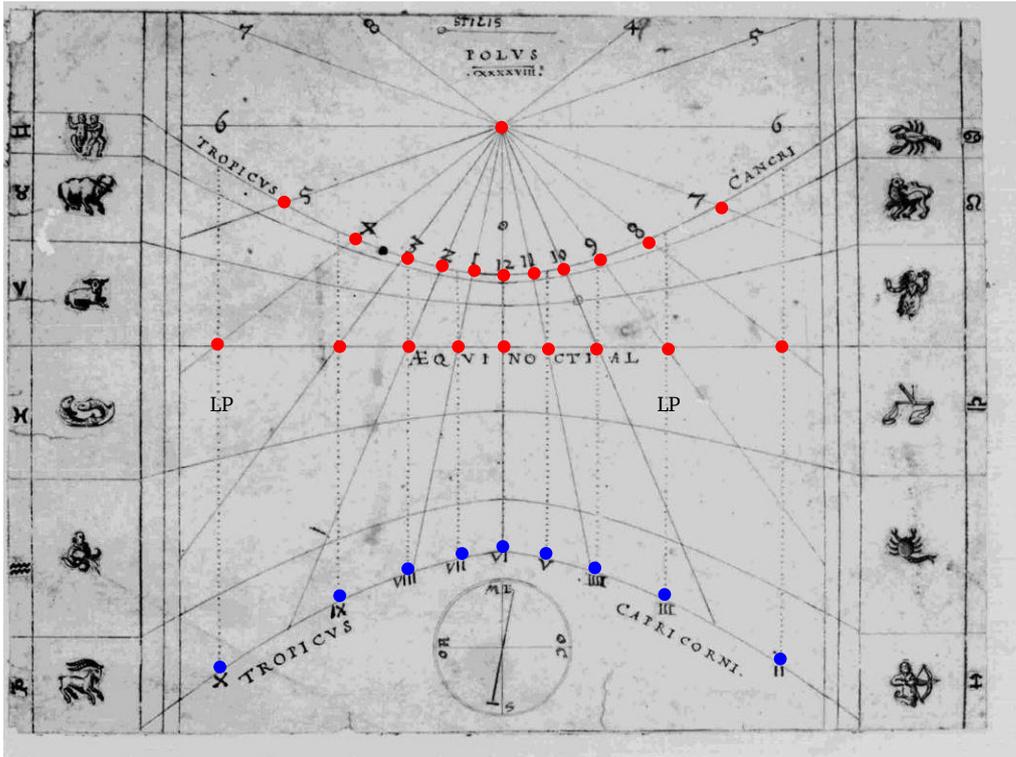


Figure 10 – Cadran horizontal dessiné par Brentel.

où φ et δ sont respectivement la latitude du lieu et la déclinaison du soleil. Le style est supposé de longueur égale à l'unité.

Aux équinoxes, quand l'heure est H_o , cette distance est alors L_o telle que :

$$L_o = \frac{\sin H_o \sin \varphi}{\cos H_o \cos \varphi} = \tan H_o \tan \varphi$$

Pour chacune des lignes LP , à chaque déclinaison du soleil correspond une heure H , heure que l'on peut déterminer par interpolation sur le dessin du cadran horizontal. Par exemple, pour la ligne qui correspond à l'heure VIII :

- aux équinoxes, l'heure solaire est 14 h,
- au solstice d'hiver, l'heure solaire est voisine de 13 h,
- au solstice d'été, il est presque 15 h au soleil.

On peut obtenir des valeurs plus précises en écrivant que $L = L_o$, ce qui traduit le fait que les lignes LP sont parallèles à la ligne de midi solaire et passent par le point *ad hoc* de la ligne équinoxiale. On obtient ainsi l'équation :

$$\frac{\sin H \cos \varphi}{\cos H \cos \varphi + \sin \varphi \tan \delta} = \tan H_o$$

Cette équation caractérise le système des maisons de Regiomontanus quand H_o est un multiple de 30° [9] (p. 127). En prenant pour H_o des valeurs multiples de 15° , pour son cadran horizontal, Brentel définit, en quelque sorte des « demi-maisons » pour obtenir 12 heures par journée.

On peut écrire l'équation précédente sous la forme :

$$a \cos H + b \sin H = c$$

où a , b et c sont des coefficients dont la valeur est connue.

En posant $t = \tan \frac{H}{2}$, on obtient une équation du deuxième degré en t qui a toujours une solution physiquement acceptable. Il est ainsi très facile de calculer, pour chaque ligne LP donc pour chaque heure numérotée en chiffres romains (ou encore pour chaque valeur de H_0), les heures solaires correspondant à chaque déclinaison. Pour la latitude de 48° , on peut dresser le tableau de valeurs suivant :

Table 2
Heures « planétaires »

H_0	Heure Maison	$\delta = 23.4^\circ$	20.15°	11.5°	0°	-11.5°	-20.15°	-23.4°
0	VI	10	12 h	12 h	12 h	12 h	12 h	12 h
±15	VII		13,48 h	13,40 h	13,22 h	13 h	12,78 h	12,60 h
	V		10,52 h	10,60 h	10,78 h	11 h	11,22 h	11,40 h
±30	VIII	11	14,92 h	14,78 h	14,43 h	14 h	13,57 h	13,22 h
	III	9	9,08 h	9,22 h	9,57 h	10 h	10,43 h	10,78 h
±45	IX		16,33 h	16,12 h	15,61 h	15 h	14,39 h	13,88 h
	III		7,67 h	7,88 h	8,39 h	9 h	9,61 h	10,12 h
±60	X	12	17,64 h	17,38 h	16,75 h	16 h	15,25 h	14,62 h
	II	8	6,36 h	6,62 h	7,25 h	8 h	8,75 h	9,38 h
±75	XI		18,85 h	18,55 h	17,84 h	17 h	16,16 h	15,45 h
	I		5,15 h	5,45 h	6,16 h	7 h	7,84 h	8,55 h
±90	XII		19,9 h	19,60 h	18,87 h	18 h	17,13 h	16,40 h
		7	4,09 h	4,40 h	5,13 h	6 h	6,87 h	7,6 h

Les valeurs en rouge correspondent aux maisons célestes. Les heures sont exprimées en unités décimales. Le tableau donne les heures du début de chaque maison. On constate que les heures sont inégales au cours d'une journée et varient d'un jour à l'autre.

Si on revient au dessin du cadran cylindrique, on peut voir que Brentel a fait une erreur en plaçant le début de la maison 7 (« DOM 7 »). En effet, aux équinoxes, la durée d'une maison est juste égale à deux heures. La maison 7 commence à l'heure du lever du soleil. Le label « DOM 7 » aurait donc dû être placé sur la ligne de l'horizon, juste au-dessous du titre du cadran, dans le bandeau supérieur des signes du zodiaque, là où il y a peu de place pour une indication. Par contre les autres maisons sont placées correctement.

Les heures données dans le tableau ci-dessus (table 2) ont été utilisées pour calculer les positions de l'ombre de la perle à l'intérieur du cylindre, positions matérialisées par les points de couleur sur la figure 11 page suivante.

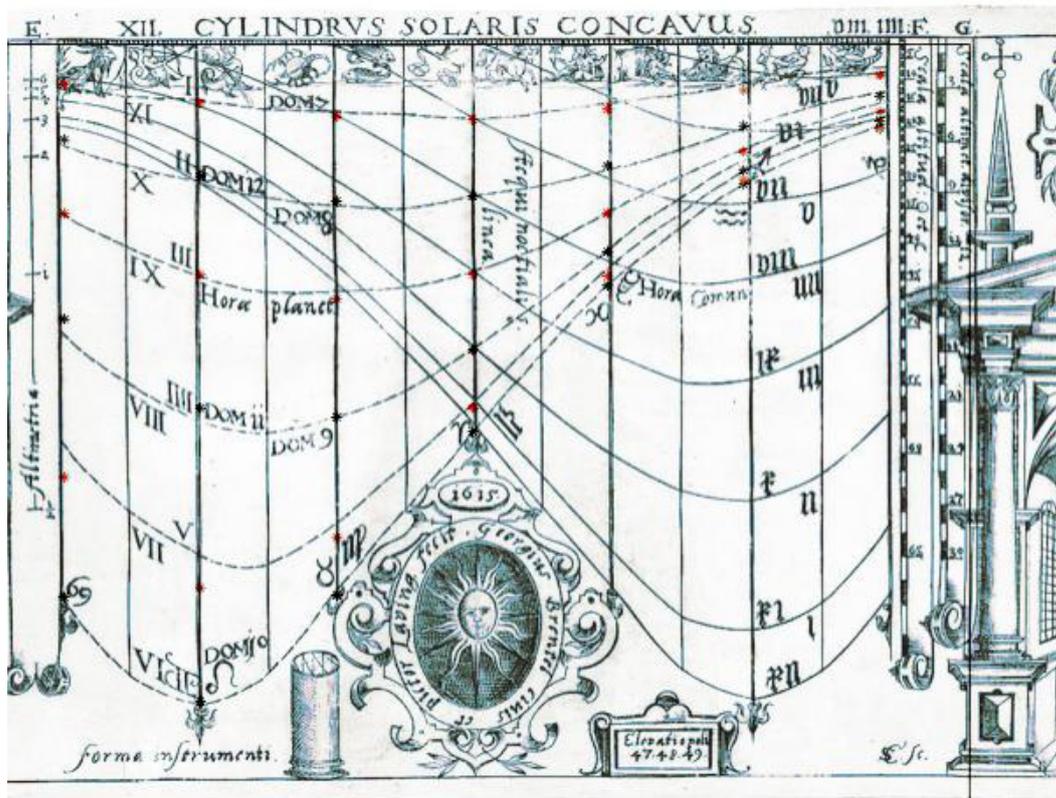


Figure 11 – Superposition du diagramme de Brentel et des points calculés pour les heures « planétaires ».

On constate que les points calculés se superposent très bien avec les noeuds du réseau de courbes pour les débuts des maisons célestes. L'accord est aussi très satisfaisant pour les heures (III-IX) et (I-XI) qui ne sont pas des limites de maisons. Par contre, il y a désaccord pour les heures V et VII. Brentel n'a donc pas partagé en deux parties égales les maisons 9 et 10. Nous n'avons pas pu en déterminer la raison.

4 Annexes

4.1 Cadran de hauteur de Brentel

4.1.1 Description du cadran

Le cadran est constitué d'un cylindre vertical de section circulaire limité par deux plans horizontaux, l'un d'entre eux sert de base au cylindre. Une petite perle, posée sur le bord supérieur horizontal du cylindre, joue le rôle de l'extrémité du gnomon. Son ombre est projetée sur la surface intérieure concave du cylindre. Elle donne l'heure grâce à un réseau de courbes tracé sur un papier enroulé à l'intérieur du cylindre.

Le développé sur un plan de ce papier possède un axe horizontal qui traduit l'échelle des dates. Celle-ci peut être choisie de manière arbitraire. Les graduations de l'axe vertical sont liées à la hauteur h du soleil qui dépend, pour une latitude φ donnée, de la déclinaison δ du

soleil et de l'heure solaire H . La relation qui lie ces diverses grandeurs est :

$$\sin h = \cos \varphi \cos \delta \cos H + \sin \varphi \sin \delta \quad (2)$$

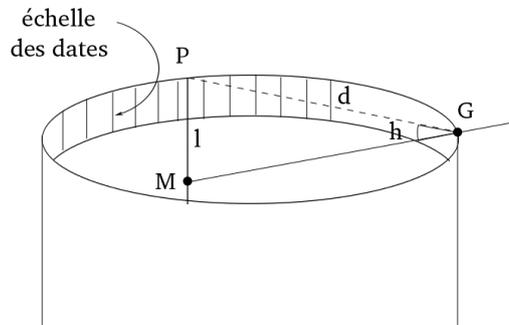


Figure 12 – La géométrie du cadran.

Le cadran doit être orienté dans le soleil de telle manière que l'ombre de la perle tombe sur la génératrice intérieure du cylindre qui correspond à la date de la mesure. La position de l'ombre M de la perle G sur la génératrice du cylindre est mesurée par la longueur $l = PM$ donnée par la relation :

$$l = d \tan h \quad (3)$$

où d est la distance GP entre la perle et la génératrice du cylindre. La figure 1 page 31 montre que, compte-tenu de la position particulière de la perle, cette distance dépend de la date donc de la déclinaison du soleil. Le choix de l'échelle des dates est donc particulièrement important.

4.1.2 Choix de l'échelle des dates

L'année peut être divisée en 36 décans. Les dates retenues sont celles indiquées en table 3 page suivante. À une déclinaison du soleil, correspondent deux dates. On peut donc replier

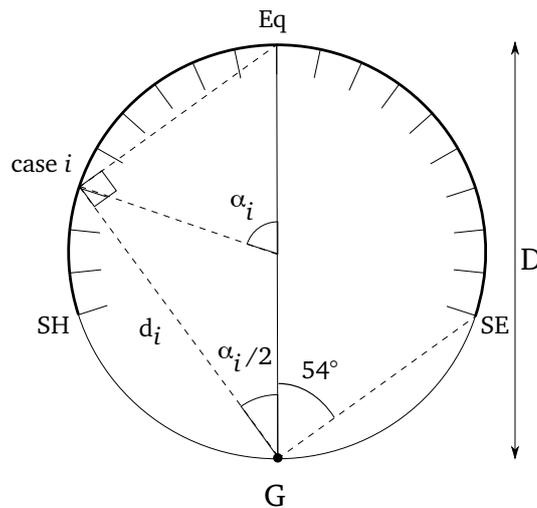


Figure 13 – Vue de dessus.

Table 3
Échelle des dates et déclinaisons

dates	déclinaisons (°)	déclinaisons moyennes (°)
21 déc.	-23,43	-23,43
01 janv. – 11 déc.	-22,98 / -23,02	-23,00
11 janv. – 01 déc.	-21,78 / -21,85	-21,82
21 janv. – 21 nov.	-19,88 / -20	-19,94
01 fév. – 11 nov.	-17,07 / -17,52	-17,30
11 fév. – 01 nov.	-13,98 / -14,55	-14,27
21 fév. – 21 oct.	-10,52 / -10,83	-10,67
01 mars – 11 oct.	-7,43 / -7,17	-7,30
11 mars – 01 oct.	-3,57 / -3,33	-3,45
21 mars – 21 sept.	0,38 / 0,55	0,46
01 avril – 11 sept.	4,68 / 4,42	4,55
11 avril – 01 sept.	8,45 / 8,13	8,29
21 avril – 21 août	11,98 / 11,98	11,98
01 mai – 11 août	15,20 / 15,15	15,17
11 mai – 01 août	17,98 / 17,92	17,95
21 mai – 21 juillet	20,27 / 20,38	20,32
01 juin – 11 juillet	22,10 / 22,05	22,07
11 juin – 01 juillet	23,10 / 23,08	23,09
21 juin	23,43	23,43

l'échelle des dates qui ne contient ainsi que 18 cases. Ces 18 cases ne peuvent pas occuper toute la périphérie du cylindre. En effet, il est impossible, quelle que soit la rotation du cylindre autour de la génératrice (Δ) de la perle, de projeter l'ombre de celle-ci sur une génératrice très proche de (Δ). On peut choisir arbitrairement, comme Brentel l'a fait, que la longueur de l'échelle des dates ne représente que 60% de la périphérie totale du cylindre soit un angle au centre de 216° . Chacune des 18 cases de l'échelle n'occupe alors qu'un secteur angulaire égal à 12° . La case centrale correspondant aux dates voisines des équinoxes est placée de façon à être diamétralement opposée à la perle. La figure [13 page précédente](#) montre une vue par dessus du cylindre. À la case numérotée i , correspond une déclinaison δ_i et la distance d_i à la perle telle que :

$$d_i = D \cos(\alpha_i/2) \quad (4)$$

4.1.3 Calcul du réseau de courbes

Pour chaque déclinaison δ_i , on peut, après avoir déterminé la valeur de α_i , calculer :

- la valeur de d_i à l'aide de la relation (4),
- les hauteurs h_{ij} correspondant aux différentes heures H_j où le soleil est au-dessus de l'horizon à l'aide de la relation (2),
- les différentes longueurs l_{ij} correspondant aux différentes heures par la relation (3),
- l'abscisse $x_i = \frac{D}{2} \alpha_i$ de chaque case sur le développé.

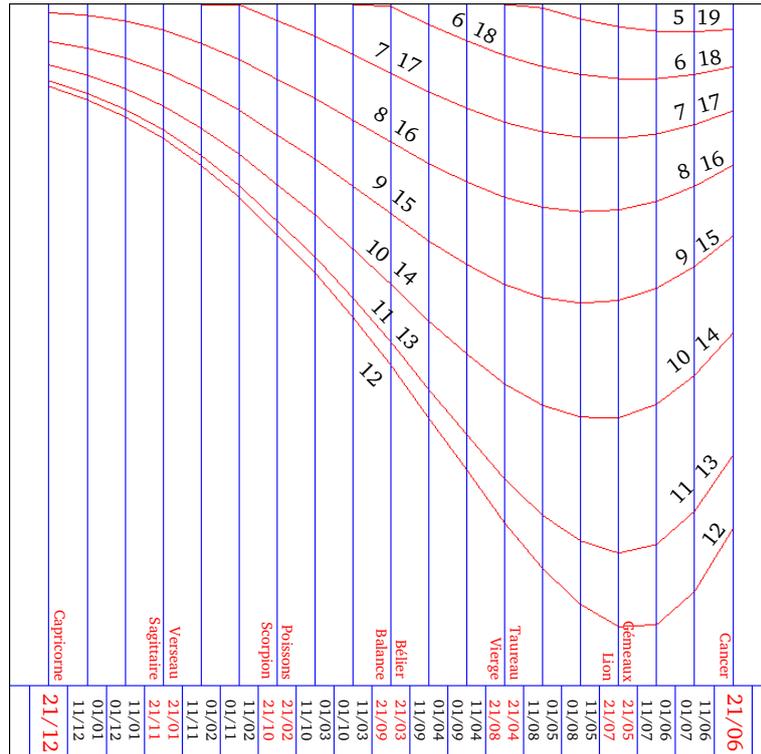


Figure 14 – Diagramme qui est enroulé à l'intérieur du cylindre.

On peut ainsi reporter l'ensemble de ces résultats sur un graphique analogue à celui montré sur la figure 14. Ce graphique a été calculé pour un cylindre dont le diamètre intérieur est égal à 95 mm et pour la latitude de Saint-Étienne ($\varphi = 45.4^\circ$).

On constate que l'ombre pénètre au maximum dans le cylindre pour midi solaire mais pas au solstice d'été. Ce résultat peut paraître surprenant au premier abord mais il ne faut pas oublier que la distance entre la perle et la paroi du cylindre varie avec la déclinaison. La hauteur du soleil est moindre au 21/05 ou au 21/07 que lors du solstice d'été. Cependant la distance entre la perle et la paroi est plus importante pour ces deux dates que pour le solstice d'été où d'ailleurs elle est la plus faible de toutes. Ceci explique cette particularité du diagramme du cadran de Brentel. La figure 15 page suivante montre un prototype du cadran où le cylindre est un tube PVC de 100 mm de diamètre extérieur. Pour une meilleure lisibilité, une fenêtre a été ouverte dans la surface latérale du cadran. L'ombre de la perle permet de lire l'heure après avoir orienté correctement le cadran. La photo a été prise à 7 h 30 solaire (9 h 10 min, heure légale à Saint-Étienne) le 23 avril.

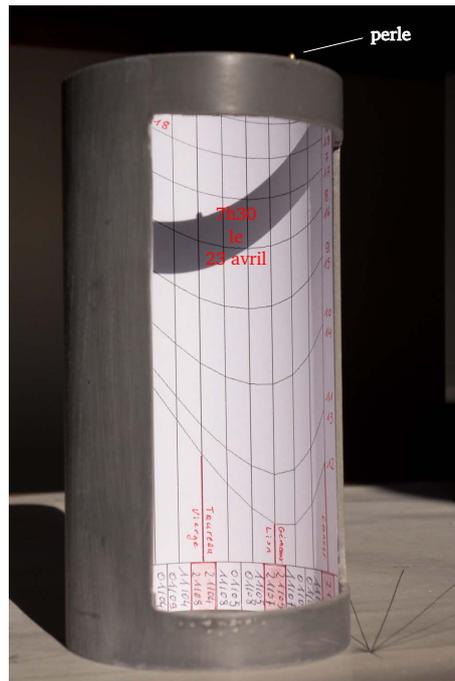


Figure 15 – Prototype du cadran de Brentel.

En inclinant le cadran de façon adéquate, il est possible de simuler son fonctionnement à midi solaire au solstice d’été. Il faut amener l’ombre de la perle sur le point correspondant du diagramme. L’ombre n’est alors plus sphérique. Elle est même relativement difficile à discerner car elle se détache peu sur l’ombre du bord du cylindre. À cette date, autour de midi solaire, la lecture de l’heure ne sera donc pas très précise.

4.2 Les liaisons entre le cylindre et la brochure

On pourrait s’étonner que notre analyse du cadran énumère, section 2 page 32, quelques performances annoncées par Brentel et non manifestes à l’examen de son cylindre. La raison tient en ce que certaines d’entre elles ne peuvent être procurées, sans qu’auparavant, on n’ait eu recours à la brochure. Celle-ci, en effet, ne présente pas seulement des conseils pour la construction et l’emploi de l’instrument, mais aussi des données à connaître pour conduire les observations et des outils à avoir sous la main.

Trois d’entre elles nous semblent assez importantes pour justifier cette annexe, mais le recours au texte de Brentel reste fortement conseillé.

4.2.1 Le tableau de la page 8

Brentel y fait référence à Cypriano Leovitio (auteur d’Ephémérides). En voici les premières lignes :

On y trouve :

- Colonne 1 = Dates calendaires, juliennes et grégoriennes.
Exemple : janvier 5/10/15/20/25 juliennes jumelées avec 15/20/25/30 janvier et 4 février grégoriens.
- Colonne 2 = Degrés du soleil dans les signes du zodiaque (Sonnenlauf = parcours).

Tafel der Monatstag/ Sonnen Lauffs/ Auff- vnd Niedergangs/ auch Tag- vnd Nachtläng / auff die Polus Höhe 48. gerechnet auß Cypriano Leouitio.

Calender	Sonnen	Auffg.	Nieder-	Tagläng	Nach-	Calender	Sonnen	Auffg.	Nieder-	Tagläng	Nach-
Alt. New	Lauff	der S.	gang		tläng	Alt. New	Lauff	der S.	gang		tläng
		ft. mt.	ft. mt.	ft. mt.	ft. mt.			ft. mt.	ft. mt.	ft. mt.	ft. mt.
Januari ⁹	☉					Julius	☉				
5 15	☉	7 42	4 18	8 36	15 24	1 11	☉	19 4 12	7 48	15 36	8 36
10 20	☉	7 36	4 24	8 48	15 12	5 15	☉	23 7 15	7 45	15 30	8 30
15 25	☉	7 30	4 30	9 0	15 0	10 20	☉	27 4 20	7 40	15 20	8 20
20 30	☉	7 24	4 36	9 12	14 48	15 25	☉	2 4 25	7 35	15 10	8 10
25 Fe. 4	☉	7 16	4 44	9 28	14 32	20 30	☉	7 4 31	7 29	14 58	8 5
0 9	☉	7 7	4 53	9 46	14 14	25 An. 4	☉	12 4 38	7 22	14 44	8 9
Feb. 11	☉	7 4	4 50	9 52	14 0	Aug. 11	☉	18 4 48	7 12	14 24	8 9
5 15	☉	6 57	5 3	10 6	13 54	5 15	☉	22 4 55	7 5	14 10	8 9
10 20	☉	6 49	5 11	10 22	13 38	10 20	☉	27 5 1	6 59	13 58	8 10
15 25	☉	6 40	5 20	10 40	13 20	15 25	☉	2 5 10	6 50	13 40	8 10
20 M. 2	☉	6 32	5 28	10 56	13 4	20 30	☉	7 5 18	6 42	13 24	8 10
25 7	☉	6 22	5 37	11 14	12 4	25 Se. 4	☉	11 5 26	6 34	13 8	8 10
Mar. 11	☉	6 10	5 4	11 28	12 31	Sep. 11	☉	18 5 39	6 21	12 42	8 11
5 15	☉	6 9	5 51	11 42	12 18	5 15	☉	22 5 46	6 14	12 28	8 11
10 20	☉	6 0	6 0	12 0	12 0	10 20	☉	27 5 54	6 6	12 12	8 11
15 25	☉	5 52	6 8	12 16	11 44	15 25	☉	2 6 2	5 58	11 56	8 12
20 30	☉	5 44	6 16	12 32	11 28	20 30	☉	7 6 11	5 49	11 38	8 12
25 Ap. 4	☉	5 30	6 24	12 48	11 12	25 Oc. 5	☉	12 6 19	5 41	11 22	8 12
Apr. 11	☉	5 23	6 37	13 14	10 46	Oct. 11	☉	18 6 30	5 30	11 0	8 13
5 15	☉	5 16	6 44	13 28	10 32	5 15	☉	22 6 37	5 23	10 46	8 13
10 20	☉	5 8	6 52	13 44	10 16	10 20	☉	27 6 45	5 15	10 30	8 13
15 25	☉	5 0	7 0	14 0	10 0	15 25	☉	2 6 54	5 6	10 12	8 13
20 30	☉	4 52	7 8	14 16	9 44	20 30	☉	7 7 2	4 58	9 56	8 14
25 Ma. 5	☉	4 45	7 15	14 30	9 30	25 No. 4	☉	12 7 10	4 50	9 40	8 14
Mai. 11	☉	4 36	7 24	14 48	9 12	Nov. 11	☉	19 7 21	4 39	9 18	8 14
5 15	☉	4 31	7 29	14 58	8 58	5 15	☉	23 7 28	4 32	9 4	8 14
10 20	☉	4 25	7 35	15 10	8 50	10 20	☉	28 7 34	4 26	8 52	8 15

Figure 16 – Fragment du tableau de la page 8.

- Colonne 3 = Heures et minutes du lever du soleil (Auffgang).
- Colonne 4 = Heures et minutes du coucher du soleil (Niedergang).
- Colonne 5 = Durées du jour, en heures et minutes (Tagläng).
- Colonne 6 = Durées de la nuit, en heures et minutes (Niedertag).
- Colonne 7/8/9/10/11/12 = Contenus identiques à ceux des six premières colonnes, mais pour le second semestre.

Avec les valeurs tabulées par Brentel, un simple calcul nous permet d'établir les durées des heures temporaires, ce qui permet une comparaison pleine d'intérêt avec celles qu'il a utilisées dans son dessin du cadran déroulé. Nous trouvons, ainsi la durée de l'heure temporaire de jour, aux dates :

Évidemment, les heures des temporaires de nuit valent le complément à 2 des heures de jour.

Le recours à ce tableau de la page 8 est indispensable pour connaître les heures *ab ortu*, les heures *ab occasu*, le signe et le degré du zodiaque où se trouve le soleil. Conservons, pour l'instant, l'idée que le possesseur du cadran doit avoir ce tableau dans sa poche. Mais ce que dira Brentel plus loin, donne à penser qu'il pourrait aussi le loger, enroulé, dans le corps du cylindre.

4.2.2 L'image de la page 14

Elle se présente comme un tympan d'astrolabe, limité aux heures inégales de jour et de nuit, avec l'équateur et les tropiques. Ce tympan est entouré par un cercle gradué en deux

Table 4
Durée de l'heure temporaire de jour

date	heure temporaire	date	heure temporaire
21/01	0 h 44 m	21/07	1 h 16 m
21/02	0 h 52 m	21/08	1 h 10 m
21/03	1 h 00 m	21/09	1 h 01 m
21/04	1 h 08 m	21/10	0 h 52 m
21/05	1 h 16 m	21/11	0 h 44 m
21/06	1 h 19 m	21/12	0 h 40 m

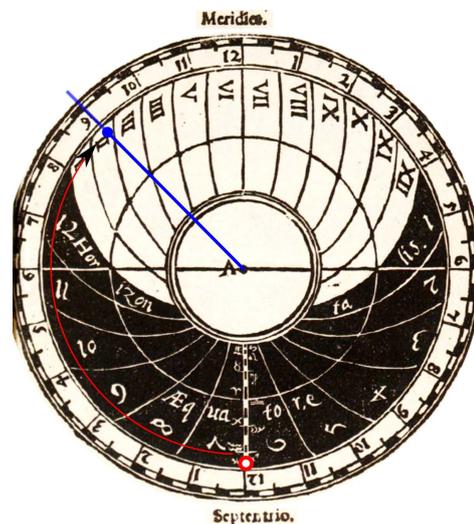
fois douze heures, égales et numérotées de 1 à 12. En son centre *A* est fixé un fil équipé d'une perle coulissante. Il s'agit d'un convertisseur hébraïque. Brentel s'étend longuement, pages 11 et 12 sur les heures juives ou hébraïques et sur la façon de les convertir en heures allemandes communes. Il donne trois exemples dont deux tirés de la Bible (Evangiles). Nous les avons testés sur le convertisseur et nous les présentons ici sur les figures 17a, 17b page suivante & 17c page ci-contre. Ces heures que Brentel appelle « heures juives » sont les classiques heures temporaires (ou antiques, ou judaïques, ou inégales) : douze de jour et douze de nuit.⁴

Bien évidemment, le possesseur du cadran doit aussi avoir ce convertisseur dans sa poche, à moins qu'il n'en fasse le fond ou le couvercle du cylindre. Dans ses conseils de fabrication, Brentel évoque cette hypothèse pour le troisième document.

Figure 17a – Utilisation du convertisseur hébraïque.

Ex. n° 1 — Quelle heure hébraïque correspond à 9 h commune ?

Nous sommes le 10 janvier julien, soit le 20 janvier grégorien. Le soleil transite par le 1^{er} degré du Verseau (petit cercle rouge sur l'échelle des déclinaisons). Le fil est tendu et la perle est superposée au cercle rouge. Il est 9 heures du matin en heures communes. On fait tourner le fil (dessiné en bleu) autour du point *A* jusqu'à ce qu'il passe sur 9 h sur le cercle extérieur. La perle se place sur la fin de la 2^e heure hébraïque.



4. Pour nos lecteurs qui s'intéresseraient à l'évolution des heures inégales selon la latitude, signalons que le logiciel Shadows de F. Bateyron permet de les faire varier, en continu, grâce à un curseur qui agit sur les latitudes. Malheureusement, ce logiciel ne procure pas les heures inégales de jour, mais seulement celle de nuit. Les deux auteurs cités par Brentel, à propos de ces heures hébraïques, méritent aussi un regard : Bartolomei Scultieri Diario et Franz Ritters, auteur de « Miroirs du soleil »...

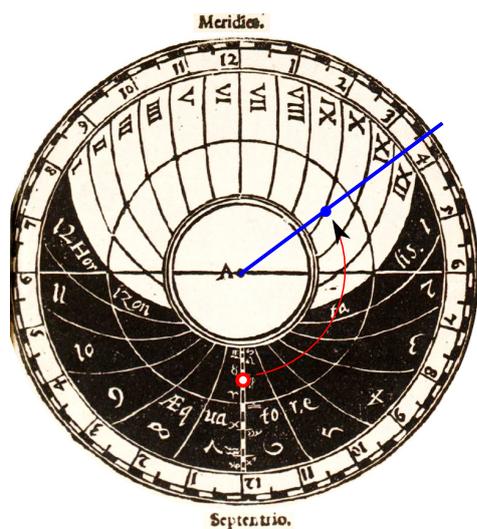


Figure 17b – Ex. n° 2 — La mort du Christ, le 3 avril 33 à 9 h hébraïque. Quelle est l'heure commune ?

Brentel fait la moyenne entre le 1^{er} et le 5 avril puisque son tableau va de 5 en 5 jours. Le soleil est alors dans le 23^e degré du Bélier (petit cercle rouge). Le fil est tendu et la perle est superposée au cercle rouge. On fait tourner le fil (en bleu) tout en le laissant tendu jusqu'à ce que la perle soit placée sur la ligne correspondant à 9 h hébraïque. Le fil indique alors 3 h 30 commune.

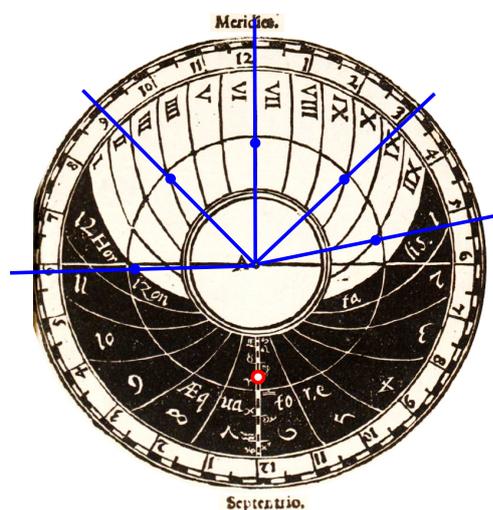


Figure 17c – Ex. n° 3 — Les ouvriers de la onzième heure — heures d'embauche ?

Le petit cercle rouge marque le 11^e degré du Bélier soit le 22 mars 33 julien. Les ouvriers sont embauchés aux heures suivantes (environ, dit Brentel) :

- hébraïque 1^{re} : 6 heures du matin,
- hébraïque 3^e : 9 heures du matin,
- hébraïque 6^e : midi,
- hébraïque 9^e : 3 h après-midi,
- hébraïque 11^e : 5 h 30 après-midi.

Les conversions sont correctes mais on ne vendange pas en mars ! Sans doute s'agit-il d'autres travaux dans les vignes.

4.2.3 Le montage rotatif à construire avec les quatre organes de l'image page 15

Il s'agit aussi d'un convertisseur affecté aux heures planétaires et à leurs régents, heure par heure et pour chacun des 7 jours de la semaine (figure 18 page suivante). Au XVII^e siècle l'Astronomie et l'astrologie font bon ménage. On admet que chaque heure de la journée et de la nuit est « gouvernée » par un Régent, ou planète régente, qui influe sur la destinée des hommes, facilite ou contrarie telle ou telle entreprise, favorise ou annihile telles ou telles amours. Cette action des planètes sur la destinée des hommes manifeste leur origine divine ; Mars est le dieu de la guerre, etc.

La description qu'en donne Brentel se trouve page 7, avec l'exemple qu'illustre la figure 19 page suivante, où le convertisseur est en position correcte.

On observera que l'index pointe exactement le symbole de la planète qui donne son nom au jour et qui se trouve au milieu de la case journalière, tout en haut.

Le tableau 5 page 53 avec ses 192 cases (1 Régent par heure) permet d'apprécier l'ingéniosité de Brentel qui, avec son convertisseur tournant procure les mêmes renseignements en seulement

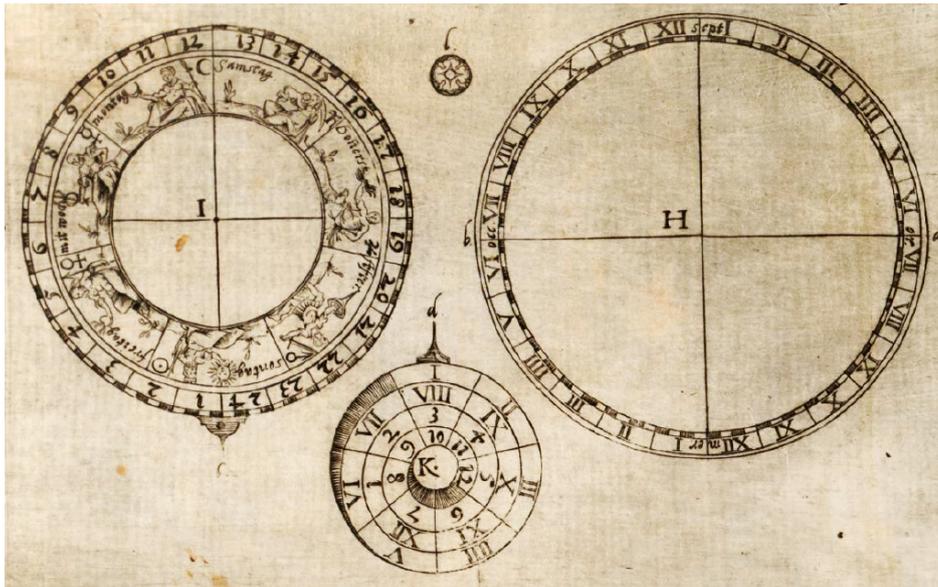


Figure 18 – Éléments du convertisseur.

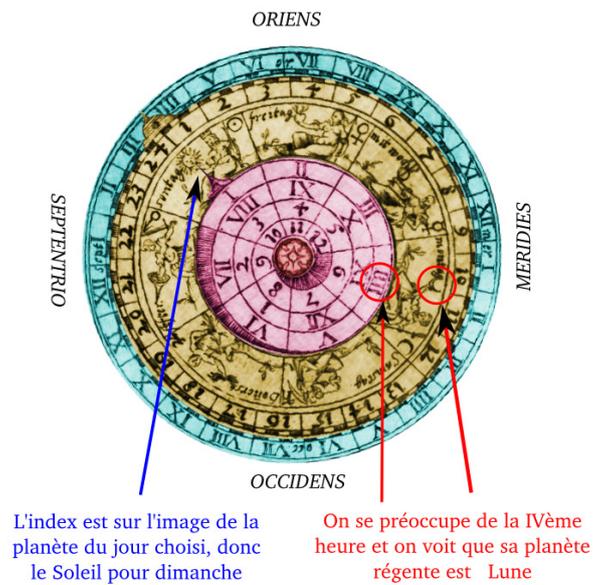


Figure 19 – Détermination du Régent.

79 cases⁵. Il confirme bien que la quatrième heure du jour, le dimanche est gouvernée par la Lune.

Là, encore, il est clair que le possesseur du cylindre doit avoir ce convertisseur dans sa poche. Cependant, lorsque Brentel explique comment façonner le cylindre, il note que celui-ci est emboîté sur un socle débordant et peut en être ôté afin que l'on puisse manœuvrer ce

5. Il peut arriver qu'il y ait deux Régents de nuit : heures avant minuit et heures après minuit. Dans ce cas, avant minuit, le Régent est le même que celui des heures 1 et 8. Après minuit, c'est le même que celui des heures 5 et 12.

Table 5
Tableau des Régents

	Heures de Jour												Heures de Nuit												Minuit																																					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	HP n° 1	HP n° 12																																				
Dim	☉	♀	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇																														
Lun	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇																									
Mar	♂	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇																					
Mer	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇																
Jeu	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇										
Ven	♀	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇							
Sam	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇	♁	♂	♃	♁	♄	♅	♆	♇		

convertisseur planétaire collé sur lui, ce qui est facile puisque le cylindre doit tourner sur son socle à frottement doux.

Alors, notre gnomoniste n'a plus besoin de poche ! Le convertisseur planétaire tapisse le fond du cylindre ; le convertisseur hébraïque lui sert de couvercle et le tableau est enroulé à l'intérieur.

Conclusion

Cette étude, un peu longue, nous a permis de (faire) découvrir un gnomoniste du XVII^e siècle un peu ignoré de nos jours et que nous avons croisé au hasard de nos recherches bibliographiques, Georg Brentel le Jeune. Il est vrai que celui-ci n'a laissé à la postérité que des livrets et des schémas et qu'aucune des ses réalisations, si elles existent, n'orne les vitrines des musées. Ceci est presque vrai. En effet, le Musée de l'Université Harvard a eu la légèreté d'enrouler, sur un de nos traditionnels cadrans de berger, le schéma du *Cylinder Solaris Concavus* sans se donner apparemment la peine d'étudier celui-ci et de vérifier le fonctionnement du cadran ainsi réalisé. Notre étude montre que le résultat ne peut convenir.

Nous avons pu apprécier le savoir de Georg Brentel. Décortiquer le schéma de son cadran de hauteur remet dans l'ambiance du XVII^e siècle où le calendrier grégorien commence à prendre définitivement le pas sur le calendrier julien et où l'astrologie fait (encore) bon ménage avec l'astronomie. Nous sommes devenus familiers des contemporains de Brentel, notables cultivés, qui désiraient convertir les heures juives de leurs Bibles en heures allemandes, ou prévoir quelle planète allait régenter, en bien ou en mal, la matinée du lendemain ou les prochaines heures de la veillée au coin du feu. Ils avaient aussi besoin de suivre l'avancement des heures et des saisons, les parcours du Soleil ou de la Lune.

Nous avons pu également apprécier son ingéniosité. Brentel s'est certainement procuré un plaisir délicat, quand il a eu l'idée de replier son zodiaque et de borner ses maisons astrologiques selon une méthode toute personnelle. Concevoir un cadran cylindrique concave n'est pas habituel même si quelques belles réalisations ont vu le jour à notre époque grâce à la grande diversité des matériaux disponibles. Proposer de mesurer la hauteur d'un bâtiment

avec un cadran solaire est quelque chose que nous avons un peu oublié aujourd'hui. Brentel nous rappelle que c'est chose facile. De plus, placer la perle-gnomon sur le bord du cylindre facilite la construction du cadran et ouvre de nouveaux horizons que nous ne manquerons pas d'explorer.

Enfin cette étude est le fruit d'une collaboration à trois où chacun apporte aux autres ses compétences. C'est un exercice très enrichissant que nous allons très certainement renouveler en étudiant les schémas de cadrans en forme de calices que nous a laissés Georg Brentel.

Références

- [1] H. Gagnaire et P. Gagnaire, *Cadrans verticaux sur une surface cylindrique concave*, Cadran Info n° 35, mai 2017, pp. 51-58.
- [2] P. Gagnaire, *Le puits, un cadran injustement oublié*, Orologi Solari, n° 3, décembre 2013 (texte repris de ITER_01_18 sur DVD/SAF).
- [3] Athanasius Kircher, *Ars magna lucis et umbrae*, pp.483-489.
- [4] Ernst Zinner, *Deutsche und niederlandische astronomische instrumente des 11-18 Jahrhunderts*.
- [5] Georg Brentel, *Cylindre concavus Solaris*, Lauingen, hiver 1615.
- [6] Georg Brentel, *Conus concavus Solaris*, Lauingen, hiver 1615.
- [7] Georg Brentel, *Fabrica Et Usus Cylindri*, Laugingen, hiver 1611.
- [8] Georg Brentel, *Sonnenuhren, monduhren*, 1600-1615.
- [9] Denis Savoie, *Recherches sur les cadrans solaires*, éd. Brepols, 2014, chapitre V : « Les représentations astrologiques sur les cadrans solaires », pp. 120-140.
- [10] Fer de Vries, Logiciel *Zonwvlak*.
- [11] H. Gagnaire, *Cadrans horizontaux*. Étude personnelle, 2016.



Cadran cylindrique vertical de direction d'après G. Brentel le Jeune

par Henri Gagnaire¹ & Paul Gagnaire

Cet article fait suite à une étude que nous avons entreprise à propos des cadrans verticaux cylindriques dont le premier volet a été publié dans Cadran Info [1]. Nous avons déjà étudié les cadrans cylindriques de direction avec comme gnomon une perle centrale (cadran-puits) ou avec une perle proche de la paroi intérieure du cylindre (type cadran cylindrique de Bruxelles) [2]. En faisant des recherches bibliographiques concernant ces cadrans cylindriques, nous avons découvert Georg Brentel le Jeune (1581-1634), un peintre, graveur et gnomoniste qui vivait à Lauingen en Souabe (Allemagne). Nicola Severino a listé tous les ouvrages de Georg Brentel [3]. Celui-ci n'a probablement jamais construit de cadrans solaires mais a laissé à la postérité des schémas de cadrans cylindriques et coniques accompagnés de « pamphlets », donnés comme explicatifs mais relativement abscons. Les lignes horaires sont tracées sur la surface intérieure du cylindre ou du cône. Parmi les cadrans cylindriques proposés par Brentel, on peut découvrir un cadran de hauteur, le « cylinder solaris concavus » daté de 1615 [4], où la perle est placée sur le bord de cylindre. Ce cadran de hauteur, original, dont la géométrie et par conséquent la construction est très simple est décrit dans un précédent article [5]. Par contre, nous n'avons rien découvert concernant un cadran de direction qui posséderait cette géométrie simple. Pourquoi Brentel dont on ne peut mettre en doute le savoir-faire n'a-t-il pas envisagé une telle construction ? Quel est le revers de la médaille ? Dans cet article, nous allons essayer de répondre à cette question.

1 Description du cadran

Le cadran est constitué d'un cylindre vertical de section circulaire limité par deux plans horizontaux, l'un d'entre eux sert de base au cylindre. Une petite perle G , posée sur le bord supérieur horizontal du cylindre, joue le rôle de l'extrémité du gnomon. Son ombre M est projetée sur la surface intérieure concave du cylindre. Elle donne l'heure grâce à un réseau de courbes tracé sur un papier enroulé à l'intérieur du cylindre (voir figure 1 page suivante). La

1. Association Recherche Midi 42.

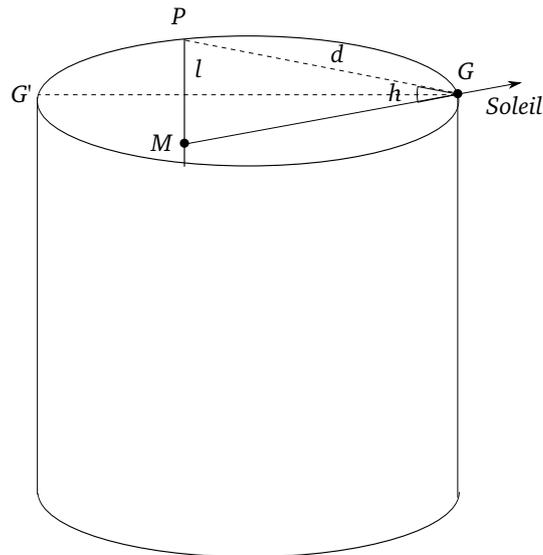


Figure 1 – La géométrie du cadran.

distance d entre la perle et la paroi du cylindre dépend de l'azimut du Soleil.

Le cadran est orienté, c'est-à-dire que le diamètre GG' du bord supérieur circulaire du cylindre qui passe par la perle G a un angle fixé avec la direction Sud-Nord. Le cadran peut donc être plein Sud, déclinant Est ou déclinant Ouest. La figure 2 montre deux cadrans de diamètre D , l'un déclinant Ouest et l'autre déclinant Est. L'angle de déclinaison gnomonique est noté D_g . Il est positif pour les cadrans déclinants Ouest et négatif dans le cas contraire.

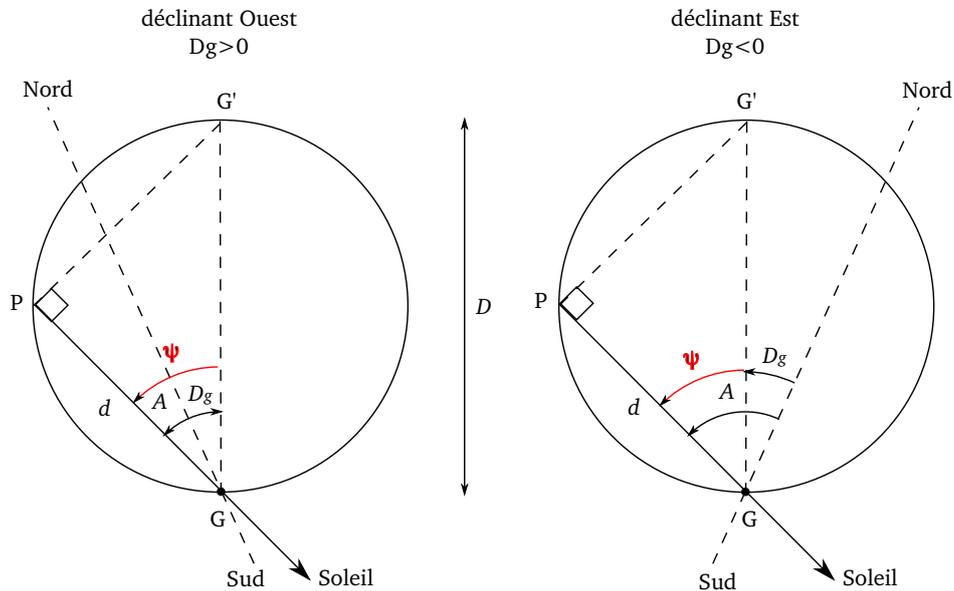


Figure 2 – Cadrans déclinants

Le développé sur un plan du papier enroulé dans le cylindre possède un axe horizontal dont les graduations dépendent de l'azimut A du Soleil. Les graduations de l'axe vertical sont liées à la hauteur h du Soleil qui dépend, pour une latitude ϕ donnée, de la déclinaison δ du

Soleil et de l'heure solaire H . La relation qui lie ces diverses grandeurs est :

$$\sin h = \cos \delta \cos \phi \cos H + \sin \delta \sin \phi \quad (1)$$

La distance $l = PM$ qui mesure la profondeur ou l'ordonnée de l'ombre dans le cylindre, est donnée par :

$$l = d \tan h \quad (2)$$

Quelle que soit la déclinaison du cadran, on peut écrire :

$$\Psi = A - D_g$$

et

$$d = D \cos \Psi = D \cos (A - D_g) \quad (3)$$

L'azimut du Soleil peut être déterminé sans ambiguïté à l'aide des deux relations suivantes et de la fonction arctangente à deux arguments :

$$\cos h \cos A = \cos \delta \sin \phi \cos H - \sin \delta \cos \phi \quad (4a)$$

$$\cos h \sin A = \cos \delta \sin H \quad (4b)$$

En définitive, calculer l'azimut du Soleil avec les relations (4) permet de déterminer la distance d . À l'aide de la relation (1), on peut calculer la hauteur h du Soleil et $\tan h$. En utilisant la relation (2), on déduit l'ordonnée de l'ombre de la perle pour chaque déclinaison et chaque heure.

Sur le développé, l'origine des abscisses est choisie en G' . L'angle au centre correspondant à l'arc de cercle $G'P$ vaut 2Ψ . Le rayon du cylindre est $\frac{D}{2}$. L'abscisse x du point P est donnée par :

$$x = \widehat{G'P} = \frac{D}{2} \times 2\Psi = D(A - D_g)$$

Il est donc ainsi possible de calculer la position de l'ombre de la perle pour chaque déclinaison et pour chaque heure solaire.

2 Le cadran non déclinant

La figure 3 page suivante montre la coupe d'un cadran non déclinant.

La figure indique clairement que la valeur absolue de l'azimut du Soleil ne peut pas dépasser 90° . De plus quelques essais en situation réelle montrent que l'ombre de la perle est très déformée si l'azimut dépasse 65° . L'utilisation de ce cadran est donc limitée à plus ou moins deux heures environ autour de midi solaire en été.

Le réseau de courbes a été calculé pour les heures TU à la latitude 45.4° N. et à la longitude de Saint-Étienne où le Soleil passe à midi environ 17 minutes avant Greenwich.

Les résultats sont montrés sur la figure 4 page suivante. Les lignes se présentent sous la forme de demi courbes en 8 car les calculs n'ont été faits que pour la période allant de début janvier à fin juin. La ligne horaire tout à gauche est celle de 10 h tandis que celle tout à droite est celle de 14 h. L'intervalle de temps entre chaque ligne est égal à un quart d'heure. La ligne noire est la ligne équinoxiale dont les deux extrémités se rejoignent sur la position de la perle quand le diagramme est enroulé dans le cylindre². La ligne verticale matérialise la position du point G' au milieu du diagramme. Le diamètre du cylindre est d'environ 100 mm et au

2. Aux équinoxes quand la hauteur du Soleil est nulle, son azimut vaut $\pm 90^\circ$ à 6 et 18 h solaires.

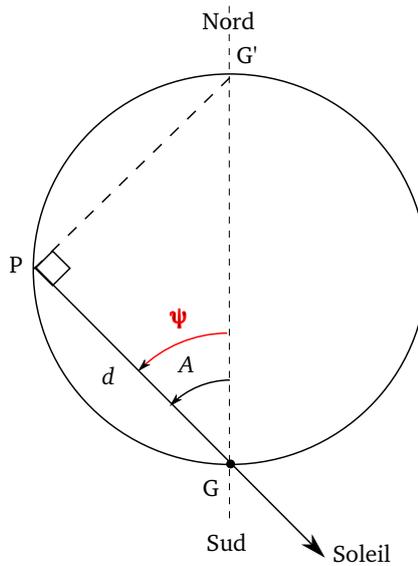


Figure 3 – Cadran non déclinant.

solstice d'été l'ombre de la perle s'enfonce d'environ 250 mm à l'intérieur du cylindre. En effet, la distance entre la perle et la paroi du cylindre est égale au diamètre du cylindre au midi solaire et la hauteur maximale du Soleil est d'environ 68°. Pour faciliter la lecture de la position de l'ombre, il serait possible de faire une lumière dans la surface latérale du cylindre.

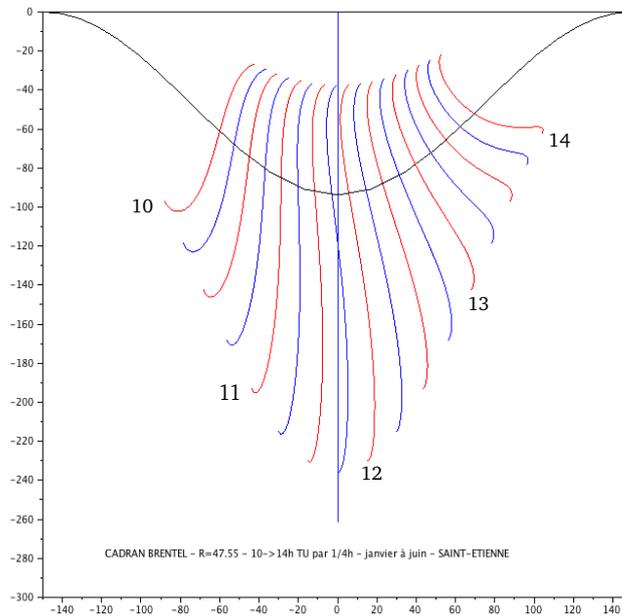


Figure 4 – Réseau de courbes pour un cadran plein Sud.

La réalisation d'un tel cadran ne demande que peu de chose : un cylindre de longueur suffisante, une perle ou plus simplement une encoche dans le bord supérieur du cylindre. Avec le réseau de courbes adéquat, on obtient un cadran qui donne les heures TU.

3 Le cadran déclinant

Les calculs ont été également faits pour un cadran déclinant Est de 30°. Ce cadran peut fonctionner à des heures plus matinales que le cadran plein Sud, de 9 h à 13 h TU, heures qui correspondent respectivement à 11 et 15 heures légales l'été. Il n'est plus possible de montrer la ligne équinoxiale dans sa totalité.

Si on se reporte à la figure 2 page 56, on constate que pour un cadran déclinant Ouest ou Est la distance d entre la perle et la paroi est inférieure au diamètre D du cylindre à midi solaire où la hauteur du soleil est maximale. Elle vaut $D \cos D_g$. Il en résulte que la profondeur maximale de l'ombre est moindre pour les cadrans déclinants que pour les cadrans plein Sud.

Un cadran déclinant Ouest permettrait de décaler le réseau des lignes horaires vers les heures de l'après-midi.

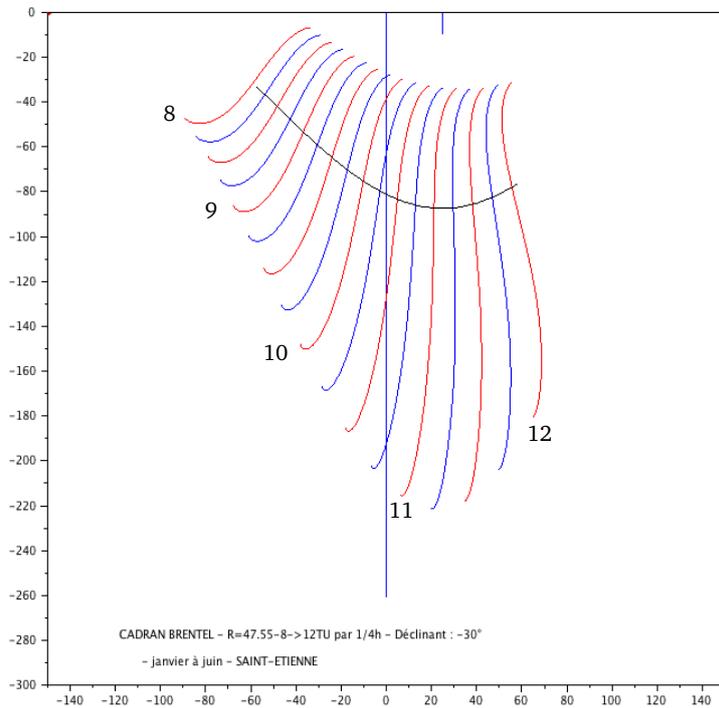


Figure 5 – Réseau de courbes pour un cadran déclinant Est de 30°.

4 Le multi-cadran

Quelle que soit sa déclinaison, ce cadran ne peut fonctionner que pendant un intervalle de temps trop limité pour pouvoir « concurrencer » un cadran vertical. Pour pallier l'inconvénient d'une trop faible amplitude horaire, on peut a priori envisager un double cadran.

On peut procéder de deux manières différentes.

La première méthode consiste à juxtaposer deux cadrans, l'un déclinant Est de 60°, l'autre déclinant Ouest de 60° également. L'ensemble des deux cadrans permettrait de lire l'heure de 8 h à 16 h TU. La déclinaison de 60° permet de diminuer la hauteur du cylindre et de faciliter la lecture sur les diagrammes (cf. fig. 6(a) & 6(b) page suivante).

Le dispositif aurait alors la forme montré en figure 7 page suivante.

La deuxième méthode consiste à placer deux perles sur un seul cylindre et à superposer les deux diagrammes. Le dispositif gagne en simplicité mais la lecture de l'heure sur le diagramme final est plus difficile (cf. fig. 8 page 61).

Avant midi solaire, la perle de droite (cf. fig. 9 page 61) projette son ombre sur l'échelle rouge (diagramme déclinant Est). L'après midi, c'est l'ombre de la perle de gauche qui se déplace sur l'échelle noire (diagramme déclinant Ouest). Pour faciliter la lecture on peut ouvrir une fenêtre à l'avant sur la surface latérale du cylindre.

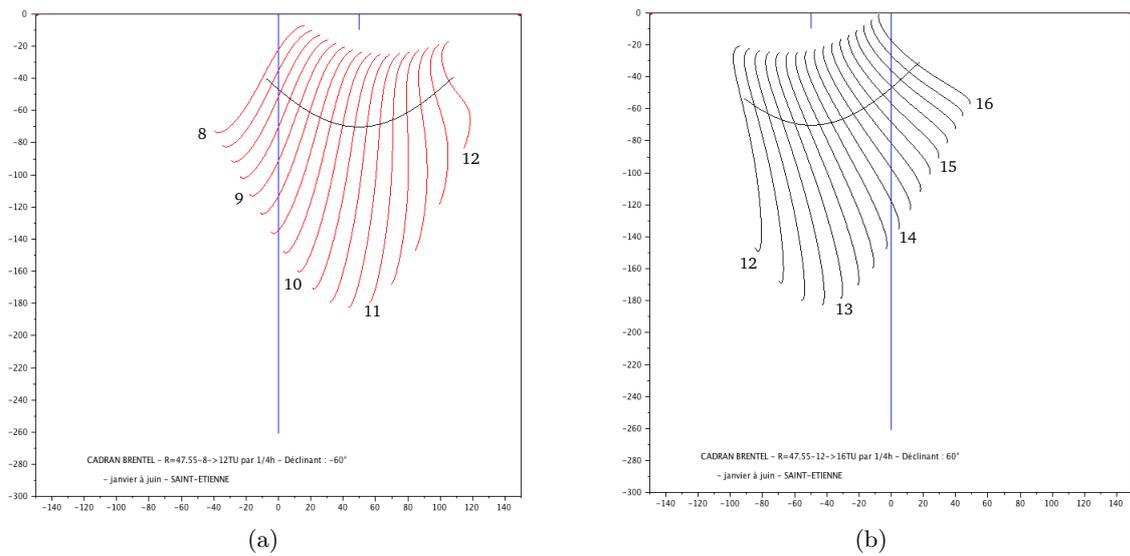


Figure 6 – Diagrammes pour cadrans déclinants Est et Ouest de 60°.

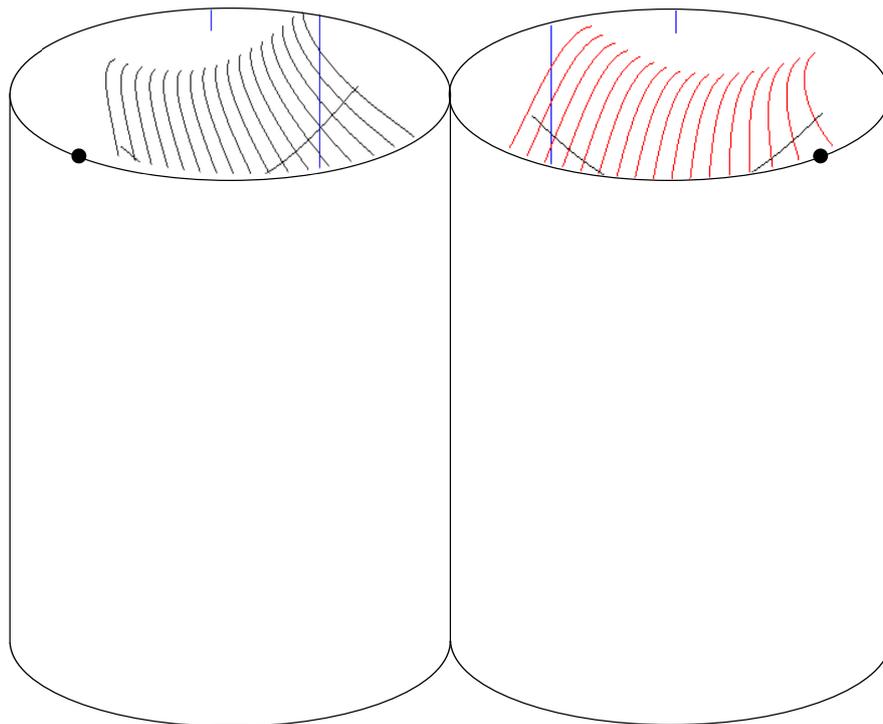


Figure 7 – Double cadran.

Nous avons réalisé un prototype de ce cadran à l'aide d'un tuyau PVC de 100 mm de diamètre extérieur. Les perles ont été remplacées par de simples encoches en V. La photo de la figure 10 page ci-contre a été prise le 23 mai à 17 h légales. La tache lumineuse donnée par l'encoche du cadran déclinant Ouest est située sur la ligne 15 h TU.

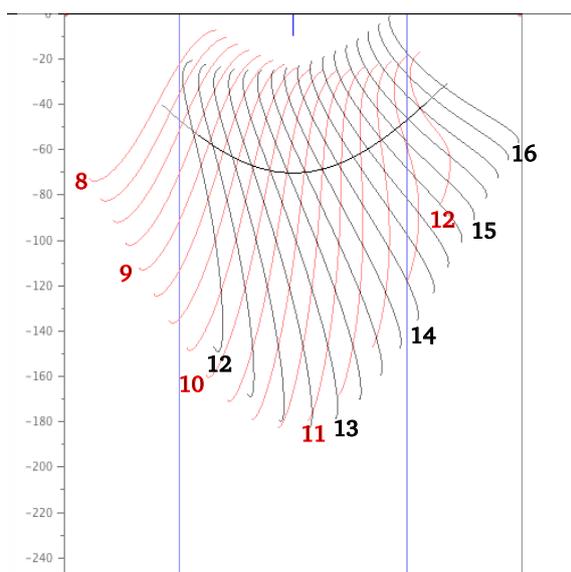


Figure 8 – Superposition de deux diagrammes.

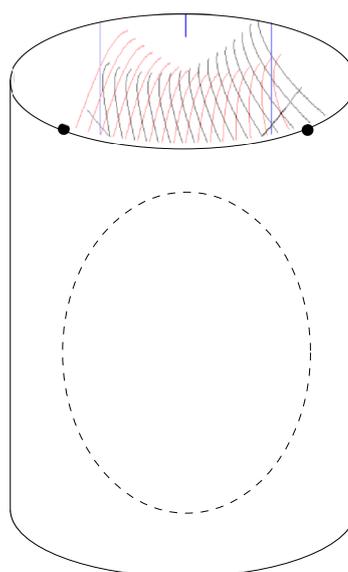


Figure 9 – Cadran à deux perles.

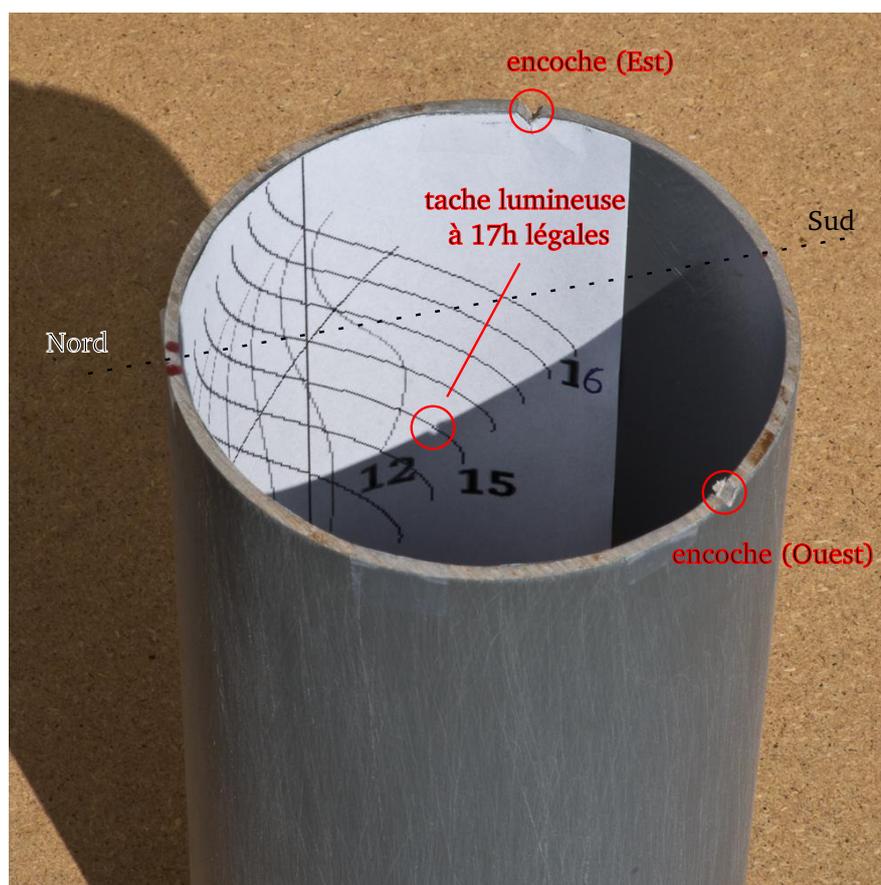


Figure 10 – Prototype du cadran à deux perles.

5 Conclusion

Ce type de cadran que nous venons de décrire peut conduire à des réalisations très simples. On peut construire un tel objet à partir d'un tube de 100 mm de diamètre. La version déclinante à 60° permet de limiter sa hauteur à un peu moins de 200 mm. Avec une seule perle, on ne peut lire l'heure que pendant 4 h d'une journée ensoleillée. La version à deux perles permet d'avoir un cadran de dimension modeste qui peut indiquer l'heure pendant les deux tiers d'une journée d'été. Pourvu d'un diagramme qui indique les heures TU, ce cadran est très facilement orientable. À l'heure légale H_L donnée par la montre, on l'oriente de telle manière que l'ombre de la perle se superpose sur la ligne horaire $H_L - 1$ en période hiver ou $H_L - 2$ en période été. Un index correctement placé peut alors donner la direction Sud-Nord et le cadran peut donc jouer le rôle de boussole dans la région pour laquelle il a été calculé.

On peut également envisager une réalisation de plus grande dimension de ce cadran pour en faire un petit édifice urbain. Une décoration et quelques explications placées sur la surface extérieure du cylindre seraient alors nécessaires.

Enfin, il faut rappeler que le cadran-puits, cylindre avec une perle sur l'axe que nous avons déjà étudié [1] est plus performant que le cadran avec perle sur le bord. En effet le cadran-puits peut donner les heures toute la journée avec une lecture très facile mais au détriment d'une construction un peu plus difficile, car il faut placer la perle au bon endroit, et d'une réalisation moins robuste car la perle peut se déplacer au cours du temps.

Références

- [1] H. Gagnaire & P. Gagnaire, *Cadrans verticaux sur une surface cylindrique concave*, Cadran Info n° 35, mai 2017, pp. 51-58.
- [2] W. Leenders, *Le plus grand cadran de Belgique*, Cadran Info n° 17, mai 2008, pp 30-32.
- [3] N. Severino, <http://www.nicolaseverino.it/>.
- [4] Georg Brentel, *Cylinder concavus Solaris. Das ist Ein holer jnnwendiger Cylinder oder Seule Gemacht auf die Polus Höhe 47. 48. 49.G*, Lauingen, hiver 1615 (12 Seiten mit 4 Kupfer und 1 Holzschnitttafel).
- [5] J.M. Ansel, P. Gagnaire et H. Gagnaire, *Le cadran cylindrique de hauteur de G. Brentel*, Cadran Info n° 36, octobre 2017.



Le cadran-calice du musée d'Écouen par Henri Gagnaire & Paul Gagnaire

Introduction

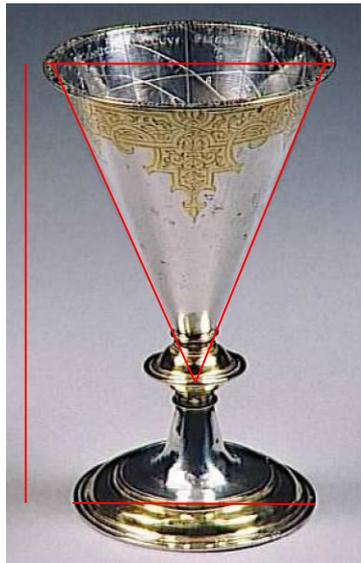
Dans un article précédent [1], nous avons étudié un cadran cylindrique de hauteur très original imaginé en 1615 par Georg Brentel, gnomoniste allemand de la Renaissance. Les recherches bibliographiques que nous avons effectuées alors ont montré que ce gnomoniste avait également conçu un cadran-calice de hauteur et nous avons découvert qu'il existe aussi un cadran calice au Musée de la Renaissance d'Écouen [2]. La présence de ce musée en région parisienne et le peu d'illustrations disponibles de ce cadran nous ont incités à entrer en contact avec les conservateurs du musée. Par l'intermédiaire du président de la Commission des Cadrans Solaires, nous avons pu obtenir des documents et photos complémentaires sur lesquels repose cette étude. Les résultats que nous avons obtenus ont été transmis au Musée d'Écouen sous forme d'une note technique.

Cette étude constitue le premier volet d'un travail plus conséquent que nous avons entrepris sur les cadrans-calices de la Renaissance. Enfin, il faut noter que le sujet qui nous intéresse a déjà été abordé partiellement par D. Collin dans un article de *Cadran Info* [3].

1 Le cadran-calice d'Écouen, cadran de hauteur

1.1 La géométrie du cadran

La figure 1 [page suivante](#) montre la photographie du cadran-calice. C'est un cône renversé réalisé en argent et dont certaines parties sont dorées. Il est daté de la fin du XVI^e siècle ou du début du XVII^e et d'origine allemande. Cette photographie de profil a été mise à l'échelle afin que la hauteur et le diamètre du calice soient les plus proches possibles des grandeurs réelles données par la fiche technique. Elle permet de déterminer deux paramètres importants du calice, l'angle du cône et la longueur de la génératrice. Leurs valeurs sont respectivement 23° et 103 mm.



dimensions sur image :
 diamètre du calice : 85 mm
 hauteur du calice : 130 mm
 génératrice gauche - angle avec la verticale : 24° - longueur : 104 mm
 génératrice droite - angle avec la verticale : 22° - longueur : 102 mm
Angle du calice : 23° - Longueur d'une génératrice : 103 mm

Figure 1 – Caractéristiques géométriques du calice.

1.2 Le cadran de hauteur

La photographie de la figure 2 page ci-contre est une vue de dessus du cadran. Sur le bord du calice on distingue les noms des mois du calendrier et les signes du zodiaque. Il s'agit là d'une « échelle des dates » propre à tout cadran de hauteur. Cette échelle n'est pas « repliée », comme c'est souvent le cas sur un cadran de berger. Le concepteur du cadran n'a donc pas utilisé la symétrie de la croissance et de la décroissance de la déclinaison du Soleil autour des solstices. La périphérie du calice est donc divisée en douze secteurs égaux.

La photographie de la figure 2 montre un détail du bord du calice. Sur cette photographie, on distingue nettement les deux secteurs angulaires qui correspondent à deux signes du zodiaque, le Sagittaire et le Capricorne. La frontière entre ces deux signes est le solstice d'hiver. En comptant le nombre de graduations correspondant aux mois de novembre et de décembre, on constate que l'échelle des dates est finement divisée, une graduation correspondant à deux jours.

De plus on constate que le solstice d'hiver qui de nos jours a lieu le 21 décembre est marqué le 11 décembre. À cette époque de la Renaissance on utilisait encore le calendrier julien décalé de 10 jours par rapport au calendrier grégorien.

Une ligne horaire est montrée en rouge sur la photographie. L'examen des autres photographies fournies indique que cette ligne horaire est la ligne notée 8 – 4 dans le cadran, celle qui correspond à 8 heures du matin et 16 heures de l'après-midi. Cette ligne est interrompue. Elle débute 10 jours après le solstice d'hiver (environ le 1^{er} janvier de notre calendrier) et finit 10 jours avant le solstice d'hiver (environ le 10 décembre). Cette indication précieuse permet de déterminer indirectement la latitude du lieu pour laquelle le cadran doit fonctionner.



Figure 2 – Vue de dessus du calice

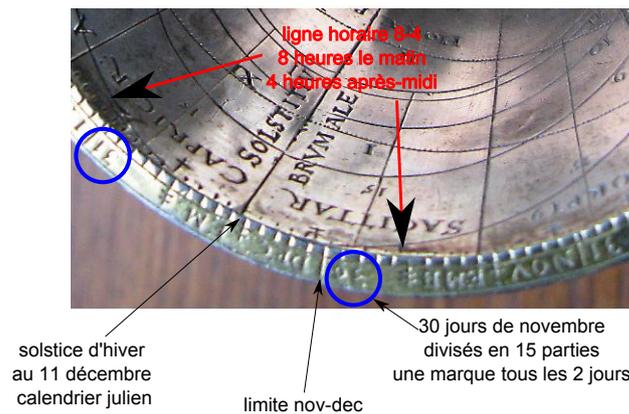


Figure 3 – Détail du bord du calice

En effet, à chaque point du bord du calice, supposé dans un plan horizontal, correspond une hauteur nulle du Soleil sur l’horizon. Les deux dates mentionnées ci-dessus sont donc celles où le Soleil se lève à 8 heures le matin et se couche à 16 heures l’après-midi. La relation entre l’heure H_o de lever ou de coucher du Soleil, la latitude ϕ et la déclinaison δ du Soleil est [4] :

$$\cos(H_o) = -\tan(\delta) \tan(\phi)$$

Les valeurs numériques de H_o et de δ sont respectivement $\pm 60^\circ$ et -23° .¹ On en déduit que la latitude est voisine de 49.7° . Cette valeur est confirmée par les dates relatives aux lignes 7 – 5 (7 h le matin, 17 l’après-midi) et 5 – 7.²

1. C’est la valeur actuelle de la déclinaison au 1er janvier et au 10 décembre. On admettra qu’elle est valable aussi pour le XVII^e siècle.

2. La ligne 6 – 6 commence à l’équinoxe de printemps et finit à l’équinoxe d’automne quelle que soit la latitude.

Enfin sur la figure [2 page précédente](#), on ne distingue aucun petit objet porte-ombre à l'intérieur du calice. Il n'existe pas de gnomon central comme c'est souvent le cas pour les cadrans-calices de la Renaissance [2]. Le cadran est donc muet et nous ferons une hypothèse quant à la nature et à la position de ce petit objet qui semble avoir disparu ³.

2 Les différentes lignes horaires

2.1 Les différentes heures

La figure [2](#) montre qu'il existe deux réseaux de lignes horaires :

- Le premier est celui des heures solaires égales (*HORAE EQVALES*) numérotées par des chiffres arabes. À une latitude inférieure à 50° N., ces lignes sont au nombre de 8 et à sept d'entre elles sont attribués deux nombres, l'un correspond aux heures du matin et l'autre aux heures de l'après midi : 5 – 7, 6 – 6, 7 – 5, 8 – 4, 9 – 3, 10 – 2, 11 – 1 et 12.
- Le second est celui des heures planétaires (*HORAE PLANETARVM*) numérotées par des chiffres romains. Ces lignes sont au nombre de 6 et se referment sur elles-mêmes : *I – XI*, *II – X*, *III – IX*, *IV – VIII*, *V – VII* et *VI*. Ces heures planétaires sont aussi bien souvent nommées heures temporaires. Elles divisent la journée, entre lever et coucher de Soleil, en douze parties égales. La durée de ces heures temporaires varie donc avec la saison ⁴. La ligne planétaire *VI* partage la journée en deux et est identique à celle de la douzième heure solaire. Ainsi les heures temporaires existent quelle que soit la déclinaison du Soleil et les lignes qui les représentent ne rencontrent jamais le bord du calice.

2.2 Le tracé des lignes horaires

L'hiver le Soleil se lève tard, se couche tôt et il s'élève peu dans le ciel. Pour la latitude de presque 50°, on ne peut montrer que 5 lignes horaires solaires : 8 – 4 (pas toujours, comme nous l'avons vu), 9 – 3, 10 – 2, 11 – 1 et 12. Étant donné que le Soleil est, même à midi, bas sur l'horizon, ces lignes horaires sont très resserrées et proches du bord du calice, quel que soit l'objet qui porte l'ombre. Pendant une journée d'hiver d'environ 8 heures du matin à 16 heures de l'après midi, il existe toujours 12 heures temporaires soit 6 lignes horaires temporaires. Ces 6 lignes sont, elles aussi, très resserrées et proches du bord du calice. L'observation de la figure [2 page précédente](#) montre cependant que ces deux groupes de lignes ne se recouvrent pas.

Ceci s'explique par le fait que la ligne qui matérialise le solstice d'été pour les heures solaires est celle qui matérialise le solstice d'hiver pour les heures temporaires et réciproquement. Ainsi les lignes horaires solaires très resserrées de l'hiver sont gravées au même endroit que les lignes temporaires espacées de l'été et réciproquement.

Il y a en fait deux échelles des dates décalées de six mois. Celle qui est clairement visible sur le bord du calice est celle des heures solaires. Cependant, on peut remarquer qu'à l'intérieur du calice, dans le secteur du Capricorne (pour les heures solaires) est gravé le symbole du Cancer (pour les heures temporaires), que dans le secteur du Verseau (*AQVARIVS*) est gravé le symbole du Lion et ainsi de suite, les signes du zodiaque étant ainsi appariés de telle manière que les déclinaisons du Soleil soient de même valeur absolue mais de signe opposé (voir figure [4 page suivante](#)).

3. Aucun objet complémentaire n'est signalé dans la fiche technique du calice.

4. de 40 min environ l'hiver à 80 min environ l'été, à la latitude de 45°.

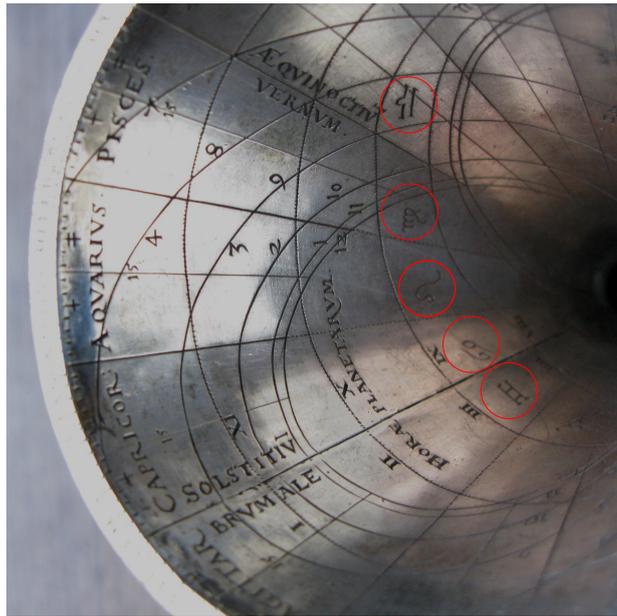


Figure 4 – Signes du zodiaque

2.3 Hypothèse sur l'objet "donneur d'ombre"

L'expérience acquise d'études précédentes nous laissait à penser que ce petit objet aurait pu être une petite perle maintenue par un fil et située sur l'axe du calice au niveau de son bord supérieur. Quelques calculs élémentaires menés pour midi solaire où la hauteur du soleil est facile à calculer ont montré que l'ombre ne pénétrerait pas assez profondément à l'intérieur du calice pour être en accord avec le tracé des lignes horaires. Cette hypothèse doit donc être rejetée⁵.

Une réflexion, assez simple, indique que pour que l'ombre s'enfonce profondément dans le calice, il faut que l'objet qui la crée soit placé près d'un bord du calice et projette son ombre sur l'autre bord. Nous avons donc imaginé que l'objet disparu est un petit style qui s'accroche sur le bord du calice. Celui-ci doit être mobile le long de ce bord. En effet, il faut que l'utilisateur puisse faire glisser cet objet pour qu'après avoir orienté le calice par rapport au Soleil, celui-ci projette son ombre sur la bonne ligne des dates. Le style doit donc être dans une position diamétralement opposée à la ligne de la date du jour. Cette double manipulation, positionnement du style et orientation du calice, est valable aussi bien pour déterminer une heure solaire qu'une heure temporaire. L'utilisateur du classique cadran de berger y est habitué.

Enfin, il faut noter que le petit style que nous avons imaginé est tout à fait comparable au petit ergot qui est encore présent comme objet porte-ombre sur un cadran-calice de direction daté de 1590 et attribué à Markus Purman [2]⁶.

5. Nous reviendrons sur ce point un peu plus loin.

6. Les cadrans-calices de direction se distinguent des cadrans-calices de hauteur par la présence d'une petite boussole sur leur pied.

3 Calculs et vérification de l'hypothèse

3.1 La géométrie du cadran-calice — Développé

Le cadran-calice est un tronc de cône droit, mais renversé. Son axe de révolution est vertical. Le calice est caractérisé par son angle d'ouverture α et par la longueur de sa génératrice notée L ou par sa hauteur a (voir fig. 5). Ces deux grandeurs sont liées par la relation :

$$L = \frac{a}{\cos \alpha}$$

Le rayon du disque de base est $a \tan \alpha$. La circonférence du disque de base a pour longueur $2\pi a \tan(\alpha)$.

Lorsque la surface intérieure du calice est déroulée sur une surface plane, on obtient un développé en forme d'éventail, secteur angulaire d'un cercle de centre O , de rayon L et d'angle au centre β . La valeur de cet angle, en radians, est le rapport entre la circonférence du disque de base et la longueur de la génératrice. On obtient ainsi :

$$\beta = 2\pi \sin \alpha$$

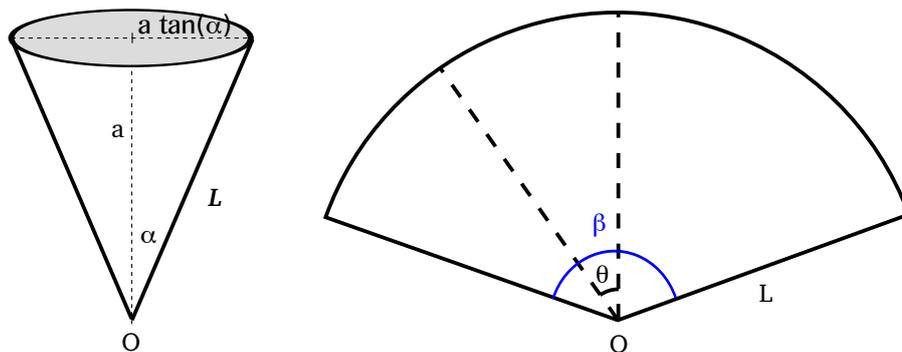


Figure 5 – Géométrie du calice

Cet éventail doit être découpé en douze secteurs égaux, chacun étant associé à un signe du zodiaque. Les deux bords du développé correspondant à la même date de l'année. Plus précisément, à chaque date de l'année — donc à chaque déclinaison du Soleil — est associé un point de l'arc de cercle de l'éventail qui peut être repéré par un angle noté θ (voir figure 5), angle qui varie entre $-\beta/2$ et $+\beta/2$. La relation entre θ et la date est linéaire. Pour les calculs, l'année a été divisée en trente six décans, une graduation tous les dix jours. Ce découpage suffit à rendre compte de l'allure des lignes horaires.

Pour faciliter la comparaison entre les résultats des calculs et les gravures à l'intérieur du calice, nous avons calculé deux développés qui donnent deux représentations différentes des mêmes lignes horaires. Le premier est tel que le solstice d'été pour les heures solaires⁷ est placé sur la ligne médiane de l'éventail en $\theta = 0$ tandis que pour le second c'est le solstice d'hiver qui est sur cette ligne médiane. On obtient ainsi deux points de vue différents de l'intérieur du calice.

7. et par conséquent le solstice d'hiver pour les heures temporaires.

3.2 Le calcul des lignes horaires

La figure 6 montre un schéma de la coupe du calice par un plan vertical contenant l'axe du calice et le Soleil supposé quasiment ponctuel car situé à une très grande distance. Le petit style $P'G$ est accroché au bord du calice et l'ombre de son extrémité G sur la paroi intérieure du calice est diamétralement opposée en M . La longueur de ce petit style est caractérisée par le paramètre q , nombre compris entre 0 et 1, tel que la longueur entre G et le point I sur l'axe du calice est $GI = q a \tan(\alpha)$. Si $q = 0$, le point G est en I et le petit style a pour longueur le rayon du disque de base du calice ; si $q = 1$ le point G est en P' sur le bord du calice. La figure montre clairement que plus le point G est près du bord du calice plus l'ombre M de G « s'enfonce » dans le calice.

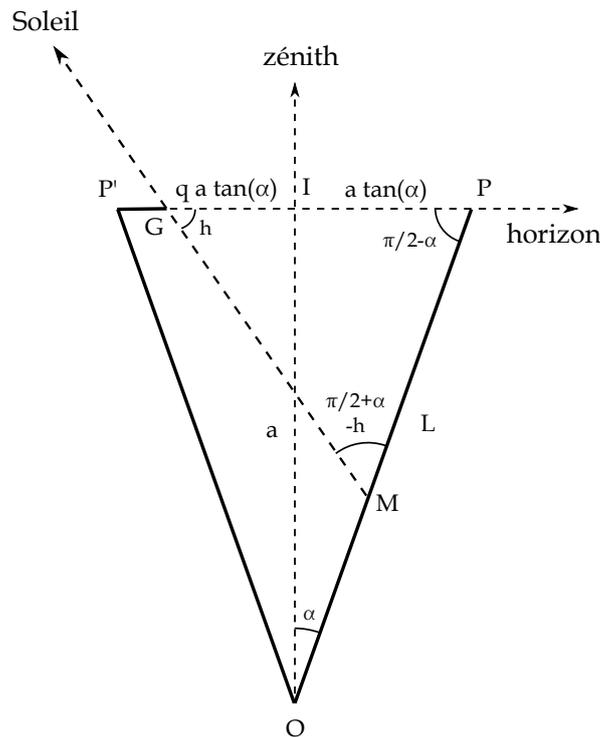


Figure 6 – Coupe du calice

Sur la figure 6 est indiquée la valeur de chaque angle du triangle GMP . L'angle h est la hauteur du Soleil sur l'horizon. La relation qui existe à l'intérieur d'un triangle quelconque entre les sinus de ses angles et les longueurs des côtés opposés permet d'écrire :

$$\frac{PM}{\sin(h)} = \frac{GP}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - h)}$$

avec $GP = (1 + q) a \tan(\alpha) = (1 + q) L \sin(\alpha)$

Après quelques calculs sans difficultés, on obtient :

$$PM = (1 + q) L \frac{\tan \alpha \tan h}{1 + \tan \alpha \tanh} \quad (1)$$

La longueur $OM = L - PM$ a donc pour expression :

$$OM = L \frac{1 - q \tan \alpha \tan h}{1 + \tan \alpha \tan h} \quad (2)$$

Par ailleurs, la hauteur du Soleil est déterminée à chaque heure solaire H de chaque jour, caractérisé par la déclinaison δ du Soleil, par la relation :

$$\sin h = \cos \delta \cos \phi \cos H + \sin \delta \sin \phi \quad (3)$$

où ϕ est la latitude du lieu.

Ainsi le tracé des lignes horaires solaires est obtenu en adoptant la procédure suivante :

- pour une date donnée (donc δ donnée par les éphémérides), on calcule l'angle θ ,
- à l'aide de la relation (3), on calcule la hauteur du Soleil, à l'heure H ,
- la relation (2) permet de calculer la longueur OM dans la mesure où le Soleil est au-dessus de l'horizon, c'est à dire quand h est positive,
- les valeurs de θ et de OM sont utilisées pour placer le point M sur le développé,
- en reprenant les 4 items précédents pour toutes les dates et toutes les heures solaires, on peut tracer les lignes horaires solaires.

Le tracé des lignes temporaires demande une étape supplémentaire. En effet, il faut déterminer pour chaque date les heures solaires correspondant au lever et au coucher du Soleil, partager la journée en douze heures temporaires et déterminer la valeur de l'heure solaire correspondant à chaque heure temporaire.

Avant de présenter le résultat des calculs, il convient de faire une petite remarque concernant la valeur maximale que peut prendre l'angle du cône.

Celui-ci doit être tel que l'ombre M de G se projette entre O et P . Si l'angle du cône est trop grand, il se peut que ceci ne soit plus vrai surtout au solstice d'été à midi où le Soleil est le plus haut dans le ciel. La hauteur maximale du Soleil est donnée par :

$$h_{max} = \frac{\pi}{2} + \varepsilon - \phi \quad (4)$$

où ε est la valeur de l'obliquité de l'écliptique.

Si l'objet porte-ombre est situé sur le bord du calice en P' , la figure 6 montre que l'angle du cône doit être inférieur au complémentaire de la hauteur maximale du Soleil, soit :

$$\alpha < \phi - \varepsilon$$

La limite est donc d'environ 26° pour un calice prévu pour la latitude de 49.5° . Le cadran-calice d'Écouen vérifie bien cette condition ⁸.

3.3 Les développés

Les calculs ont été effectués en prenant le coefficient q égal à 0,8. Ceci signifie que la longueur du petit style est égale au cinquième du rayon du disque de base, soit environ 8,5 mm.

Les deux développés représentés sur les figures 7 page suivante et 8 page 72, découpés et enroulés afin que leurs deux bords soient jointifs, donnent deux cônes dans lesquels les tracés des lignes horaires sont identiques. Pour rendre ces schémas plus lisibles, les lignes horaires solaires sont tracées en rouge et les lignes temporaires en vert.

La longueur du petit style a été choisie de manière arbitraire mais ce choix conduit à des tracés très comparables qualitativement avec les photographies des lignes gravées à l'intérieur du calice qui nous ont été fournies.

8. Pour être tout à fait rigoureux, il faudrait tenir compte du fait que le fond du calice est un peu plat et que le point O n'existe pas.

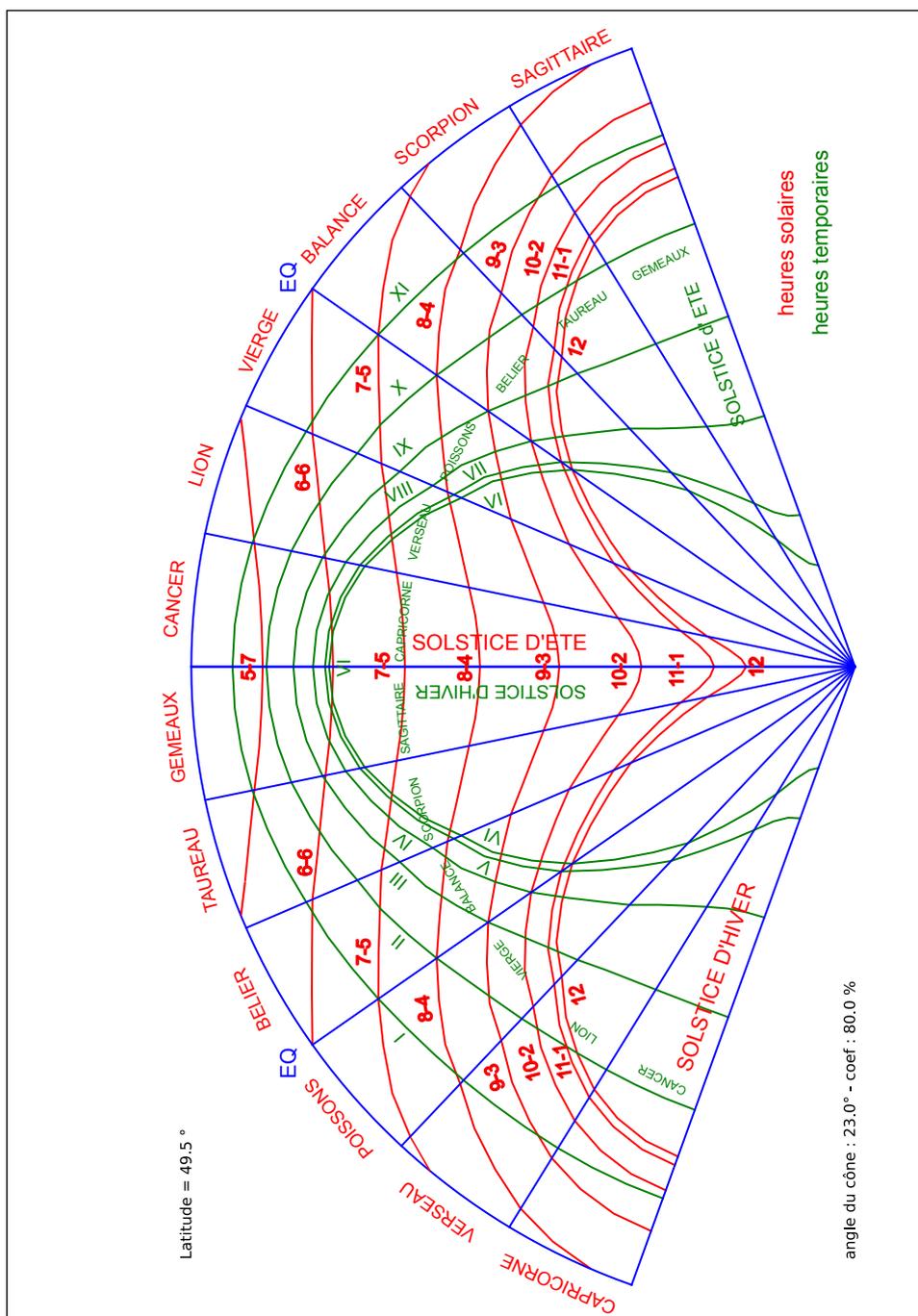


Figure 7 – Développé vu face au solstice d'été des heures solaires.

Cette longueur pourrait être déterminée assez précisément d'une manière indirecte en mesurant la distance maximale de la ligne horaire de midi solaire avec le bord du calice.

En effet la relation (1) qui donne la longueur de PM peut être modifiée en faisant apparaître le diamètre D du calice, dimension connue (85 mm), plutôt que la longueur L de la génératrice du calice qui ne peut être qu'estimée (voir figure 1 page 64). On a :

$$D = 2 L \sin(\alpha)$$

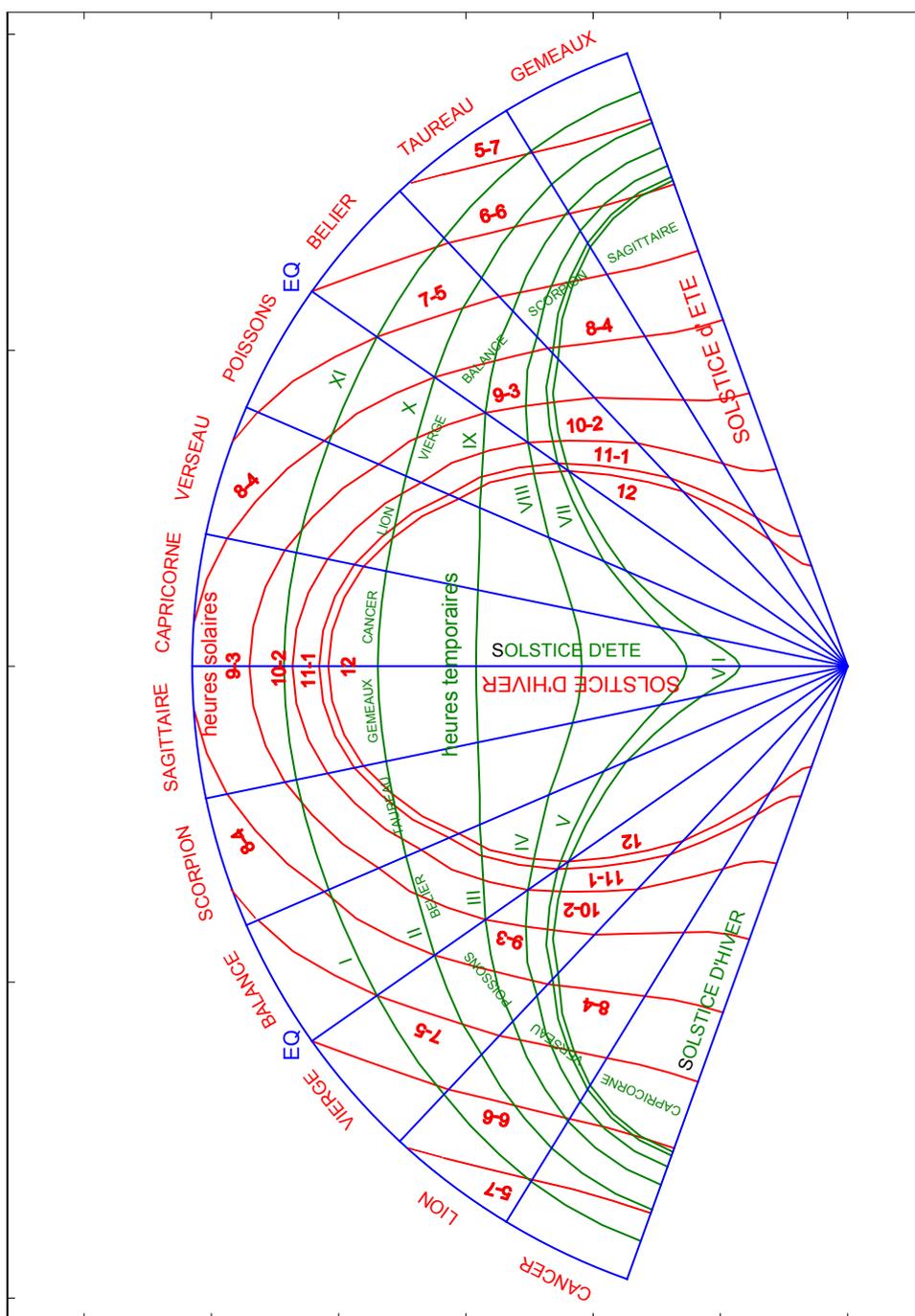


Figure 8 – Développé vu face au solstice d’hiver des heures solaires.

et

$$PM = (1 + q) \frac{D}{2 \sin(\alpha)} \frac{\tan(\alpha) \tan(h)}{1 + \tan(\alpha) \tan(h)}$$

L’angle du calice est égal à 23° et la hauteur maximale du Soleil, à la latitude de 49.5°, est égale à 63.9°. On peut donc évaluer numériquement les derniers termes de la relation précédente et écrire :

$$PM_{max} = 0,594 (1 + q) D \tag{5}$$

où PM_{max} est la profondeur maximale de l'ombre dans le calice.

D'autre part la longueur l du petit style est donnée par (voir figure 6 page 69) :

$$l = (1 - q) a \tan \alpha = \frac{1 - q}{2} D \quad (6)$$

En éliminant le coefficient q d'entre (5) et (6), on obtient la relation entre PM_{max} et l :

$$PM_{max} = 1,19 (D - l)$$

La mesure de la longueur PM_{max} permettrait donc, a priori, de déterminer la longueur du style. Néanmoins cette mesure serait assez délicate et nécessiterait un instrument spécifique⁹.

Une autre méthode pour connaître la longueur de ce petit style serait d'utiliser le calice à la latitude de 49.5° N. pour laquelle il a été calculé et de choisir un style dont on fait varier la longueur pour qu'il donne des indications horaires correctes.

Conclusion

À partir de quelques documents, nous avons établis que le cadran calice exposé au Musée de la Renaissance d'Écouen est un cadran de hauteur réalisé pour fonctionner à une latitude voisine de 49.5° N. L'objet porte-ombre est manquant et l'étude des lignes horaires tracées à l'intérieur du cadran a montré qu'il devait vraisemblablement être un petit style, de longueur voisine de 1 cm, accroché sur le bord du calice. Nous avons développé cette hypothèse et calculé deux développés. Les reproductions de ceux-ci sur un papier calque transparent, mises à la bonne échelle, devraient montrer que les lignes que nous avons calculées se superposent quasiment avec les lignes gravées à l'intérieur du calice ou, du moins, qu'elles en diffèrent très peu.

Références

- [1] J.M. Ansel, P. Gagnaire & H. Gagnaire, *Le cadran cylindrique de hauteur de G. Brentel*, Cadran Info n° 36, Octobre 2017.
- [2] A. Lualdi, *Il tempo in una copa*, La Voce di Hora n° 18, Juin 2005.
- [3] D. Collin, *Cadran sur cône de révolution*, Cadran Info n° 18, Octobre 2008.
- [4] D. Savoie, *Les cadrans solaires*, Belin, Pour la Science, 2007.



9. L'extrémité d'un simple réglet métallique ne pourrait atteindre le fond du calice et, si cela était, l'erreur de parallaxe serait importante.

Petites histoires sur le cadran équant par Claude Guicheteau

Le cadran équant, dans la forme la plus simple, permet d'afficher l'écart total dû à la loi (heure été/hiver), la longitude et l'équation du temps pour finalement connaître l'heure légale. Équipé d'un cadran solaire traditionnel, il indique à la fois l'heure solaire local et l'heure légale.

1 À l'origine

En septembre 1990, Robert Sagot était dans sa famille en Vendée et c'est en voisin à quelques dizaines de kilomètres qu'il m'a rendu visite en Deux-Sèvres. Quelques jours plus tard, pour m'informer un peu plus sur les cadrans solaires, il m'envoie le numéro spécial de « l'Astronomie » d'octobre 1983. Le dernier article, de Claude Macrez, sur les courbes d'équant ne me laisse pas indifférent, la courbe est sympathique et son nom mystérieux s'imprime dans ma mémoire.

2 En 2017

Bienvenue au *Cadran Info Hors Série* de 2016 et particulièrement à l'article de Frans Maes traduit par Joël Robic, sur le « Cadran équant de Sawyer pour Bruz ».

C'est un article très intéressant sur la construction géométrique de la courbe d'équant que j'ai rapidement mis en relation avec les équations de Claude Macrez, surtout à la lecture de l'étape 5 dans laquelle Frans Maes précise : *Notez que ce n'est pas tout à fait un cercle ni même une ellipse (j'ai utilisé une ellipse pour le dessin, disponible sur mon logiciel). Et pourquoi pas une ellipse ?*

J'ai refait le même tracé (avec Autocad) en y ajoutant les quarts d'heures pour plus de points et, par tâtonnement, une ellipse se superpose bien sur les intersections. L'article de Claude Macrez confirme la situation par son texte suivant : *L'allure plus ou moins ovalisée des lobes dépend de la valeur de k : plus k est grand, plus la courbe est « compacte » (pour $k = 2$, elle serait une ellipse d'excentricité égale à $1 - \sin \varphi$).*

C'est le cas dans le cadran de Frans Maes, $k = \frac{30^\circ}{15^\circ} = 2$. 30° c'est la division horaire choisie sur la roue (verte dans l'article), 15° c'est la rotation horaire de la Terre, φ est la latitude choisie, en l'occurrence 48° N. pour Bruz.

Sur le tracé à l'étape 3 chez Maes :

- d est le rayon de la roue (PC chez Maes ou CE et d chez Macrez) ;
- m est donné par Macrez : $m = \frac{d \times \sin \varphi}{k - \sin \varphi} = EM$;
- $m + d =$ grand axe de l'ellipse d'où le point sur la méridienne.

Ma curiosité ne s'est pas arrêtée là ! Ces courbes d'équant en forme de cœur ou de haricot suivant le cas (k) sont si curieuses que j'en ai tracé une avec les données suivantes :

- $k = \frac{20^\circ}{15^\circ} = 1,333$ soit 20° sur la roue pour 1 heure de rotation terrestre ;
- $d = 40$ mm, distance arbitraire du centre du cadran au centre de la roue ;
- $\varphi = 46.3^\circ$ N.

Une intersection A des éventails, bleu et vert, pour chaque quart d'heure. En joignant les points A , la courbe est jolie mais les rayons mesurés EA et CA n'ont pas les mêmes valeurs que celles calculées avec les formules de Cl. Macrez !

Après quelques recherches, il s'avère que le numérateur de EA ($d \times \sin H$) dans le texte de 1983 est erroné, il faut lire $d \times \sin H'$ et tout rentre dans l'ordre.

3 Le tracé de la courbe (fig. 1)

La roue verte est divisée en 16 angles horaires égaux de 20° soit 17 lignes 4-12-20. Le cadran horizontal bleu est tracé 4-12-20. Les deux figures sont superposées avec un décalage $d = 40$ mm, c'est aussi PC pour Maes et CE pour Macrez (la figure a été réduite pour loger dans la page). Les lignes des quarts d'heure ne sont pas représentées pour alléger la figure.

Le cadran est construit en inox, pour la latitude 46.3° N, disque horaire de diamètre 194 mm gradué de 5 en 5 mm. Il est testé le 12 juin 2017 à Aiffres, longitude $0^\circ 25'$ W, à 15 h 50 min :

Décalage légal = +2 h (été)

Équation du temps = +0 min 5 s (logiciel)

Écart de longitude = +1 min 40 s

Total : 2 h 1 min 45 s.

Il faut maintenant régler le cadran en faisant pivoter le disque pour amener (au mieux !) la ligne (ou entre les lignes) du 12 h + 2 h 1 min 45 s soit 14 h 1 min 45 s (entre la ligne rouge de 14 h et la ligne bleue de 14 h 5 min) sur l'index rouge de la courbe d'équant. Ensuite poser le cadran sur un plan horizontal en dirigeant le style vers le nord en utilisant la boussole (déviation magnétique très faible : $0^\circ 8'$ W à Aiffres). L'ombre de la partie affûtée du style indique l'heure légale sur le disque quand elle coupe la courbe d'équant.

À 15 h 50 min (heure de la photo) c'est approximativement la même sur le disque, ce qui valide la correction (cf. fig. 2 page suivante). Le cadran solaire en carton, rapporté sur l'équant, indique 13 h 45 min (fig. 3 page suivante). Rien n'est parfait !

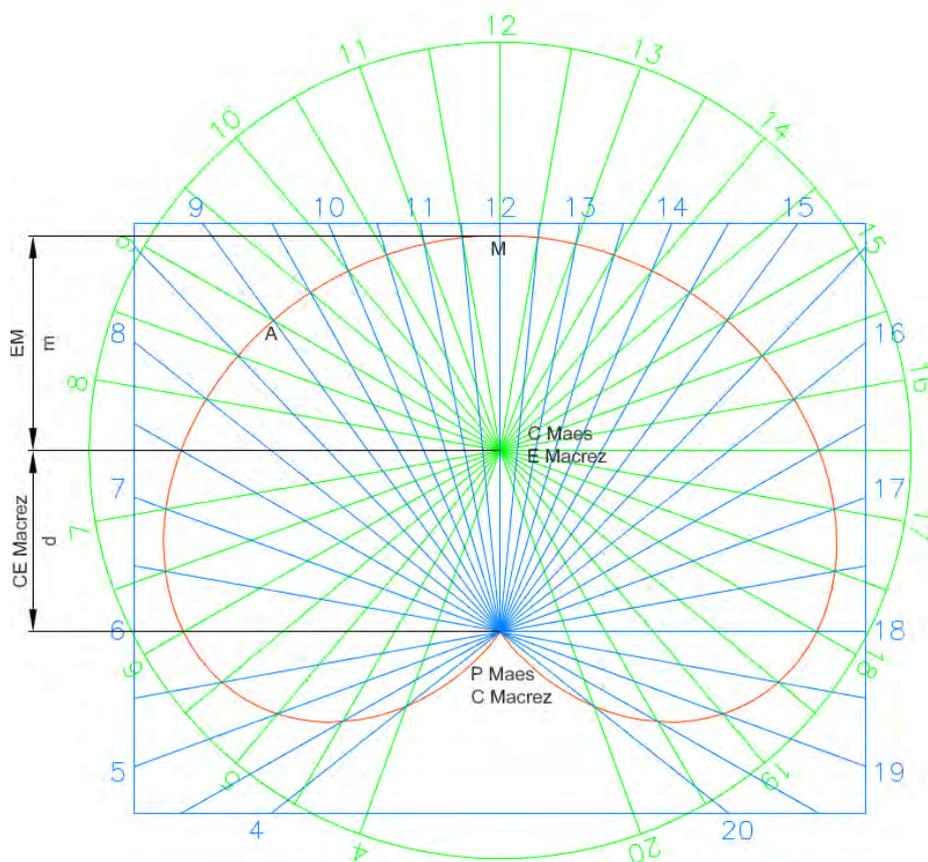


Figure 1 – Tracé du cadran équinoxial (Dessin sous AutoCad).

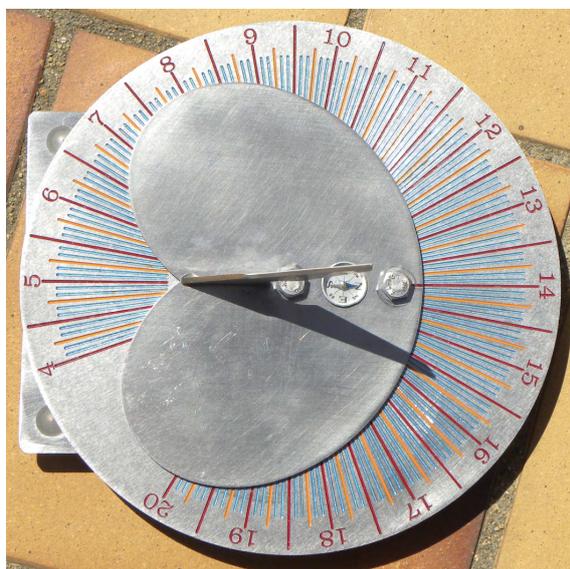


Figure 2

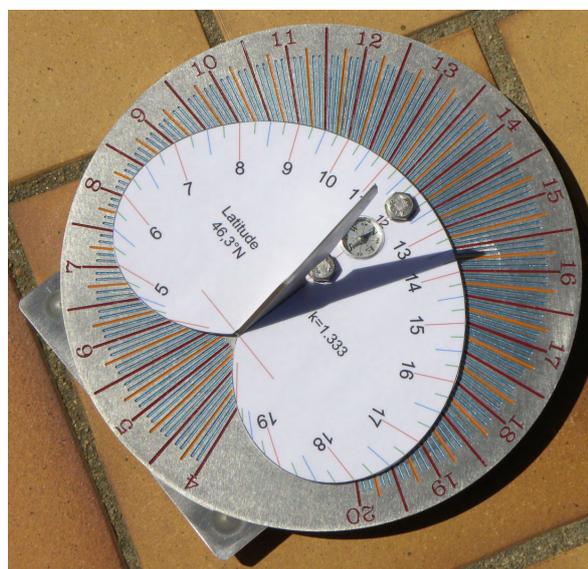


Figure 3

Le cadran solaire plan, vertical de hauteur d'Hevelius par Claude Guicheteau

Cette étude fait suite à la demande d'informations d'un collectionneur, relayée par la SAF (Questions-Réponses-Echanges n° 48). Poussé par la curiosité, après quelques recherches sur ce cadran particulier je l'ai baptisé d'Hevelius du nom de l'astronome qui, semble-t-il, est le premier à avoir signé ce type de cadran en 1638. C'est un cadran d'heures solaires normales qui s'utilise suspendu comme le Pro pan klima ou le jambon de Portici (heures temporaires pour ces derniers) et d'autres...

Sur Internet, quelques documents, allemand, anglais, autrichien, hollandais, hongrois et polonais sont disponibles sur ce sujet. Les extraits présentés ont été traduits avec Google et adaptés à la gnomonique par l'auteur.

1 Un remarquable cadran solaire du XVII^e siècle, par Pieter Terpstra¹

Le Musée de Fries à Leeuwarden détient un cadran solaire en laiton fabriqué par « Jan Roelas. V. T. Vries Amsterdam ; anno 1642 » qui mérite une brève description de par sa conception particulière (fig. 1).

Le petit appareil est par ailleurs tout à fait « bon marché » et a été probablement réalisé à destination des petites gens pour qui les horloges étaient encore trop chères. Les lettres et chiffres ne sont pas gravés, mais frappés (plutôt en désordre). L'instrument donne également plutôt l'impression d'être l'œuvre d'un artisan de qualification modeste que celle d'un fabricant d'art du XVII^e siècle.

Ceci est probablement lié au fait qu'on ne sait rien de plus sur Jan Roelas Vries que son nom sur deux anciens instruments, dont l'un² est décrit par M. Rooseboom : « Contribution à l'histoire des fabricants d'Art aux Pays-Bas du Nord jusqu'en 1840 ».

La détermination du temps, au moyen de ce dispositif repose sur la mesure de la hauteur du soleil ; soit la grandeur de l'arc vertical qui relie le soleil à l'horizon. Il est immédiatement évident que cet arc changera au cours d'une journée et ainsi, par sa grandeur, figurera une indication de temps : la grandeur maximale, par exemple, est indiquée chaque jour à 12 heures.

1. http://images.tresoar.nl/wumkes/periodieken/dvf/DVF_1953_41.pdf. Pages 105 à 107.

2. <http://www.dwc.knaw.nl/wp-content/bestanden/1950-Rooseboom-Instrumentmakerskunst.pdf>. Pages 129 et 150 (n° 134). C'est un astrolabe de la collection Henri Michel, visible au musée de Bruxelles (en 1950).

Cependant, cette hauteur maximale change dans notre région entre le 21 décembre et le 21 juin de 14 à 61°, en outre, le lever du soleil (niveau zéro) passe de huit heures un quart à quatre heures un quart, alors que, par exemple, à 9 heures du matin les hauteurs les 21 décembre, 21 mars et 21 juin, sont respectivement, 4,5, 25,5 et 45,25 degrés.

Il en résulte que la hauteur du soleil autre que midi devrait être une question assez complexe. Notre cadran solaire donne maintenant à cette question une solution intéressante, qui sera décrite ci-après.

À l'avant, et à gauche nous voyons le long de l'arc de cercle une répartition inégale des six premiers mois de l'année (et ceux-ci dans chaque cas divisé en 8 parties).

À droite se trouve la limite qui n'est pas circulaire, mais d'une forme qui rappelle une saillie en forme de bulle (lobe d'oreille).

Le long du bord de la protubérance sont des nombres à des distances très inégales 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, respectivement : 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Cette date et les distributions du temps sont maintenant de telle manière les uns aux autres qui, si le pointeur d'observateur W à la date de l'observation, puis le plan de la plaque, (alors qu'il est librement suspendu à l'anneau R) au soleil, en ce qu'ensuite, le point de lumière qui provient des rayons du soleil qui passe dans l'extrémité coudée à angle droit, de l'aiguille à travers le trou G, arrive sur le bord vertical de la protubérance sur un nombre correspondant au temps solaire vrai.

Cette « mise au point » par Roelas de Vries est susceptible d'être atteinte de la manière suivante.

Il dessine par le point de suspension R, la ligne verticale L, et construit à proximité de l'extrémité inférieure de cette ligne, une seconde ligne H qui coupe L à angle droit.

Sur cette ligne H, un point qui est situé à une courte distance à droite de L, est sélectionné en tant que « point 12 ».

On mène ensuite par le point sélectionné sur H, trois lignes, avec des angles de hauteur de 14, 37,5 et 61 degrés respectivement pour les dates des 21 Décembre, 21 Mars et 21 Juin. (Voir le tableau Fig. 1 page suivante) vers l'arc de cercle, à gauche, pour en obtenir les intersections de ces lignes avec cet arc de cercle.

Ensuite, tirez à partir du point du 21 décembre une ligne qui forme un angle de 4,5° sur H ; par le point du 21 mars tirez une ligne h à 25,5° sur H, et enfin par le point du 21 Juin une ligne avec un angle de 45,25° sur H.

Généralement, par manque de précision, des trois lignes ne formeront pas un point, mais un petit triangle. Au centre de ce triangle on écrit 9. De la même manière, les autres points d'heures sont trouvés à l'aide du tableau suivant. Relier les points ainsi trouvés par une courbe lisse jusqu'en faire la bosse de l'échelle d'heures qu'on connaît.

De même, que pour les dates, 21 décembre 21 mars et 21 juin on trouve les points des autres dates sur le bord circulaire à la main gauche à l'aide des hauteurs de l'après-midi associées aux dates en tirant les lignes à partir du « point 12 ».

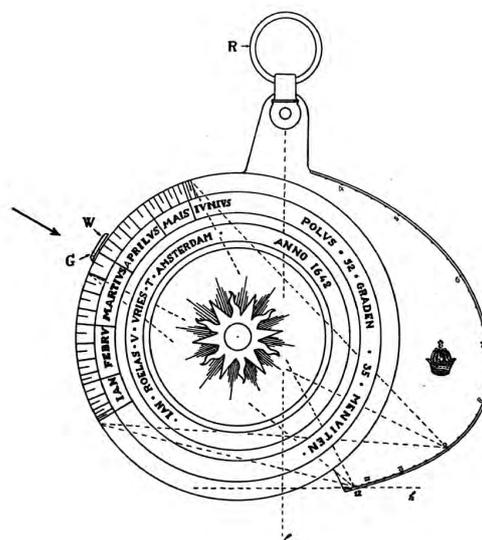


Figure 1 – Cadran de Jan de Roelas. Image issue du site de Robert H. van Gent.

Table 1
Table des hauteurs (hauteur du pôle = 52°35').

Ware zonnetijd	21 Juni	21 Maart	21 December
12 uur	60°53'	37°25'	13°57'
11 uur	58°50'	35°56'	12°50'
10 uur	53°2'	31°45'	9°35'
9 uur	45°16'	25°27'	4°28'
8 uur 18 m.			0°0'
8 uur	36°31'	17°41'	
7 uur	27°26'	9°3'	
6 uur	18°26'	0°0'	
5 uur	9°54'		
4 uur	2°9'		
3 uur 42 m.	0°0'		

Les hauteurs de l'après-midi pour 1^{er} janvier, 1^{er} Févr., 1^{er} Mars, 1^{er} Avril, 1^{er} mai et le 1^{er} Juin valent par exemple respectivement : 14°, 20°, 29.75°, 42°, 52.5° et 59.5°.

Les échelles ainsi conçues, dans ce cadre, donnent un calendrier qui, pour la vie quotidienne du XVII^e siècle a été considéré comme suffisamment précis.

À l'arrière de notre petit instrument est disposée une troisième graduation sur laquelle le « contrepois » du pointeur W désigne la longueur variable des jours connus sous nos latitudes, cette longueur est de l'ordre de 8 à plus de 16,5 heures.

Le texte de Pieter Terpstra mérite quelques observations : La proposition de tracer, pour 12 h, les angles de hauteur pour les solstices et les équinoxes (hauteurs caractéristiques) est une bonne idée et faire couper ces trois demi-droites par un arc de cercle issu de nulle part est solution mais pas la seule.

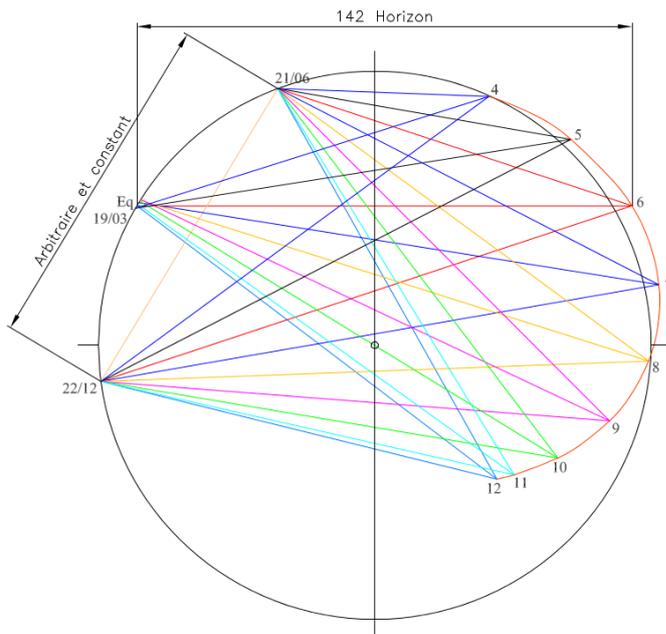


Figure 2 – Dessin du cadran de Roelas suivant la proposition de Terpstra.

Un fait important n'a pas été énoncé : Le segment qui lie les équinoxes à 6 h (Eq-6) est une horizontale. Traçons donc (sur Autocad) les trois hauteurs caractéristiques pour 6 h (l'une sera négative) et choisissons une longueur horizontale pour Eq-6 h par exemple 142 mm. Cette longueur choisie est la mesure sur l'original imprimé afin d'y superposer le nouveau tracé pour comparaison.

L'éventail de 6 h étant placé, choisir la position de 12 h par rapport à 6 h comme dans le cadran de Roelas (ce qui donnera un peu l'allure de la future courbe), son éventail coupe celui de 6 h en trois points qui déterminent un cercle dont la corde entre les solstices sera la constante pour les éventails des autres heures.

C'est l'application du principe de tracé utilisant l'idée de P. Terpstra. Il semble évident que, de la même façon, on peut trouver sur l'arc de cercle les déclinaisons pour d'autres jours de l'année, ajouter les demi-heures. . . Voir fig. 2 page précédente.

Cependant, les lignes de hauteur (autres que celles de 6 h et 12 h) pour les équinoxes ne sont pas concourantes sur le cercle mais en sont très proches. Le tracé obtenu est semblable à celui de Roelas mais les cercles sont de tailles différentes. Les angles de hauteur sur l'original ne sont pas respectés d'où un cercle plus petit. P. Terpstra met en priorité la verticale, nécessaire certes, mais c'est surtout un problème d'équilibre des masses pour que le segment Eq-6 soit horizontal, sa perpendiculaire vient naturellement avec le choix de la suspension.

Il est peu question du gnomon sinon qu'il possède un oculus et que le point lumineux doit atteindre un point horaire. Dans les autres descriptions de cadrans il n'est fait état que de gnomon, aiguille. . . dont la pointe de l'ombre indique l'heure. Le gnomon ne doit pas être trop long, 44 mm pour Eq-6 de 142 mm semble convenir.

À l'usage, pour les heures entières, la superposition de l'ombre du gnomon (cylindrique) également répartie de part et d'autre de la ligne horaire permet une meilleure lecture que l'extrémité imprécise de l'ombre, tant que cette dernière pointe l'heure !

Curieusement, le dessin est absent de l'article de l'auteur qui le décrit ! On peut le trouver dans son livre *Zonnewijzers (Groningen : Wolters, 1953)*. Ce dessin est présenté sur le site de Robert H. van Gent qui publie en 2006 des éléments de recherches sur ce type de cadran vertical de hauteur. Il en a localisé une vingtaine dans le monde.

2 Extrait du site de Robert H. van Gent³

« Ils mesurent environ 60 mm de largeur (bien qu'au moins un soit connu pour être presque deux fois plus large) et sont caractérisés par leur échelle horaire marquée sur une extension, en forme de lobe d'oreille, d'un disque circulaire plat (voir illustrations).

Ils sont tous équipés d'un bras mobile avec un gnomon monté sur l'inverse pour son réglage à la date du calendrier approprié (la première moitié de l'année est généralement à l'avant, l'autre moitié à l'arrière).

Beaucoup d'entre eux ont des cadrans et un soleil rayonnant comme motif décoratif et sont estampillés avec une couronne indiquant Amsterdam pour origine. La plupart d'entre eux ne fonctionnent que pour une latitude particulière (52.35°), mais certains peuvent être ajustés pour une gamme de latitudes.

Actuellement je suis en mesure de compter une vingtaine d'exemples de ce type de cadran solaire dans diverses collections :

- *Museum Boerhaave (Leiden, NL). Non signé, dispose d'une échelle d'épacte pour 1615-1634.*

3. <https://www.staff.science.uu.nl/gent0113/sundial/sundial.htm>

- *Muzeum Pomorski (Gdansk, PL)*. Non signé, appartenant à Johannes Hevelius en 1638, est perdu depuis 1945 (fig. 3(a) et 3(b)).
- *Eise Eisinga Planetarium (Franeker, NL)*. Fait par Jan Roelas van Vries en 1642 (fig. 1 page 78).
- *Collection privée (NL)*. Fait par Jan Backer van Kall en 1644.
- *Collection privée (NL)*. Fait par Jan van Call (avant 1667) = Jan Backer van Kall.
- *Collection privée (NL)*. Fait par Pieter van Call (fils de Jan van Call), non daté.
- *Netherlands Maritime Museum (Amsterdam, NL)*. Fait par François van Oerle en 1660.



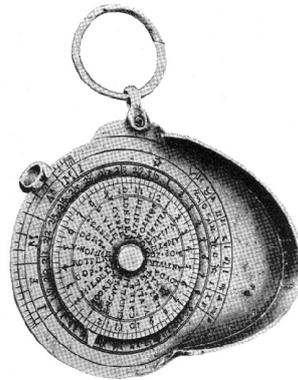
(a) Cadran signé Hevelius en 1638. Recto. Source Gnomotika.pl.



(b) Cadran signé Hevelius en 1638. Verso. Source Gnomotika.pl.



(c) Cadran daté 1680. Source Robert H. van Gent.



(d) Cadran de Willem Sneewins, recto. Source Robert H. van Gent.



(e) Cadran de Willem Sneewins, verso. Source Robert H. van Gent.

Figure 3 – Cadrans signés Hevelius et cadrans signés Willem Sneewins (extrait du site web de Robert H. van Gent).

- *Collection of Historical Scientific Instruments (Harvard, USA)*. Fait par « IW » (ou « IVV ») en 1672 (collection Joseph Drecker).
- *Musée d'Histoire des Sciences (Genève, CH)*. Fait par « IW » (ou « IVV ») en 1680. Autrefois dans la collection Arthur Frank, vendu aux enchères par Sotheby en 1986 (fig. 3(c)).

- *Collection privée (NL). Fait par « IW » (ou « IVV ») en 16 ? (Identique au précédent ?).*
- *Netherlands Maritime Museum (Amsterdam, NL). Fait par Willem Sneewins, dispose d'un facteur prédictif de la marée, une échelle d'épacte et un calendrier perpétuel pour 1700-1728 (fig. 3(d) et 3(e) page précédente).*
- *Collection of Historical Scientific Instruments (Harvard, USA). Fait par « PLK » en 1755 (collection Joseph Drecker).*
- *Collection privée (NL). Non signé, non daté.*
- *British Museum (London, GB). Fabricant allemand « HW/W », non daté.*
- *Metropolitan Museum of Art (New York, USA). Fabricant allemand « HW/W », non daté.*
- *Museum of Applied Arts (Budapest, H). Probablement allemand, non daté.*
- *Netherlands Maritime Museum (Amsterdam, NL). Non signé, non daté.*
- *Museum for the History of Science (Oxford, GB). Non signé, non daté.*
- *Collection of Historical Scientific Instruments (Harvard, USA). Non signé, non daté. Vendu aux enchères par Van Glerum (La Haye, NL) en 1992/93, maintenant probablement dans une collection privée allemande, sans plus de détail connu ».*

D'autres cadrans de ce type ont été répertoriés depuis, sur Internet ou sur catalogues

- Vente aux enchères au Palais Dorotheum de Vienne (Autriche) le 05/10/2005 d'un cadran en laiton doré (taille 63 × 46 mm), daté 1880, signé ST. V. GÖTZ & SONS, dans un étui en cuir avec la description manuscrite de l'auteur et son adresse : Vienne, Währing, Goldschmiedgasse 3. Mis à prix 200 €, vendu 250 € (fig. 4(a) et 4(b) page suivante).
- Vente aux enchères au Palais Dorotheum de Vienne (AU) le 29/03/2017. Non daté, XIX^e, signé F ZAPPECK. Laiton, taille : 63 × 45mm. Mis à prix 200 €, vendu 580 € (fig. 4(c) et 4(d) page ci-contre).
- Collection privée (F). Mis en vente sur Ebay en mai 2017, prix de départ 900€. Daté 1766, signé FA. Autre inscription : E.P.G. 46 pour Elevatio Poli Grad 46°. Taille : 61 × 44 mm (fig. 4(e) et 4(f) page suivante).
- Muzeum Mikołaja Kopernika à Frombork (PL). Daté 1777 (fig. 4(g) page ci-contre). Sur le catalogue du musée Przytkowski à Jedrzejow (PL)
- N° 230 page 99. Daté 1781, signé F.A.R. Autre inscription : E.P.G. 46 pour *Elevatio Poli Grad 46°*. Taille : 61 × 45 × 4 mm (fig. 4(h) page suivante).
- N° 231 page 100. Non daté, Vienne, Autriche XIX^e, signé ST. V Götz & Söhne. Taille 62 × 45 × 5 mm (fig. 4(i) page ci-contre).
- N° 232 page 100. Non daté, Allemagne XVIII^e, signé F ZAPPECK. Taille 67 × 45 × 4 mm (fig. 5(a) page 84). Une description et un mode d'emploi sont donnés pour l'occasion.
- Messing OÖ. Landesmuseen (Musée national de Haute-Autriche), Lintz (AU). Non daté, fin XVIII^e, signé F. ZAPPECK. Inv. N° T 1964/0158. D'un côté d'un petit disque en laiton avec des contours courbes une échelle de mois est gravé sur l'autre côté de la ligne avec les points d'heures. Le petit porte-ombre à charnière situé à l'extrémité d'un pointeur plus grand peut être déplacé avec cette fonction de la date (fig. 5(b) page 84 qui ressemble beaucoup à la fig. 4(d) page suivante).



(a) Daté 1880, signé ST. V. GÖTZ & SONS, recto.



(b) Daté 1880, signé ST. V. GÖTZ & SONS, verso.



(c) Non daté, XIX^e, signé F. ZAPPECK, recto.



(d) Non daté, XIX^e, signé F. ZAPPECK, verso.



(e) Collection privée, daté 1766, signé FA, recto.



(f) Collection privée, daté 1766, signé FA, verso.



(g) Muzeum Mikołaja Kopernika, daté 1777.



(h) Daté 1781, signé F.A.R.



(i) Non daté, Autriche XIX^e, signé ST. V. GÖTZ & SÖHNE.

Figure 4 – Autres cadrans répertoriés (sources : Internet, divers catalogues (ventes, musées)).

- Museum of the History of Science, Oxford (GB). Non daté, polonais ?, signé F. ZAPPECK. Ce cadran solaire apparaît sur une médaille pour le congrès international de l'histoire de

la science tenue en Pologne suggérant qu'il est polonais. Voir l'inventaire n° 37743. Mais est-ce celui d'un groupe que le site Web de Rob van Gent identifie maintenant comme néerlandais ? (fig. 5(c), 5(d)).

- Museum of the History of Science, Oxford (GB). Plaque commémorative du XI^e congrès international de l'histoire des sciences, 1965, Cracovie, Pologne (fig. 5(e)).



(a) Non daté, Allemagne XVIII^e, signé F ZAPPECK.

(b) Non daté, fin XVIII^e, signé F ZAPPECK.

(c) Non daté, signé F ZAPPECK, recto.

(d) Non daté, signé F ZAPPECK, verso.

(e) Plaque commémorative 1965.

Figure 5 – Autres cadrans répertoriés (sources : Internet, divers catalogues (ventes, musées)).

La signature « F Zappeck » revient souvent, un site hongrois donne quelques informations sur le personnage, extrait ⁴ : « *Un autre type particulier de cadran de hauteur est le cadran solaire en forme de jambon, du 18^e à la fin du 19^e siècle. Au début, il est devenu à la mode. Aujourd'hui, il y a environ 15 copies de ma connaissance. Certains sont étiquetés « F. Zappeck » (F peut signifier le mot fecit, le créateur Zappeck), mais c'est un nom de famille qui existe dans presque toute l'Europe centrale. Les données de latitude indiquent qu'ils sont généralement faits en Hongrie, en Autriche, possiblement en Allemagne du Sud. Mais depuis deux cents ans la recherche de l'identité du fabricant a jusqu'à présent échoué, malgré la production répandue du cadran solaire.* »

4. <https://www.csillagaszat.hu/csillortort/egyetemcsillagaszattortenet/egyetemnaporak/naporaszerkesztes-naporakutatas-napora-kultura/>

3 Un cadran de ce type des plus anciens est celui de Jan Hevelius⁵ (fig. 3(a) et 3(b)).

Tadeusz Przyrkowski l'évoque lors du X^e Congrès de l'Histoire des Sciences, Paris 1962.

Extrait : « *Jan Hevelius (1611-1687), le grand astronome de Gdansk, tout comme Copernic n'a pas laissé derrière lui de publication sur des questions théoriques de gnomonique. Cependant, dans l'héritage vivant de ces deux astronomes nous trouvons beaucoup de preuves que les deux étaient parfaitement au courant des principes de la science des cadrans solaires que d'autres ont utilisé dans la pratique en construisant des instruments scientifiques souvent utiles dans leur recherche astronomique.*

En 1638, Hevelius crée un nouveau type de cadran solaire, dont la conception est basée sur le principe de la hauteur. Aujourd'hui, un tel cadran n'a pas été connu avant ou au temps de Hevelius. La seule copie de cette horloge marquée de la signature Hevelius et de la date de mise en œuvre était à Gdansk en 1945. Il est possible que Hevelius ait fait plusieurs de ces cadrans (comme il l'a fait avec ses télescopes), et en aurait envoyé à des correspondants. Malheureusement, nous ne connaissons l'existence de ce cadran qu'à partir de photographies, car l'original a été perdu pendant la guerre.

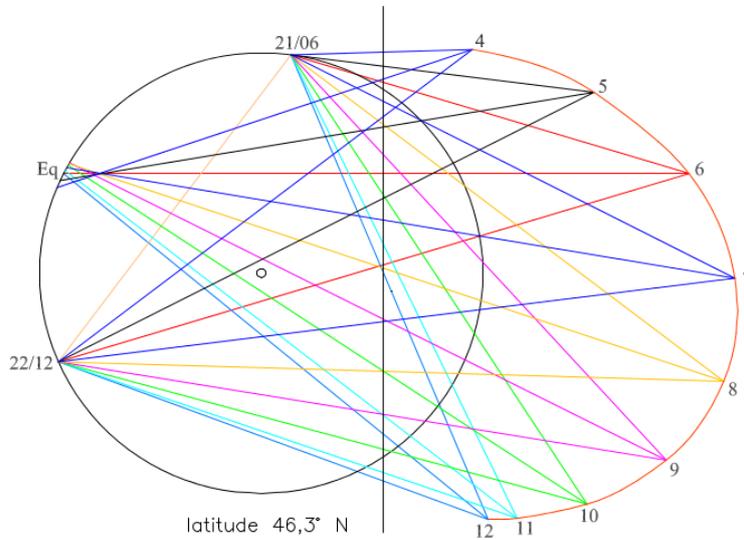
Le cadran d'Hevelius pouvait être utilisé dans une gamme de latitudes de 45° à 65° N. et sa variante populaire simplifiée est habituellement pour un seul lieu. Ces imitations ont été produites à la fin du XVII^e et début du XVIII^e siècle, vous pouvez les voir dans les collections de musées à Oxford, New York et la collection Greppin à Bruxelles. Au XVIII^e siècle un artisan avec la signature AR a généré de telles horloges sous une forme encore plus simplifiée, comme en témoignent les expositions dans des musées : daté 1754 dans la collection Greppin, 1768 au musée de Graz et 1781 au Musée Przyrkowski à Jędrzejów. Ce dernier musée possède également un cadran similaire daté 1784, qui se distingue par de riches motifs hongrois. Au tournant des XVIII^e et XIX^e des cadrans de ce type ont été produites également par F. Zappeck. Son travail peut être vu dans les musées à New York, Oxford, Prague, Linz et Jędrzejów et les observatoires astronomiques de Budapest et Cracovie. Enfin, au milieu du XIX^e siècle ces cadrans sont produits à Vienne par Stefan Von Götz (Musée Przyrkowski à Jędrzejów). Ainsi, bien que le cadran conçu par Hevelius n'ait été décrit nulle part, nous voyons son utilisation pratique et une large production au cours des deux siècles suivants ».

4 Réalisation d'un cadran avec le procédé Terpstra (fig. 6)

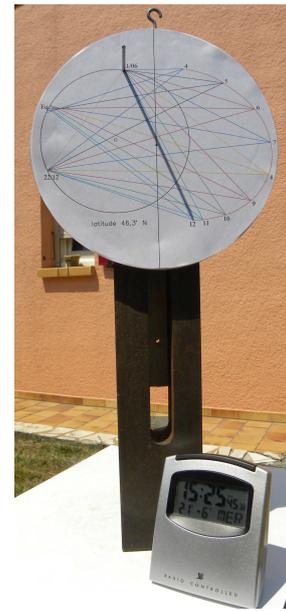
- Latitude 46.3° N. ;
- longitude 0°25' W. ;
- Obliquité de l'écliptique 23.437°, 0°, -23.437° ;
- Écart entre l'heure légale et l'heure solaire locale = 2 h 03 min 30 s.

Dessin sur papier collé sur un disque de contre plaqué de 10 mm, Ø 170 mm, Eq/6 h = 142 mm ; le gnomon de hauteur 44 mm, est une pointe acérée piquée sur le solstice d'été. Le disque est fixé dans un plan vertical sur une équerre en fonte posée sur un plan horizontal, Eq/6 h est horizontale. À proximité du montage, une pendulette radio-pilotée. Les 53 lectures sont faites le 21 juin entre 4 h 53 min et 19 h, heure solaire locale.

5. <http://gnomonika.pl/news.php?id=80>



(a) Dessin du cadran pour la latitude 46.3° N.



(b) Il est 12 h au cadran mais 13 h 22 min 15 s local (15 h 25 min 45 s légal).

Figure 6 – Réalisation d'un cadran avec le procédé Terpstra.

5 Remarques

Même à poste fixe, la lecture de l'heure est difficile. L'appréciation de l'extrémité de l'ombre est délicate. Autrefois, avec le cadran suspendu, la lecture devait être aléatoire avec un gnomon dont l'articulation du style devait être irréprochable pour retrouver sa perpendicularité à la table du cadran et son horizontalité au fil des utilisations. Le moindre courant d'air aussi est nuisible.

L'écart entre l'heure solaire locale et l'heure lue au cadran (fig. 7 page ci-contre) est croissant de 6 à 79 min le matin et décroissant de 82 à 7 min l'après-midi. L'ombre ne pointe plus sur la courbe entre 10 h 41 min et 13 h 22 min heure solaire locale. Pendant cette absence, on peut toujours amener la pointe de l'ombre sur un prolongement virtuel de la courbe, ce qui revient à admettre la courbe des cadrans signés Zeppeck et V. Götz sur lesquels la ligne « 12-solstice d'été » donne, avec l'horizontale, une hauteur supérieure à la hauteur solaire réelle tracée sur le cadran.

L'écart d'azimuts entre le soleil et le plan du cadran en est la cause car à tous moments on peut mettre le soleil et la table dans un même plan vertical alors, avant l'extinction de l'ombre on peut apprécier l'heure solaire réelle, la hauteur du soleil étant celle du tracé.

Une certitude dans ces cadrans : aux équinoxes à 6 h et 18 h, l'ombre sera horizontale, couvrira la ligne Eq/6 h et le cadran indiquera l'heure solaire vraie. L'écart d'azimuts entre le soleil et le plan du cadran sera : $\arctan Az = \frac{44}{142} = 17.22^\circ$ pour que l'ombre pointe sur la courbe à 6 h. Lors des 53 lectures, les azimuts n'ont pas été mesurés. Une faible modification de l'azimut du cadran entraîne un fort déplacement de l'extrémité de l'ombre du gnomon ce qui doit rendre encore plus difficile la lecture sur un cadran suspendu.

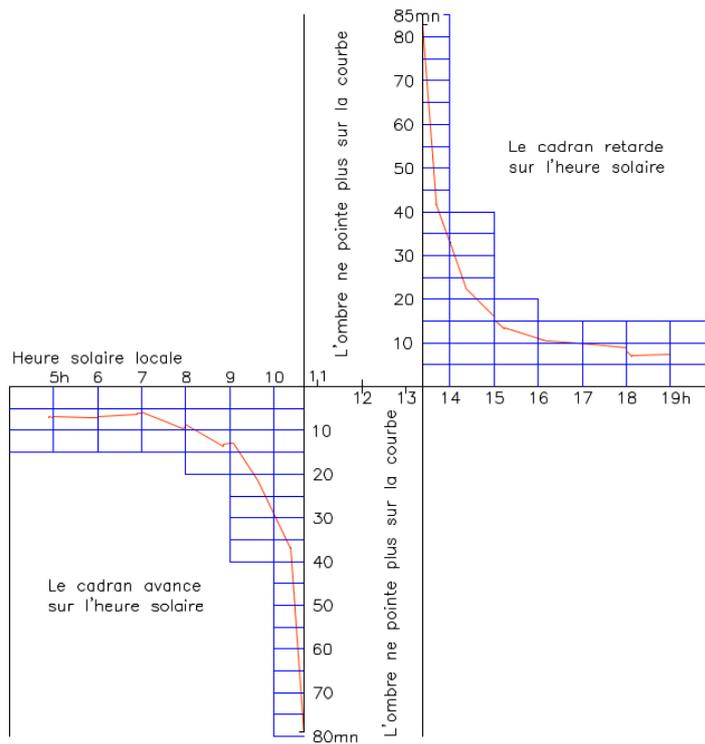


Figure 7 – Évolution des écarts entre l'heure solaire locale et l'heure lue au cadran.

Les cadrans « primitifs » tels ceux d’Hevelius et de Roelas (Fig. 1, 3(a), 3(b), 3(c), 3(d), 3(e)) sont plutôt « compacts horizontaux » contrairement aux autres plus tardifs (à partir du XVIII^e) qui, plus allongés verticalement (schinkenförmige — en forme de jambon) semblent empiriquement plus proches de l’heure solaire vraie. Quelque soit l’époque, on constate que sur l’arc de cercle des déclinaisons, les cordes solstice d’été/équinoxes et solstice d’hiver/équinoxe sont inégales.

6 Conclusion

En mai 2017, Robert van Gent écrivais, [ces cadrans] sont en grande partie le résultat d’expériences d’essais et d’erreurs. Les mesures sur le tracé initié par Pieter Terpstra montrent effectivement que le cadran ne donne pas l’heure solaire locale.

En tenant compte de l’écart d’azimuts un tel cadran, de forme semblable, est-il réalisable ?



Un cadran islamique problématique conservé à Sfax (Tunisie) par Fathi Jarray & Éric Mercier

Nous présentons ici un cadran islamique de date incertaine (XVII-XIX^e siècle), conservé à Sfax mais d'origine inconnue, qui présente de forte analogie avec les cadrans équatoriaux, il semble s'agir d'un cadran hybride, peu rigoureux qui pourrait correspondre à un essai de créer un nouveau type de cadran islamique. Cette hypothèse n'explique pas tous les éléments présents sur le cadran qui reste donc assez énigmatique.

Il y a presque 2 ans, les Services de Sécurité de la ville de Sfax (Tunisie) ont saisi des pièces archéologiques. Ces objets ont été présentés pour avis à l'Inspection régionale du Sahel-sud du Patrimoine. L'une de ces pièces, qui semblaient présenter des indications horaires, religieuses et de calendrier, a attiré l'attention du Professeur Ammar Othman, Inspecteur régional du Patrimoine, qui a pensé à un cadran solaire ancien¹. L'objet de cet article est de discuter de l'aspect purement gnomonique de ce cadran islamique (qui marque l'instant du commencement des prières canoniques de l'islam). À ce stade de la procédure judiciaire, aucune indication sur l'origine de l'instrument ne nous est disponible². Son âge peut-être évalué par le style de l'épigraphie/graphie/écriture et de l'ornementation, il correspond à la période XVII-XIX^e siècle sans qu'il soit possible d'être plus précis. Comme nous le verrons, ce cadran solaire a clairement une affinité avec les cadrans équatoriaux mais, sur un certain nombre de points fondamentaux, il s'écarte de ce type de façon très significative. Après avoir rappelé les caractéristiques du cadran équatorial et les relations entre ce type de cadran et la gnomonique islamique, nous décrirons ce cadran, nous essayerons de reconstituer les probables pièces mobiles manquantes et nous discuterons des approximations gnomoniques qui sont à la base de sa conception.

1. Nous remercions très sincèrement le Professeur Ammar Othman, Inspecteur régional du Patrimoine du Sahel-sud, qui nous a transmis le matériel nécessaire à cette recherche et a autorisé notre étude et sa publication.

2. Notamment, nous ignorons s'il s'agit d'un cas de tentative d'exportation illégale d'antiquités tunisiennes ou d'importation illégale d'objets originaires d'un autre pays du monde musulman.

1 Le cadran équatorial

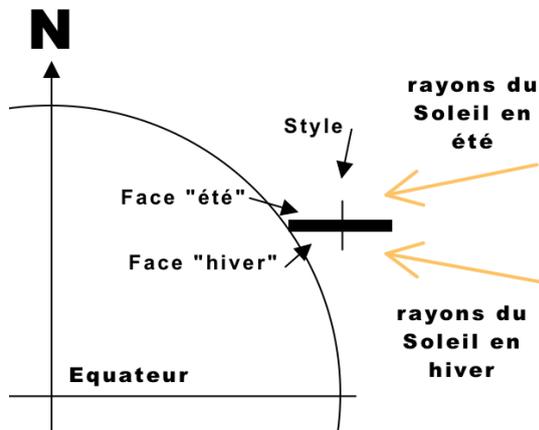


Figure 1 – Un cadran équatorial dans le référentiel terrestre.

Un cadran équatorial est un cadran dont la table est parallèle au plan de l'équateur terrestre. Son style est parallèle à l'axe de la Terre, c'est-à-dire qu'il est incliné, par rapport à l'horizon local, d'un angle égal à la co-latitude du lieu. Les deux faces de la table sont éclairées successivement : de l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'automne pour la face supérieure (dite « face été ») et le reste du temps pour la face inférieure (« face hiver »). Les jours des équinoxes, les rayons du soleil sont parallèles à la table et le cadran ne peut pas fonctionner. Les lignes horaires (en heures égales) sont équidistantes de 15° (fig. 2-A), ce qui le rend très facile à calculer et à réaliser. Enfin, insistons sur le fait que le cadran équatorial ne fonctionne qu'avec la direction de l'ombre ; en conséquence (1) la longueur du style est quelconque et (2) aucun calendrier ne peut être représenté sur la table.

2 La science arabo-musulmane et les cadrans équatoriaux

Dès que la notion de l'heure égale a pris de l'importance dans la science arabo-musulmane (vers le XIII^e siècle J.C.), les gnomonistes ont intégré le calcul des cadrans équatoriaux dans leurs traités. Citons notamment Shihâb al-Dîn al-Maqsi (actif au Caire vers la fin du XIII^e siècle J.C.) qui semble être le premier à les avoir étudié [King 2014, p. 722]. Mais ces cadrans équatoriaux ne furent jamais populaires dans la civilisation arabo-musulmane. On n'en connaît en effet pour l'instant que deux occurrences : (1) au XIV^e siècle, intégré à des « compendium » du Proche-Orient (instruments portables), et (2) sous la forme d'un cadran fixe du XVII^e siècle (celui de la mosquée Zaytûna à Tunis [Jarray et Mercier 2015]). Il est probable que la principale raison pour laquelle ce genre de cadran a été négligé par les gnomonistes musulmans est qu'il est, par principe, incapable de marquer les prières dont les heures sont variables au cours de l'année. Par ailleurs, dans l'Occident musulman (traité de Ibn al-Raqqâm al-Andalusî (XIII-XIV^e siècle), [Carandell 1988] & cadran de la mosquée Zaytûna, [Jarray et Mercier 2015]), seule la face « été » est présente ; dans les deux cas la face « hiver » est « oubliée ».

Ceci dit, il est possible de tracer la table d'un cadran septentrional-incliné qui aurait la même attitude qu'un cadran équatorial. Dans ce cas, il faut fixer une longueur de style, et il est alors possible de dessiner un calendrier zodiacal (c'est-à-dire les « arcs » de déclinaison)³

3. Le nombre d'arc de déclinaison, et pour finir la durée de la période, proche de l'équinoxe, où ce cadran est inutilisable dépend, pour une table de diamètre donnée, de la longueur du style. Plus le style est long, plus la période « aveugle » est importante.

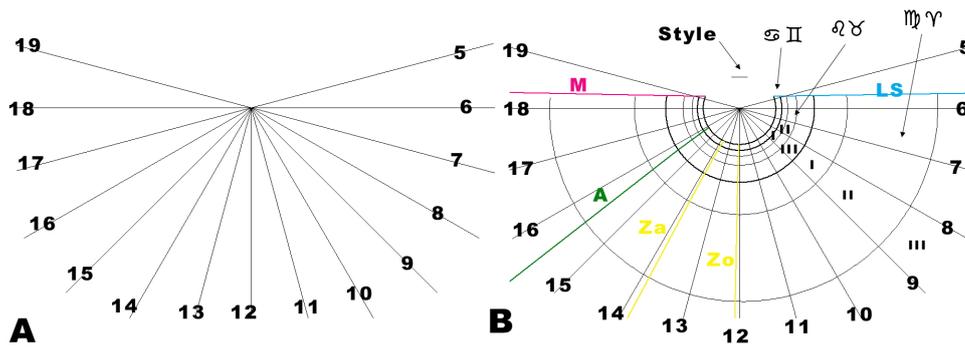


Figure 2 – A : Tracé d'un cadran équatorial (face été). B : Tracé d'un cadran septentrional incliné ayant la même attitude qu'un cadran équatorial à la latitude (35° N. dans cet exemple). Ce cadran B, calculé pour une longueur de style indiquée sur la figure, n'est éclairé que l'été (entre les équinoxes de printemps et d'automne). Un calendrier zodiacal est représenté avec chaque signe divisé en trois décades, la trace des équinoxes, théoriquement à l'infini, ne sont évidemment pas visibles. Les courbes de prières localisent : le lever du soleil (*LS* : fin de Fajr), Zuhr calculé selon la méthode « orthodoxe » (*Zo*) ou la méthode andalouse (*Za*), Asr (*A*), et Maghrib (*M*).

et des courbes de prières sur la table. La figure 2-B correspond à la face « été » d'un tel cadran (voir pour la méthode : [Mercier 2014a]). Les « arcs » de déclinaison sont dans ce cas des cercles qui sont parcourus par l'ombre de la pointe du style au cours de la journée. Cette construction, qui nous sera utile pour la suite de la discussion, ne semble jamais avoir été envisagée dans les manuscrits scientifiques arabo-musulmans. On remarque que dans ce type de cadran, les courbes de prière ont un aspect très rectiligne. Par ailleurs, et à l'exclusion des courbes de Zuhr, elles ne passent pas par le centre du cadran ; il ne s'agit donc pas de rayons du cercle, ce qui est une autre manière de dire que les prières ne tombent pas à la même heure égale pendant toute l'année.

3 Le cadran de Sfax (Tunisie)

Il s'agit d'un disque de marbre écri de 65 cm de diamètre, gravé sur une seule face qui fait partie d'une « paire » (fig. 3 page ci-contre A1 & A2) de dimension, de matériau et de style calligraphique relativement similaires. Le centre de ces deux disques est marqué par un trou traversant, d'environ 6 cm de diamètre. Un de ces disques est décoré d'une inscription coranique (sourate *al-Ikhlâs*, Le Culte, CXII), l'autre accueille les éléments du cadran solaire énigmatique qui est l'objet de cette étude. Les bordures du trou central du cadran solaire présentent des traces de frottement qui indiquent l'existence d'un mouvement de rotation (ce qui suggère l'existence de pièces mobiles actuellement manquantes).

Puis dans l'ordre centrifuge, on observe (fig. 3 page suivante) :

- un premier anneau avec les chiffres de 1 à 12.
- Le nom des cinq prières de l'islam et l'indication du lever du soleil (fin de Fajr).
- En regard de ces 6 indications, des flèches qui indiquent des directions vers l'extérieur. Remarquons dès à présent que ces flèches ne sont pas superposées à des rayons du cercle : leurs prolongations ne passent pas par le centre du cadran (fig. 3-C). Vu la position

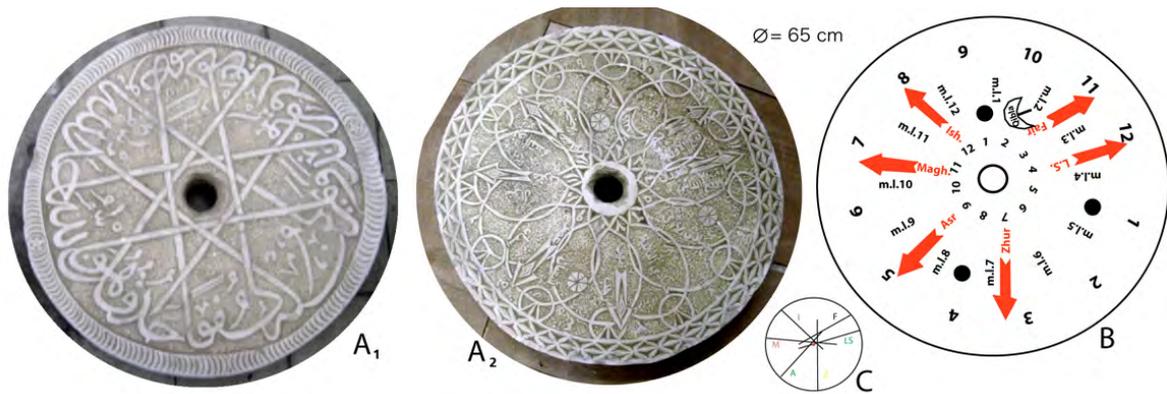


Figure 3 – A1 : le premier disque avec la sourate al-Ikhlâs ; A2 : le second disque avec le cadran solaire étudié (ces deux disques ne sont gravés que sur une face) ; B : indications gnomoniques et traduction de l'épigraphie (m.l. 1 à 12 = mois lunaires : voir texte) ; C : directions extrapolées de la direction des flèches du cadran qui sont censés indiquer les repères temporels des prières.

relative de ces indications, on peut conclure que c'est la définition « orthodoxe » de Zuhur qui est utilisée ici ⁴.

- L'indication de la Qibla sous la forme d'un mihrab très stylisé.
- Trois petits disques sur lesquels apparaissent 8 secteurs (« camemberts ») situés à des distances variables du centre.
- le nom des 12 mois lunaires du calendrier musulman. Ces noms sont schématisés sur la figure 3 par les indications « m.l.1 » à « m.l.12 » qui représentent les noms suivants :

m.l. 1 = <i>Muharram</i>	m.l. 7 = <i>Rajab</i>
m.l. 2 = <i>Safar</i>	m.l. 8 = <i>Sha'bân</i>
m.l. 3 = <i>Rabî' al-awal</i>	m.l. 9 = <i>Ramadan</i>
m.l. 4 = <i>Rabî' al-thânî</i>	m.l. 10 = <i>Shawwâl</i>
m.l. 5 = <i>Jumâdà al-Ûlâ</i>	m.l. 11 = <i>Dhû al-qa'da</i>
m.l. 6 = <i>Jumâdà al-thânîya</i>	m.l. 12 = <i>Dhû al-hijja</i>

Il existe un léger décalage entre le nom de ces mois lunaires et les chiffres de l'anneau central.

- En position extérieure, un second anneau de chiffre allant de 1 à 12 et décalé, par rapport au premier, de 4 unités.
- L'ensemble est décoré d'un motif en rosace qui admet une symétrie d'ordre 12.

4 Tentative d'analyse

L'analyse des éléments détaillés dans le paragraphe précédent est délicate. Comme nous le verrons, certains éléments sont clairement erronés, d'autres incompréhensibles. Seule une partie supporte une interprétation ; mais celle-ci nous conduit à admettre que des imprécisions

4. C'est-à-dire « quelques minutes après midi solaire » et non la définition andalouse « quand l'ombre d'un gnomon vertical atteint la longueur de son ombre à midi solaire plus $\frac{1}{4}$ de sa hauteur » (voir synthèse dans [King 2014], résumé dans [Mercier 2014a])

et/ou des maladresses ont été commises par le gnomoniste. En fait, comme nous le verrons, il semble que le gnomoniste n'ait pas su, ou voulu, choisir entre réaliser un cadran équatorial ou un septentrional incliné de la co-latitude. . .

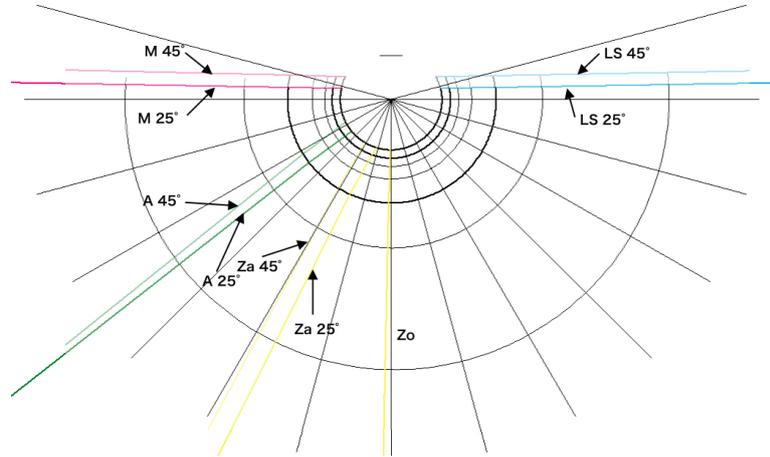


Figure 4 – La position des lignes de prières sur un cadran septentrional incliné de la valeur de la co-latitude pour des latitudes de 25° et 45°. On constate que les tracés sont assez proches.

1) Il existe une analogie claire entre les courbes de prières du cadran septentrional incliné « face été » de la figure 2 page 90 et les éléments représentés en rouge sur la figure 3-B. Mais cette analogie est loin d'être parfaite :

- On note, sur le cadran, la mention, très surprenante, des prières de la nuit (*Ishâ* et *Fajr*). Il y a parfois des mentions de ces prières sur les cadrans islamiques, mais c'est toujours sous la forme de « courbes d'annonce » (exemple : *Ishâ* dans 5 heures, *Ishâ* dans 4 heures. . .) et jamais comme indication de l'instant. Ceci n'a d'ailleurs aucun sens gnomonique, car ces prières commencent toutes les deux quand le soleil est sous l'horizon, il ne peut en aucun cas, à cet instant, provoquer une ombre sur le cadran.
- Le prolongement des autres flèches du cadran (fig. 3-C) donne des droites qui n'ont pas exactement les caractéristiques prévues par la modélisation :
 - *Zuhr* ne passe pas par le centre.
 - *Asr* ne présente pas l'angle correct avec midi.
 - *Maghrib* et *LS* ne sont pas alignés.
 - *Ishâ* et *Fajr* ne devraient pas être représentés (*cf. supra*).
- Plus grave, sans doute, le fait que le gnomoniste ait choisi de ne pas représenter les lignes de prières complètes, mais de les remplacer par une flèche. Ce choix suggère que c'est la direction de l'ombre qui est significative (comme sur un cadran équatorial), alors que c'est la position de la pointe de l'ombre qui doit être utilisée (ce qui n'est pas la même chose car les lignes de prière ne sont pas des rayons).

Le dessin des cadrans équatoriaux est indépendant de la latitude, ce n'est pas le cas des cadrans avec des courbes de prière car celles-ci sont dépendantes du lieu. En théorie, le dessin des lignes de prière devrait permettre de déterminer la latitude prévue pour l'implantation du cadran. En pratique cette démarche se heurte à deux difficultés :

- Le tracé des prières est peu discriminant dans ce cas. La figure 4 montre que : même avec 20° d'écart (25 et 45° de latitude) les tracés sont très proches.

- La faible précision avec laquelle ont été dessinées les flèches qui schématisent les lignes de prière rend illusoire toute tentative de comparaison avec la modélisation

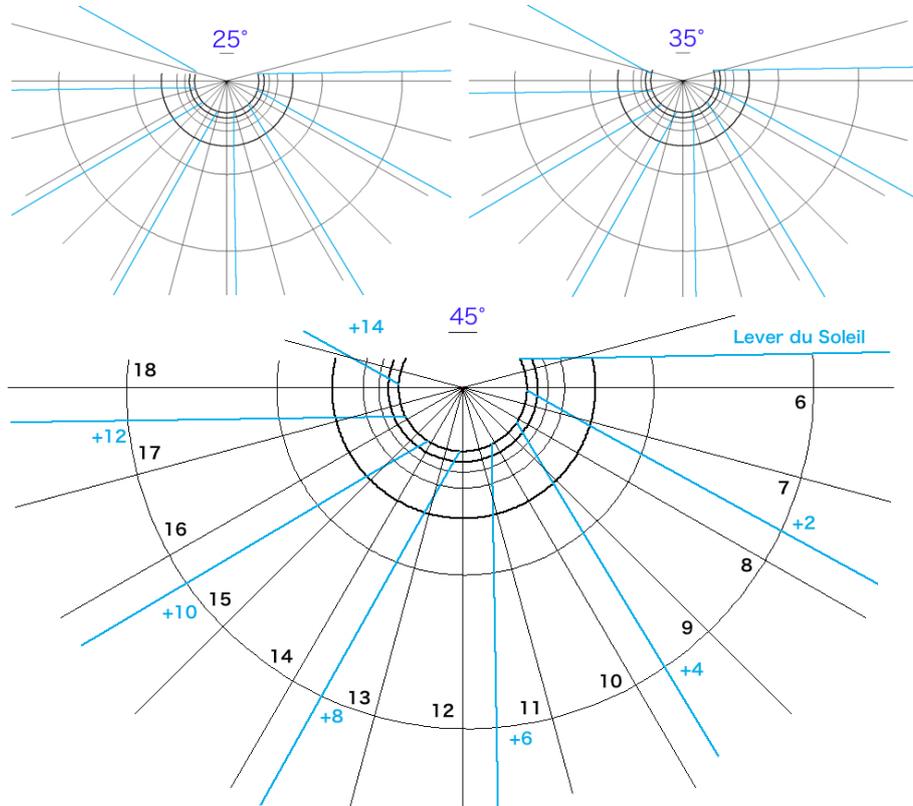


Figure 5 – La position des heures babyloniennes composées (c.-à-d. doubles) sur un cadran septentrional incliné de la valeur de la co-latitude pour les latitudes de 25°, 35°, et 45°. On constate que l’assimilation de ces lignes à des rayons est d’autant plus juste que la latitude est faible.

2) L’anneau extérieur de chiffres pose également problème. À cet emplacement, nous sommes en droit d’attendre une échelle horaire où chaque heure correspond à un secteur angulaire de 15°. Or, c’est un secteur de 30° auquel correspond chaque chiffre. C’est-à-dire que les unités correspondraient à des « paires d’heures » (ou « heures composées⁵ » selon l’appellation utilisée dans l’Encyclopédie de Diderot et d’Alembert⁶). Par ailleurs, le 0 de cette échelle horaire (c’est-à-dire le 12) coïncide avec l’indication du « Lever du Soleil ». Nous serions donc en présence d’un système horaire de type babylonien mais avec des heures composées. Mais là encore un problème se pose : l’intersection de la ligne « *LS* » avec la couronne extérieure de chiffres, n’indique le lever du Soleil qu’à une époque proche de l’équinoxe. En dehors de cette

5. Ces « heures composées » ($1/12$ de la durée entre deux levers de Soleil) comptées à partir du lever du Soleil (babyloniennes) auraient été la règle au Proche-Orient dans l’Antiquité (Égypte, Babylone...). Les heures temporaires ($1/12$ de la durée du jour clair) seraient plus occidentales (notamment romaine). Nous n’avons pas trouvé de mention de l’utilisation des heures composées depuis la fin de l’Antiquité, en dehors de la Chine. Mais dans ce cas le décompte commence à 11 h du soir (la première « heure » est centrée sur minuit) [Needham et Ling, 1959].

6. Première édition (1751-1782); article : « Heure ».

période, la position du « 0 » (et donc du 12) est fautive, ou du moins très approximative. La figure 5 page précédente permet d'évaluer cette approximation selon 3 latitudes différentes. On y compare le tracé d'un cadran équatorial et celui d'un septentrional incliné de la co-latitude avec le système horaire particulier évoqué plus haut. On constate que le décalage entre les lignes horaires varie très fortement au cours de l'année (maximum au moment du solstice d'été), mais que le décalage global diminue fortement avec la latitude.

3) La qibla qui apparaît sur le cadran est vers le E.-N.E., ce qui est soit une nouvelle erreur, soit la signature d'une origine soudanaise ou éthiopienne au cadran ; ce qui est très peu probable vu son style décoratif.

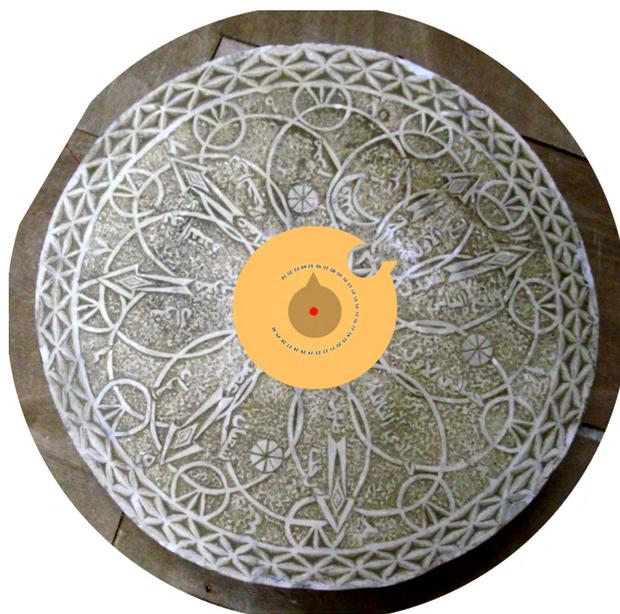


Figure 6 – Essai de reconstitution des hypothétiques volvelles centrales. La lumière et la flèche du disque inférieur marquent manuellement le numéro et le nom du mois lunaire en cours, et la flèche du disque supérieur marque le numéro du jour.

4) Il est très surprenant de trouver des références à un calendrier lunaire sur un cadran. La position de l'ombre du Soleil, comme de l'ombre de la Lune d'ailleurs, est totalement dé-corrélée du mois lunaire. Nous supposons donc que ces mentions de mois ne font pas partie du cadran mais relèvent d'un autre dispositif comme un calendrier perpétuel (fig. 6). Celui-ci pourrait correspondre à l'ajout, au centre du cadran, de deux volvelles qui devaient être réglée manuellement chaque jour et qui indiquaient, à l'aide de repères et/ou de lumières *ad hoc*, le mois lunaire en cours et le quantième de ce mois. C'est sur le disque supérieur que devait être fixé le style du cadran. Cette hypothèse permet, de plus, de rendre compte du diamètre important du trou central et des traces de frottement en rotation que l'on y observe.

5) Nous n'avons aucune explication concernant les « camemberts », leur signification et leur position.

5 Discussions et conclusions

De nombreux éléments suggèrent que l'objet étudié ici est un cadran solaire, et même, plus précisément, un cadran solaire avec des affinités « équatoriales ». En fait, nous avons

le sentiment que le gnomoniste a voulu concevoir un cadran hybride (mi-équatorial ; mi-septentrional incliné) en exploitant les avantages des deux systèmes sans se préoccuper de leurs limites et inconvénients respectifs. Le résultat est très imparfait, et la précision obtenue est bien moindre que dans les cadrans islamiques horizontaux ou verticaux. L'erreur dans ce cas peut atteindre $\frac{3}{4}$ d'heure à 1 heure en plus et en moins ! Par ailleurs, ce cadran ne peut fonctionner que moins de 6 mois par an.

Nous n'avons pas compris la signification et le but de certains éléments gravés sur ce cadran notamment les « camemberts », mais ceux-ci peuvent être purement décoratifs. Mais quelques conclusions et début de discussions peuvent être proposés. Le cadran de Sfax est une magnifique pièce archéologique, richement et finement sculptée en bas relief. C'est aussi un instrument très intéressant sur le plan gnomonique. Il démontre qu'entre le XVII^e et le XIX^e siècle, un gnomoniste anonyme a voulu expérimenter et inventer un nouveau type de cadran islamique. Il s'agissait d'un cadran hybride entre un cadran équatorial (rarissime dans le monde arabo-musulman) et un cadran septentrional incliné (à priori au moins aussi rare). Un calendrier perpétuel devait compléter l'instrument. Hélas, la partie gnomonique de cette expérimentation est ratée et, au moins sur le plan de la précision des repères chronologiques des heures de prières, le résultat est bien plus mauvais que ce qui se fait à la même époque en Tunisie ou en Turquie par exemple. En voulant bénéficier des avantages des deux types de cadrans, l'auteur du cadran a surtout accumulé les inconvénients de ceux-ci. Enfin, c'est un système horaire très surprenant (heures composées babyloniennes) qui est inutilisé.

Une question historiquement importante est celle des influences à l'origine de cet essai de nouveau type de cadran islamique ; mais il est clair que nous ne disposons pas d'éléments pour répondre à cette question.



Figure 7 – Cadran équatorial chinois (Pékin) daté de la première moitié de la dynastie Qing (1644-1911) [Hollenback 2004]. On remarque les deux volvelles du calendrier perpétuel central. Ici le découpage horaire est en $\frac{1}{2}$ heures, mais dans de nombreux cadrans chinois anciens, le découpage se fait en paire d'heures [Deng 2015].

À titre anecdotique et sans vouloir suggérer la moindre filiation, signalons que les cadrans les plus proches de notre reconstitution (fig. 6 page précédente) sont des cadrans équatoriaux chinois (fig. 7) globalement contemporains du cadran étudié.

Références

- [1] Carandell J. (1988) : *Risala fi ilm al-zilâl de Muhammad ibn al-Raqqam al-Andalusi*, 1988 Edicion, traduccion y comentario, Barcelona 1988 (323 p.).
- [2] Deng K. (2015) : « Ancient Chinese sundials », In C.L.N. Ruggles (ed.), *Handbook of Archaeoastronomy and Ethnoastronomy*, Springer Science+Business Media New York, p . 2117-2125.
- [3] Hollenback G. (2004) : *More on the qumran roundel as an equatorial sundial*, *Dead Sea Discoveries* 11, 3, p. 289-291.
- [4] Jarray F. & Mercier É. (2015) : *Cadrans de la Grande Mosquée al-Zaytûna*, *Cadran-Info*, n° 31, 16 p.
- [5] King D.A. (2014) : « In synchrony with the heavens », volume 1 : *The call of the Muezzin*, Brill edt, 930 p. (première édition : 2005).
- [6] Mercier É. (2014) : *Cadrans islamiques anciens de Tunisie*, *Cadran-info*, n° 29, p. 53-65.
- [7] Mercier É. (2014) : *Qibla des cadrans islamiques de Tunisie*, *Cadran-info*, n° 30, p. 66-72.
- [8] Needham J.N., Ling W., (1959) : « Science and civilisation in China », volume 3 : *Mathematics and Sciences of the heavens and the Earth*, 998 p., Cambridge University Press.



La précision de la Navicula de Venetiis par Yvon Massé

Les auteurs modernes de gnomonique ont généralisé l'idée que l'instrument du Moyen-Âge appelé Navicula de Venetiis¹ était une approximation du cadran de Regiomontanus et, par suite, que la Navicula ne pouvait pas fournir d'indications horaires dignes d'intérêt. Les éléments apportés dans cet article montrent qu'à l'évidence cette idée reçue mérite d'être reconsidérée.



Figure 1 – *Navicula de Venetiis* du musée Galileo à Florence. C'est la seule *Navicula* qui nous soit parvenue dont le tracé est parfaitement conforme aux procédures du Moyen-Âge.

1 Histoire d'une malédiction²

À la fin du Moyen-Âge, il semble qu'une malédiction se soit abattue sur la *Navicula de Venetiis* quand, une bonne cinquantaine d'années après son invention, le mathématicien et astronome Regiomontanus eut l'idée d'utiliser l'imprimerie, technique alors toute récente qui décupla la diffusion du savoir, pour publier un almanach [1] à la fin duquel il proposa un « carré horaire général ».

À partir de cet instant, tout se passa comme si on avait décidé que de ces deux cadrans il y en avait un de trop. Comment comprendre en effet que, sous des apparences similaires, on

1. Dans cet article, il ne sera considéré que le cadran à heures égales qui occupe une des faces de la *Navicula de Venetiis* [1], l'autre face est occupée par un cadran ancien et un carré des ombres.

2. L'exposé des faits est ici volontairement schématique. Pour un historique plus détaillé, voir la compilation de C. Eagleton [8], ouvrage de référence sur les *Naviculas*.

ait dans un cas le point de suspension du fil qui se déplace suivant un arc de cercle tandis qu'il se déplace selon une ligne droite dans l'autre cas. Si le carré horaire de Regiomontanus conduit à une détermination exacte des heures égales alors la *Navicula* ne peut être qu'une sombre approximation ou, au mieux, les premiers balbutiements d'un instrument qui a fini par trouver sa forme définitive et parfaite. Alors, à quoi bon s'intéresser à la *Navicula*? Il semble en effet qu'on ait rapidement oublié les ingénieux compromis qui avaient alors été inventés.

Un autre évènement d'importance eut toutefois lieu à la Renaissance quand Oronce Fine, sans doute touché par la grâce de la *Navicula* — qui, reconnaissons-le, ne manque pas de charme — décida d'en fabriquer une pour en faire un cadeau royal sans se soucier des réelles proportions de l'original. De surcroît, il publia la description de son instrument et donna sa propre conception de son utilisation, très différente de la *Navicula* d'origine, dans un prestigieux cours de mathématiques [2] dont la partie gnomonique fut réimprimée par un de ses enfants [3]. À la malédiction s'ajouta alors la confusion la plus totale.

En effet, les gnomonistes qui suivirent remarquèrent que la *Navicula* d'Oronce Fine manquait sérieusement de précision et ils apportèrent des ajustements pour tirer le meilleur parti d'un instrument qui, rappelons-le, avait fait l'objet d'un présent royal. On retrouve notamment dans le *Traité d'horlogiographie* de J. Bullant [4] la description d'une horloge solaire universelle directement inspirée de la *Navicula* avec une adaptation au niveau du zodiaque latéral qui permet de gagner en précision aux époques des équinoxes.

Les choses en restèrent là quand, vers la fin du XX^e siècle J. Kragten, hollandais, eut la curieuse idée de calculer l'erreur produite par la *Navicula* [6] en partant d'un manuscrit médiéval³ datant de l'époque de son invention. Le manuscrit fournissait un mode opératoire pour fabriquer et utiliser la *Navicula* : toutes les données nécessaires à ses calculs étaient donc rassemblées. Il eut alors la grande surprise de constater que cette erreur n'était pas significative, en tout cas très inférieure à l'erreur de lecture d'un cadran de poche, fut-il basé sur un principe parfaitement exact.

On aurait pu croire que la malédiction était alors rompue, mais c'était sans compter le lourd poids des idées reçues, alimentées de plus par un ensemble d'écrits spécialisés de notre époque moderne ressassant les mêmes propos : la *Navicula* est l'ancêtre du cadran de Regiomontanus, celui-ci lui a donné sa forme définitive et mathématiquement exacte.

Récemment M. J.-M. Rétif a souhaité diffuser au sein de notre commission une petite monographie qu'il avait rédigée concernant les cadrans d'Apian, de Regiomontanus et du capucin [11]. Dans cette étude l'auteur a utilisé une méthode graphique originale qui consiste à superposer sur le tracé du cadran, pour chaque heure vraie, le parcours de la perle au fil des jours, du solstice d'hiver au solstice d'été. Ainsi, si les parcours se confondent avec les lignes horaires, on peut, d'un simple coup d'œil, confirmer immédiatement la justesse du cadran.

C'est au cœur de cette étude que la malédiction frappa de nouveau. Par un souci d'exhaustivité, l'auteur souhaita donner quelques éléments concernant la *Navicula de Venetiis*. Il utilisa alors un formulaire simplifié, que j'avais proposé dans un précédent article [10] pour décrire la géométrie des *Naviculas* médiévales, et il proposa une méthode graphique correspondante et originale. Mais dans la procédure d'utilisation, quand il fallut choisir la façon de régler la perle, déconcerté par les différentes méthodes proposées — celle du Moyen-Âge, d'Oronce Fine et de ses successeurs — l'auteur en choisit une qui lui semblait logique et, en quelque sorte, valida son choix en constatant que le résultat n'était pas précis, conformément à ce que nos écrits modernes s'accordent à souligner.

3. Plus exactement la reproduction de ce manuscrit présentée dans un article de D. de Solla Price [5].

Si M. Rétif avait été convaincu qu'il devait obtenir une erreur faible, il aurait essayé avec un autre réglage de la perle pour finalement retenir celui qui est décrit dans tous les manuscrits médiévaux⁴ : quand le fil est tendu par-dessus l'arc du zodiaque latéral et passe juste sur la position du Soleil au jour de l'observation, la perle doit être placée *exactement sur la ligne de midi*.

Afin d'apprécier à sa juste valeur la précision des différents types de *Navicula*, reprenons-les chronologiquement en utilisant la méthode que M. Rétif a imaginée pour valider le fonctionnement des cadrans de hauteur. Sur les graphiques obtenus et présentés ci-dessous seront tracés :

- En noir les graduations horaires de la *Navicula* ;
- En rouge les différentes positions de la perle au cours de l'année pour toutes les heures vraies entières.

2 À partir des manuscrits médiévaux

La graduation du mât pour la latitude φ est donnée par la relation :

$$y = R \tan \varphi \quad (\text{voir fig. 2}) \quad (1)$$

Le zodiaque inférieur pour l'inclinaison du mât et le zodiaque latéral pour le réglage de la perle sont gradués suivant deux méthodes graphiques différentes que l'on peut voir décrites sur le manuscrit fig. 3. La façon de régler la perle est rappelée plus haut. Aux solstices, quand le mât est incliné au maximum, on peut montrer à partir de l'équation (1) que le point de suspension du fil est à la même place que pour le cadran de Regiomontanus.

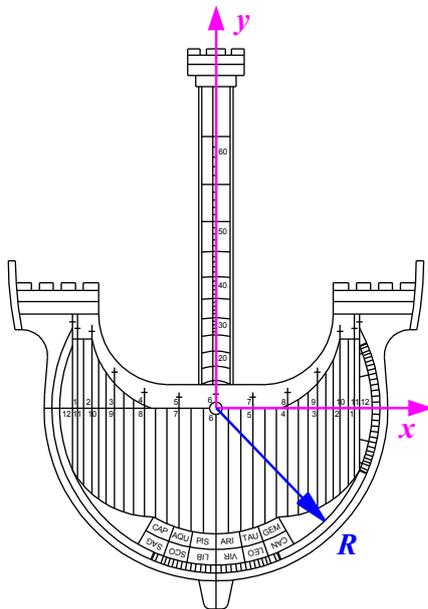


Figure 2

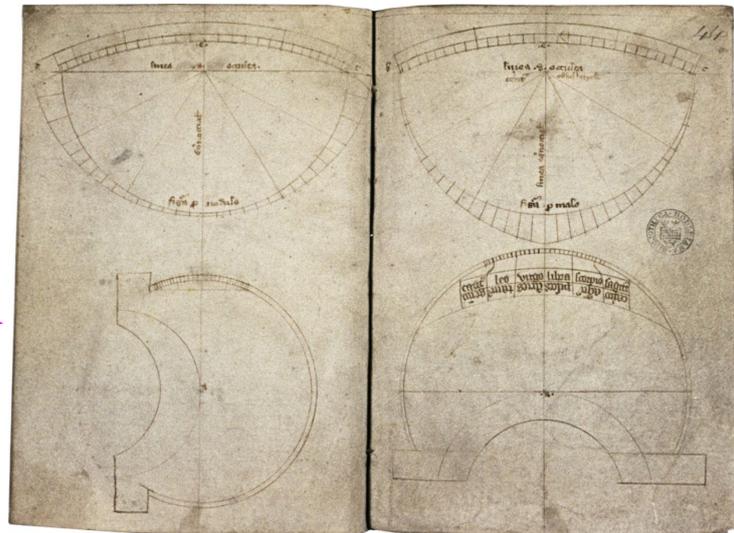


Figure 3 – Manuscrit Bodley 68, ff. 043v-044r.

4. On peut consulter à ce sujet la compilation de C. Eagleton [8] qui présente plusieurs manuscrits médiévaux avec leur traduction en anglais moderne.

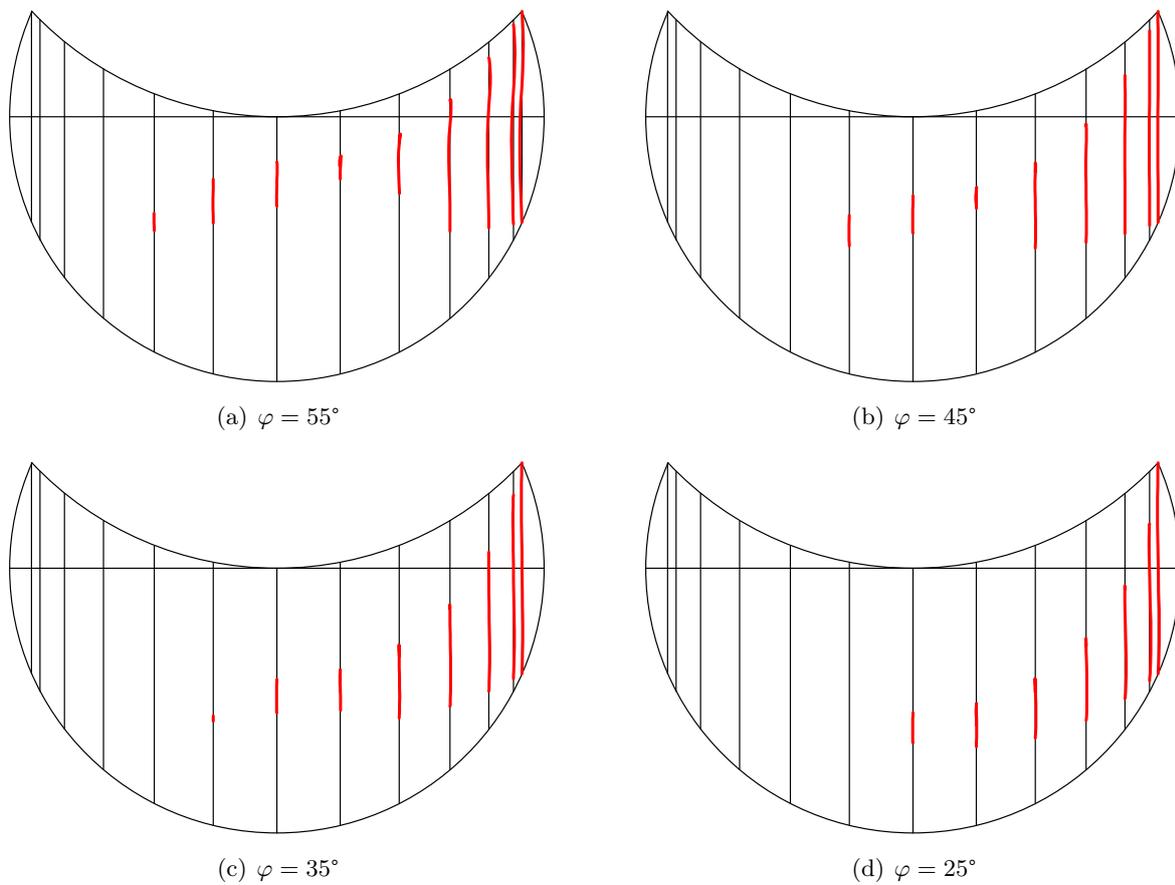


Figure 4 – Position de la perle pour la *Navicula* médiévale.

Il faut toutefois remarquer que la procédure graphique médiévale utilisait une déclinaison maximale pour le tracé des zodiaques de 24° alors qu'à cette époque l'obliquité effective ϵ était d'environ 23.5° . Cette différence introduisait une erreur supplémentaire que l'on peut apprécier sur la fig. 5.

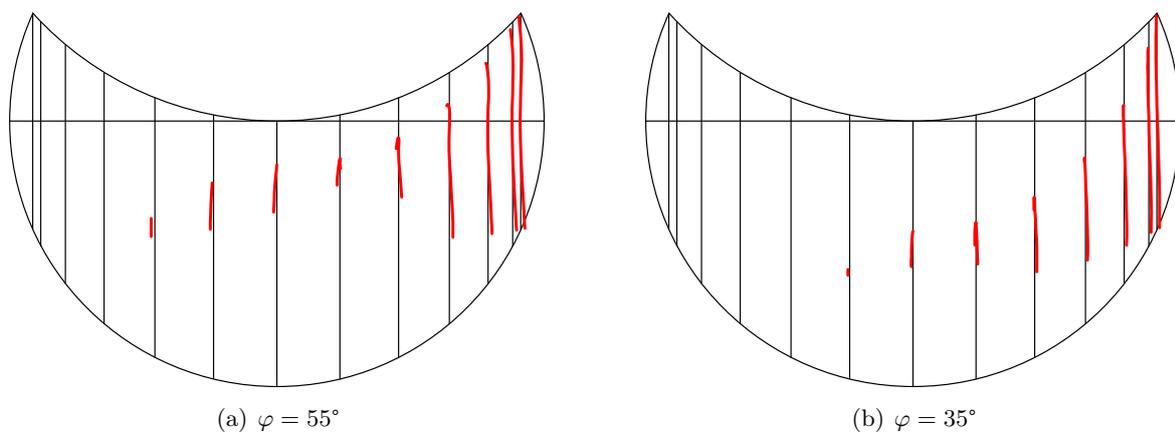


Figure 5 – Position de la perle avec un tracé basé sur une déclinaison maxi de 24° .

3 Suivant les écrits d’Oronce Fine⁵

Le mât est plus court du facteur $\cos \epsilon$ par rapport à la *Navicula* médiévale. Aux équinoxes, quand le mât est vertical, le point de suspension du fil est ainsi situé à la même place que pour le cadran de Regiomontanus. Les deux zodiaques sont identiques et gradués suivant la déclinaison du Soleil. La perle se règle sur le zodiaque latéral qui est situé sur un arc de cercle.

L'imprécision est plus grande pour les faibles latitudes.

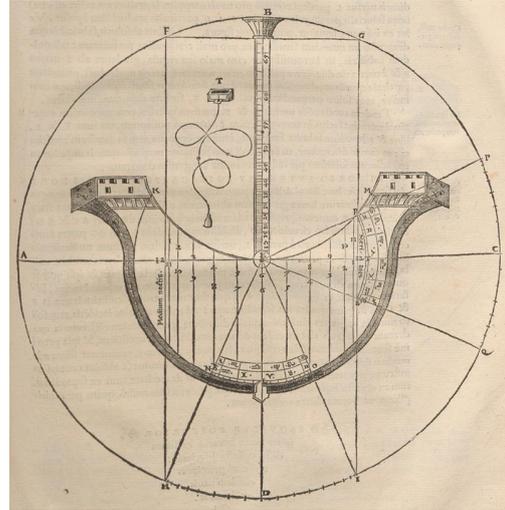


Figure 6

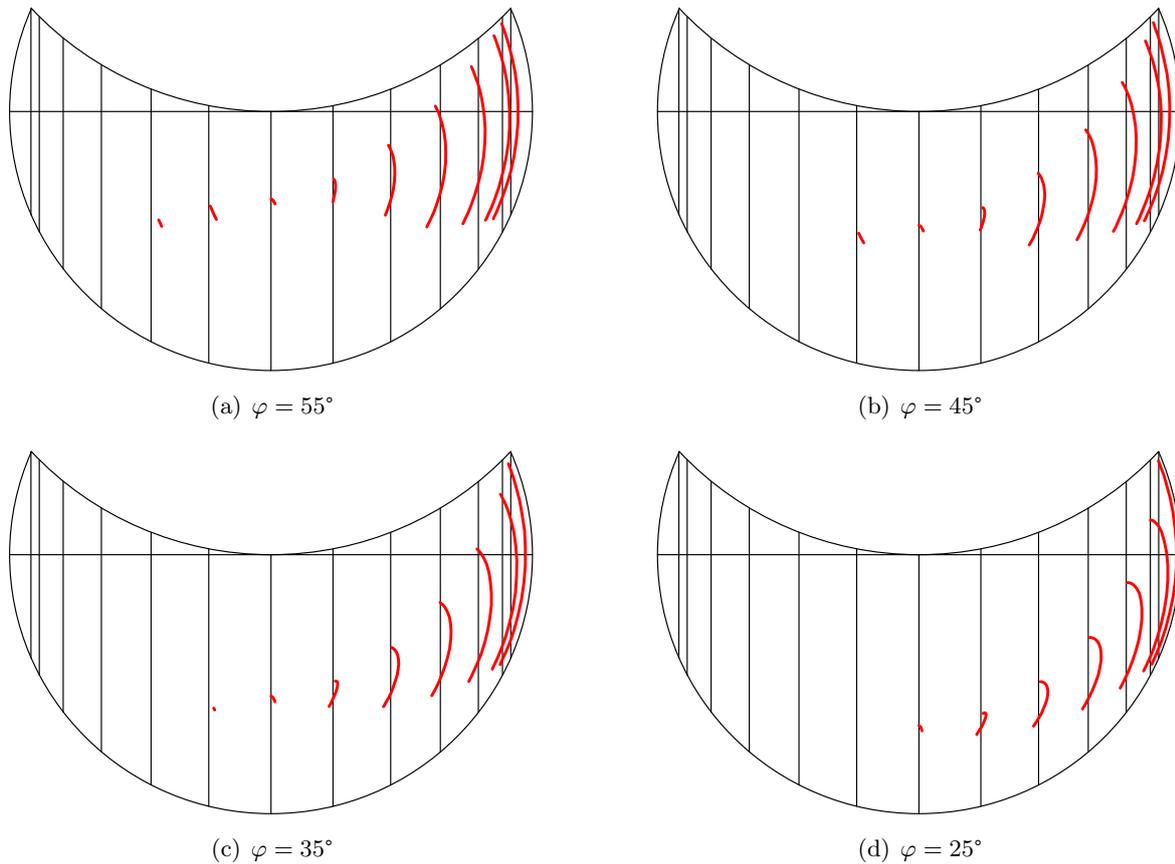


Figure 7 – Position de la perle pour la *Navicula* d’O. Fine.

5. Pour une approche trigonométrique de cette configuration voir l'article de M. Archinard [7].

4 Suivant le traité de Jean Bullant

La différence avec la géométrie d'O. Fine se situe uniquement au niveau du zodiaque latéral qui est déplacé sur la ligne de midi. La perle se règle sur ce nouveau zodiaque.

L'erreur est nulle aux équinoxes (on est dans la configuration du cadran de Regiomontanus) mais on retrouve celle de la configuration d'O. Fine aux solstices. La précision est cette fois-ci meilleure quand l'instrument est utilisé pour de faibles latitudes.

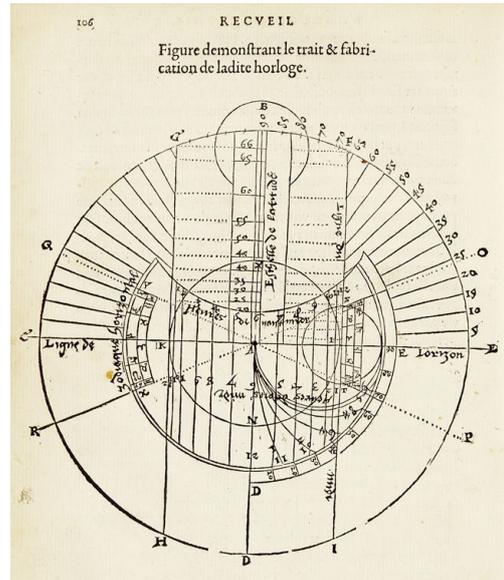


Figure 8

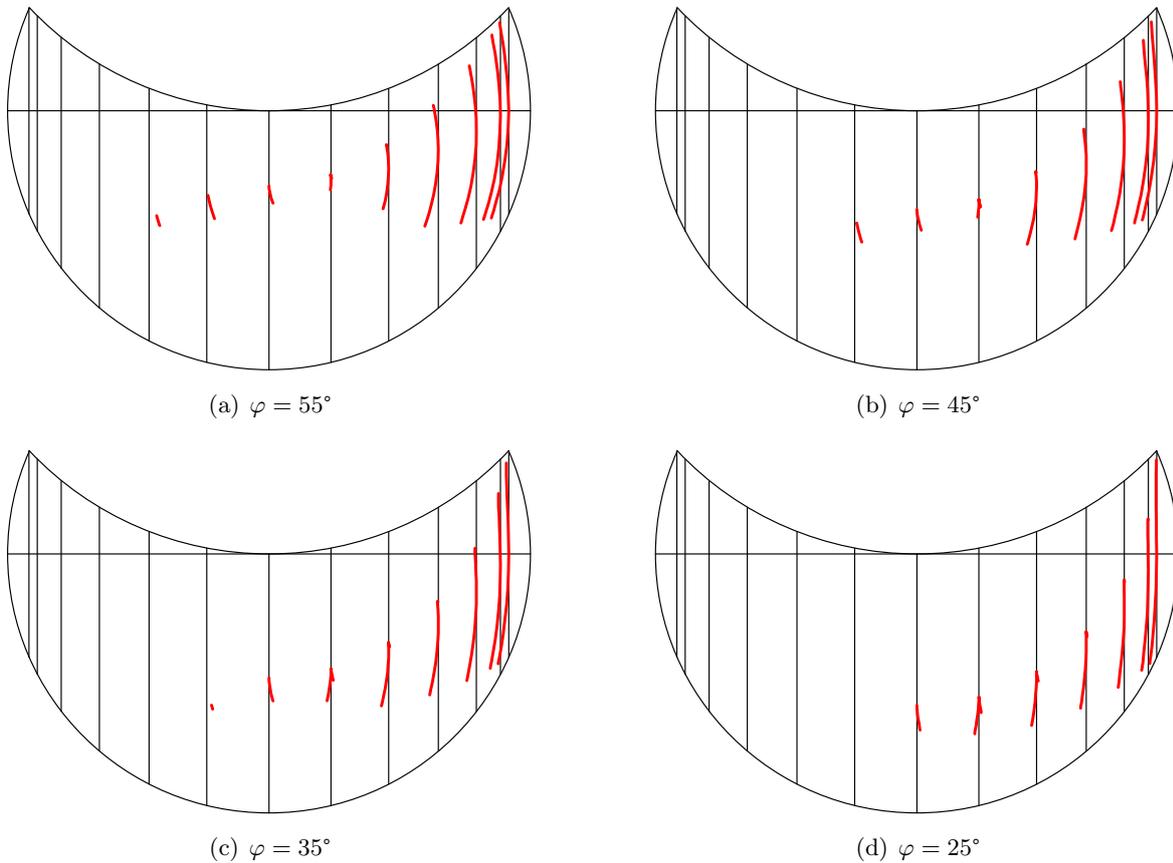


Figure 9 – Position de la perle pour la *Navicula* de Bullant.

5 En utilisant une procédure simplifiée

Le compromis du Moyen-Âge conduit, nous l'avons vu, à une précision parfaitement suffisante au prix d'une méthode assez complexe pour la graduation des zodiaques. C'est en essayant de comprendre sur quelles bases reposaient ce compromis [9] que j'ai constaté qu'il existait un angle α_m pour l'inclinaison du mât qui permet de placer le point de suspension de la perle à la bonne distance x suivant la géométrie du cadran de Regiomontanus (la position y n'intervient pas car elle correspond à un déplacement dans la direction des lignes horaires). C'est-à-dire, pour la déclinaison δ du Soleil :

$$x = R \tan \varphi \sin \alpha_m = R \cos \epsilon \tan \varphi \tan \delta \quad (2)$$

$$\sin \alpha_m = \cos \epsilon \tan \delta \quad (3)$$

Cette relation est valable pour toutes les latitudes φ et permet de définir facilement la graduation inférieure pour le réglage du mât. À partir de cette formule M. Rétif proposa la méthode graphique fig. 10(a) qui illustre bien le resserrement des graduations sur l'équinoxe propre à la procédure médiévale.

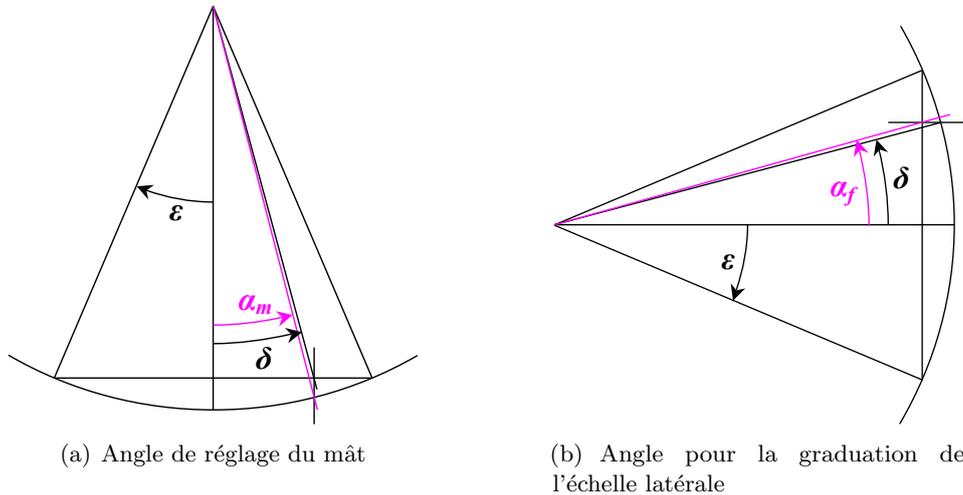


Figure 10 – Méthode graphique simplifiée.

Il reste alors, pour pouvoir réaliser entièrement la *Navicula*, à définir comment tracer les graduations latérales qui doivent, elles, s'écarter par rapport à l'équinoxe. La figure 10(b) vient alors naturellement et avec elle la formule associée :

$$\tan \alpha_f = \frac{\sin \delta}{\cos \epsilon} \quad (4)$$

L'utilisation de ces formules, ou des méthodes graphiques correspondantes, associées au mode d'emploi du Moyen-Âge (positionnement de la perle sur la ligne de midi) conduit aux résultats ci-dessous qui sont quasiment identiques à ceux de la *Navicula* médiévale.

Remarquons que cette configuration, comme celle du Moyen-Âge, est rigoureusement exacte aux solstices — on retrouve la géométrie du cadran de Regiomontanus — mais aussi aux équinoxes. En effet, le réglage spécifique de la perle fait que sa distance au point de suspension se retrouve, ici encore, conforme à celle du cadran de Regiomontanus. Le déplacement du point de suspension, nous l'avons vu, est sans conséquence car il se fait dans la direction des lignes horaires.

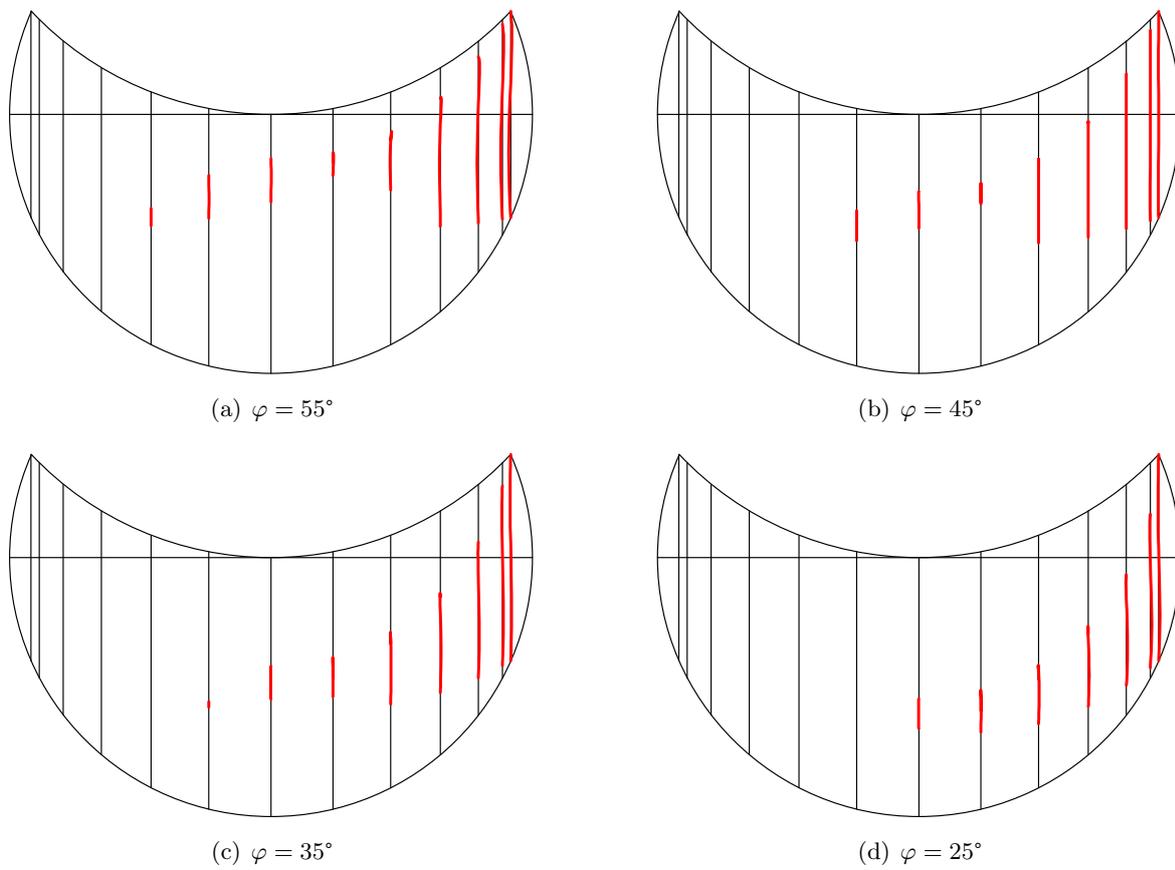


Figure 11 – Position de la perle avec la procédure simplifiée.

6 Conclusion

J'espère sincèrement que cet article permettra de mieux comprendre les particularités des différentes *Naviculas* et qu'il donnera suffisamment d'éléments pour ne pas les confondre. J'espère enfin qu'il encouragera les amateurs à réaliser ce type d'instrument en étant convaincu qu'ils obtiendront un cadran de bonne précision.

Références

- [1] Regiomontanus, *Calendarium latinum / Der deutsche Kalender*, Nuremberg, 1474, réédité plusieurs fois jusqu'à la fin du XV^e siècle.
<http://daten.digital-sammlungen.de/db/0003/bsb00031080/images/?seite=64>
- [2] O. Fine, *Protomathesis*, Paris, 1532, vol. IV ff. 198v-200v.
<http://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/2677434>
- [3] O. Fine, *De solaribus Horologiis, & Quadrantibus*, Paris, 1560, pp. 183-190.
<http://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/4411039>

- [4] J. Bullant, *Recueil d'horlogiographie, contenant la description, fabrication et usage des horloges solaires*, Paris, 1561 réédité en 1598 et 1608, pp. 102-110.
http://bvpb.mcu.es/es/catalogo_imagenes/grupo.cmd?path=50043
- [5] D. de Solla Price, *The Little Ship of Venice — a Middle English Instrument Tract*, Journal of the History of Medicine and Allied Sciences, 1960, XV(4), pp. 399-407.
- [6] J. Kragten, *The Little Ship of Venice – Navicula de Venetiis*, Eindhoven, 1989, révisé en 1997.
- [7] M. Archinard, *Navicula de Venetiis – une acquisition prestigieuse du musée d'histoire des sciences*, N.S. t. XLIII, Genève, 1995.
- [8] C. Eagleton, *Monks, Manuscripts and Sundials, The navicula in Medieval England*, Brill, 2010.
Certaines pages sont consultables ici :
<https://books.google.fr/books?id=SW7NWRm2MkIC&printsec=frontcover>
- [9] Y. Massé, *La Navicula de Venetiis*, présentation PowerPoint, 2011.
http://gnomonique.fr/gnomon/pres_nav_txt.ppt
- [10] Y. Massé, *La navicula de Venetiis*, Cadran-Info n° 28, 2013, pp. 114-120.
http://gnomonique.fr/divers/navicula_de_venetiis.pdf
- [11] J.-M. Rétif, *Les Cadrans solaires de hauteur*, 2016, objet d'Info-Mail n° 29_2017.
L'intégralité de l'article se trouve dans les annexes de la version numérique de Cadran Info n° 36, octobre 2017.
<http://remu-meninge.fr/2016/11/01/cadran-de-hauteur/>

Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

- Le script Python *Navis_tk.py* utilisé pour réaliser les différentes figures pour la position de la perle.
- Le fichier *Navicul2.dxf* utilisé pour la fig. 2 page 99 et qui permet de réaliser une *Navicula* conforme à la procédure simplifiée.
- Le fichier *Navicul2.pdf* qui permet de voir ou imprimer le contenu du fichier précédent.



Les « Modes d'emploi » des cadrans Butterfield par Éric Mercier

Je présente ici un inventaire de 13 modes d'emploi imprimés à l'époque pour accompagner des cadrans de type « Butterfield ». Ces brochures correspondent à 9 ou 10 éditions différentes, mais présentent de nombreux points communs qui indiquent une source commune. Ces éditions ne concernent que 5 ou 6 auteurs.

1 Introduction

Vers la fin du XVII^e siècle, et sans que l'on puisse proposer une date précise, un nouveau type de cadran solaire portable est apparu sur le marché français. Il s'agit du cadran dit « Butterfield » (fig. 1 [page ci-contre](#)). C'est un cadran robuste, facile à utiliser et à transporter (le style est repliable), standardisé, dans une certaine mesure universel, et sans doute relativement bon marché par rapport aux réalisations prestigieuses antérieures. Ces qualités « commerciales » ont eu pour conséquence une certaine baisse de qualité scientifique¹. Néanmoins le succès fut au rendez-vous comme en témoigne le nombre de cadrans de ce type qui nous sont parvenus.

De très nombreux cadraniers² sont impliqués dans la construction et la diffusion de cet instrument qui perdurera jusqu'à la fin du XVIII^e siècle³. Michael Butterfield (c. 1635- 1724)⁴, ingénieur du Roi pour les instruments mathématiques⁵, n'est sans doute pas l'inventeur de ce

1. J. Leroy, dans les compléments à la troisième édition de la « Règle artificielle du temps » (Sully H. 1737, p. 315) critique des cadrans Buterfiel (sic). Bedos de Celles (1760, p. 280), 23 ans plus tard, considère également que c'est « un mauvais cadran » et il reprend quasiment les mêmes termes que Leroy ; en substance : la boussole est trop petite, la déclinaison magnétique mal prise en compte, les lignes horaires confuses et imprécises quand la latitude du lieu ne correspond pas à l'une des échelles gravées, et le style est trop épais.

2. Rien que dans la collection Elskamp [Michel 1966] on relève les noms de Chapotot, Macquart, Pierre Sevin, Lesueur, Le Maire, Bion, Lasnier, Ligeon, Bernier, Langlois, Blondeau, Cremstorff, Maulevant, Meurant, Delure, Bardadelle, Pouilly, George... cette liste ne clos pas l'inventaire : au Louvre [Frémontiers-Murphy 2002] il y a aussi des cadrans de : J.F Piochat, Pigeon, Despont ; et à Greenwich (Higton 2002), de : Collet, Haye, Rowley, Nourry et Passemant, etc.

3. La tradition des Butterfield a en fait perduré encore plus longtemps : les cadrans de la Société Houillot, active dans les années 1920-1930 à Paris, en constitue un exemple.

4. Voir Daumas (1953) p.107 et Turner (2004) pour les rares renseignements biographiques sur ce fabricant.

5. À partir de 1678 [Delalande & Delalande 2013].



Figure 1 – Un cadran de type « Butterfield » (instrument signé Le Maire).

type de cadran qui reprend des éléments connus en France (cadrans de Salomon Chesnon ; [Delalande et Delalande 2013, p.152] ou en Angleterre (cadrans de Richard Whitehead ; [Cowham 2011, p. 78]). Mais c'est ce nom que les clients et l'Histoire ont retenu ; si bien qu'au XVIII^e siècle, des cadraniers prirent comme enseigne « Au Butterfield » [Daumas 1953]⁶ ; et actuellement, les ventes publiques et les ouvrages savants se réfèrent toujours au « type Butterfield » quelque soit le fabricant ayant signé l'instrument.

Contrairement à des instruments plus sophistiqués, comme les diptyques dieppois en ivoire par exemple, l'utilisation d'un cadran Butterfield est assez intuitive et ne poserait aucun problème à une personne connaissant, même vaguement, les règles de la gnomonique (nécessité d'orienter correctement l'instrument, influence de la latitude, notion de style polaire...). Pourtant certains fabricants ont jugé utile de diffuser un « mode d'emploi ». Ces documents constituent donc des témoignages intéressants sur les connaissances que les cadraniers considéraient comme indispensables à communiquer à leurs clients. Incidemment d'autres informations, liées à la date d'impression et l'évolution du contenu au cours du temps, peuvent potentiellement être glanées dans ces documents. J'ai donc tenté de réunir un maximum de ces « modes d'emploi » pour voir ce que l'on pouvait en dire.

2 Les Modes d'emploi

J'ai pu trouver la piste de 13 exemplaires conservés dans des collections privées ou publiques, et j'ai pu en consulter 11 partiellement ou totalement (table 1 page suivante). Un de ces documents a été « anonymé » par collage ; les autres sont issus des ateliers de cinq fabricants (Baradelle, Bion, Butterfield, Lasnier et Ménant). Par ailleurs, on note que certains exemplaires sont typographiquement identiques ce qui indique qu'ils proviennent du même tirage⁷ (Ba-1 & Ba-2 d'une part : Bu-1, Bu-2 & Bu-3 d'autre part). Seule la brochure de Baradelle (Ba-1 & Ba-2) est datée⁸, pour les autres j'ai évalué la date de rédaction grâce à la valeur de la déclinaison magnétique indiquée dans le texte.

6. Ce serait notamment le cas de Pierre Louis Ménant, installé à Paris, de 1730 à 1750, quai de l'Horloge, à l'enseigne « au Butterfield ». Ce commerce sera repris à partir de 1760, toujours avec la même enseigne, par Pierre-René Clerget (1738-1779) (source : divers catalogues Drouot).

7. À cette époque, les matrices servant à l'impression étaient composées et démontées au fur et à mesure de l'avancée du travail car les imprimeurs ne disposaient qu'un jeu très limité de caractères.

8. Ainsi peut-être que celle de Ménant (Mé-1) si l'on en croit le catalogue Chayette et Cheval (voir le tableau 1 page suivante).

Table 1
Tableau récapitulatif des exemplaires du mode d'emploi évoqués dans le texte.

	Titre principal	nb. pages	auteur	datation	références	remarques
Ba-1	Description et usage du cadran à boussole universel et portatif	8 p.	Barardelle	1747	Delalande et Delalande (2015) : coll. Privée	
Ba-2					Bibl. Nat. Autriche (In : 48 L 72)	
B1-1	Description et usage d'un cadran au Soleil à boussole	prob. 4 p.	Bion	?	Mus. Astronomique Brera (Milan)	Exemplaire incomplet : seule la première feuille est conservée
B1-2	description et usage d'un cadran au Soleil à boussole	4 p.	Bion	c. 1714 (déclin. 12°W.)	coll. privée (comm. Perso. : A.J. Turner)	
Bu-1	Description et usage du cadran à boussole portatif et universel	2 p.	Butterfield	c. 1710 (déclin. 11° W.)	Adler Planetarium Chicago (QE215 .D47 OVSZ)	
Bu-3					Bibl. Bayern (11519855)	
Bu-4	Description et usage du cadran à boussole portatif et universel	2 p.	Butterfield	c. 1700 (déclin. 8°15' W.)	Bibl. mun. Rennes (56583/3)	
Bu-5	Description et usage du cadran à boussole portatif et universel	2 p.	Butterfield	?	Bibl. Arsenal Paris (MS- 676)	Non consulté
La-1	Description et usage d'un cadran au soleil à boussole	4 p.	Lasnier	c. 1737 (déclin. 15°0' W.)	BNF (GE F 5275)	
La-2	Description et usage d'un cadran au soleil à boussole	4 p.	Lasnier	1751 (d'après le propre.)		Consulté uniquement la 1 ^{re} page
Mé-1	Description et usage du cadran à boussole universel et portatif	4 ff. (8 p. ?)	Ménant	1738 (d'après le catalogue)	collection privée	Catalogue de vente : Clayette et Cheval 18/12/2015 et A. J. Turner comm. pers. ; non consulté
An-1	Description et usage du cadran à boussole universel et portatif	4 p.	? (anonyme par collage)	?	collection privée (comm. perso. : A.J. Turner)	

En dépit d'un nombre de pages variable (2 à 8) les différentes versions examinées présentent un degré de similitude important aussi bien dans le plan que dans le contenu informatif. Voici le plan commun aux exemplaires examinés :



Figure 2 – Titre et sous-titre de 6 versions différentes du mode d'emploi (voir tableau 1 page ci-contre).

- * TITRE et sous titre (fig. 2) ;
- * Description de la platine avec ces quatre échelles (4 latitudes) et quelques exemples de localités concernées. Les versions de Butterfield et Baradelle sont extrêmement proches, voire similaires. . . , de même que celles de Bion et Lasnier, qui indiquent, par ailleurs, des localités hors de l'Europe ;
- * Description du style pliable et réglable ;
- * Description de la boussole avec le nom des principaux vents ;
- * Mention du dos du cadran qui présente une liste de ville avec leur latitude.
- * Usage du cadran, les versions de Bion et Lasnier font appel à un exemple (Paris à 49° ; ils expliquent qu'il faut régler le style 1 degré sous 50°). Puis, sous des formes assez différentes, les auteurs attirent l'attention de l'utilisateur sur
 - l'erreur introduite par la réfraction de la lumière à travers une vitre (c'est un cadran d'extérieur !),
 - le nécessité de s'éloigner « du fer » pour ne pas perturber la boussole,
 - le problème de la déclinaison magnétique qui est donnée avec un degré de précision important⁹.
- * Un paragraphe de publicité indiquant que d'autres instruments de mathématique se vendent chez l'auteur ; Butterfield utilise pour cela 1/3 de sa brochure (!), les autres se contentent de quelques lignes.

9. On peut supposer que la méthode la plus simple pour disposer de cette valeur était de reprendre celle qui était donnée chaque année dans *La connoissance des temps* (c'est en tout cas ce que suggère Le Roy in [Sully, 1737])...

- * Une liste de villes et localités avec la latitude donnée à la précision de la minute (314 chez Baradelle, 122 chez Bion, 117 chez Lasnier, 0 chez Butterfield). La longueur de ces listes justifie en grande partie les différences de pagination entre versions (2, 4 ou 8 pages).

Dans ces brochures, il est clair que le plan est commun, mais aussi qu'il existe de façon évidente une source d'inspiration commune. Pourtant, et contrairement à ce que l'on constate pour les modes d'emploi dieppois [Mercier 2014], le texte est à chaque fois différent... on peut néanmoins parlé de paraphrases. À titre d'exemple, voilà la seconde phrase du texte :

- Butterfield (c. 1700) : *Le premier qui eft exterieur, eft marqué pour 52. degrez d'élévation...*
- Butterfield (c. 1710) : *Le premier rang d'Heures, ou premier cadran, qui eft le plus exterieur vers le bord eft marqué pour 52 degrez d'élévation.*
- Lasnier (c. 1737 et c. 1751(?))¹⁰ : *Le premier Cadran qui est exterieur, & le plus proche du bord, eft divifé pour 52 degrez.*
- Baradelle (1747) : *Le premier Cadran, qui eft le plus éloigné du centre & qui eft le plus près du bord, eft marqué pour 52 degrés d'élévation.*
- Bion (c. 1714) : *Le premier Cadran qui est exterieur, & le plus proche du bord, eft divifé pour 55 degrez.*

Une version (Bi-1), anonyme, du mode d'emploi est conservée au Musée Astronomique de Bréra (Milan) dans l'étui d'un cadran signé N. Bion. On ne possède qu'une feuille et la partie « Usage », en fin de page 2, n'est pas complète. Ce défaut est en partie compensé par la conservation d'un petit bout de papier manuscrit de 8 lignes qui correspond à la suite de ce paragraphe tronqué. Le reste de la brochure (la signature, la publicité et la liste des villes) est donc absent. Mais ce qui est préservé est tout à fait similaire à son équivalent dans la brochure complète signée Bion¹¹ (Bi-2), qui est elle-même extrêmement proche du chapitre correspondant dans les différentes éditions du livre « Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématiques » (éditions de : 1709, 1716, 1723, 1725 et 1752)¹² de Nicolas Bion. L'attribution de la brochure (anonyme) de Milan à Bion, ne pose donc pas de problème. Notons que dans le mode d'emploi, comme dans les éditions du traité, il n'y a pas d'allusion au problème de la réfraction de la lumière à travers une vitre.

En plus des versions signées, je dispose de la copie¹³ d'une brochure, (An-1) différente de toutes les autres qui a été « anonymé » par le collage, probablement ancien, d'un morceau de papier sur le paragraphe de publicité / signature qui précède la liste des villes. Cette brochure est remarquable sur un point particulier ; il s'agit de la présentation originale, mais très archaïque, de la déclinaison magnétique. Aucune valeur de la déclinaison magnétique n'est donnée, mais on lit la phrase suivante : *Que le trait au fond de la Bouffole où il y a une Fleur-de-Lys, & où est gravée une grande N pour marquer le Nord, ne marque pas néanmoins directement le Nord, mais décline de quelques degrés d'un côté ou autre, felon la variation de l'Aiguille aimantée, qui change de tems en tems.* Cette manière de présenter la

10. On remarquera que Butterfield a légèrement modifié son texte entre les éditions connues ; cela ne semble pas être le cas pour Lasnier, au moins en ce qui concerne la première page, la seule que j'ai examiné dans la seconde version. Par ailleurs, en dépit des incertitudes qui demeurent sur cette seconde version (date exacte, contenu) il est certain qu'elle provient d'un tirage différent : la composition de sa première page étant légèrement différente.

11. Dont la copie m'a été fournie par A.J. Turner que je remercie très sincèrement.

12. Respectivement : pages 321-322, 358-359, 358-359, 366-367, et 373-374.

13. Dont la copie m'a également été fournie par A.J. Turner, encore merci !

déclinaison magnétique comme un phénomène chaotique (... quelques degrés d'un coté ou autre... ; change de tems en tems...), est unique dans les modes d'emploi examinés qui, dès 1700 et la plus ancienne brochure datée, de Butterfield¹⁴, fournissent une valeur précise à l'utilisateur. Par ailleurs, cette conception du magnétisme terrestre semble avoir disparu de la littérature gnomonique française dans la première décade du XVIII^e siècle [Mercier 2015, p.71]. Il est donc possible que cet exemplaire soit un des plus anciens de notre inventaire. Le tableau des villes et de leur latitude est similaire à celle de Bion, par contre certains détails de la rédaction sont similaires à la version de 1710 de Butterfield... aucune attribution n'est donc possible.

3 Discussion et conclusions

À l'issue de cet inventaire, on peut essayer de tirer quelques conclusions, notamment par comparaison avec le travail équivalent qui concerne les modes d'emploi des diptyques dieppois fabriqués une cinquantaine d'années plus tôt [Mercier 2014, 2017]. Tout d'abord, en ce qui concerne le nombre d'exemplaires préservés. Alors qu'il a été probablement construit plusieurs dizaines de fois, voire centaines de fois, plus de Butterfield que de diptyques dieppois¹⁵ ; l'ordre de grandeur du nombre de modes d'emploi que j'ai localisés est globalement le même (13 contre 11). Cette constatation semble pouvoir admettre deux explications. Comme déjà signalé, l'utilisation d'un cadran Butterfield est assez intuitive et ne poserait aucun problème à une personne connaissant, même vaguement, les règles de la gnomonique. Inversement, en ce qui concerne les cadrans dieppois, le mode d'emploi est indispensable pour comprendre certaines fonctions (utilisation du cadran magnétique à la Lune, calendrier perpétuel... , voir [Mercier 2014]). On peut donc penser que :

- le ratio (nombre de modes d'emploi imprimés / nombre de cadrans fabriqués) était plus important dans le cas des cadrans dieppois (proche de 1) que dans le cas de Butterfield (nettement inférieur)
- l'effort de conservation de la brochure par les propriétaires successifs a été, pour les mêmes raisons, très différent.

Une autre différence remarquable concerne le nombre de versions mises en évidence. Les 11 modes d'emploi dieppois correspondent tous à des éditions différentes ; alors que les modes d'emploi de cadran Butterfield, ne correspondent qu'à 9 éditions différentes et 5 auteurs. Vu le nombre de cadrans impliqués dans la fabrication des Butterfield, cela signifie probablement que beaucoup d'entre eux n'avaient pas jugé utile d'éditer de mode d'emploi... pour les raisons déjà exposées plus haut.

Dans chacun des deux cas (Diptyques dieppois et Butterfield) les modes d'emploi sont inspirés par une source commune. Mais, alors qu'à Dieppe, les phrases et les paragraphes étaient intégralement reproduits à des fluctuations orthographiques près ; dans le second cas, on note une véritable autonomie de rédaction. De plus, le français est plus clair (en tout

14. Turner (2004) insiste beaucoup sur les contributions de Butterfield, lors des dernières années du XVII^e siècle, à l'étude du magnétisme terrestre, domaine d'activité qui lui valut quelques honneurs de la part de savants éminents. Cela semble une facette de la carrière scientifique de Butterfield qui a totalement été négligée par les auteurs français. Toujours est-il qu'il n'est pas surprenant que sa brochure de c. 1700 apparaisse comme innovante sur le plan de la présentation de la déclinaison magnétique. On peut même se demander si ce n'est pas Butterfield qui a réellement popularisé le concept dans le milieu des fabricants d'instruments scientifiques parisiens ; ce dont le livre de Bion (1709) témoigne quelques années plus tard (voir [Mercier 2014]).

15. Ces derniers sont plus anciens de quelques dizaines d'années, ce qui diminue encore la chance de préservation des modes d'emploi.

cas plus moderne) et l'orthographe beaucoup moins fluctuante. Est-ce que quelques dizaines d'années de décalage suffisent à expliquer l'évolution de la langue ? ou est-ce un effet « Paris / Province » ? je ne trancherai pas...

La littérature gnomonique fixe l'apparition des Butterfield dans le dernier quart du XVII^e siècle. Comme les instruments ne sont pas datés, cette évaluation ne repose que sur bien peu de choses (l'installation de Michael Butterfield à Paris vers 1680 [Daumas 1953] ou 1663 [Turner 2004]). En tout cas, la première source écrite sur ce type de cadran semble être le mode d'emploi de Butterfield conservé à la BNF (Bu-4, c. 1700).

Enfin, on remarquera que, dans l'état actuel de l'inventaire, les modes d'emploi les plus anciens sont signés « Butterfield », ce qui est en accord avec le fait que c'est lui qui a effectivement introduit ce type de cadran et que son nom lui soit associé.

Références

- [1] Bedos de Celles (1760) : *La gnomonique pratique ou l'art de tracer les cadrans solaires...*, 408 p. + planches.
- [2] Bion N. (1709, 1716, 1723, 1725 et 1752) : *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématiques*. Paris.
- [3] Cowham M. (2011) : *A dial in your pocket*, 2^e édition, 208 p.
- [4] Daumas M. (1953) : *Les instruments scientifiques aux XVII^e et XVIII^e siècle*, PUF, 417 p. + planches.
- [5] Delalande D. & Delalande E. (2013) : *Cadrans solaires / Sundials*, Catalogue d'exposition, Paris, 431 p.
- [6] Frémontier-Murphy C. (2002) : *Les instruments de mathématiques XVI^e-XVIII^e siècle*, RMN, 368 p.
- [7] Highton H. (2002) : *Sundials at Greenwich : a catalogue of the sundials, nocturnals and horary quadrants in the national Maritime Museum, Greenwich*, Oxford University Press, 463 p.
- [8] Mercier É. (2014) : *Cadrans portatifs de Dieppe*, Cadran-Info, n° 30, p. 45-65.
- [9] Mercier É. (2015) : *Cadrans portatifs et déclinaison magnétique (XVI - XVIII^e siècles)*, Cadran-Info, n° 32, p. 61-76.
- [10] Mercier E. (2017) : *Les Modes d'emploi des diptyques Dieppois : nouvelles données*, Cadran-Info, n° 35, p. 67-73.
- [11] Michel H. (1966) : *Les Cadrans Solaires de Max Elskamp*, 66 p, Musée de vie Wallone, Liège.
- [12] Sully H. (1737) : *Règle artificielle du temps*, 3^e édition avec des compléments de Le Roy. Paris.
- [13] Turner A.J. (2004) : *Butterfield, Michael (1634/1635-1724)*, *mathematical instrument maker*, in Oxford Dictionary of National Biography.



La méridienne de temps moyen de la Place de la Bourse (Nantes)

par Éric Mercier

Cette méridienne est généralement considérée comme scientifiquement médiocre. Je montre ici que le tracé pourrait correspondre à l'intervention de deux personnes à deux époques différentes. Le tracé le plus ancien (courbe en 8 et lignes horaires) semble exact si l'on tient compte du fait que le mur n'est pas strictement vertical (dévers de 0.5°). L'ajout tardif concernerait les arcs de déclinaison et les indications calendaires qui sont très largement fautifs au point de rendre inutilisable l'instrument.

Ptolémée (second siècle après J.C.), puis les savants arabes du moyen-âge (Hugonnard-Roche 1997 ; King & Samsó 2001), avaient déjà établi que la durée de la journée solaire, entre deux passages du Soleil au méridien, était variable au cours de l'année. Cette constatation a imposé la coexistence de deux définitions du temps : le temps vrai, basé sur l'information donnée par le Soleil et le temps moyen qui se réfère à la durée moyenne de la journée solaire. Cette différence est restée en grande partie théorique jusqu'aux premiers mouvements d'horlogerie qui marquent, par nature, le temps moyen. Ces horloges, par comparaison avec un cadran solaire (temps vrai), ont en effet permis de rendre perceptible le décalage. Au XVII^e siècle, certains horlogers ont, au prix de multiples complications, essayé de faire varier la vitesse des mouvements d'horlogerie pour suivre le temps vrai. Mais il est apparu qu'il était plus simple de faire en sorte que ce soit les cadrans solaires qui marquent le temps moyen en intégrant sur ceux-ci une représentation de l'« équation du temps » c'est-à-dire la différence entre le temps vrai et le temps moyen. Cette innovation est liée au nom de Jean Paul Grandjean de Fouchy¹ qui, vers 1730², a inventé la célèbre courbe en 8³.

1. Pour une présentation générale de l'équation du temps, de l'évolution de son calcul au cours des temps, et de l'œuvre de J.P. Grandjean de Fouchy, voir Savoie (2008 et 2017).

2. Il semblerait que cette date, qui est souvent reprise dans la littérature, ait été proposé par Gotteland (1990). Les éléments de datation qui la justifient sont très tenus... une datation plus précoce de 5 ou 6 ans serait parfaitement envisageable.

3. Il est certain que cette invention a eu lieu à peu près en même temps dans d'autres pays européens : Hollande, Allemagne, Angleterre (voir Daniel 2005), mais comme le souligne cet auteur, ces co-inventions sont restées sans suites. C'est à partir de la France, et donc à la suite du travail de Grandjean de Fouchy, que la courbe en 8 s'est progressivement répandue dans les autres pays au cours du XIX^e siècle.

Par ailleurs, au début du XVIII^e siècle, les horloges et les montres nécessitaient des réglages fréquents. Ces réglages quotidiens se faisaient à l'aide de méridiennes qui sont de vastes cadrans solaires focalisés sur l'heure de midi. L'adjonction, sur ces méridiennes de temps vrai, de la courbe de Fouchy, permettait de régler directement sa montre, ou son horloge, sur le temps moyen⁴.

À partir de la moitié du XVIII^e siècle, chaque ville ou bourgade importante se devait de posséder une méridienne de temps vrai, ou de temps moyen, pour permettre le réglage des horloges publiques ou des montres. L'installation de ses instruments fut parfois à l'initiative des municipalités⁵. Ce fut par exemple le cas à Blois, probablement l'exemple le plus ancien qui nous soit connu, ou la construction, en 1757, d'une méridienne publique de temps moyen fut confiée par les échevins de la ville au Père d'Espagne⁶ (ou Despagne) (Dubreuil-Chambardel 1922). On peut également citer Nancy (méridienne construite en 1758), Rennes (avant 1764), Troyes (en 1764), Mezières (en 1780)... C'est dans cette dynamique d'équipement des villes françaises que s'inscrit très probablement l'instrument de la Place de la Bourse à Nantes, sujet de cette étude.

1 La méridienne de temps moyen de la Place de la Bourse à Nantes (44)

La place de la Bourse, située entre un des bras de la Loire et le Palais de la Bourse était, au début du XIX^e siècle, un endroit fréquenté par la bourgeoisie nantaise⁷. C'est sur un immeuble de cette place, daté de 1718, au n° 8, que fut construite, à une date inconnue, la méridienne qui nous intéresse ici (fig. 1 page ci-contre).

Il s'agit d'un instrument gravé et peint de plus de 3 m de développement vertical, situé au second étage de l'immeuble⁸, derrière un balcon. Le mur est fortement déclinant vers l'Est (73°) et le style est absent. On y observe (fig. 2 page 116) :

- une courbe en huit le long de laquelle s'égrènent les mois du calendrier civil ;
- une droite horaire marquant le midi solaire et trois autres droites horaires indiquant 11 h 45, 11 h 50 et 11 h 55 ;
- des arcs de déclinaison :
 - les solstices d'hiver, et d'été
 - la droite d'équinoxe marquée (équinoxe d'automne et équinoxe de *printems* (sic))

4. Des auteurs affirment, semble-t-il suite à Gotteland & Camus (1993), que depuis une certaine décision de Louis XIII (ou Louis XIV), c'est le temps vrai local qui était légal en France avant le XIX^e siècle. L'existence de ce (ou ces) arrêtés royaux, qui n'ont jamais été retrouvés, est sévèrement remise en cause par Gapaillard (2011). En tout cas, le temps moyen local ne deviendra « recommandé » dans les principales villes que suite à une « instruction ministérielle » du 18 Février 1839 (Gapaillard, 2011, p. 111).

5. L'histoire détaillée de l'implantation de cet instrument dans les villes de France reste à écrire. . .

6. Le R.P. d'Espagne (ou Despagne) est, de façon certaine, l'auteur d'un petit pamphlet anonyme (1757) dans lequel apparaît la plus ancienne représentation connue d'une méridienne de temps moyen verticale (et par ailleurs déclinante).

7. Le bâtiment de la Bourse fut terminé en 1815. Depuis le comblement du bras de la Loire et son remplacement par une importante voie de circulation automobile (milieu du XX^e siècle), et surtout le transfert de l'entrée du bâtiment de la Bourse (qui est devenu un commerce : la FNAC) de sa façade Ouest à sa façade Est, l'environnement de cette place s'est fortement banalisé.

8. Cette méridienne bénéficie d'une certaine notoriété, par exemple : elle est présentée comme étant à l'origine du remarquable livre de Gapaillard (2011) (voir son Avant-Propos).

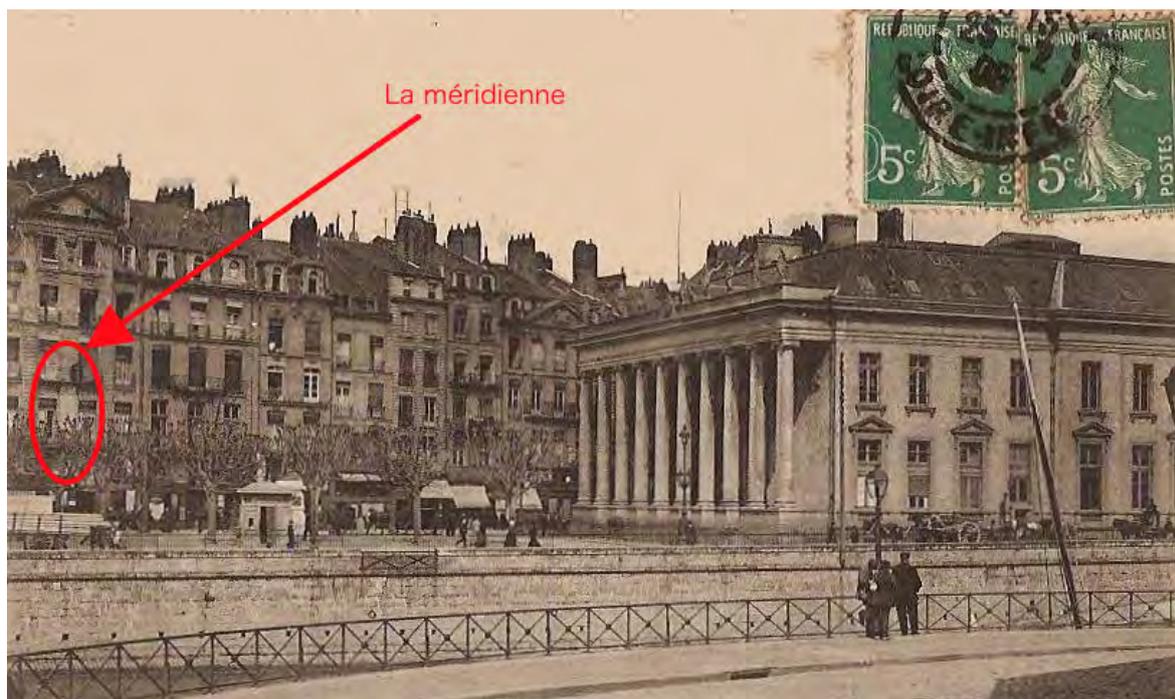


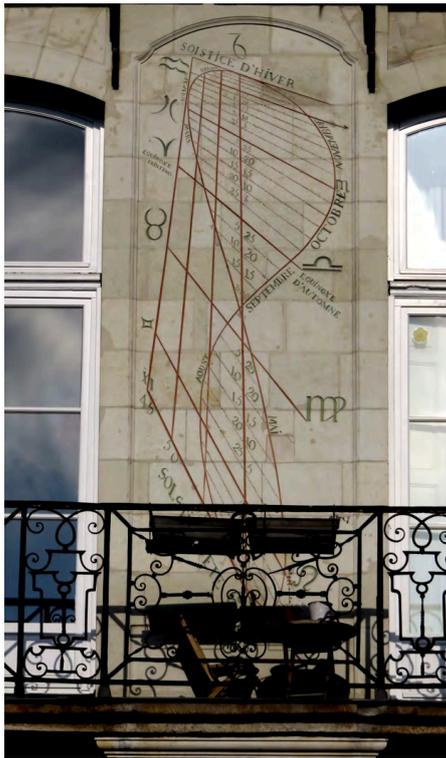
Figure 1 – Carte postale du début du XX^e siècle illustrant la situation de la méridienne dans un environnement similaire à celui du début du XIX^e siècle. On remarque notamment un bras de la Loire au premier plan et le Palais de la Bourse (1815).

- les arcs de changement de signes du zodiaque. Ces signes sont indiqués par leur symbole conventionnel
- des arcs divisant les signes en périodes de 5 jours et graduées de 5 à 25 en montant à droite de la ligne méridienne ; et de la même façon, mais en descendant, à gauche de la même ligne.

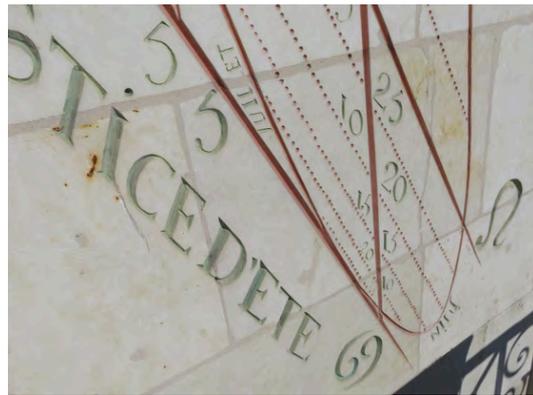
Cet instrument a bénéficié de la restauration effectuée par J. Guittery en 1990 (Cornec & Labat-Segalen, 2010). L'âge de son installation est inconnu. Certains auteurs (par exemple Gaborit 1992) la situe dans le XVIII^e siècle sur la fois de particularités orthographiques (notamment le « Aoust » pour Août) d'autres auteurs (et particulièrement Sauzereau, com. personnelle et in Cornec & Labat-Segalen, 2010) la date de Mai 1823 sur la base d'une inscription, maintenant disparue, mais qui apparaît sur un relevé d'architecture du tournant XIX-XX^e siècle (Raguenet 1892-1904 ; fig. 3 page suivante).

Les érudits nantais que j'ai interrogés (membres de la « Société Astronomique de Nantes » ou de l'association « La Méridienne ») sont assez réservés sur la qualité scientifique de cet instrument. Les principales critiques sont les suivantes :

1. L'instrument est rarement éclairé à midi solaire (!), en effet, le balcon du troisième étage intercepte en effet les rayons de Soleil dès que l'on s'éloigne du solstice d'hiver. Comme le suggèrent les spécialistes locaux, il est très probable que ce défaut rédhibitoire n'existait pas lors de la construction de l'instrument. Ainsi que le montre les documents d'architecture déjà évoqués (Fig. 3 & 4 page 118), les consoles qui soutiennent ce balcon sont en ferronnerie et non en maçonnerie comme celles des autres balcons de l'immeuble. Ceci suggère que le balcon incriminé ait été ajouté tardivement.



(a) La méridienne du 8 place de la Bourse à Nantes (44), haute de plus de 3 m, elle est partiellement masquée par le balcon du second étage



(b) Photo oblique et plongeante de la partie cachée par le balcon

Figure 2



Figure 3 – Extrait d'un dessin de Raguene (1892-1904) montrant une date et des initiales, gravés sur la partie haute de l'instrument (« 23 Mai 1823 CR »), cette gravure, comme les décorations sculptées situées des deux cotés du panneau de la méridienne, ont maintenant disparu.

2. Le tracé de la courbe de Fouchy est considérée comme erronée, comme d’une manière générale tout le tracé de l’instrument. Un des points critiques est, par exemple, le caractère non vertical de la ligne méridienne (ligne de midi)⁹. Certaines personnes soupçonnent à ce sujet un léger basculement de l’immeuble, sur ses fondations, depuis la construction de la méridienne. De fait, quand on compare le tracé de l’instrument¹⁰ avec le résultat d’une modélisation calculée pour Nantes avec une déclinaison de 73°, on constate une différence assez significative (fig. 5 page suivante).
3. Le choix du tracé n’est pas très heureux, dans la mesure où une partie significative de l’instrument (la partie correspondant à la période mi-Mai, mi-Juillet) est masquée par la ferronnerie du balcon. En pratique, de la rue, une lecture même approximative est impossible durant cette période. Vu la taille du tracé (environ 3 m), un autre dessin, légèrement plus petit, aurait permis une lecture toute l’année.
4. Une dernière critique que l’on peut faire à l’instrument, même si je n’en ai trouvé aucun écho, ni oral, ni écrit, concerne les informations calendaires :
 - tout d’abord, et pour rappel, les arcs de déclinaison, qui, comme on le constate sur la figure 5 page suivante présente une position assez approximative.
 - ensuite : le caractère très grossier de la localisation des mois du calendrier sur la courbe en 8. Les limites entre les mois ne sont pas clairement marquées et, vu la position des inscriptions, on a le sentiment que le graveur considère qu’il y a équivalence entre les signes du zodiaque et les mois du calendrier ! Si l’on trace les limites mensuelles correctes (fig. 6 page 119), on constate que ces limites mordent parfois sur le nom d’un mois illustrant ainsi l’approximation de leur implantation.
 - enfin : les signes du zodiaque. Sur la partie droite (en regardant l’instrument), ces signes sont positionnés en début de période. Mais, à gauche, un léger, et malheureux, décalage les positionne plutôt en fin de signe précédent ; ce qui complique significativement la lecture.

2 Discussion

L’hypothèse d’un mouvement du bâtiment après la construction de l’instrument permettrait d’expliquer l’inclinaison de la ligne méridienne, mais cela ne réglerait pas tous les problèmes et par exemple, le débasculement augmenterait décalage originel du tracé des arcs de déclinaison. Néanmoins, cette hypothèse est quand même à discuter dans le contexte des bâtiments anciens du bord de Loire à Nantes. En effet de très nombreux immeubles présentent une inclinaison parfois (très) spectaculaire. Mais, et c’est important dans le raisonnement, ces mouvements datent de l’époque de la construction (fig. 7 page 119), soit vers 1718 pour l’immeuble en question, c’est à dire bien avant l’invention de la courbe en 8. Ces affaissements syn-construction affectent plus ou moins tous les immeubles anciens du quartier des bords de Loire et peuvent avoir eu lieu dans n’importe quel sens, et avec des ampleurs très variables. La façade qui accueille la méridienne ne semble pas avoir subi d’affaissement latéral, mais il est a priori possible qu’elle ne soit pas strictement verticale. Ce point est d’autant plus critique que

9. Cette inclinaison de la ligne méridienne dans le plan du mur (environ 1°) avait été constatée et mesurée sur place par Olivier Sauzereau il y a quelques années (communication personnelle), je l’ai confirmée à l’occasion de cette étude.

10. La photographie de l’instrument, prise à partir du niveau du sol et perpendiculairement à la façade, est ensuite redressée en utilisant les routines proposées par le logiciel « Photoshop », voir à ce sujet : Ugon (2014)



Figure 4 – Vue d’ensemble de l’immeuble du 8 place de la Bourse à Nantes (Raguenet 1892-1904).

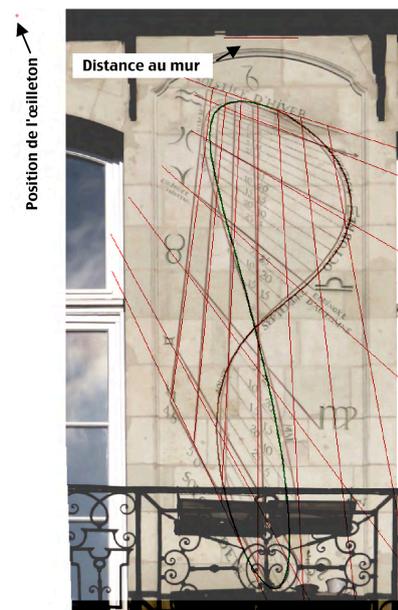


Figure 5 – Comparaison d’une photo redressée de la méridienne avec le résultat d’une modélisation (inclinaison 90° , déclinaison 73° Est), le résultat est mauvais, au niveau du tracé de la courbe en 8, mais aussi au niveau des droites horaires et arcs de déclinaison (la position du style et sa longueur correspondent à un style perpendiculaire calculé lors de la modélisation ; le style d’origine devait avoir une toute autre architecture).

la modélisation montre qu’une faible variation d’inclinaison (dans un sens ou dans l’autre) modifie fortement le dessin de la méridienne (fig. 8 page 120).

La comparaison de ces modélisations avec le tracé de l’instrument montre que l’on a un calage satisfaisant pour une valeur de 90.5° c’est-à-dire un dévers de 0.5° . Ou plus exactement, il y a bonne correspondance pour deux éléments de l’instrument : le tracé de la courbe en 8 et celui des lignes horaires (fig. 9 page 121). Ce double calage ne peut pas être fortuit, et il apparaît certain que le gnomoniste a réalisé son instrument en intégrant dans son calcul un dévers du mur de 0.5° .

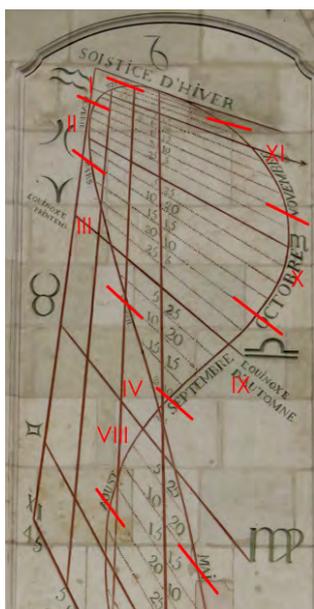


Figure 6 – En rouge : position des limites des mois calendaires (indiqués par les chiffres romains) sur le calendrier zodiacal de la méridienne. On constate que la gravure d'origine est assez fautive ; les noms d'origine ne sont pas centrés et certaines limites calculées mordent même sur les noms de mois.

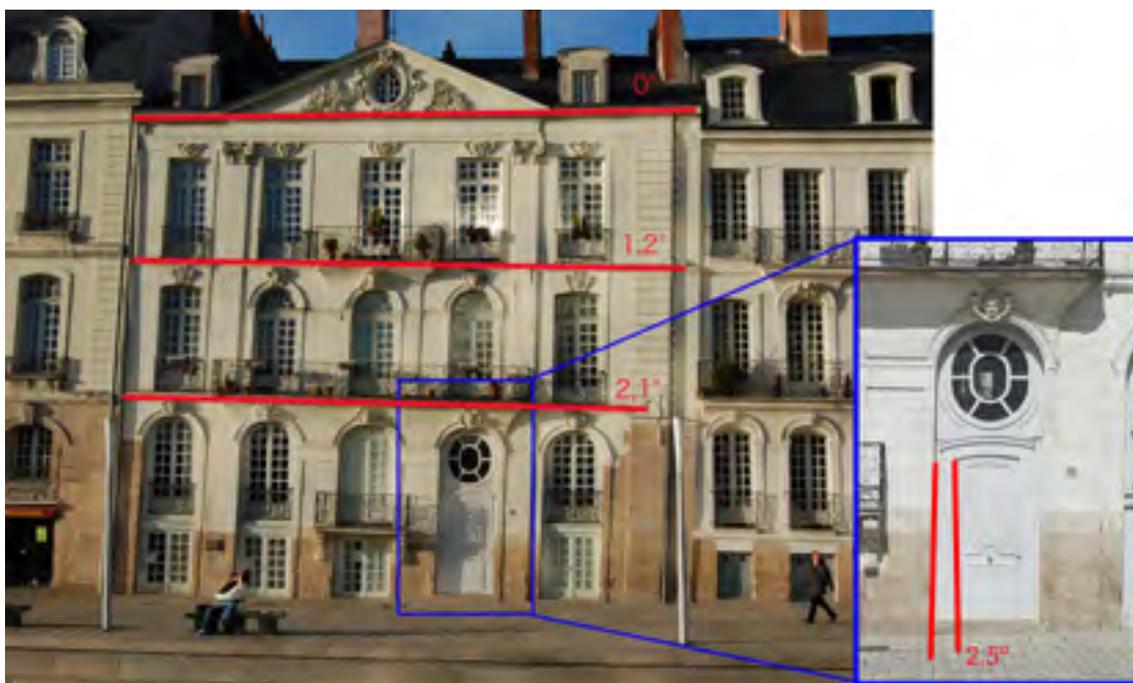


Figure 7 – La façade d'un immeuble ancien du quartier des bords de Loire (13 Quai Turenne à Nantes, classé MH), illustre les tassements successifs qui ont eu lieu pendant la construction. À l'ajout de chaque nouvel étage, on compensait l'affaissement qui avait eu lieu lors de l'édification de l'étage inférieur. Mais cette nouvelle surcharge sur les fondations provoquait un nouvel affaissement de l'ensemble déjà construit. De ce fait le rez-de-chaussée cumule les effets des différents tassements (voir la porte d'entrée). Depuis la fin de la construction (le toit) aucun mouvement n'est visible. L'aspect chronologique de cet exemple est généralisable à l'ensemble des immeubles du quartier. Soulignons enfin que ce phénomène de tassements progressifs du sol, en réponse à l'augmentation de charge lié à la construction, est bien connu en Géotechnique et tout à fait conforme à ce que l'on sait du comportement des sols alluvionnaires saturés en eau (ici les alluvions de la Loire) (Costet & Sanglerat, 1981).

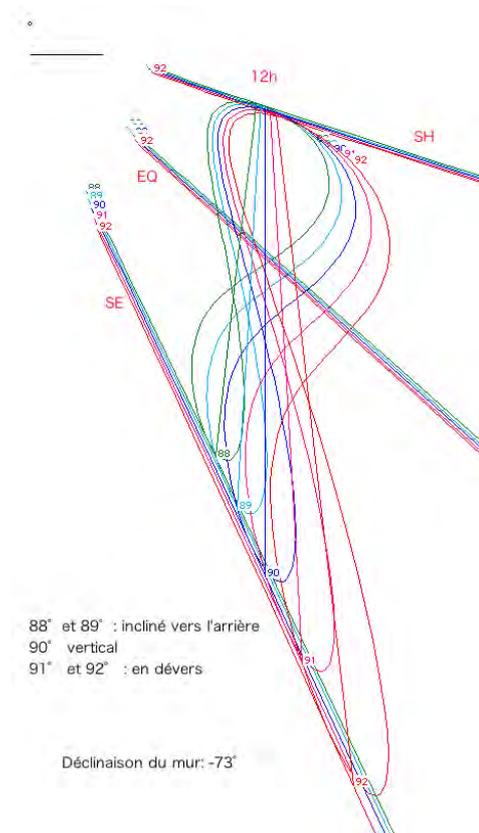


Figure 8 – Différentes modélisations d’une méridienne de temps moyen pour Nantes, déclinaison 73° vers l’Est, même style (longueur et implantation), mais avec une inclinaison du mur qui varie légèrement.

3 Conclusion

À ce stade de la démonstration, deux questions se posent :

- est-ce que le mur de la méridienne présente effectivement l’inclinaison prévue par la modélisation ? Grâce à l’amabilité de M^{me} E. Blond, que je remercie ici, j’ai pu accéder à l’instrument et je peux confirmer que le mur présente un léger dévers¹¹ d’environ 0.5° .
- pourquoi le calage des autres éléments de l’instrument (tracé des arcs de déclinaison, indications de signes du zodiaque et des mois calendaires) n’est pas amélioré dans cette modélisation ? L’hypothèse qui s’impose est celle de l’intervention de deux gnomonistes / cadraniers différents à deux époques différentes.

À l’issue de cette étude. . . , je peux proposer le scénario suivant qui, tout en étant le plus probable selon moi, reste néanmoins hypothétique :

- à une époque inconnue (peut-être au XVIII^e siècle, mais plus probablement après la construction du Palais de la Bourse (1815)) un gnomoniste (compétent) a tracé la courbe en 8 et les droites horaires sur le mur légèrement en devers. Vu les difficultés de mesure de l’inclinaison, et la forte sensibilité du tracé à une très faible erreur de cette valeur,

11. La mesure précise de l’inclinaison d’un mur ancien, non totalement plan du fait de l’irrégularité des moellons, est très délicate. Dans le cas présent, j’ai réalisé une dizaine de mesures réparties sur le mur. J’ai utilisé une règle métallique de 50 cm posée verticalement contre le mur, et un clinomètre électronique affichant l’inclinaison à 0.10° près. Par ailleurs, j’ai systématiquement doublé chaque mesure en retournant le dispositif de mesure (règle et clinomètre) de façon à annihiler l’erreur systématique de justesse inhérente à l’appareil. Dans tous les cas j’ai mesuré un devers variant en 0 et 1° . La moyenne s’établissant à 0.45° , soit une inclinaison de 90.45° que je pense raisonnable d’arrondir à 90.5° .

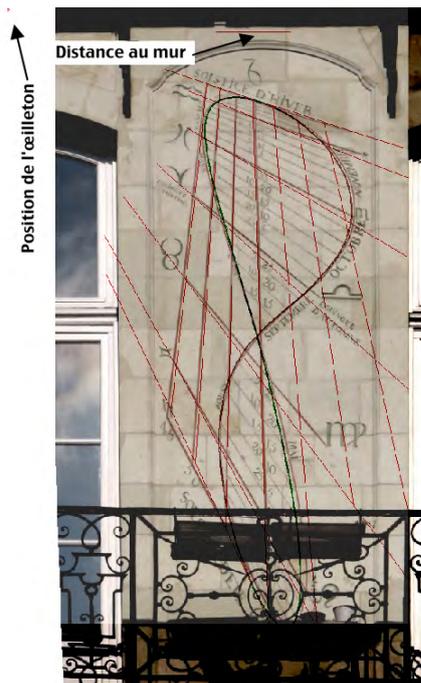


Figure 9 – Comparaison d’une photo redressée de la méridienne avec le résultat d’une modélisation (inclinaison 90.5° , déclinaison 73° Est), le résultat est bien meilleur que sur la fig. 5 page 118, notamment au niveau du tracé de la courbe en 8, mais aussi au niveau des droites horaires. Par contre les arcs de déclinaison sont toujours aussi fautifs.

on peut penser que ce premier tracé a été réalisé par une méthode au moins en partie empirique, et non uniquement par le calcul.

- Plus tard (peut-être en Mai 1823, date qui fut inscrite un temps sur l’instrument ; fig. 3 page 116), un graveur, manifestement peu compétent a ajouté les arcs de déclinaison fautifs et les indications des calendriers zodiacal et grégorien dans un style imitant le XVIII^e siècle (utilisation de *Aoust* par exemple)¹².
- Vu la somme d’erreurs accumulés lors de cette intervention tardive, cet instrument est devenu inutilisable, ou en tout cas réputé comme tel. Les utilisateurs se rendaient compte que la date du jour ne correspondait pas à celle indiquée par l’instrument, ce qui pouvait les laisser supposer que la qualité des informations horaires était tout autant fautive.
- C’est à ce moment-là que l’instrument aurait été abandonné, le style démonté et le balcon du troisième étage construit, rendant illusoire tout espoir de restauration.
- En Novembre 1840, le conseil municipal de Nantes a décidé la construction d’une (nouvelle) méridienne. Ce sera celle de l’hôtel de ville construite en 1842 par Frédéric Huette et magnifiquement restaurée en 1998 par Jean-Michel Ansel, membre de la Commission des Cadrans Solaires de la SAF.

Remerciements

Je remercie toutes les personnes qui m’ont fait partager leurs connaissances sur ce magnifique instrument et particulièrement Messieurs Jacques Gapillard et Olivier Sauzereau qui m’ont fourni des documents inédits qui m’ont été très utiles à certaines étapes de cette étude. Je remercie aussi très sincèrement M^{me} E. Blond qui m’a permis d’accéder à l’instrument et de réaliser certaines mesures indispensables.

12. Je n’ai trouvé sur l’instrument même, aucun argument « stratigraphique » (profondeur de la gravure ou autres) confirmant, ou infirmant, l’intervention de deux gnomonistes à deux époques différentes.

Références

- [1] Cornec J.P. & Labat-Segalen P. (2010) : *Les cadrans solaires de Bretagne*, Skol Vreizh, 170 p.
- [2] Costet J. & Sanglerat G. (1981) : *Cours pratique de mécanique des sols : (1) Plasticité et calcul de tassements*, Dunod, 284 p.
- [3] Daniel C. St. J. H. (2005) : *The equation of Time, the invention of the analemma, a brief history of the subject*, British Sundial Society, monograph, n° 1, 23 p.
- [4] Dubreuil-Chambardel L. (1922) : *Les cadrans solaires Tourangeaux*, Mémoire de la Société Archéologique de Tourraine, 171 p.
- [5] Gaborit J. (1992) : *La méridienne de la rue de la Fosse*, Les annales de Nantes et du Pays Nantais, n° 244, p. 5-7.
- [6] Gapaillard J. (2011) : *Histoire de l'heure en France*, Vuibert-Adapt éd., 314 p.
- [7] Gotteland A. (1990) : *Grandjean de Fouchy, inventeur de la méridienne du temps moyen*, Horlogerie ancienne, n° 27, p. 105-131.
- [8] Gotteland A. & Camus G. (1993) : *Cadrans solaires de Paris*, CNRS éd., 224 p.
- [9] Hugonnard-Roche H. (1997) : « The influence of Arabic astronomy in the medieval West » in *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, Volume 1, Edited by R. Rashed & R. Morelon, p 289.
- [10] King D. A. & Samsó J. (2001) : *Astronomical Handbooks and Tables from the Islamic World (750-1900) : an Interim Report*, Suhayl, 2, p 12-98.
- [11] Ragueneau A. (1892-1904) : *Petits Édifices historiques*, Librairies & imprimeries réunies, 493 p.
- [12] Savoie D. (2008) : *L'aspect gnomonique de l'œuvre de Fouchy : la méridienne de temps moyen*, Revue d'histoire des sciences, Tome 61, p. 41-62.
- [13] Savoie D. (2017) : *L'équation du temps au fil des éphémérides*, Cadran Info, n° 35, p. 89-95.
- [14] Ugon M. (2014) : *Correction de la perspective des clichés*, Cadran Info, n° 30, p. 101-108.



Du gnomon à la méridienne par Denis Savoie¹

Ce texte a été prononcé lors du workshop « On the history of Time accuracy in Physics and Astronomie » qui s'est tenu à l'Observatoire de Paris le 6 octobre 2014

Le gnomon est le plus ancien instrument d'astronomie, ce qui ne signifie pas qu'il n'est plus utilisé aujourd'hui comme on le verra par la suite. Le mot $\gamma\nu\omega\mu\omega\nu$ signifie en grec indicateur — sous entendu tige qui porte ombre —, ce qui est équivoque car il convient de distinguer l'indicateur seul (simple bâton planté verticalement en terre qui est l'instrument astronomique) du porte-ombre dont on munit les cadrans solaires antiques.

Selon la doxographie classique², le gnomon aurait été inventé par Anaximandre (d'après Diogène Laërce) ce que confirme la Souda. Mais on sait par Herodote que les Grecs tiennent le gnomon des Babyloniens³. Il ne fait donc aucun doute que l'utilisation de cet instrument à des fins astronomiques a dû être découverte assez tôt par différentes cultures (*cf. infra*) et qu'en Grèce son usage est attesté⁴ dès le V^e siècle av. J.-C. Chez les Babyloniens, l'analyse des tablettes MUL.APIN laisse penser que l'usage du gnomon est attesté⁵ dès le second millénaire av. J.-C. et que les solstices et les équinoxes sont définis par exemple en utilisant le rapport de l'ombre d'un gnomon.

L'étude de cette dernière a permis dès les premiers temps de l'astronomie de déterminer les constantes fondamentales comme la latitude φ du lieu, l'obliquité ϵ de l'écliptique, mais également les dates des équinoxes et des solstices (donc la durée de l'année), les points cardinaux, les directions des levers et couchers du Soleil sans oublier l'indication du midi solaire⁶. Comme instrument, le gnomon est réduit à une tige parfaitement verticale dont on observe surtout l'ombre méridienne, ce qui suppose que cette dernière est matérialisée sur un sol parfaitement de niveau.

1. SYRTE, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06, LNE, 61 avenue de l'Observatoire, 75 014 Paris, France.

2. *Les Présocratiques*, éd. J.-P. Dumont dans La Pléiade, Paris, 1988, p. 24-25.

3. Herodote, *Histoire*, Livre II, chap. 109. Sur le gnomon au fil des siècles et dans différentes cultures, voir Gandz, S. (1930-1931), « The origin of the gnomon or the gnomon in hebrew literature », *Proceedings of the American Academy for Jewish Research*, vol. 2, p. 23-38.

4. Ptolémée, *Almageste*, Livre III, chap. 1, éd. G. Toomer, London, 1984, p. 139.

5. Steel, J. M. (2013), « Shadow-Length Schemes in Babylonian Astronomy », *SCIAMVS*, n° 14, p. 3-39.

6. Voir Evans, J. (1998), *The History and Practice of Ancient Astronomy*, New York, Oxford, Oxford University Press, p. 27-31 et p. 59-63. Voir également Neugebauer, O. (1975), *HAMA*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1975, V B 2.

Lorsque le Soleil culmine au méridien Sud (fig. 1), on peut extraire de sa hauteur deux paramètres qu'il convient d'isoler ⁷, à savoir la latitude du lieu et l'obliquité. Il faut pour cela mesurer la longueur R de l'ombre du gnomon de longueur a . On a alors :

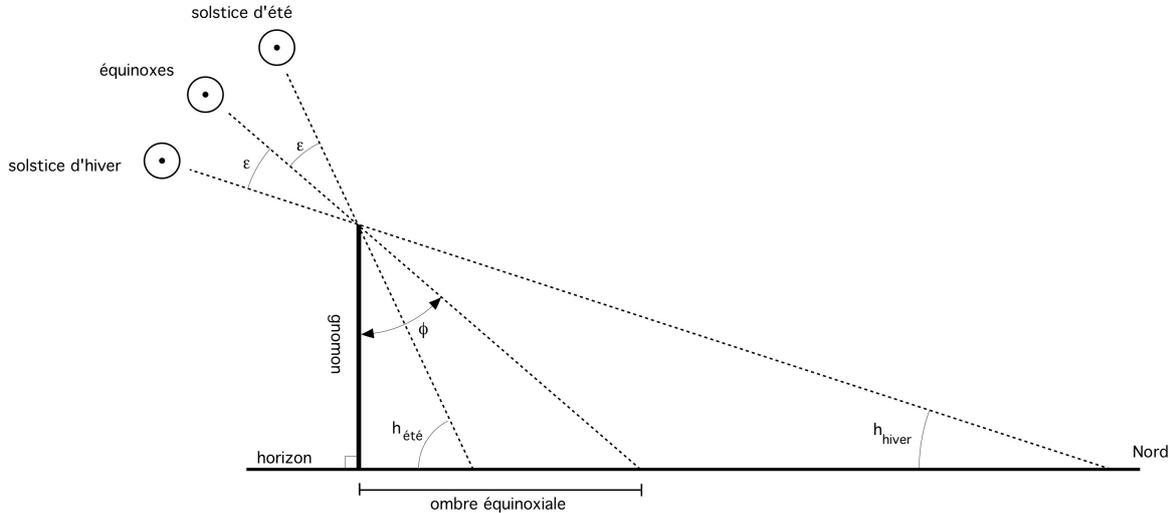


Figure 1 – Principe de fonctionnement du gnomon pour la mesure de la hauteur méridienne du Soleil.

- aux équinoxes $R = a \tan \varphi$
- au solstice d'été $R = a \tan (\varphi - \epsilon)$
- au solstice d'hiver $R = a \tan (\varphi + \epsilon)$

Or comme l'avait déjà remarqué Ptolémée ⁸, l'usage du gnomon pour déterminer les équinoxes et les solstices n'est pas recommandé et ceci pour plusieurs raisons que l'on va détailler.

Aux équinoxes, la variation de déclinaison du Soleil est de $0^{\circ}1'$ par heure. Il en résulte qu'au lieu de suivre une droite parfaite comme en sont munis de nombreux cadrans solaires, l'extrémité de l'ombre décrit une courbe complexe que l'on peut assimiler à une droite oblique. Prenons par exemple un gnomon de 100 cm installé à 30° de latitude ; supposons que la déclinaison soit nulle à 7 h du matin et voyons comment se comporte l'ombre jusqu'à 17 h. La déclinaison aura donc varié de $0^{\circ}10'$ en 10 heures d'éclaircissement ; l'ordonnée de l'ombre dans un repère centré sur le gnomon sera passée de 57,7 cm le matin à 56,3 cm l'après-midi, soit 1,4 cm de variation, ou si l'on mesure la longueur de l'ombre, celle-ci sera passée de 434,8 cm à 431,8 cm. Si l'observateur considère qu'à midi vrai la déclinaison du Soleil est nulle, il mesure une ombre méridienne de 57,5 cm et finalement en conclut une latitude de $29^{\circ}54'$.

Déterminer l'instant précis de l'équinoxe est difficile et nécessite des approximations successives quant à la position de l'ombre de part et d'autre du jour de l'équinoxe. L'arc hyperbolique (très proche d'une droite) décrit par l'ombre étant très semblable d'un jour à l'autre, cela ne facilite pas la détermination précise de l'instant équinoxial. C'est la raison

7. En dehors du méridien, la hauteur h du Soleil s'obtient par : $\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$ où δ est la déclinaison du Soleil et H son angle horaire. Si $H = 0^{\circ}$, on a bien $h = 90^{\circ} - \varphi + \delta$.

8. Ptolémée, *Almageste*, Livre II, fin chap. V. Ptolémée écrit que l'instant de l'équinoxe n'est pas bien déterminé mais sans donner la raison de cette mauvaise détermination ; alors que pour le solstice d'été il précise que les extrémités de l'ombre ne sont pas bien distinctes. Dans l'*Almageste*, et déjà du temps d'Hipparque, les équinoxes sont observés à l'aide d'une armille équatoriale (Livre III, chap. 1). Pedersen, O. (2011), *A Survey of the Almagest, with Annotation and New Commentary by Alexander Jones*, Springer, p. 131.

pour laquelle Ptolémée (et avant lui Hipparque) détermine le jour et l’instant à l’aide d’une armille équatoriale⁹. En fait une seule mesure ne suffit pas pour obtenir la latitude avec précision ; le fait que l’instant où la déclinaison du Soleil soit nulle ne coïncide généralement pas avec le midi vrai local (sauf hasard) constitue une véritable difficulté que même plus tard les méridiennes à œillette ne résoudreont pas directement.

L’autre conséquence de la variation très importante de la déclinaison à ces périodes fait que la culmination du Soleil se fait en dehors du méridien local. En d’autres termes, ce n’est pas lorsque le Soleil est dans la direction du Sud géographique qu’il culmine. Sur la figure 2, on a représenté en pointillés la trajectoire diurne d’un astre de déclinaison invariable : la culmination a bien lieu au méridien local. Avec le Soleil, ceci n’est vrai qu’aux solstices ; aux équinoxes, la variation de déclinaison vient contrebalancer le mouvement diurne de sorte que la culmination se fait en dehors du méridien, le Soleil ayant alors un angle horaire H donné par :

$$\tan H = \left(\frac{\sin h}{\cos \varphi \cos \delta} \right) \Delta\delta$$

où h est la hauteur du Soleil et $\Delta\delta$ la variation horaire de la déclinaison ($\Delta\delta = \frac{0^{\circ}1'}{15^{\circ}}$).

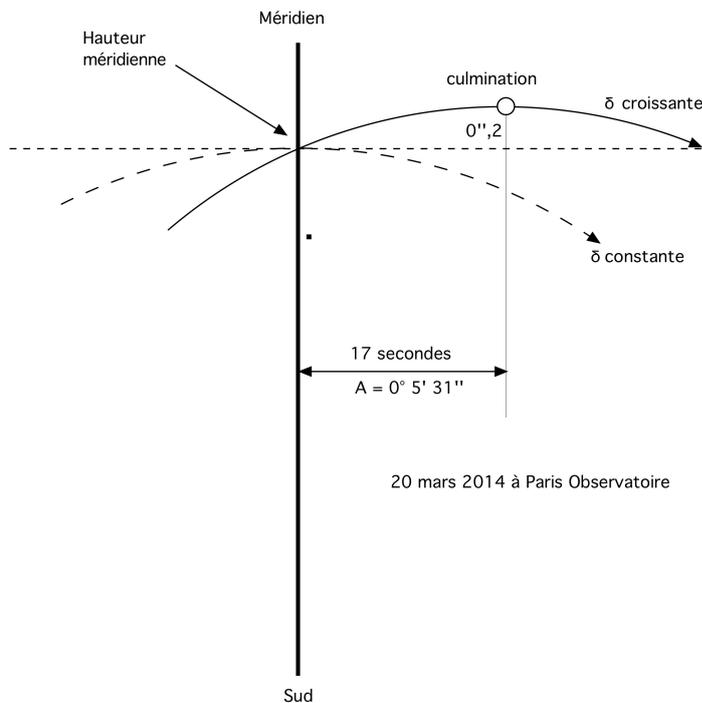


Figure 2 – Décalage entre passage au méridien et culmination du Soleil aux équinoxes.

9. *Almageste*, Livre III, chap. 1. Notons que l’usage de la fonction tangente n’étant pas connu dans l’Antiquité, Ptolémée décrit une méthode utilisant une table des cordes pour obtenir la hauteur (ou son complément la distance zénithale) à partir de la longueur de l’ombre : voir Brummelen, G. van (2009), *The Mathematics of the Heavens and the Earth*, éd. Princeton University Press, Princeton and Oxford, p. 77-80 et p. 149-155 pour l’introduction de la fonction tangente chez les arabo-perses en utilisant l’ombre du gnomon. Voir Rome, A. (1943), « Les observations d’équinoxes de Ptolémée », *Ciel et Terre*, mai-juin, p. 141-155. Il est à noter que pour placer correctement l’armille, il faut d’une part l’orienter selon le méridien du lieu mais également la placer dans le plan de l’équateur céleste, ce qui suppose de connaître la latitude du lieu. L’inclinaison de l’équateur céleste était obtenue, d’après Theon d’Alexandrie, en prenant le point situé à mi-chemin entre les deux hauteurs du Soleil aux deux solstices. Une fois bien mis en place, on observe à quel instant (si le phénomène a lieu le jour) la face Nord de l’armille commence à être éclairée, ce qui signifie que le Soleil franchit l’équateur.

Par exemple le 20 mars 2014 à l'Observatoire de Paris ($\varphi = 48^{\circ}51'$), lors du passage au méridien la déclinaison du Soleil valait $-0^{\circ}4'55''$, de sorte que le Soleil est passé au méridien à 11 h 58 m 7 s TU mais sa culmination est tombée 17 secondes plus tard ($H = 0^{\circ}4'22''$), sa hauteur n'ayant varié dans l'intervalle que de $0.2''$ quantité impossible à mettre en évidence avec un gnomon. Cela signifie que l'azimut à la culmination valait $0^{\circ}5'31''$, ce qui avec un gnomon de 100 cm de hauteur représente un déplacement latéral de l'ombre de 0,2 mm, là encore impossible à mettre en évidence. Mais dans une méridienne comme celle de l'église Saint-Sulpice à Paris, où la hauteur du gnomon fictif est de 24 m, cela représente quasiment 5 cm de décalage de la tache de lumière, ce qui est loin d'être négligeable. Il est donc préférable de ne pas utiliser le Soleil au voisinage des équinoxes pour déterminer le méridien du lieu avec un gnomon, mais de pratiquer aux alentours des solstices. Ces périodes pourtant ne sont pas non plus exemptes d'inconvénients ; le plus spectaculaire est sans aucun doute la très grande variation de l'azimut du Soleil à midi solaire au solstice d'été. En d'autres termes, l'ombre d'un gnomon tourne très vite en été à midi. Dans le tableau 1 suivant on donne cette variation en une minute de temps pour deux latitudes et pour les deux solstices¹⁰ :

Table 1
Variation en azimut aux solstices.

Variation azimut en 1 min	Latitude 30°	Latitude 48°
Solstice d'été	$\approx 2^{\circ}$	$\approx 0^{\circ}33'$
Solstice d'hiver	$\approx 0^{\circ}17'$	$\approx 0^{\circ}15'$

On vérifie bien que la variation d'azimut est très importante au solstice d'été et qu'elle s'accroît lorsque la latitude se rapproche de celle du tropique du Cancer. L'enseignement que l'on peut tirer de ces exemples est qu'il est préférable de tracer une méridienne avec un gnomon en hiver¹¹ : relever la direction de l'ombre au voisinage du solstice d'été s'avère particulièrement difficile en raison de sa vitesse. Sans compter que la déclinaison de l'astre du jour ne variant pratiquement pas d'un jour à l'autre, la mesure précise du jour du solstice ne peut se faire que par encadrement.

10. On trouvera une étude approfondie du problème de la variation d'azimut au cours de l'année dans Savoie, D. (2007), *La Gnomonique*, les Belles Lettres, Paris, p. 469-475.

11. Néanmoins on peut contourner le problème de la variation rapide de l'azimut en été en utilisant la méthode du « piquet indien ». C'est sans doute ce qui a été mis à profit le 21 juin 1667 lorsque les astronomes-académiciens ont tracé la méridienne sur laquelle allait être bâti l'Observatoire de Paris. La méthode du « piquet indien » (appellation d'origine arabe selon Sédillot : cf. *infra*) devait être bien connue dans l'Antiquité ; sa description détaillée pour l'orientation d'une armille est donnée clairement pour la première fois dans le chapitre III des *Hypotyposes* de Proclus au V^e siècle (traduction due à Alain Segonds[†], correspondance personnelle) : « Pour ce qui est de la méridienne, on la détermine ainsi : on dresse perpendiculairement à la plaque en question un gnomon et l'on trace autour du pied du gnomon pris comme centre un cercle ; puis nous observons à quel moment, dans le matin l'extrémité de l'ombre du gnomon tombe sur le cercle et nous marquerons exactement ce point ; derechef, [nous observons] quand cela se produit dans l'après-midi et de la même façon nous marquerons ce nouveau point. Puis en utilisant une règle parfaitement exacte, nous tracerons une droite qui part du point déterminé le matin et va jusqu'à celui qui a été déterminé l'après-midi ; ensuite nous partagerons en deux parties égales cette droite et, en utilisant la même règle, nous mènerons à partir de l'intersection une droite jusqu'au centre du cercle et nous la prolongerons jusqu'à la circonférence du cercle. Et ainsi l'on aura obtenu une ligne méridienne, qui mérite absolument son nom, parce que tous les jours, à midi, l'ombre produite par les gnomons tombe sur cette ligne ».

Mais le corollaire de cette importante vitesse de rotation de l'ombre est que la hauteur du Soleil ne varie pratiquement pas au voisinage du méridien ¹², de sorte que même si l'on se trompe un peu sur l'instant où l'ombre est la plus courte, cela n'a pas de conséquence sur le résultat comme le montre le tableau ci-dessous.

Table 2
Variation de la hauteur aux solstices.

Variation azimut en 1 min	Latitude 30°	Latitude 48°
Solstice d'été	≈ 0'14"	≈ 0'3"
Solstice d'hiver	≈ 0'2"	≈ 0'1"

Il est tout à fait impossible avec un simple gnomon de mettre en évidence de si faibles variations de la hauteur du Soleil, ce qui supposerait des mesures de la longueur de l'ombre faites au centième de millimètre par exemple avec un gnomon de 100 cm ¹³. Ce qui explique que les mesures effectuées dès la très haute Antiquité pour déterminer l'obliquité de l'écliptique aux solstices sont assez fiables (*cf. infra*). Si un observateur a mesuré les hauteurs méridiennes au solstice d'été $h_{\text{été}}$ et au solstice d'hiver h_{hiver} , il peut déduire directement les deux paramètres recherchés (latitude et obliquité) par :

$$\epsilon = \frac{h_{\text{été}} - h_{\text{hiver}}}{2}$$

$$\varphi = \frac{180^\circ - h_{\text{été}} - h_{\text{hiver}}}{2}$$

Malgré toute la rigueur apportée aux mesures de longueur d'ombre, un autre phénomène bien connu et bien plus considérable vient altérer la précision des mesures : l'effet de pénombre. Lié au diamètre apparent du Soleil (0°32' en moyenne), la pénombre provoque une zone de flou à l'extrémité de l'ombre d'un gnomon, pénombre d'autant plus importante que la hauteur du Soleil est faible. Il en résulte une incertitude dans la mesure de la longueur de l'ombre, particulièrement sensible au solstice d'hiver. Sur la figure 3 page suivante, on a remplacé le gnomon par une plaque sans épaisseur de 100 cm de haut placée à 48° de latitude.

Dans le tableau 3, on donne les valeurs en centimètres de l'ombre pure (PA') qui correspond au bord supérieur du Soleil, de l'ombre du photocentre (PO') et enfin de l'ombre partielle du bord inférieur du Soleil (PB').

En théorie, on doit mesurer PO' ; la zone $A'O'$ est une zone de transition variable, floue, entre l'ombre pure et l'ombre diluée $O'B'$. On remarque que cette zone de flou est d'autant plus large que le Soleil est bas. On établit facilement que $PA' = a \cot(h + 16')$ où a est la longueur du gnomon et h la hauteur vraie du Soleil. L'observateur ¹⁴

hauteur	PA'	PO'	PB'
60°	57,1	57,7	58,4
40°	118,1	119,2	120,3
20°	270,8	274,7	278,8

Table 3
Longueurs des ombres.

12. Voir Savoie, D. (2007), p. 469-475. On démontre qu'au voisinage du premier vertical en été, l'azimut du Soleil varie très peu au contraire de sa hauteur qui file rapidement.

13. Sans compter que pour les latitudes basses, la longueur de l'ombre est très courte (environ 11,5 cm pour une latitude 30° avec un gnomon de 100 cm), ce qui ne facilite guère les mesures.

14. Sur les nombreux essais effectués par des observateurs sur la distinction de l'ombre pure et de la pénombre, voir Ferrari, G. (2010), « Ombre et pénombre d'un élément rectiligne », *Cadran Info*, revue de la Commission des cadrans solaires, n° spécial, octobre 2012, p. 40-46.

va avoir tendance à mesurer PA' au lieu de PO' et donc commettre une erreur voisine de $\approx 16'$ dans la détermination de la hauteur du Soleil. En latitude, cela représente une erreur de presque 30 km en direction du Sud ¹⁵.

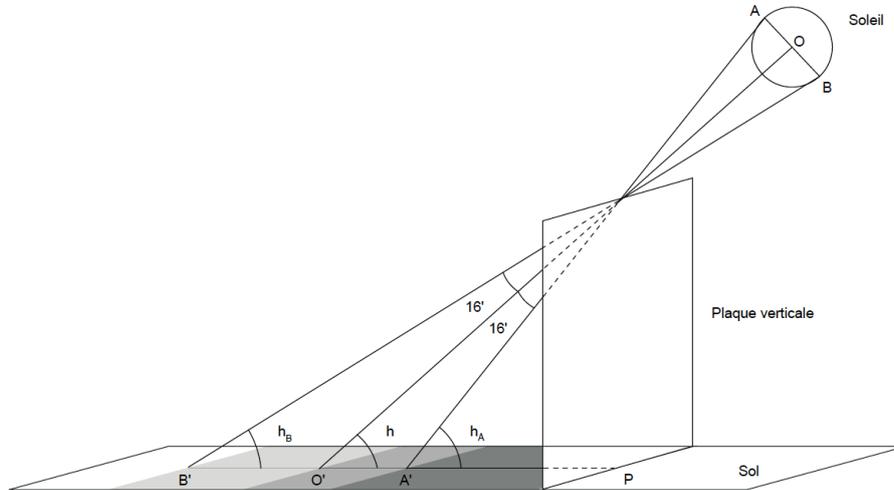


Figure 3 – Effet de pénombre dû au diamètre solaire.

Il faut mentionner pour finir que la hauteur du Soleil est affectée par la réfraction ¹⁶ ; celle-ci n'est sensible (pour un gnomon) que pour des hauteurs inférieures à 45° où elle vaut $0^\circ 1'$. La réfraction relève la hauteur du Soleil et cela devient non négligeable pour des hauteurs voisines de 20° où la réfraction se rapproche de $0^\circ 3'$; mais les hauteurs méridiennes basses ne s'observent qu'en Europe de sorte qu'à l'époque de Ptolémée à Alexandrie, la réfraction méridienne altérerait la hauteur au maximum d'environ $0^\circ 1'$.

Malgré tous ces inconvénients, le gnomon permet d'obtenir, en multipliant les observations, des paramètres très acceptables qui peuvent être exploités ultérieurement, en particulier pour vérifier la diminution de l'obliquité de l'écliptique (*cf. infra*). Ce qui signifie concrètement que l'on détermine la date d'un équinoxe ou d'un solstice par encadrements, en faisant des mesures, autant que faire se peut, un mois avant et un mois après le supposé phénomène. Cela suppose, — et il n'est pas inutile de le rappeler —, que le gnomon doit être parfaitement vertical et le sol nivelé. Un gnomon a s'écartant de la verticale d'un angle z entraîne à midi une erreur dans la longueur de l'ombre mesurée, qui, au lieu de valoir $R = a \tan(\varphi - \delta)$

15. Delambre, J.-B (1817), *Histoire de l'Astronomie Ancienne*, Paris, t. 1, p. 87, attribue à cet effet de pénombre la sous-estimation par Ptolémée de la latitude d'Alexandrie qu'il prend égale à $30^\circ 58'$ (valeur moderne = $31^\circ 12'$). C'est aussi ce que pensait Laplace (*cf. infra* dans son mémoire sur la diminution de l'obliquité).

16. Il faudrait tenir compte en toute rigueur de la parallaxe du Soleil (qui atteint au maximum $9''$ à l'horizon) qui dépend de la hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon. Avec les méridiennes, beaucoup plus précises que les simples gnomons, les astronomes prenaient en compte cette quantité dans la réduction de la hauteur apparente du Soleil. On obtient la hauteur vraie h_v du Soleil (donc le photocentre solaire géocentrique) à partir de la hauteur apparente mesurée h_{ap} par : $h_v = h_{ap} - \text{réfraction} + \text{parallaxe} - \text{demi-diamètre solaire}$. Voir par exemple M. de La Hire (1735), *Tables astronomiques*, 3^e éd., Paris, p. 2-3. Il est à noter que La Hire insère un chapitre sur la construction et l'usage du gnomon p. 183-186. En fait le gnomon est encore en usage dans l'astronomie française du début du XVIII^e siècle, même s'il est réduit à un instrument de seconde zone pour la mesure de la latitude ; voir par exemple *La Connaissance des temps*, Paris, 1702, p. 115-119 qui préconise l'usage d'un gnomon à œillette sur un sol parfaitement nivelé.

vaut $R = a [\tan(\varphi - \delta) \cos z + \sin z]$ où δ est la déclinaison du Soleil qui est égale à 0° aux équinoxes et à $\pm\epsilon$ aux solstices¹⁷.

Terminons cette liste des bienfaits et des méfaits du gnomon en soulignant que la qualité de l'ombre, ce qu'on appelait jadis son épaisseur, entre également en ligne de compte. Un ciel nébuleux ou légèrement voilé n'engendre pas une ombre contrastée et nette en raison du moindre éclaircissement de la périphérie, de sorte que l'appréciation de l'ombre pure s'en trouve altérée.

Rappelons également qu'Erastosthène, au III^e siècle av. J.-C., comme le rapporte Cléomède¹⁸ dans sa *Théorie Élémentaire*, a déterminé la valeur de la circonférence terrestre en utilisant très probablement un gnomon amélioré ; il a ainsi déterminé la différence de latitude entre Syène (située sur le tropique du Cancer) et Alexandrie par les ombres solsticiales.

Dans l'Antiquité, astronomes et géographes expriment la latitude d'un lieu en fonction du rapport de l'ombre équinoxiale à un gnomon, sans doute en utilisant des tables usuelles¹⁹. Par exemple Vitruve²⁰ dans le Livre IX du *De architectura* exprime la latitude de toute une série de villes et de lieux (Rome, Athènes, Rhodes, Alexandrie, Tarente) de la façon suivante : « Au moment de l'équinoxe, le Soleil, situé dans le Bélier ou la Balance, engendre une ombre égale aux $\frac{8}{9}$ de la longueur du gnomon à la latitude de Rome ». Ce qui correspond à une latitude²¹ de $41^\circ 38'$. Cette façon d'exprimer la latitude, très ancienne puisqu'elle remonte aux Babyloniens, ne cessa apparemment jamais d'être utilisée puisqu'on la retrouve bien ancrée en Inde au XVIII^e siècle (*cf. infra*).

Comme on l'a vu, l'effet de pénombre est donc de loin ce qui engendre la plus grande erreur dans l'utilisation à des fins astronomiques du gnomon. Conscients de cet inconvénient, les astronomes de l'Antiquité ont tenté de minimiser cet effet, en munissant le sommet du gnomon ou d'une sphère ou d'un œilleton. L'exemple le plus connu est l'obélisque ramené à Rome par Auguste et installé sur le Champs de Mars vers 10 av. J.-C. comme gnomon d'une très grande méridienne²². Pline²³ nous dit que son concepteur plaça au sommet une boule dorée pour atténuer la dilution de l'extrémité de l'ombre. Si une telle sphère diminue effectivement l'effet de pénombre, la forme elliptique de son ombre au sol, très étalée en hiver, ne résout pas complètement le problème qui ici consiste à lire l'heure et la date. Une autre solution a été de munir le sommet du gnomon d'un œilleton ; selon Karl Manitius²⁴, ce sont les

17. On vérifie ainsi qu'à 40° de latitude, un gnomon de 100 cm s'écartant de 5 mm de la verticale ($z = 0^\circ 17'$) entraîne une erreur d'environ $6'$ dans l'obliquité et de $9'$ dans la latitude en opérant avec des hauteurs solsticiales. Aux équinoxes, on commet une erreur voisine dans la latitude.

18. Cléomède, *Théorie élémentaire*, trad. et notes R. Goulet, Vrin, Paris, 1980, p. 124-125. Par « gnomon amélioré », il faut entendre un cadran solaire sphérique dont le sommet du gnomon occupe le centre : on lit directement l'angle dans la concavité. Cléomède précise bien qu'Erastosthène fait ses mesures aux deux solstices.

19. Ces rapports ne sont pas tous corrects ; le meilleur exemple est celui donné par Strabon dans sa *Géographie*, I, 1, 4, qui s'interroge sur le fait que Marseille est à la même latitude que Byzance. Voir également Szabo, A., Maula, E. (1986), *Les débuts de l'astronomie, de la géographie et de la trigonométrie chez les Grecs*, Vrin, Paris.

20. Vitruve, *De l'architecture*, Livre IX, texte établi, traduit et commenté par J. Soubiran, Les Belles Lettres, Paris, 1969, p. 26 (chap. VII, 1). On retrouve certaines valeurs dans l'*Histoire Naturelle* de Pline.

21. Si y est la longueur de l'ombre et a la hauteur du gnomon, on a $y/a = \tan \varphi$. Si $a = 1$ et $y = \frac{8}{9}$, on a directement de façon moderne $\tan \varphi = \frac{8}{9}$.

22. Sur les controverses liées à cette méridienne, voir Bonnin, J. (2015), *La mesure du temps dans l'Antiquité*, éd. les Belles Lettres, Paris, p. 295-307. Rappelons que jamais les obélisques n'ont été utilisés par les Égyptiens à des fins astronomiques ou horaires.

23. Pline, *Histoire Naturelle*, Livre 36, chap. 15.

24. Manitius, K. (1912), *Des Claudius Ptolemäus Handbuch der Astronomie*, vol. 1, Leipzig, p. 420. Manitius ne donne hélas pas sa source. Sédillot, M. L. AM. (1841), *Mémoire sur les instruments astronomiques des arabes*, Paris, p. 12, attribue l'invention de l'œilleton surmontant un gnomon aux Arabes, sans être convainquant. La traduction donnée par Sédillot, J. J. (1834), *Traité des instrument astronomiques des arabes composé au*

astronomes byzantins du V^e siècle de notre ère qui auraient eu cette idée mais il est probable que cet artifice était connu bien avant (fig. 4).



Figure 4 – L’obélisque de la place de la Concorde à Paris, a été utilisé en 2000 comme gnomon pour tracer au sol un gigantesque cadran solaire.

En dehors du monde méditerranéen, le gnomon fut utilisé, entre autres, en Inde et en Chine. Ce sont en fait les Chinois qui ont érigé le plus précocement, semble-t-il, le gnomon comme instrument d’astronomie²⁵ dans cette partie du monde. On sait qu’il faisait généralement 8 pieds (soit 1,96 m) mais pouvait atteindre 10 pieds²⁶. Il se terminait par une pointe, l’introduction de l’œilleton étant tardive²⁷. Le fait est que l’on possède des annales qui remontent jusqu’au XI^e siècle av. J.-C. et qui rapportent des observations solsticiales. Elles n’ont été connues en Europe qu’au XVIII^e siècle, principalement par l’intermédiaire du Père Gaubil. Laplace, dans un mémoire célèbre²⁸, a fait le premier une synthèse des observations les plus anciennes de l’obliquité afin de mettre en évidence sa variation séculaire. Il a justement

treizième siècle par Aboul Hhassan ali, Paris, contient quantité de problèmes relatifs à l’usage du gnomon au XIII^e siècle par al-Marrakuchi.

25. Voir Needham, J. (1970), *Science and Civilisation in China*, Cambridge, vol. 3, p. 284-294. Voir également Cullen, C. (1996), *Astronomy and Mathematics in Ancient China : the Zhou bi suan jing*, Cambridge University Press, p. 101-128.

26. Père Gaubil, (1734), « Des solstices et des ombres méridiennes du gnomon, observés à la Chine », *Connaissance des Temps pour l’an 1809*, Paris, avril, p. 382-401 (publié par Laplace). Maspero, H. (1939), « Les instruments astronomiques des Chinois au temps des Han », extrait des *Mélanges chinois et bouddhiques*, vol. VI, p. 218 : « Il semble que l’on ait commencé par employer des gnomons de 10 pieds de hauteur ; mais ce nombre, qui ne rentrait pas facilement dans le calcul du triangle rectangle, fondé sur les rapports des nombres 3, 4 et 5 et de leurs carrés, fut bientôt abandonné pour 8, nombre double de la hauteur du triangle rectangle dans le triangle étalon : le gnomon de 8 pieds devint le gnomon classique des astronomes chinois et sauf quelques changements éphémères, il le resta jusqu’à la dynastie mandchoue, époque où les jésuites firent adopter le gnomon de 10 pieds pour entrer dans le système décimal. Au temps des Han et pendant près de 20 siècles, on n’employa normalement que le gnomon de 8 pieds ».

27. Maspero, H. (1939), p. 273. Maspero précise que l’attribution aux Chinois du gnomon à trou dans l’Antiquité est une erreur qui remonte à E. Biot qui a pris un tube de visé destiné à mesurer le diamètre du Soleil pour un gnomon à trou.

28. Laplace (1809), « Mémoire sur la diminution de l’obliquité de l’écliptique qui résulte des observations anciennes », *Connaissance des Temps pour l’an 1811*, Paris, p. 429-450. Laplace a donné un résumé de ses calculs dans son *Exposition du Système du Monde*. La liste publiée deux siècles avant par Riccioli dans son *Almagestum novum* paru à Bologne en 1651, chap. XXVII, p. 162, ne commence qu’à Aristarque.

utilisé les observations rapportées par le Père Gaubil en les discutant méticuleusement et en les corrigeant afin de les rapporter au photocentre géocentrique du Soleil. Laplace a sélectionné en tout onze observations (quatre av. J.-C.), dont six sont chinoises, ces dernières étant choisies pour leur précision et également pour leur haute antiquité²⁹. Il a ensuite comparé l'obliquité déduite des observations à celle donnée par sa formule établie par la mécanique céleste, pour en conclure que « l'ensemble de ces observations établit d'une manière incontestable la diminution successive de l'obliquité de l'écliptique ». L'ancienneté des mesures faites avec un gnomon a donc été un élément déterminant pour valider un résultat important des travaux de mécanique céleste.

Dans le plus important texte de l'astronomie indienne qui date du IV-V^e siècle, le *Surya Siddhanta*³⁰ (« solution du Soleil »), un chapitre contient de nombreuses applications liées au gnomon : il s'agit de la résolution de toute une série de problèmes d'astronomie classique à l'aide du gnomon comme la détermination de la latitude, de la déclinaison du Soleil, etc. Par la suite, le gnomon ne cessa jamais d'être utilisé, notamment en architecture pour déterminer l'orientation d'un site ou d'un temple³¹.

Le gnomon connut en Inde ses lettres de noblesse au XVIII^e siècle lorsque le Maharaja Sawai Jai Singh II (1688-1744) fonda l'observatoire de Jaïpur³² vers 1718 au Radjasthan, le plus remarquable des cinq observatoires indiens érigés par le Maharaja. Il est composé d'une vingtaine de cadrans solaires géants, ce qui en fait le plus important observatoire « gnomonique » connu. Il est en effet assez extraordinaire qu'en ce début du XVIII^e siècle, on crée des observatoires sans lunette astronomique mais uniquement avec des instruments que l'on s'attendrait à trouver dans un observatoire antique ou de la Renaissance³³. L'objectif initial du Maharaja était, à l'instar de Tycho Brahe, d'améliorer les tables astronomiques existantes. S'il est difficile d'estimer quel a été l'apport de tous ces cadrans et instruments solaires dans l'établissement des tables, il n'en demeure pas moins que cet astronome éclairé a doté l'Inde de plusieurs observatoires magnifiques esthétiquement et imaginé des instruments gnomoniques uniques au monde de par leur beauté et leur originalité³⁴.

La construction de ces cadrans solaires en maçonnerie et en marbre s'est étalée sur une vingtaine d'années. Leur état de décrépitude était tel qu'au début du XX^e siècle, ils ont fait l'objet d'une importante restauration, effectuée sous la direction d'un militaire de l'armée britannique et astronome amateur³⁵.

29. Chen, K.-Y. (2002), « Gnomon Measurements and the Obliquity of the Ecliptic », *History of Oriental Astronomy*, éd. S. M. Razauallah Ansari, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, p. 67-75. *Translation of the Surya-Siddhanta*, with notes and an appendix by Rev. Ebenezer Burgess, New Haven, 1860, chap III.

30. *Translation of the Surya-Siddhanta*, with notes and an appendix by Rev. Ebenezer Burgess, New Haven, 1860, chap III.

31. C'est le cas par exemple du *Mayamata*, traité d'architecture écrit aux alentours de l'an 1000 au Sud de l'Inde : voir Dagens, B. (1970), *Mayamata, Traité sanskrit d'architecture*, Pondichéry, éd. Institut Français d'Indologie. Voir aussi Filliozat, J. (1951), « Sur une série d'observations indiennes de gnomonique », *Bulletin de la section de Géographie du Comité des Travaux historiques et scientifiques*, p. 11-13.

32. Le texte le plus important sur Jaipur est celui de Virenda Nath Sharma (1995), *Sawai Jai Singh and his astronomy*, Delhi. Il faut également lire l'ouvrage de celui qui a restauré l'observatoire de Jaipur au début du XX^e siècle : Garrett, A. ff. (1902), *The Jaipur Observatory and its Builder*, Allahabad. Ce lieutenant anglais fut assisté par l'érudit indien Chandradhar Guleri.

33. Voir Blanpied, W. A. (1975), « Raja Sawai Jai Singh II : An 18th century medieval astronomer », *American Journal of Physics*, vol. 43, n° 12, p. 1025-1035.

34. On trouvera une étude approfondie de certains des cadrans solaires de Jaipur dans Savoie, D. (2014), *Recherches sur les cadrans solaires*, Brepols, chap. VII.

35. L'observatoire de Jaipur a été restauré en 1870 puis à nouveau en 1901-1902 par A. ff. Garrett. Sur cette restauration et les problèmes qu'elle pose, voir Virenda Nath Sharma (1995), p. 149-151. On ne perdra jamais

Parmi les instruments astronomiques de Jaipur, les *Rama Yantra* constituent une version très élaborée du gnomon, une sorte d'avatar esthétique (fig. 5). Les deux instruments forment

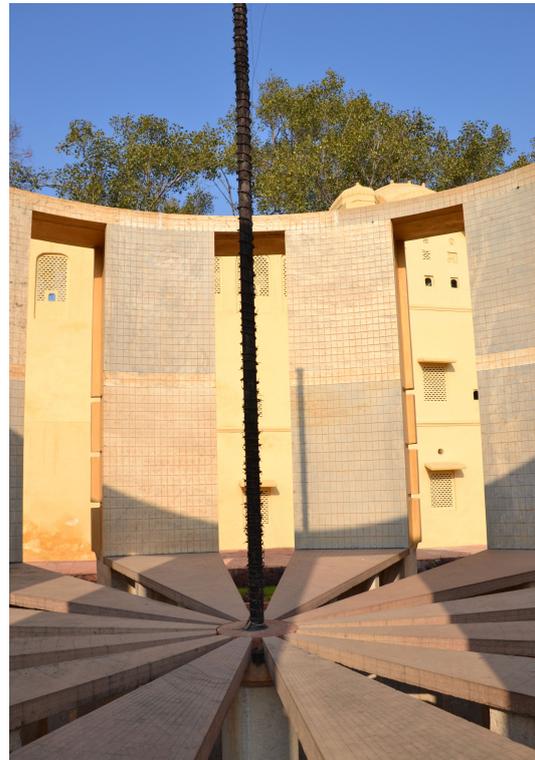


Figure 5 – Un des deux *Rama Yantra* de l'Observatoire de Jaipur en Inde. On voit ici l'ombre du sommet du gnomon se projeter sur la partie cylindrique verticale. L'effet de pénombre est considérable et affecte la précision lors de la mesure de la hauteur du Soleil.

des cylindres complémentaires ouverts à l'intérieur pour faciliter les mesures (l'observateur peut ainsi aller faire ses mesures dans le cylindre qui est aussi haut que large). La base est constituée de 12 secteurs de 12° gradués finement (horizontaux et verticaux), séparés par 12 secteurs vides de 18°, formant un cercle de 3,5 m de rayon au centre duquel est installé un gnomon de 8 cm d'épaisseur et de 3,5 m de haut³⁶. L'ombre du gnomon permet de lire à la fois l'azimut et la hauteur du Soleil. Mais l'effet de pénombre est assez considérable et permet au mieux d'obtenir la hauteur du Soleil avec une précision³⁷ de $\pm 6'$.

À côté de cet usage « prestigieux » du gnomon dans un observatoire, l'instrument a continué d'être largement utilisé au XVIII^e siècle en Inde comme on peut le constater en lisant le *Voyage dans les mers de l'Inde* de l'astronome Guillaume le Gentil de la Galaisière³⁸. Bloqué en Inde de 1761 à 1769 pour observer le passage de Vénus devant le Soleil, Le Gentil

de vue que les instruments visibles aujourd'hui sont des reconstitutions. Voir aussi Kaye, G. R. (1918), *The astronomical observatories of Jai Singh*, ed. Superintendent government of India, p. 52-55.

36. Dans le deuxième *Rama Yantra* c'est le contraire : on a 12 secteurs de 18° séparés par 12 secteurs « vides » de 12°. Le même instrument a été construit par Jai Singh à l'observatoire de Dehli.

37. Ordre de grandeur d'après Virenda Nath Sharma (1995), p. 81-82. En fait la précision tombe en dessous du degré pour certaines hauteurs du Soleil. On prétend que pour limiter l'effet de pénombre, il suffit de placer un cheveu perpendiculairement à l'ombre de telle sorte qu'on puisse lire, à l'intersection de la pénombre du gnomon et de l'ombre du cheveu ou d'une tige mince, la bonne valeur. Pour avoir expérimenté *in situ* cette technique sur plusieurs instruments de Jaipur, je peux témoigner que la marge d'incertitude demeure malgré tout assez élevée et que l'utilisation d'un cheveu en guise de réticule accentuant l'ombre diluée n'est pas toujours probant. L'instrument le plus précis de Jaipur reste la méridienne-sextant, peu connue du public, située dans la structure latérale du grand cadran équatorial, et qui fonctionne avec un œilleton.

38. Le Gentil (1779), *Voyage dans les mers de l'Inde*, t. 1, Paris, chap. III, p. 217-230. Le Gentil décrit longuement les méthodes des Brahmanes et commente les inconvénients bien connus du gnomon dans la détermination de la latitude.

apprit beaucoup sur l'astronomie tamoule ; il rapporte que le gnomon servait aux Brahmanes à orienter les temples, les pyramides et les pagodes par la méthode du « piquet indien » qui consiste à tracer la méridienne par l'ombre la plus courte à l'aide de cercles. Le gnomon servait surtout à déterminer la latitude des villes par l'observation de l'ombre équinoxiale et entrait dans le calcul des éclipses de Soleil et de Lune.

Le remède aux problèmes liés à la pénombre était déjà connu dans l'Antiquité comme on l'a vu, en munissant le sommet du gnomon d'un œilleton. Ce qui a naturellement débouché sur les méridiennes, c'est-à-dire des instruments où l'on observe une tache de lumière dans de l'ombre. Le sextant astronomique préfigure en quelque sorte les méridiennes occidentales ; construit dans une enceinte close, c'est un instrument géant comportant un arc gradué de grande dimension et orienté exactement sur la direction Nord-Sud. Un oculus (un œilleton en quelque sorte que l'on peut considérer comme le sommet d'un gnomon fictif) laisse entrer les rayons du Soleil qui forment une tache de lumière que l'on peut observer très finement et en déduire la hauteur du Soleil.

Le sextant astronomique de l'observatoire d'Ulugh Beg est à cet égard le plus célèbre avec un rayon d'un peu de plus de 40 m, bien que celui de Rayy soit bien plus ancien³⁹. Ces grands instruments perses de l'Islam médiéval servaient notamment à déterminer l'obliquité de l'écliptique, la latitude du lieu ainsi bien sûr que les dates de début des saisons. Leur précision est nettement supérieure à celle des gnomons.

En Occident, il faut attendre le XVI^e siècle et surtout le XVII^e siècle pour les méridiennes prennent un essor important⁴⁰. Une des plus célèbre reste sans aucun doute celle que fit construire J.-D. Cassini à Bologne dans la cathédrale San Petronio. Longue de 68 m avec un œilleton placé à 27 m de haut, cette méridienne fut un instrument astronomique remarquable⁴¹ ; les plus grands astronomes y travaillèrent (Cassini, Riccioli, Grimaldi, Manfredi...). Pendant près de 80 ans, de 1655 à 1736, environ 4 500 observations méridiennes y furent effectuées⁴², ce qui permit de mettre en évidence que l'obliquité avait diminué de 69'' en 77 ans (valeur deux fois trop grande). Car le but principal de ces méridiennes était bien de vérifier que la valeur de l'obliquité diminuait avec le temps. Cette variation séculaire, de l'ordre de 47'' par siècle (valeur moderne), nécessitait des instruments sensibles. Cassini, on le sait, débuta la construction d'une autre méridienne à l'Observatoire de Paris qui fut achevée par son fils Jacques Cassini en 1732. Longue de 32 m avec un œilleton placé à 10 m de haut, cette méridienne très précise

39. Voir Oudet, J.-F. (1994), « Le principe de la chambre noire et les sextants monumentaux de Rayy (X^e s.) et Samarkand (XV^e s.) », *Comprendre et Maîtriser la Nature au Moyen Age, mélanges d'histoire des sciences offerts à Guy Beaujouan*, éd. Droz, Genève, p. 29-53.

40. Voir Heilbron, J. (2003), *Astronomie et églises*, éd. Belin-Pour la Science, Paris. Il s'agit d'un ouvrage magistral, le plus complet qui existe sur les méridiennes.

Au XVI^e siècle, le gnomon est encore considéré comme le symbole d'une astronomie « fondamentale » comme on peut le voir sur des frontispices. Ceux de G. J. Rheticus par exemple comportent presque tous des obélisques ou des gnomons : ses très brèves *Tabulae Astronomicae* parues à Wittenberg en 1542 sont illustrées par un gnomon avec ses trois ombres équinoxiales et solsticiales. Ses *Ephémérides* de 1550 parues à Leipzig (premières éphémérides coperniciennes) sont illustrées par un obélisque qui est strictement le même que celui de son *Canon Doctrinae triangulorum* paru un an plus tard dans la même ville. Quant à son ouvrage posthume, *Opus palatinum de triangulis* paru en 1596, il est magnifiquement orné de deux obélisques surmontés d'une sphère.

41. Voir Paltrinieri, G. (2001), *La Meridiana della Basilica di San Petronio in Bologna*, éd. Centro Editoriale S. Stefano, Bologne.

42. On trouvera l'ensemble des observations effectuées avec cette méridienne dans E. Manfredi (1736), *De Gnomone meridiano bononiensi ad divi Petronii*, Bologne, chap. *Observationes Meridianae Solis*. Chaque jour où cela était possible, l'observateur notait l'aspect du ciel ; il notait également le diamètre apparent du Soleil et sa distance zénithale à midi vrai.

fut exploitée pleinement de 1730 à 1755. Il ressort de l'analyse des résultats ⁴³ que l'on obtenait une précision de 10'' dans la hauteur du Soleil, ce qui est remarquable et qui met sur le même pied d'égalité la ligne avec un instrument sophistiqué de l'époque comme le quart de cercle.

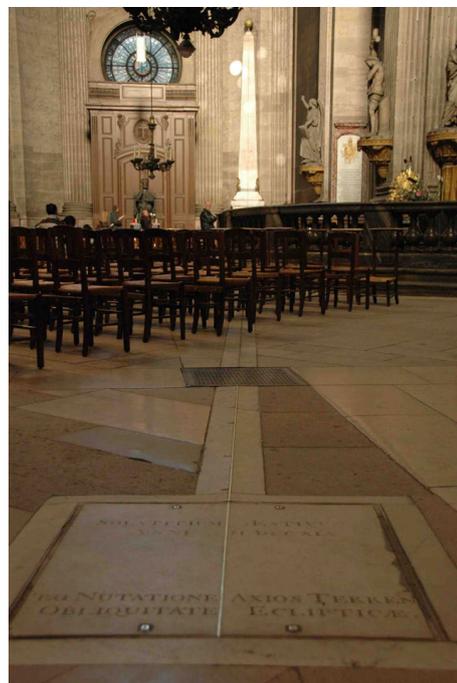


Figure 6 – Vue de la méridienne de l'église Saint Sulpice à Paris. Construite pour mettre en évidence la nutation, cette méridienne se prolonge verticalement sur un obélisque où l'on observait la tache solaire en hiver.

On ne peut passer sous silence une autre méridienne, plus tardive, mais aux ambitions encore plus grandes : celle que fit construire l'astronome Lemonnier ⁴⁴ en 1743 dans l'église Saint-Sulpice à Paris (fig. 6). Celui-ci y observa jusqu'en 1799 en compagnie d'illustres astronomes comme Lalande, Grandjean de Fouchy, La Condamine, Le Gentil. Constituée d'une bande de laiton de 4 mm et longue de près de 40 m au sol et de 10 m au mur, avec deux œillets placés à 24 m et 26 m, la méridienne de Saint-Sulpice devait, selon son constructeur, permettre de mettre en évidence la nutation qui est voisine de 18'', en observant la tache solaire pendant un cycle complet du nœud lunaire (environ 18,6 ans), ce qui avec une telle hauteur de gnomon, devait se traduire au sol par presque 3 mm d'écart.

Malheureusement, aucune de ces méridiennes ne réussit véritablement à réaliser les ambitions que leurs constructeurs leurs avaient fixées, essentiellement pour un seul et même problème : l'édifice qui supporte l'œilleton n'est pas stable, de sorte que la mise en évidence de variations très faibles de l'obliquité est anéantie par le lent mouvement de la structure. Ce fut le cas à l'Observatoire de Paris avec le basculement de la façade vers le Sud et à l'église Saint Sulpice avec l'enfoncement du mur, comme Lalande ⁴⁵ le supputa assez tôt.

43. Voir Descamp, P. (2014), « La ligne méridienne de l'Observatoire de Paris : une analyse des registres des observations de Cassini II de 1730 à 1755 », *Revue d'Histoire des Sciences*, t. 67, p. 35-70. Cet article fait un point très complet sur la précision des méridiennes en général.

44. Lemonnier (1746), « Sur le gnomon et l'obélisque de la méridienne de Saint Sulpice », *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, (année 1743), p. 142-147.

45. Lalande (1764), « Sur la manière dont on peut concilier les observations faites à Saint-Sulpice, avec la diminution connue de l'obliquité de l'Ecliptique », *Mémoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, (année 1762), p. 237-268. Lalande part du fait que l'obliquité mesurée en 1763 avait la même valeur qu'en 1745. Dans le même volume, voir le résumé de Grandjean de Fouchy p. 130-131. Voir également « Sur la comparaison des hauteurs solsticiales d'hiver, observées en 1762 et 1764, avec celles qui ont été vues à l'obélisque du gnomon de Saint-Sulpice en 1743 et 1744 », *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, année 1765,

La fin du XVIII^e siècle sonna le glas des méridiennes, ces « gnomons de lumière » comme on pourrait les qualifier, les astronomes leur préférant à juste titre les quarts de cercle munis de lunettes dont la précision était bien supérieure. Il ne viendrait d'ailleurs pas à l'idée d'un astronome aujourd'hui de considérer le gnomon comme un instrument de mesure. Et pourtant...

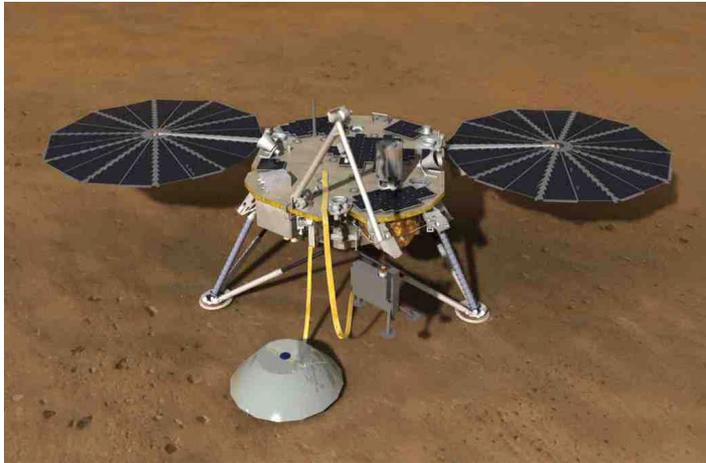


Figure 7 – Vue artistique de l'atterrisseur Insight sur la planète Mars. On voit au premier plan le sismomètre (recouvert d'une protection).

Au printemps 2016, la NASA prévoit d'envoyer sur Mars l'atterrisseur *InSight* (*Interior Exploration using Seismic Investigations Geodesy and Heat Transport*) dont une des expériences majeures repose sur le sismomètre SEIS (expérience française), son but étant d'étudier l'activité sismique de la planète rouge (fig. 7). Pour des raisons d'exploitation des données, l'orientation du sismomètre doit être connue avec une précision inférieure au degré sur le sol de la planète Mars. Le champ magnétique martien étant trop faible, la seule solution est d'utiliser le système d'accroche du sismomètre comme gnomon afin de déduire de la position de son ombre où est situé le Nord géographique martien. Cela suppose de connaître les coordonnées géographiques de l'atterrisseur (latitude et longitude martienne) et de disposer d'une théorie du mouvement du Soleil pour un observateur martien⁴⁶. Il s'agit là de l'exploitation d'une particularité classique du gnomon, à savoir qu'à un instant donné, la mesure de l'azimut de l'ombre permet de déterminer le Nord ; autrement dit on va utiliser le gnomon comme une boussole martienne. Une mire a été placée au pied du « gnomon » afin de mesurer l'azimut de l'ombre. En vérité c'est un gnomon un peu spécial car sa forme est loin d'être idéale pour relever la position de l'ombre !

Il est assez amusant et plutôt inattendu que dans une expérience scientifique faisant appel à une très haute technologie, – qui plus est se déroulant sur une autre planète du système solaire –, un instrument aussi simple et rudimentaire qu'un gnomon soit utilisé. De là à conclure que le gnomon est un instrument incontournable dans la conquête spatiale, voire un jour dans la colonisation d'exoplanètes, il n'y a qu'un pas...

p. 75-77 (imprimé en 1768). On y décrit notamment la méthode de mesure : « M. le Monnier employa pour ces observations la même méthode qu'il avait mise en pratique pour celle du solstice d'été, il marqua sur le marbre avec du crayon, pendant quelques jours, devant et après le solstice, la trace des deux bords supérieur et inférieur de l'image, et calculant ensuite la déclinaison par la distance du Soleil au solstice, il en tira la position du point solsticial ».

46. L'atterrisseur devrait être situé un peu au-dessus de l'équateur martien, donc dans une zone « intertropicale ». En octobre 2016, le Soleil sera sous l'équateur martien, l'ombre du gnomon sera donc dirigée vers le Nord à midi vrai.

Le cadran solaire de hauteur de Wenzel Jamnitzer de l'Observatoire de Paris par Denis Savoie¹

L'orfèvre de Nuremberg, Wenzel Jamnitzer (1508-1585), fut un maître allemand de la gravure² très réputé, et l'auteur d'un ouvrage fascinant sur les polyèdres³. Il a notamment réalisé deux disques en laiton de grandes dimensions (≈ 51 cm) datés de 1578, gravés sur une de leurs faces d'un cadran solaire de hauteur, et qui comportent aussi un carré des ombres, des tableaux astrologiques, un limbe circonférentiel, etc., l'ensemble étant harmonieusement mélangé à des allégories gravées avec une extrême finesse (fig. 1 page ci-contre et fig. 2 page 138). Ce sont de purs chef d'oeuvre. Un des deux disques fut présenté au salon de physique-mathématique à Dresde au début du XX^e siècle ; il a été décrit dans les grandes lignes mais a semble-t-il aujourd'hui disparu⁴ (fig. 3 page 139, et fig. 4 page 140).

1. SYRTE, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06, LNE, 61 avenue de l'Observatoire, 75 014 Paris, France.

2. On trouve de nombreuses photos des oeuvres de Wenzel Jamnitzer dans Marc Rosenberg, *Jamnitzer*, éd. Verlag von Joseph Baer & Co., Francfort, 1920. On trouvera quelques informations (mais rien sur les cadrans solaires) dans Swen Hauschke, « The Mathematical Instruments of Wenzel Jamnitzer (1508-1585) », *European Collections of Scientific Instruments, 1550-1750*, edited by Giorgio Strano, Stephen Johnston, Mara Miniati, Alison Morrison-Low, éd. Brill, Leiden, Boston, 2009, p. 1-13. De nombreux éléments de la biographie sont extraits de J. G. Doppelmayr, *Historische Nachricht von den nürnbergischen Mathematicis und Künstlern*, Nürnberg, 1730, p. 205-206 ; Doppelmayr mentionne quelques-uns de ses instruments astronomiques.

3. *Perspectiva corporum regularium*, Nürnberg, 1568. Voir A. Flocon, « Wenzel Jamnitzer », VIII^e congrès international de Tours, Sciences de la Renaissance, Paris, Vrin, 1973, p. 143-151. L'ouvrage se décompose en six chapitres, tous introduits par un frontispice ; le cinquième chapitre (*coelum*), qui concerne le dodécaèdre (12 faces), comporte de nombreux instruments de mesure en lien avec l'astronomie et la géodésie. On y voit un dos d'astrolabe avec son alidade, des cadrans solaires, une arbalétrille, plusieurs quadrants crantés, deux sphères armillaires, des compas, des règles, des cadrans de hauteur avec leur fil à plomb, une sphère céleste et une sphère terrestre. Un Soleil stylisé trône en haut du frontispice ; il ressemble beaucoup au Soleil que W. Jamnitzer graverait en 1578 sur le cadran solaire de hauteur de Dresde et de l'Observatoire de Paris, tout comme les ornements qui servent de décors.

4. Max Engelmann, « Wenzel Jamnitzer Dresdner Messscheibe », *Der Kunstwanderer : Zeitschrift für alte und neue Kunst, für Kunstmarkt und Sammelwesen*, 1919-1920, p. 311-314. Il s'agit de l'article le plus complet sur ce « disque de calcul » comme l'appelle l'auteur, qui mesurait 51,8 cm de diamètre ; il faut souligner cependant que l'article reste dans des généralités et qu'on y trouvera ni calculs ni théorie voire une incompréhension du cadran solaire (*cf. infra*). On y apprend que le disque de Dresde (et sans doute celui de l'Observatoire) faisait partie d'un ensemble de 35 pièces dont le possesseur était Auguste 1^{er} de Saxe (1526-1586), puis que le disque fut répertorié dans l'inventaire après le décès de l'électeur en 1587. Voir également Ernst Zinner, *Deutsche und niederländische astronomische Instrumente des 11.-18 Jahrhunderts*, éd. Beck, Munich, 1956, p. 394-395. Zinner mentionne le disque de l'Observatoire de Paris mais sans aucun détail. Le disque de Dresde



Figure 1 – Face A gnomonique du disque de Wenzel Jamnitzer de l’Observatoire de Paris.

Le deuxième disque de Wenzel Jamnitzer est arrivé dans les collections de l’Observatoire de Paris à une époque inconnue, tout comme la façon dont l’Observatoire se l’est procuré⁵. Il n’a jamais été décrit. Notons que des photos du disque de Dresde montrent un disque un peu plus complet que celui de l’Observatoire, lequel a perdu certaines parties mobiles. Les allégories

est reproduit en photo dans Marc Rosenberg, *Jamnitzer, op. cit.*, p. 30-31. Ce même disque de Dresde est décrit très succinctement et reproduit dans un dessin artistique dans C. Gurlitt, « Wenzel Jamnitzer und der kursächsische Hof », *Kunstgewerbeblatt*, 1885, p. 51-53.

5. Dans la collection de l’Observatoire de Paris, le disque de Wenzel Jamnitzer porte le numéro d’inventaire 7 et est qualifié de « cadran solaire horizontal ». Dans l’inventaire de la *Commission des cadrans solaires*, ce cadran est aussi qualifié d’horizontal et considéré comme volé en 1978. Même remarque pour le cadran de Dresde : il est qualifié de cadran solaire horizontal par Max Engelmann dans son article « Wenzel Jamnitzer Dresdner Messscheibe », *op. cit.*, p. 314. Dans « Astronomische Instrument von W. Jamnitzer », *Anzeige für Kunde der deutschen vorzeit* (organ des germanischen museums), 1877, p. 55, on parle même d’un « astronomisches Astrolabium » ! Et encore récemment, S. Débarbat, « Astronomie, « arts » et artistes », *Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium*, 2009, Volume 260, 2011, p. 243, qualifie ce cadran « d’horizontal ». Ceci laisse penser que jusqu’à présent, personne ne s’est vraiment penché sur ce cadran solaire et n’a compris son fonctionnement. Deux hypothèses sont avancées quant à l’arrivée de cette oeuvre de W. Jamnitzer à l’Observatoire de Paris : l’objet serait un don de Christine de Suède à Jean-Dominique Cassini, l’objet ayant été récupéré lors des pillages de Prague par les Suédois en 1648 (ce qui suppose peut être que l’objet était entré dans les collections de Rodolphe II). Autre piste : l’objet serait une « prise de guerre » de Bohême sous Louis XIV ou sous Napoléon. L’inventaire de l’Observatoire de Paris ne mentionnant pas explicitement l’objet, il est difficile de tracer son parcours. L’amiral Mouchez (directeur de 1878 à 1892) signale simplement une armoire remplie d’objet dont « des cadrans solaires compliqués ». On aura une idée de la gestion calamiteuse des collections par l’Observatoire au XIX^e siècle en consultant le *Magasin Pittoresque*, 1885, p. 88-90.



Figure 2 – Face B de mesures et du carré des ombres du disque de Wenzel Jamnitzer de l’Observatoire de Paris.

sont aussi différentes mais les cadrans solaires semblent identiques. Il est difficile d’imaginer que ces deux objets, lourds (celui de l’Observatoire pèse 5 kg), dorés (ce qui ne facilite pas la lecture d’une ombre portée) aient servi réellement à faire des mesures de l’heure (fig. 5 page 141). La destination « princière » de ces deux objets de prestige ne fait pas de doute, la clientèle habituelle de Wenzel Jamnitzer étant composée d’empereurs germaniques. Le mélange d’allégories bibliques et de représentations astrologiques sur le disque de l’Observatoire ne pouvait s’adresser qu’à un personnage susceptible d’en apprécier toutes les subtilités, y compris l’aspect mathématique et gnomonique. Il est donc fort possible que le cadran de l’Observatoire de Paris ait appartenu (et ait été une commande), comme celui de Dresde, à Auguste de Saxe.

1 Face A (face gnomonique)

Il s’agit de la face du disque servant à lire l’heure solaire et qui contient un essieu central imposant (*cf. infra*) ; on peut diviser cette face en deux parties coupées par un diamètre : la partie basse où sont gravés les deux cadrans solaires et la partie haute à destinée astrologique. Un cartouche situé sous l’essieu porte l’inscription qui indique clairement la prééminence pour son auteur de la fonction gnomonique de l’objet (fig. 6 page 141) :



Figure 3 – Face gnomonique du disque de Wenzel Jamnitzer de Dresde.

Diese zwar Horologia sein gemacht worden, auss
49. 50. 51
Durch Wentzel Jamnitzer Goldschmidzum
Nürnberg verfertigt
M. D. LXXVIII.
[Cette horloge a été faite pour
49. 50. 51
Fabriquée par Wentzel Jamnitzer, orfèvre
à Nüremberg.
1578]



Figure 4 – Face de mesures et du carré des ombres du disque de Dresde.

Il n'est pas fréquent, voir rarissime, que la latitude indiquée sur un cadran solaire soit donnée avec une telle précision⁶ si on considère que 49.50.51 correspond à 49°50'51". Il s'agit plutôt d'une fourchette de latitudes pour lesquelles le cadran fonctionne, soit de 49° à 51° de latitude ;

6. Le disque de Dresde (qui comporte le même cartouche de signature) ajoute *49.50.51 grad* [souligné par nous], c'est-à-dire 49.50.51 degrés. Il est difficile d'identifier le lieu qui correspond à cette latitude de 49°50'51", même en arrondissant à 49°51' (une telle précision à la seconde de degré est de toute façon illusoire pour l'époque). Les catalogues de lieux géographiques contemporains de W. Jamnitzer (par exemple la longue liste donnée par P. Apianus, *Cosmographia*, Anvers, 1524, ou par E. Reinhold, *Prutenicae tabulae coelestium motuum*, Tübingen, 1551) ne donnent pas de ville importante à cette coordonnée. Ceci renforce l'hypothèse d'une fourchette de latitudes, d'autant que Jamnitzer n'aurait pas hésité à graver les degrés, minutes, secondes s'il s'était agi d'une coordonnée.



Figure 5 – Photographie du disque de l'Observatoire de Paris : 51,5 cm de diamètre, poids de 5 kg.



Figure 6 – Détail du cartouche signé Wenzel Jamnitzer indiquant les latitudes et l'année.

cela est d'usage sur les cadrans solaires de hauteur comme on peut le voir par exemple chez Apianus⁷. Néanmoins, cela induit une erreur dans la lecture de l'heure, maximale à midi, où par définition un cadran de hauteur est le plus défaillant (fig. 7 page suivante) puisque la hauteur ne varie que peu aux alentours du passage du Soleil au méridien.

Un premier demi-cercle, gradué doublement de 0° à 90°, et centré sur le gnomon, porte sur la partie droite supérieure un secteur gradué d'heures en heures, de 16 à 8, qui correspond à la longueur du jour pour la latitude du lieu, en fonction de la hauteur méridienne du Soleil au-dessus de l'horizon (*Tagleng* = durée du jour). En prenant une obliquité de l'écliptique de 23°30' (obliquité réelle de l'époque), on vérifie que la longueur du jour au solstice d'été⁸ est de 16 h et de 8 h au solstice d'hiver pour une latitude de 49° (*cf. infra*). Ce qui correspond respectivement à une hauteur méridienne du Soleil de 64°30' et de 17°30'; le cadran comporte ici une légère anomalie pour le solstice d'hiver où le trait de 8 heures coïncide avec 18.5°. Il y a évidemment une correspondance avec le cadran solaire de hauteur situé en dessous puisque

7. Apianus, *Instrument Buch*, Ingolstadt, 1533. Apianus donne quatre dessins (dès les premières pages de l'ouvrage) du même cadran de hauteur fonctionnant pour trois latitudes différentes, écrivant par exemple « 41.42.43 grad » pour signifier qu'il s'agit des latitudes 41°, 42° et 43°.

8. Rappelons que la durée du jour en heures s'obtient par $2H_0/15$, avec $\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$ où φ est la latitude du lieu et δ la déclinaison du Soleil. La hauteur méridienne h du Soleil se calcule par $h = 90^\circ - \varphi + \delta$.

cet ensemble fonctionne avec un même gnomon. De sorte que si l'on est au solstice d'été à midi par exemple, l'ombre passe par la graduation 16 [heures], par 64° [de hauteur] et aboutit à midi solaire sur le cercle le plus extérieur du disque.

Il y a en fait deux cadrans solaires sur cette face : celui sur la partie droite qui indique l'heure solaire (*die kleinen Uhr*) et celui sur la partie gauche qui indique les heures planétaires (*Die planeten Stunden*), sous-entendu l'heure antique ou temporaire. Ces deux cadrans fonctionnant avec le même gnomon, cela oblige à un retournement à 180° du disque autour de la verticale : sa tranche devant être orientée vers le Soleil, le cadran d'heures solaires vraies fonctionne avec la face A regardant essentiellement la partie Est de l'horizon, tandis que le cadran d'heures planétaires fonctionne avec la face A qui regarde vers l'Ouest.

Comme tous les cadrans solaires de hauteur, celui de Wenzel Jamnitzer est un abaque qui permet de lire l'heure en fonction de la date. Il doit être suspendu verticalement et orienté dans le plan du Soleil par la tranche. Un gnomon horizontal projette une ombre sur l'abaque constitué de cercles concentriques et de courbes sinueuses. On lit l'heure solaire à l'intersection d'une courbe, qui représente l'heure en fonction de la hauteur du Soleil, et d'un cercle qui représente la date, plus précisément la déclinaison δ du Soleil.

Appelons P le pied du gnomon par lequel on fait passer un système d'axes (fig. 8) : les x vers la droite, les y vers le haut (vers le zénith). Le cercle du solstice d'été est le plus éloigné du gnomon, tandis que le cercle du solstice d'hiver est le plus proche. Examinons dans un premier temps le cadran de droite, celui en heures solaires vraies.

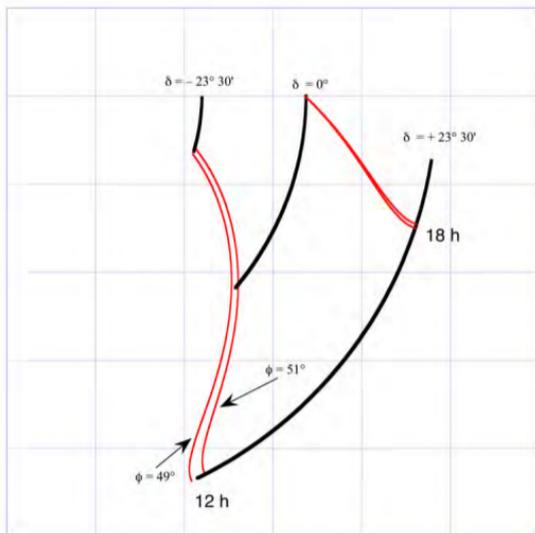


Figure 7 – Exemple d'écart des lignes horaires 12 h et 18 h tracées pour deux latitudes différentes.

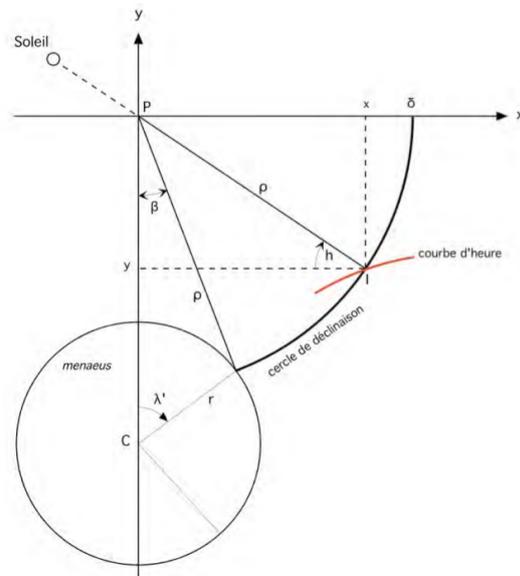


Figure 8 – Principe du cadran solaire de hauteur vertical de Wenzel Jamnitzer.

L'échelle des dates est ici assez particulière : ce sont des arcs de cercle (le centre est le pied du gnomon) dont l'espacement est lié à une circonférence zodiacale, tangente au cercle de hauteur décrit précédemment, et qui fait penser à une sorte de *menaeus*⁹.

9. Sur ce cercle auxiliaire décrit par Vitruve et qui servait à tracer les courbes zodiacales, voir D. Savoie et R. Lehoucq, « Étude gnomonique d'un cadran solaire découvert à Carthage », *Revue d'archéométrie*, 25 (2001), p. 25-34.

Les représentations des signes du zodiaque sont finement gravées à la périphérie de ce *menaeus*, accompagnées de leur symbole astrologique. Un Soleil rayonnant occupe le centre de ce zodiaque où chaque signe est divisé en trois décades¹⁰ ; il est facile de voir qu'au lieu d'occuper 360° sur l'écliptique, les douze signes en occupent 254° (valeur mesurée sur le cadran¹¹), soit 127° d'un solstice à l'autre¹². Entre les signes du zodiaque et le cercle gradué du *menaeus* en décades, on lit à droite *Qünemmen des Tags* (augmentation de la durée du jour) et à gauche *Abnemmen des Tags* (diminution de la durée du jour), ce qui est cohérent puisque dans un cas la longitude du Soleil croît du solstice d'hiver au solstice d'été (de 270° à 90°), et dans l'autre cas elle croît du solstice d'été au solstice d'hiver (de 90° à 270°).

Ce *menaeus* de centre C détermine le rayon ρ des cercles de déclinaison (centrés sur le pied du gnomon P), en fonction de la longitude λ du Soleil. Appelons r le rayon du *menaeus* ; les mesures directes sur le cadran donnent un $\rho_{\text{été}}$ de 24,2 cm (solstice d'été) et un ρ_{hiver} de 11 cm (solstice d'hiver). Compte-tenu premièrement de ces extrêmes, que deuxièmement le secteur angulaire du *menaeus* mesure 127° angulairement entre les deux solstices, et troisièmement que ces 127° sont divisés en 6 secteurs égaux, on peut écrire :

$$\rho_{\text{été}}^2 = (\rho_{\text{hiver}} + r)^2 + r^2 - 2r(\rho_{\text{hiver}} + r)\cos 127^\circ$$

On en déduit que $r = 7,7$ cm, valeur confirmée par deux mesures directes sur le cadran solaire ($7,7 \pm 1$ mm). Connaissant r , on calcule ρ par :

$$\rho = \frac{r \sin \lambda'}{\sin \beta}$$

avec

$$\tan \beta = \frac{\sin \lambda'}{\left(\frac{\rho_{\text{hiver}} + r}{r}\right) - \cos \lambda'}$$

L'angle λ' est la longitude écliptique du Soleil « contrainte » par le secteur angulaire de 127° (fig. 9 page suivante) ; normalement, cet angle varie de 90° au solstice d'été à 270° au solstice d'hiver sur 180°. On a ici :

$$\lambda' = \left(\frac{127^\circ}{180^\circ}\right) \times 270^\circ - \left(\frac{127^\circ}{180^\circ}\right) \times \lambda$$

On vérifie bien que :

- si $\lambda = 90^\circ$ (solstice d'été), $\lambda' = 127^\circ$, $\beta = 14,8^\circ$, d'où $\rho = 24,2$ cm ;
- si $\lambda = 180^\circ$ (équinoxe), $\lambda' = 63,5^\circ$, $\beta = 24,4^\circ$, d'où $\rho = 16,8$ cm ;
- si $\lambda = 270^\circ$ (solstice d'hiver), $\lambda' = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, d'où $\rho = 11$ cm ;

Sur le *menaeus*, les coordonnées de début d'un signe zodiacal s'obtiennent depuis P par :

$$x' = \rho \sin \beta$$

10. On ne peut pas s'empêcher de voir dans ce zodiaque héliocentrique une allusion à Copernic dont le *De revolutionibus* fut imprimé comme on le sait dans la ville où résidait Jamnitzer, Nüremberg.

11. Plusieurs frottages ont été effectués sur le cadran, permettant de faire des mesures précises de la position des lignes et des courbes.

12. Valeur très proche (est ce un hasard ?) de l'azimut au lever-coucher du Soleil au solstice d'été ; avec $\delta = 23,5^\circ$ et $\varphi = 49^\circ$, on obtient $A = \pm 127^\circ 26'$ et avec $\varphi = 50^\circ$, on obtient $A = \pm 128^\circ 20'$.

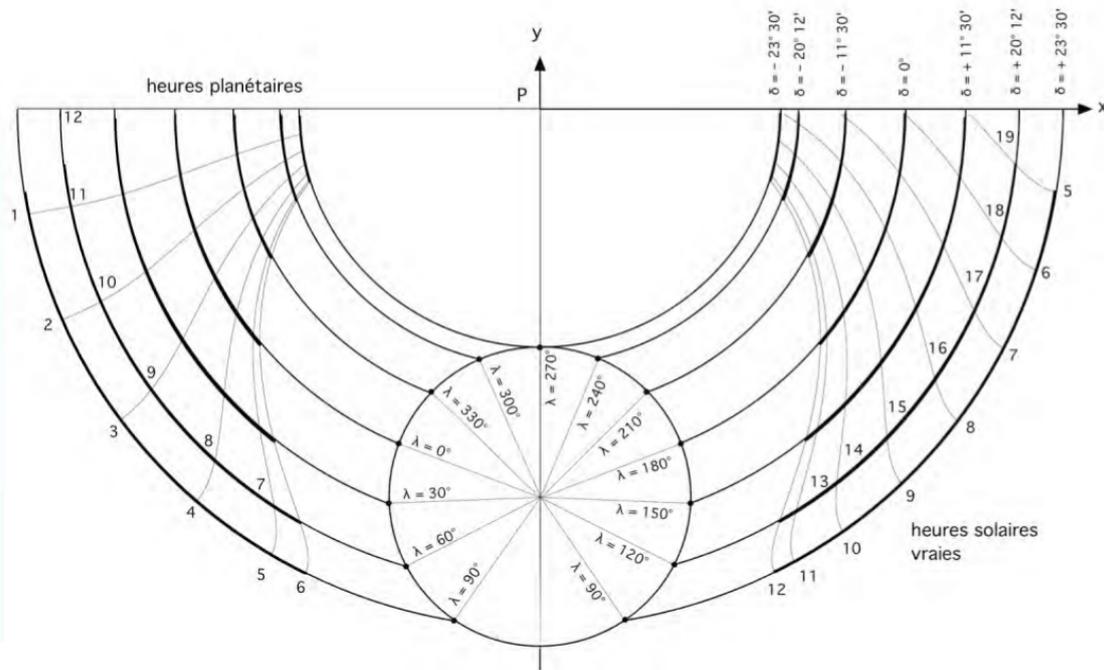


Figure 9 – Utilisation du *menaeus* pour le tracé des cercles de déclinaison.

$$y' = \rho \cos \beta$$

Le rayon équinoxial en particulier a pu être vérifié (16,8 cm ± 0,5 mm). Wenzel Jamnitzer a certainement utilisé un compas pour tracer géométriquement ces cercles de déclinaison puis a reporté sur chaque cercle un point horaire d'une même heure pour les relier ensuite ; on constate également que le rayon équinoxial ne partage pas en deux parties égales la distance entre les deux solstices. Il y a 12 cercles de déclinaison au total sur le cadran, soit une variation de la longitude écliptique tous les 15° (soit un demi-signes zodiacal, ce qui devrait donner 13 cercles), sauf pour le cercle voisin du solstice d'hiver ($\lambda = 255^\circ$) trop proche du cercle solsticial. On donne ci-après les comparaisons entre théorie et mesure, sachant que l'épaisseur d'un trait de gravure mesure entre 0,5 et 1 mm :

Les coordonnées d'un point d'une courbe d'heure se calculent par :

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos h \\ y &= -\rho \sin h \end{aligned}$$

h étant la hauteur du Soleil obtenue par :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \quad (1)$$

avec $\sin \delta = \sin \epsilon \sin \lambda$.

H étant l'angle horaire du Soleil ($1 \text{ h} = 15^\circ$) et φ la latitude du lieu. La hauteur du Soleil étant symétrique par rapport à midi solaire (méridien) le matin et l'après-midi, une même courbe horaire sert donc deux fois par jour (sauf midi) : 11 h-13 h, 10 h-14 h, etc. Les courbes vont ici de 5 h à 19 h (noté 7 h), avec une numérotation du matin près du cercle solsticial de 5 à 11, puis une numérotation de l'après-midi sur le cercle des Gémeaux de 1 à 7.

$\lambda = 270^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 11$	$\rho_{\text{théorie}} = 11 \text{ cm}$
$\lambda = 255^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = \text{n'existe pas}$	$\rho_{\text{théorie}} = 11,2 \text{ cm}$
$\lambda = 240^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 11,9$	$\rho_{\text{théorie}} = 11,9 \text{ cm}$
$\lambda = 225^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 12,9 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 12,8 \text{ cm}$
$\lambda = 210^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 14 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 14 \text{ cm}$
$\lambda = 195^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 15,4 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 15,4 \text{ cm}$
$\lambda = 180^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 16,8 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 16,8 \text{ cm}$
$\lambda = 165^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 18,2 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 18,2 \text{ cm}$
$\lambda = 150^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 19,5 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 19,6 \text{ cm}$
$\lambda = 135^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = \text{mesure difficile}$	$\rho_{\text{théorie}} = 20,9 \text{ cm}$
$\lambda = 120^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 22,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 22,1 \text{ cm}$
$\lambda = 105^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 23,3 \pm 0,1$	$\rho_{\text{théorie}} = 23,2 \text{ cm}$
$\lambda = 90^\circ$	$\rho_{\text{mesuré}} = 24,2$	$\rho_{\text{théorie}} = 24,2 \text{ cm}$

En ce qui concerne la détermination de la latitude pour laquelle est tracé le cadran solaire, la mesure sur la courbe midi¹³, aux équinoxes, de la hauteur du Soleil, alors égale à la co-latitude, soit $(90^\circ - \varphi)$, donne un angle $h = 41^\circ$, soit une latitude de 49° (fig. 10 page suivante). En mesurant directement les rayons ρ_{hiver} et $\rho_{\text{été}}$, on constate que c'est avec $\epsilon = 23^\circ 30'$ que les valeurs s'ajustent le mieux. Sur la courbe 12 h, la mesure de la distance entre le point d'intersection avec l'arc d'hiver et avec l'arc équinoxial donne 7,9 cm. Avec cette valeur, on obtient une obliquité de $22^\circ 45'$; en fait, 1 mm d'erreur sur une mesure engendre une erreur d'au moins $30'$ dans l'obliquité. On peut considérer ces résultats comme satisfaisants, il serait illusoire de chercher une détermination des paramètres primaires (latitude, obliquité) à la minute de degré près, d'autant que l'hypothèse d'une fourchette de latitudes rend toute détermination précise très difficile.

Comme toujours avec les cadrans de hauteurs portatifs, on vérifie qu'il est très défailant vers midi, en particulier en hiver, avec un resserrement de 3 à 4 mm entre les courbes 12 h et (11 h-13 h). Le cadran de gauche indique les heures planétaires¹⁴, autrement dit temporaires (la durée du jour est égale à 12 heures toute l'année). Le calcul des courbes d'heures s'obtient depuis P par :

$$\begin{aligned}x &= -\rho \cos h \\y &= -\rho \sin h\end{aligned}$$

L'angle horaire de la formule 1 page ci-contre doit être modifié de la façon suivante :

$$H = k \frac{H_0}{6}$$

avec $\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$ et k variant de -5 à $+5$ ($k = 0 = 6$ h temporaire qui correspond à midi solaire). Comme pour le cadran en heures vraies, une même courbe horaire temporaire

13. Il s'agit de la courbe horaire avec laquelle une erreur de mesure a le moins de répercussion sur le résultat, privilège qu'elle partage quasiment avec la courbe 11 h-13 h. Pour effectuer ces mesures, il est nécessaire de démonter l'essieu central du disque.

14. On trouve plusieurs exemples de tracés horaires en heures planétaires en fonction de la latitude dans Apianus, *Instrument Buch, op. cit.*

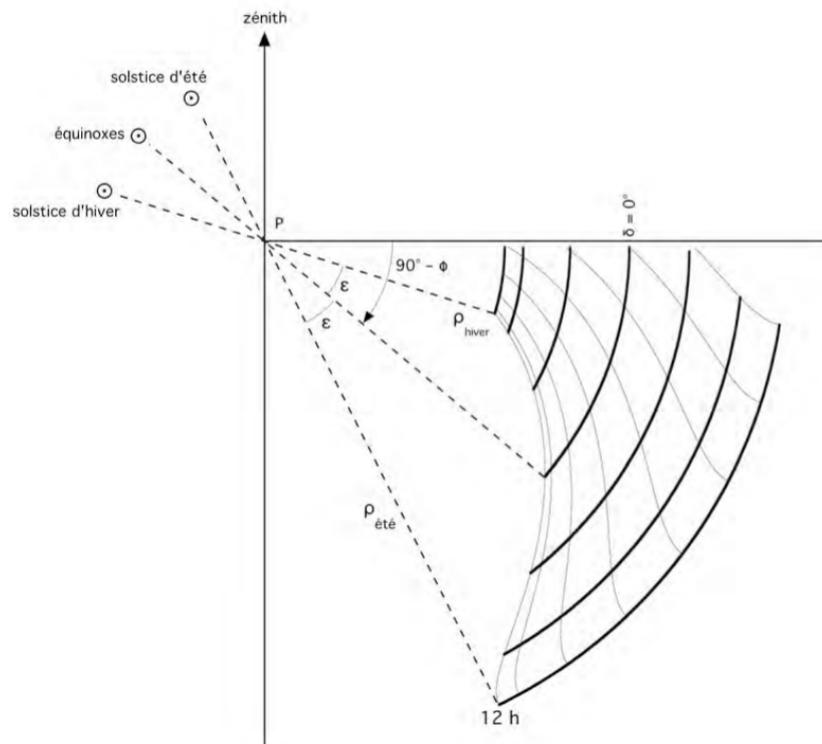


Figure 10 – Principe de détermination de la latitude et de l'obliquité.

sert deux fois par jour (sauf 6) : 5 h-7 h, 4 h-8 h, etc. Les courbes vont ici de 1 h à 12 h, avec une numérotation du matin près du cercle solsticial de 1 à 6, puis une numérotation de l'après-midi sur le cercle des Gémeaux de 7 à 12 (coucher du Soleil).

Entre les deux abaques gnomoniques, Wenzel Jamnitzer a gravé deux Atlas, un de face, un de dos, portant une sphère céleste.

Pour fonctionner en mode cadran solaire, l'essieu central devait être démonté ; un gnomon plus fin devait le remplacer. Sa longueur devait être suffisante pour que l'ombre soit nette, bien que théoriquement infinie, pour qu'en été on puisse lire midi. Si on admet un petit décalage de 5° en azimut par rapport au Sud à midi, le gnomon devait mesurer au moins 2 cm pour atteindre le point de lecture. Il n'existe pas, contrairement à l'exemplaire de Dresde¹⁵, un point de suspension (pour une bélière par exemple) afin de maintenir le disque vertical, ce qui pose la question de sa réelle utilisation gnomonique (fig. 11 page suivante).

La partie supérieure du disque est occupée par un grand cercle percé d'un trou central vide (*cf. infra*), encadré de deux allégories traitant de thèmes chers à Jamnitzer : la nature exubérante à gauche, le travail du métal par le feu à droite. Les deux gravures sont agrémentées d'animaux que l'on retrouve fréquemment chez le Maître de Nuremberg : salamandre, insectes (scarabées ?), canard, rapace, serpent, poisson, une taupe (ou une musaraigne ?).

15. L'exemplaire de Dresde (qui possède aussi un essieu central) contient quelques différences très mineures avec le disque de l'Observatoire de Paris : dans le cadran d'heures planétaires, le nombre 12 est absent. Le nom des heures est aussi différent (*Planeten Stunden* au lieu de *Die Planeten Stunden*). Les tableaux astrologiques sont identiques ; par contre toutes les allégories sont différentes, y compris les décors d'arrière plan. Le trou vide dans l'exemplaire de l'Observatoire est par contre occupé par un curseur mobile qui divise une circonférence en quatre secteurs de 90° numérotés I, II, III, IIII, eux mêmes divisés en neuf secteurs de 10° . L'usage de ce curseur reste à comprendre.

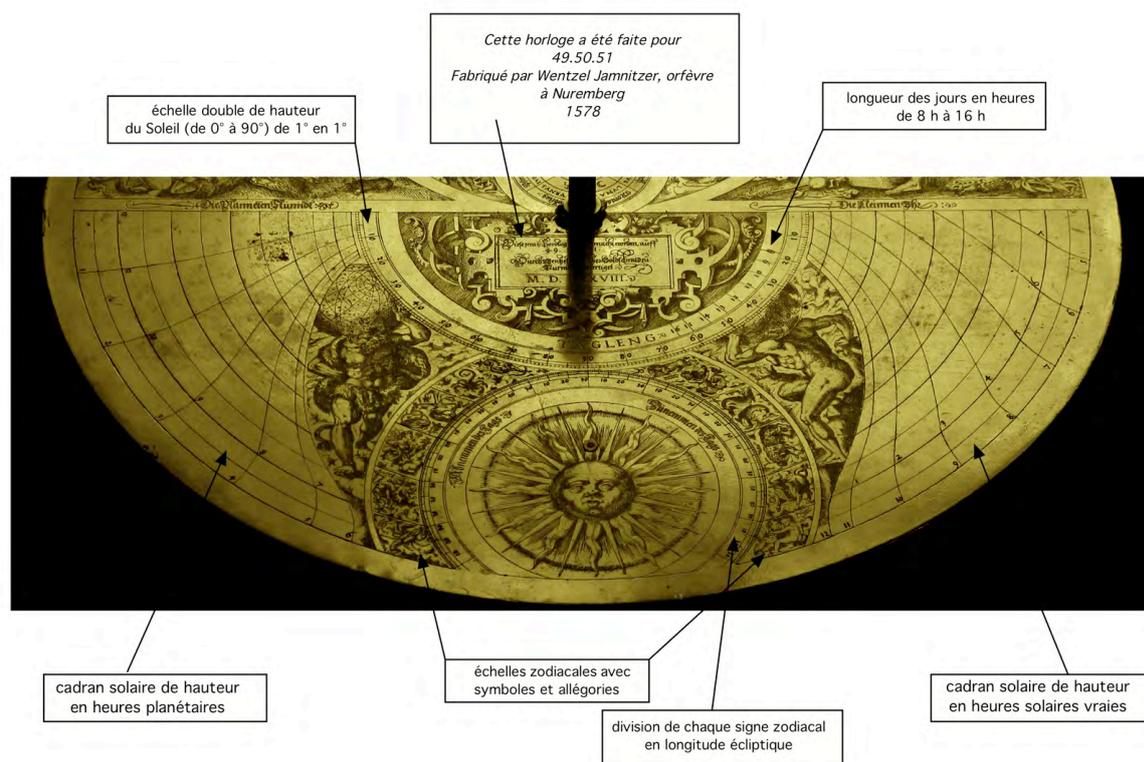


Figure 11 – Contenu de la face gnomonique inférieure.

Le tableau en arc de demi-cercle est celui du régent des heures, c'est-à-dire l'association d'une heure à une planète, plus précisément aux sept astres errants¹⁶, principe astrologique qui détermine l'ordre de succession des jours de la semaine. On vérifie qu'au bout de 24 h, en comptant par exemple à rebours l'ordre géocentrique des planètes depuis Saturne jusqu'à la Terre, le chiffre 1 (partie gauche du tableau avec les noms des jours en allemand) est successivement attribué au Soleil (dimanche, *Sonntag*), 2 à la Lune (lundi, *Montag*), 3 à Mars (mardi, *Dienstag*), 4 à Mercure (mercredi, *Mittwoch*), 5 à Jupiter (jeudi, *Donnerstag*), 6 à Vénus (vendredi, *Freitag*) puis enfin 7 à Saturne (samedi, *Samstag*).

On reconnaît aisément sur la couronne supérieure les symboles astronomiques/astrologique du Soleil, de Vénus, de Mercure, de la Lune, de Saturne, de Jupiter, de Mars. Puis la séquence se répète une deuxième fois et se poursuit sur la couronne inférieure (fig. 12 page suivante).

Sous ce tableau, un petit cercle divisé en sept secteurs, résume le principe : on y trouve successivement depuis le centre le jour de la semaine (1, 2, 3...), le symbole zodiacal de la planète, son nom latin puis son nom allemand. Deux allégories encadrent ce petit cercle : à gauche un personnage assis qui trace au compas des secteurs angulaires dans un cercle tracé sur une planche. À droite un autre personnage qui semble faire une mesure de hauteur à l'aide d'un cadran solaire de hauteur en visant un astre à travers deux pinnules, tenant entre ses pieds un globe avec ses méridiens et ses parallèles. Ces deux « astronomes » au travail

16. Sur les explications des heures planétaires et de leur association par Dion Cassius aux jours de la semaine, voir D. Savoie, *Recherches sur les cadrans solaires*, Brépols, Turnhout, 2014, p. 128-131.

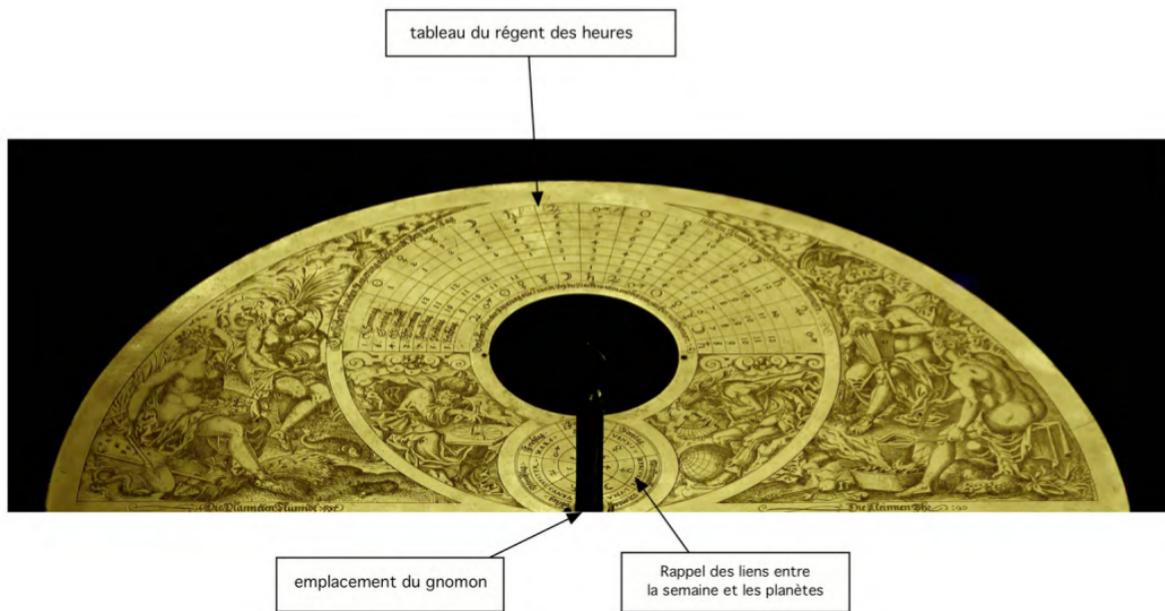


Figure 12 – Contenu de la face gnomonique supérieure.

portent un couvre-chef qui tient du turban, leur donnant un caractère oriental qui fait penser à Ptolémée ¹⁷.

2 Face B (face de mesures d'angles)

Cette face comporte des indications qui n'ont pas toutes trouvé d'explication. L'essentiel tient en un carré des ombres de presque 18 cm de côté, au centre duquel est placé une table en demi-cercle où l'on trouve 6 colonnes arquées qui contiennent les nombres de 1 à 60, puis les multiples de 2 jusqu'à 120, les multiples de 3 jusqu'à 180, les multiples de 7 jusqu'à 420, les multiples de 9 jusqu'à 540 et enfin les multiples de 16 jusqu'à 960. À l'intérieur de cette table se trouve un demi-hexagone comportant 24 lettres associées aux 24 premiers chiffres. Au centre est gravé :

*In diesem Zirkel mit
A.B.C.D bezeichnet
sindt (lege : sihet ?) man was wornen
abgesehen ist, darnach
zu verjunngen züge
brauchen.*

L'usage de cet ensemble reste à comprendre. Au-dessus est gravé un cercle tronqué divisé par deux diamètres en quatre secteurs notés *A, B, C, D* dans le sens anti-horaire ¹⁸. Les

17. I. Pantin, *Une École d'Athènes des astronomes ? La représentation de l'astronome antique dans les frontispices de la Renaissance*, *Images de l'Antiquité, le texte et son illustration*, Colloque Paris XII, 1991, Paris, 1993, p. 87-95.

18. Dans le disque de Dresde, le sens des lettres est horaire. De plus, une inscription est gravée sur le pourtour (absente dans le disque de l'Observatoire).

diamètres¹⁹ portent les inscriptions latines (?) *cathetus* (ligne perpendiculaire) et *basis* (base). Le lien entre ce cercle tronqué, le carré des ombres et la graduation périphérique du disque reste à élucider. On peut vérifier que les angles menés depuis le centre de ce cercle et aboutissant à la troncature correspondent à l'azimut du Soleil au lever-coucher au solstice d'été. Mais il est difficile de dire si cela est dû ou non au hasard.

Le carré des ombres, que l'on rencontre fréquemment au dos des astrolabes²⁰, est de facture classique dans sa présentation : à une double graduation verticale (*umbra versa*) et horizontale (*umbra recta*) sont associés les nombres 3, 6, 9, 12. Par contre, l'axe où devait se fixer l'alidade, est excentré, ce qui semble inédit. L'alidade qui devait exister devait en outre être très légèrement à distance du disque pour ne pas frotter ou buter sur la base de l'essieu qui ressort de un ou deux millimètres sur cette face.

Cet axe de rotation est non seulement le point de convergence des graduations du carré des ombres, mais c'est aussi le point de convergence des graduations gravées sur le pourtour du disque, faisant office de limbe. Les graduations vont de 0° à 180°, de un en un, marquées tous les 5, chaque « degré » étant divisé en 0,2. Entre 70 et 90°, on trouve une deuxième graduation parallèle, non linéaire (du genre chaque intervalle divisé par 2), de 1 à 13, dont l'usage n'est pas élucidé (fig. 13). Or, les graduations du carré des ombres ne coïncident pas avec celles

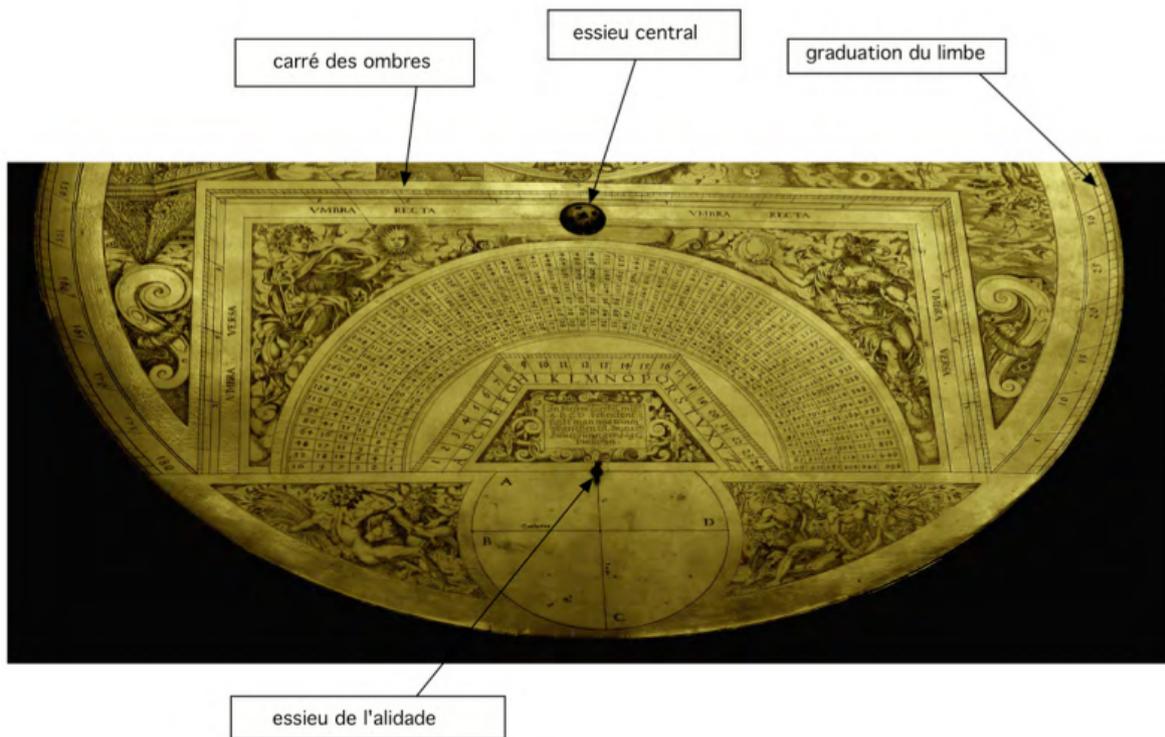


Figure 13 – Contenu de la face des mesures : le lien entre la table, le demi-hexagone et le cercle tronqué reste à élucider.

du limbe extérieur. Par exemple un angle de 45° sur le carré des ombres coïncide avec un angle d'un peu plus de 40 sur le limbe. Le disque de Dresde présente la même particularité. Il ne s'agit pas d'une graduation en degrés au sens où on l'entend habituellement ; en d'autres

19. L'exemplaire de Dresde ne comporte pas ces indications.

20. Pour une étude détaillée du carré des ombres, voir R. D'Hollander, *L'astrolabe, Histoire, théorie et pratique*, éd. Institut Océanographique, Paris, 1999, p. 130-132.

termes, un angle de 15 mesuré depuis le point de convergence des graduations ne fait pas 15° sur le limbe. Cela reste une énigme. A l'intérieur du carré des ombres, on reconnaît à gauche une Séléne flottant dans le ciel et portant dans sa main droite la Lune, tandis qu'à droite lui répond une sorte d'Hélios tenant un sceptre en main droite et portant le Soleil en main gauche.

C'est grâce à l'exemplaire de Dresde, plus complet, que l'on peut voir que le trou vide du disque de l'Observatoire devait être occupé par une sorte de boussole munie d'un demi-cercle gradué qui se relevait autour de deux charnières. Peut être qu'un niveau était aussi présent. La question de l'utilisation de l'essieu se pose alors : servait-il à enficher le disque sur un trépied pour le maintenir horizontalement ? Ou bien était-il enfiché de façon à être vertical ? Autant le carré des ombres peut servir à faire des mesures de hauteur d'astre ou de point à l'horizon, ce qui supposerait un usage « topographique » de la face *B* du disque. Autant la signification de la graduation du limbe reste énigmatique. Sous le trou vide excentré, un cartouche est gravé :

*In diesem Zirkel A.B.C.D.
gezaichent sihet man wie
[.. ?..] die verruchung (?)
ist nach den Compass*

L'ensemble est entouré de sept blasons²¹. En partant de celui situé en face de la lettre *D* dans le sens horaire, on trouve (fig. 14) :

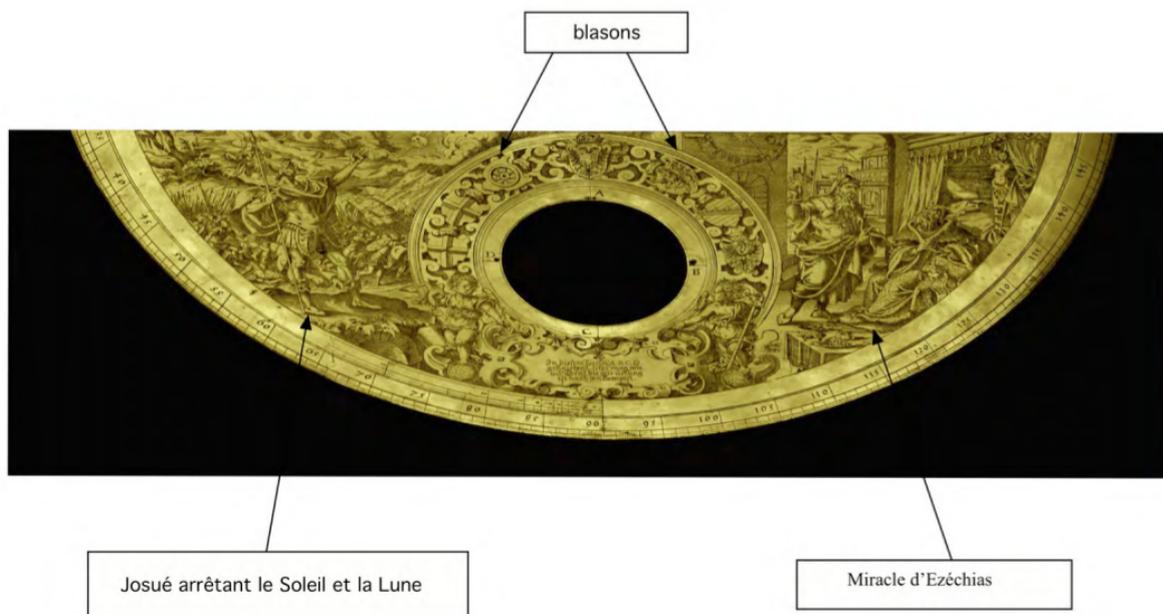


Figure 14 – Contenu de la face des mesures et de ses allégories astronomiques.

- le blason de l'archevêque de Cologne (ou de Trêves)
- le blason de l'archevêque de Trêve (ou de Cologne)
- le blason de l'archevêque de Mayence

Au-dessus de la lettre *A*, à la place d'honneur, on trouve les armes du roi de Bohême, qui est aussi empereur d'Autriche. Puis :

21. Je dois ces informations à Paul Gagnaire (Commission des cadrans solaires).

- le blason du comte palatin du Rhin
- le blason du duc de Saxe
- le blason du margrave de Brandebourg

La partie droite du disque est occupée par une magnifique gravure représentant le miracle d’Ezéchias et la rétrogradation de l’ombre. De nombreux détails sont ici représentés par Wenzel Jamnitzer, comme le cadran solaire (à style polaire) sur lequel va s’effectuer la rétrogradation de l’ombre et que pointe du doigt le prophète Isaïe, ou les figures qui gisent aux pieds d’Ezechias²² adossé à son lit richement orné. La partie gauche du disque est occupée par une autre scène biblique, celle de Josué arrêtant le Soleil et la Lune. Là encore, Wenzel Jamnitzer grave avec de nombreux détails cette scène célèbre : pluie de pierres tombant du ciel, entrée de la grotte où se sont réfugiés les rois, armée en déroute, Josué en combattant s’adressant au Soleil et à la Lune.

Ce cadran solaire de hauteur de Wenzel Jamnitzer est non seulement d’une beauté sublime, mais c’est aussi une prouesse de calcul dans ses indications, dont certaines restent encore à comprendre.

L’auteur remercie pour leur aide précieuse Emilie Kaftan (Observatoire de Paris), Concetta Luna (École Normale Supérieure de Pise), Philippe Thébault (Observatoire de Paris), Paul Gagnaire (Commission des cadrans solaires) et Marc Goutaudier (Palais de la découverte).



22. On retrouve cette scène dans les *Opera mathematica* de Clavius, parus à Mainz en 1612, où l’on voit en bas à gauche du frontispice une vignette qui contient un cadran solaire vertical à style polaire au-dessus d’une porte. Sur l’explication gnomonique de la rétrogradation, voir D. Savoie, *La Gnomonique*, éd. Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 401-410. Sur la signification de ce miracle dans les frontispices (ainsi que le miracle de Josué), voir V. R. Remmert, *Picturing the Scientific Revolution*, Saint Joseph’s University Press, Philadelphia, 2009, p. 25-36.

Goethe, ses éditeurs et l'heure italienne. . . par Denis Schneider

En lisant des passages du livre « Écrits sur la pensée au Moyen-Âge » d'Umberto Eco, je suis tombé sur le récit de l'arrivée de Goethe à Strasbourg à l'âge de vingt ans et son escalade de la tour de la cathédrale lors de sa première nuit dans la ville. C'est alors que je me suis souvenu que R. R. J. Rohr [1] avait cité Goethe dans son chapitre consacré aux heures italiques rapportant que Goethe s'en était plaint lors de son arrivée en Italie à l'âge de trente sept ans en 1786. Je me plongeais, alors, dans « Voyage en Italie » [2], éditions Bartillat 2011. La publication en 1829 de « Italienische Reise » est précédée de l'édition de Stuttgart et Tübingen « Aus meinem Leben. Auch ich in Arkadien ! » en 1816. Ces trois éditions proposent un graphique conforme à celui du manuscrit de Goethe, tout comme l'édition hollandaise, Amsterdam Contact, 1942. Durant son voyage de près de deux ans, il écrivit son journal ainsi qu'une correspondance qui constituèrent, outre les innombrables lectures, la matière à partir de laquelle il prit le temps de rédiger récit et réflexions, soient 30 et 43 ans plus tard. . .

Il fuit la cour de Weimar par désespoir pour « entrer en Arcadie », métaphore de l'âge d'or que constitue alors l'incontournable voyage en Italie pour un homme de qualité, mais aussi allusion à l'attrait pour l'Académie de l'Arcadia fondée à Rome, ou mieux encore clin d'œil à une toile du peintre Le Guerchin « Et in Arcadia ego », dont le « Auch ich in Arkadien ! » est la traduction littérale, l'expérience de Goethe (« Aus dem Leben ») étant ici confrontée à la méditation sur la Destinée (« ego »=la Mort). Goethe, en entrant à Vérone le 17 septembre 1786, s'étonne, plus qu'il ne s'en plaint, du système horaire italien. Pour se familiariser avec lui, il propose un diagramme de trois cercles concentriques dont les explications sont alambiquées. Il ne m'a pas fallu moins de cinq lectures (style petit-nègre et tour de passe-passe arithmétique) pour commencer à comprendre que Goethe avait dû faire erreur. . . Stimulé par le crime de lèse-majesté (!), je décidais de tenter d'élucider l'énigme goethéenne avant notre réunion de Strasbourg. Après tout, au moins en Italie, les heures italiques, celles dont le décompte de 0 à 24 commence au coucher du soleil, avaient succédé au XIV^e siècle à mes chères Heures canoniales ; elles partageaient aussi avec elles l'idée d'une succession de durées et non d'instantants dont le point origine, le coucher du soleil, leur était proche puisque la journée liturgique commence avec l'office des Vigiles et enfin vous verrez que le système des « heures civiles italiques » déclenchait une autre prière liturgique, l'*angelus* !

Revenons à Goethe ; croquis et tableau concernent la seconde moitié de septembre (son passage par Vérone date du 17 septembre). De façon étonnante, dans son tableau (Ph. [1 page suivante](#) et [2 page ci-contre](#)), il semble faire commencer la nuit à 7 h, heure commune (solaire), au lieu de 6 h puisqu'on avoisine l'équinoxe. . .

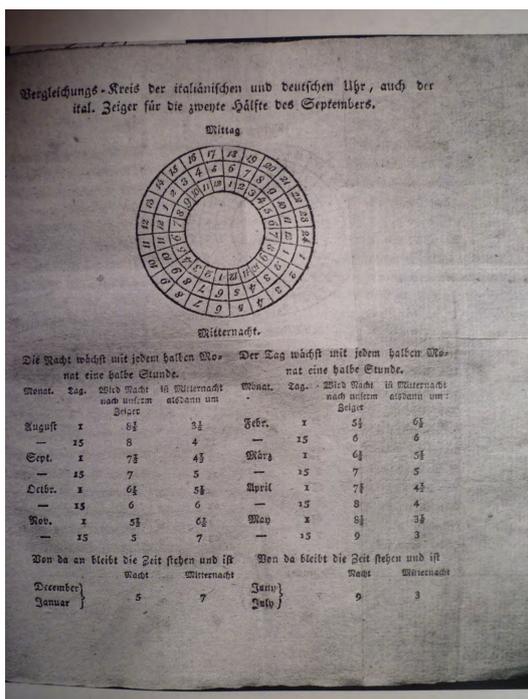


Figure 1

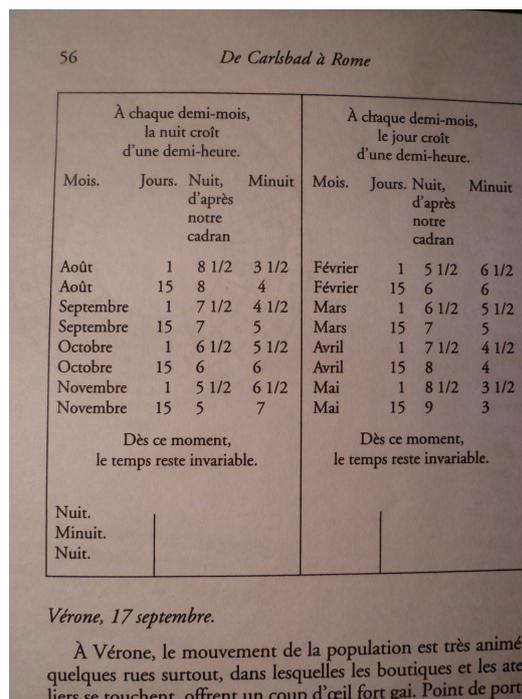


Figure 2

De ce fait, sur son croquis (Ph. 3), la 24^e heure italique (cercle extérieur) est appariée avec la 7^e heure commune du cercle intérieur. Impossible de croire que Goethe ne sache pas ce que suppose l'équinoxe !

Quel principe l'aurait-il guidé ? Quelques auteurs modernes français (B. Tailliez [3], D. Savoie [4]) ont écrit à propos d'un cas particulier du système horaire italien avant sa suppression : le retard d'une demi-heure de toutes les heures italiques, pour ne pas remettre en cause, par l'*angelus* (les Italiens préfèrent l'appeler l'*Ave Maria*), la journée de travail tant qu'on y voyait encore clair. Nous, Français, avons cru bon d'appeler ce comput les « heures italiennes » pour les distinguer des « heures italiques », comme les Anglais avec « italic / italian hours ». J'ignore comment la journée de travail pouvait s'accommoder de la récitation plus récente des *angelus* du matin et du midi avec ce retard. . . M. Arnaldi nous fait remarquer que, pour les Italiens, nos termes « italiques » et « italiennes » sont quasi synonymes et ne renvoient pas à notre distinction. Pour eux, « italique » renvoie à un usage spécial en Italie (dialecte, tradition populaire); « italienne » signifie seulement « venant d'Italie »; en latin, il n'existe qu'un seul terme (*Horologium italicum*). Pour les gens de la péninsule, il n'est question que d'heures ou d'heures communes, ce que le père Riccioli [5], astronome du XVII^e siècle, appelait « horas Italicas Civiles »,

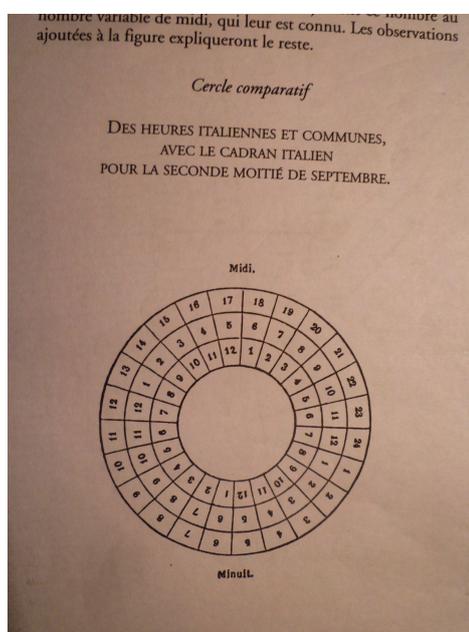


Figure 3

les « heures civiles italiennes » que les Allemands nomment toujours « zivilen italienische Stunden » et les Espagnols « horas italianas civiles », civiles parce qu'elles étaient communes à la société fondée sur la religion (il y a encore une croix dans chaque classe d'école en Italie). Goethe place dans le cercle intermédiaire de son croquis les deux fois douze heures sonnées, en fait tintées pour l'*angelus* (la cloche de l'*angelus* est plus petite en France mais en Italie au moins c'est la plus grosse). Cependant, Goethe, s'il parle bien de la cloche du soir pour réciter l'« Ave Maria della sera » à l'église, ne rend pas cette prière responsable du retard sur les heures italiques. Les plus anciens cadrans d'horloge d'Italie sont à 24 heures et il existe aussi encore en Italie nombre de cadrans d'horloge à six heures (premier quart du XVI^e siècle) pour économiser les cordes à remonter les poids.

Goethe s'était rendu compte que les cloches ne sonnaient pas les douze coups au coucher du soleil, mais après. Il le constate, non pas en été où le crépuscule s'attarde, mais en septembre/dots Pourquoi cette heure de décalage et non trente minutes alors qu'il a dû voir aussi l'aiguille de l'horloge au campanile ? Par ailleurs, sur le tableau qui suit le diagramme, Goethe prend des libertés avec les nuits et les jours dont la longueur progresse ou diminue systématiquement d'une demi-heure chaque quinzaine ; il apparie cependant bien les dates symétriques en surestimant, toutefois, de 16 minutes l'écart de temps des couchers de soleil entre équinoxes et solstices. Goethe ne fait pas de l'astronomie mais crée un aide-mémoire commode. En fait, nous verrons à la fin que cette façon d'apparier les dates par quinzaine n'est pas de Goethe. Curieux que Goethe n'ait pas corrigé son manuscrit composé sur place alors qu'il est resté presque deux ans en Italie (il est vrai qu'il a traversé, après la Vénétie, d'autres régions d'Italie ayant déjà adopté les heures françaises) et surtout qu'il a lu beaucoup avant de publier son livre trente ans après son voyage. . .

De retour d'Italie en 1778, il écrit dans « Teutsche Merkur » de Wieland un chapitre intitulé « Stundenmass der Italiene » qui n'est que sociologique et ne parle pas des heures en Italie.

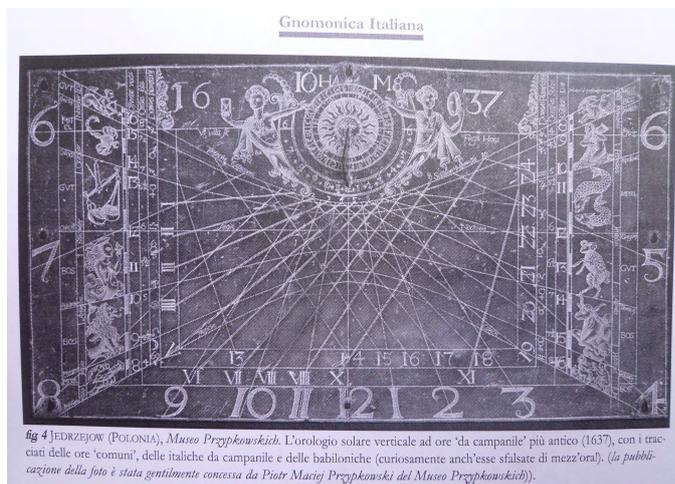


Figure 4 – Cliché de Piotr Maciej Przytkowski.



Figure 5 – San Martino Campagnano, Maccagno (www.amidicidcampagnano.it).

À quand ce système horaire italien remonte-t-il ? Je tiens de M. Arnaldi que ce que nous appelons « heures italiques » (*ab occasu solis*) est né vers le milieu du XIV^e siècle, que les cloches en Italie du Nord ont commencé à sonner l'*Ave Maria* peu après (les *angelus* du matin et du midi seront ajoutés à partir du XV^e siècle) et, vers la moitié du XV siècle, avec trente

minutes de retard sur le coucher du soleil. Ce décalage n'est (peut être) pas une invention italienne et un cadran réalisé au Danemark en 1637 pour l'église de Wodzislaw en Silésie (Ph. 4 page ci-contre), aujourd'hui conservé en Pologne au musée de Jdrzejow, montre ce retard sur les heures italiques et que tout naturellement les heures babyloniennes également présentes, sans avoir reçu pour l'instant le nom de « babyloniennes » (!), ont, elles, une demi-heure d'avance. M. Arnaldi m'a fait part de sa découverte récente de l'existence d'un cadran italien sur l'église San Martino à Campagnano (province de Varese) à heures italiennes avec heures babyloniennes avancées (Ph. 5 page précédente). De ce fait, dans un ouvrage de frère G. B. Pagani [6], la « durée » de la nuit est dite amputée d'une heure ; le simple retard de trente minutes de « l'orologio a campana » (heures italiennes) a pour conséquence de réduire fautivelement le temps de jeûne (commencé à minuit aux équinoxes) à 5 heures 30 au lieu des six réglementaires de l'époque avant la communion lors de la messe basse de Prime. Sur un cadran solaire, que ce soit les heures babyloniennes avancées pour l'*angelus* du matin ou les heures italiques retardées pour l'*angelus* du soir, les vingt-quatrièmes heures ne pouvaient être balayées par l'ombre ; avec un mécanisme d'horloge, on ne pouvait concilier les deux systèmes horaires et le sonneur y suppléait. Rien ne prouve que vers 1360 la décision de retarder de trente minutes ait été prise par l'empereur du Saint-Empire et roi de Bohême, Charles IV.



Figure 6 – Auranzo — Cliché de M.Arnaldi.

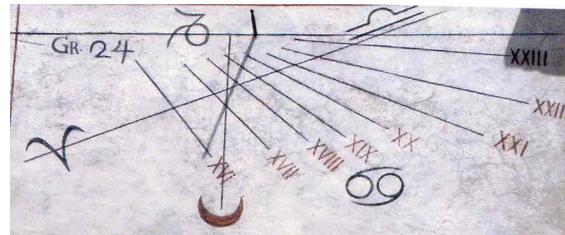


Figure 7 – San Pietro (province Udine).

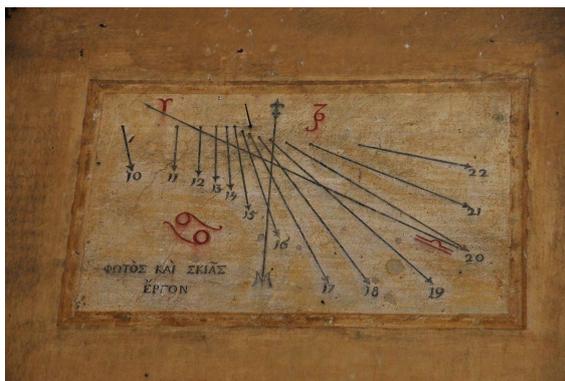


Figure 8 – Vérone, Palais Balladoro — Cliché de A. Ferreira.



Figure 9 – Vérone, Palais Balladoro — Cliché de A. Ferreira.

Sur un certain nombre de cadrans à heures italiques ou italiennes sans heures astronomiques ajoutées, une ligne verticale se termine par une cloche (Ph. 6), parfois un croissant (Ph. 7),

« Table du Midi en Heures Italiques » (en fait pour nous aujourd’hui, en heures italiennes) pour cinq villes (Ph. 10 page précédente).

Le « Journal des Sçavans » de 1776 [10] préconise une heure de décalage en été et une demi-heure seulement en hiver et à proportion selon les autres temps de l’année plutôt que d’une demi heure toute l’année, règle générale dans la plupart des Almanachs. Goethe, en les voyant, aurait pu extrapoler trois-quarts d’heure de retard aux équinoxes. . .

En vue de faciliter le passage à l’heure française en Lombardie à partir du 23 octobre 1786 sur ordre de Joseph II, le comte de Wilzeck [11], commissaire impérial en Italie, rédige un décret et propose un tableau de conversion des heures italiennes en heures françaises déjà appliquées en Toscane dès 1750 (Ph. 11 page ci-contre).

Dans « Les deux voyageurs » d’Anot et Malfillatre [12] dont le récit s’étire de 1791 à 1802, on s’aperçoit que les heures italiennes ont encore cours dans les États de Venise (pas dans la Cité), de l’Église et de Naples. Il y est dit que cet usage est aussi étrange qu’incommode, tout en estimant plus loin que cette « manière de compter le temps est la plus naturelle puisqu’elle mesure le temps par un point visible, qui est la chute du jour ». Il y est proposé aussi une « Table du Midi en Heures Italiques » (italiennes là encore pour nous) (Ph. 12).

20. Mars 1. 20.	17. 58.	17. 55.	17. 53.
	17. 28.	17. 19.	17. 27.
17. Avril 1. 20.	17. 9.	17. 11.	17. 11.
	16. 49.	16. 46.	16. 46.
16. Mai 1. 20.	16. 24.	16. 31.	16. 33.
	16. 1.	16. 11.	16. 13.
15. Juin 1. 20.	15. 49.	16. 1.	16. 5.
	15. 42.	15. 55.	16. 59.
15. Juin 1. 20.	15. 43.	15. 56.	16. 0.
	15. 56.	16. 14.	16. 11.

Figure 12

Des auteurs italiens récents, l’amiral G. Fantoni et M. Arnaldi distinguent les cloches des églises (du campanile), censées ne sonner que les Heures canoniales et les trois *angelus*, de celles des horloges publiques qui sonnent les vingt-quatre heures (2 × 12 coups). Cependant, les cloches du campanile ont souvent eu la double fonction religieuse et civile, cette dernière devant coupler les cloches à l’horloge ; dans ce cas, les sonneries religieuses étaient faites à la main. Goethe ne précise pas l’origine des cloches qu’il entend mais à son époque la cloche de l’horloge publique pouvait encore sonner aux heures italiennes. Les Italiens d’aujourd’hui, pour parler des heures italiennes, utilisent « ore italiche » (M. Arnaldi préfère « ore italiana » sans qu’il y ait de différence) et, pour les heures italiennes, « ore italiche da campanile ».

Des amis me reprochaient de mettre en cause le grand homme appartenant au panthéon culturel germanique puisqu’il fut homme de lettres, homme politique, minéralogiste, botaniste. . . mais dédaignant les mathématiques ! R. Kriegler, qui s’était penché sur le passage, mettait en doute mes suspicions, moins par chauvinisme que par l’absence apparente de réactions de nombreuses générations de lecteurs ; il a eu la gentillesse de m’adresser un CD sur lequel figurait en particulier l’hésitation de Goethe quant à la présentation de son croquis dans ses manuscrits (Ph. 13 et 14 page suivante), hésitation qui ne remettait pas en cause son décalage d’une heure. Je dois dire que les lecteurs que je connais avaient tous « sauté » ce passage peu digeste et, pis encore, l’édition allemande (Insel Verlag, Leipzig, 1914 et 1925) et l’édition anglaise (Collins, London, 1962) se permettaient de faire tourner l’ensemble, alors que le cercle interne des heures solaires doit rester immobile, les trois cercles du graphique de 90° en sens horloge (Ph. 15 page suivante), voire de 247.5° (Hamburger Ausgabe, 1950, Amsterdam Boom, 1999, 2005, Leuven, Kritak, 1999, Barcelone Zeta, 2009, et Gutenberg Projekt, édition en ligne) (Ph. 16 page suivante), ajoutant l’erreur à l’énigme ! Il devait paraître tellement plus logique pour Insel Verlag de mettre 12 presque à l’aplomb de Mittag alors qu’il s’agissait de la 12^e heure italique ce qui revenait à dire que le soleil s’était couché à minuit, vérité seulement

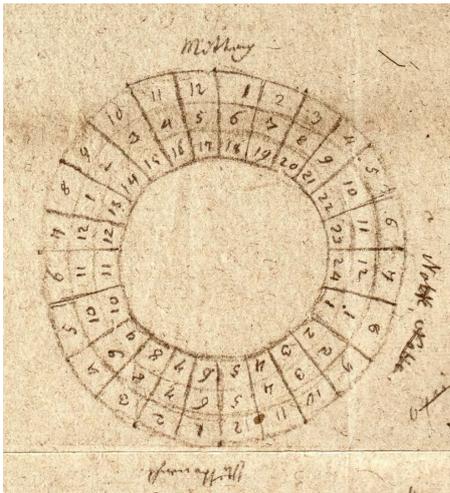


Figure 13 – Cliché de R. Kriegerler.

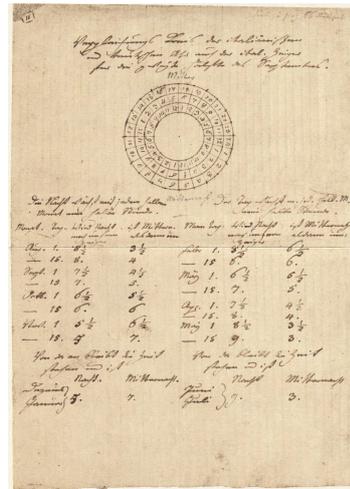


Figure 14 – Cliché de R. Kriegerler.

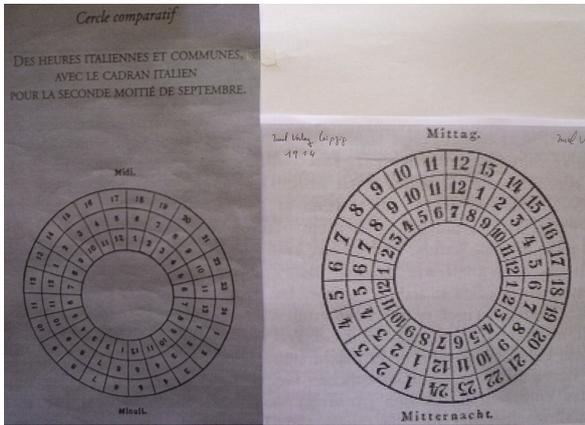


Figure 15

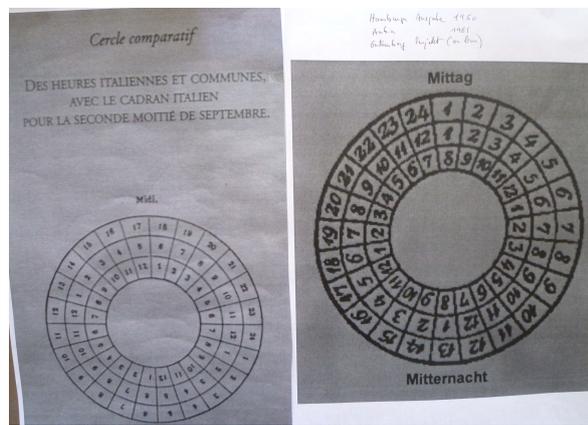


Figure 16

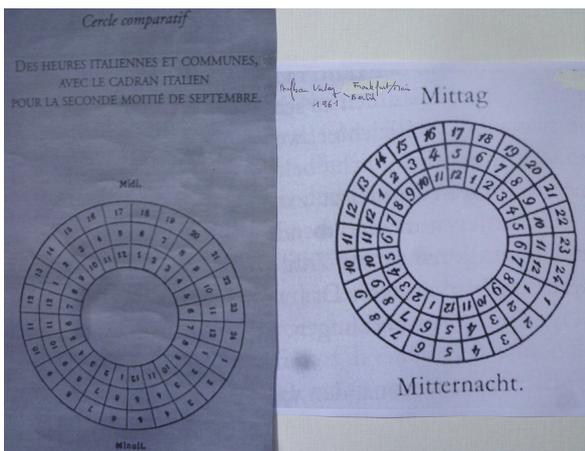


Figure 17

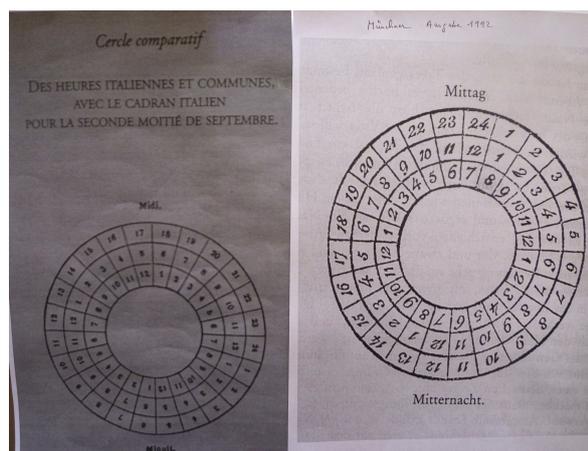


Figure 18

valable au cercle polaire! Quant aux deux autres éditions citées avec la 24^e heure juste avant Mittag, on ne peut tout de même pas leur faire dire que le coucher du soleil se faisait peu avant midi! Peut-être ont-elles considéré qu'une nouvelle journée commençait à midi mais quid de la fonction du cercle intérieur qu'elles font tourner aussi? L'édition française Aubier, 1961, traduction J. Naujac et introduction de R. Michéa publiait le même croquis erroné. La même année, l'édition berlinoise Aufbau Verlag décalait l'intégralité du graphique goethéen de 7.5° (Ph. 17 page précédente) décalage repris par celle de Francfort-sur-le-Main en 1993, plaçant le milieu de la 17^e heure italique sous Mittag. Ont-ils cru qu'il s'agissait de 17 h 30 alors qu'il était 16 h 30 puisque la fin de la 17^e heure est la borne aval de celle-ci? Plus récemment, en 1992, Münchner Ausgabe rotait les trois cercles ensemble pour placer la fin de la 23^e heure sous Mittag (Ph. 18 page ci-contre), peut-être pour que le 12 du cercle intermédiaire soit juste après Mittag? Bref, un incroyable salmigondis. Pour couronner le tout, la prestigieuse édition universitaire italienne (BUR) a publié en 1991 le diagramme (Ph. 19) en respectant la position des chiffres du cercle intérieur mais en faisant roter de 180° les deux autres cercles de sorte que ce sont les heures babyloniennes retardées qui sont convertibles en heures communes ou l'inverse!

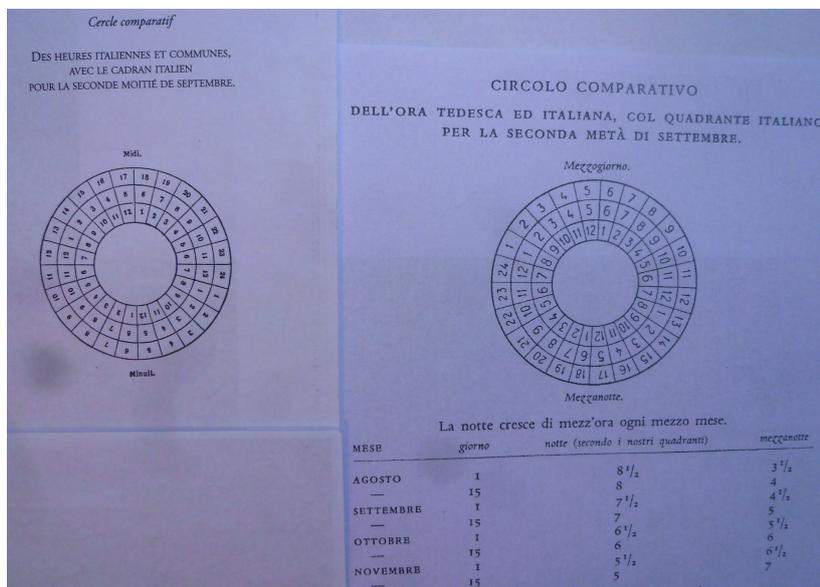


Figure 19

Sur le web, alors que le croquis est exact (Ph. 20 page suivante), le texte dit : « on fit avancer d'une demi-heure 24 h », sans doute suite au fait qu'A. Gotteland soit tombée dans les pièges de la traduction d'un texte rédigé par G. Paltrinieri pour une brochure grand public à propos du cadran solaire de la basilique de San Petronio à Bologne.

Dans un article [13], G. Paltrinieri propose un croquis très séduisant (Ph. 21 page suivante) : sept cercles concentriques se partagent les mois symétriques pour les heures de coucher du soleil. À l'intérieur du disque, les 2 × 12 heures solaires (midi en haut) avec l'inscription « Heures du coucher du soleil », à l'extérieur, les 24 heures italiques. D'élégantes courbes relient les heures du coucher du soleil tout au long de l'année. Deux courbes en caractère gras, celle de droite marquant la frontière entre le jour et la nuit et celle de gauche, symétrique, marquant la frontière entre la nuit et le jour. Un seul croquis, sans rotation aucune, permet la conversion, dans les deux sens, entre heures solaires et heures italiques ; une rotation de 7.5°

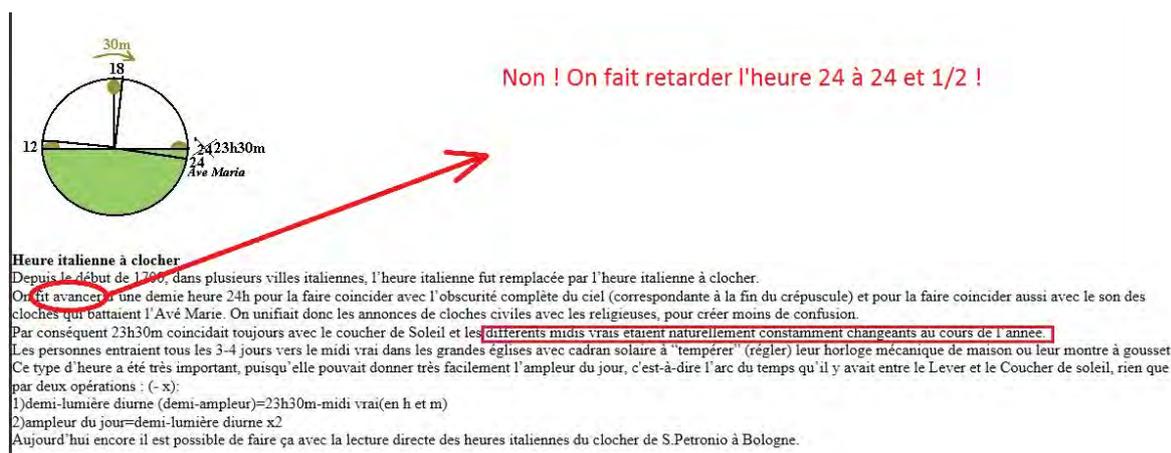


Figure 20

dans le sens horloge des seules courbes élégantes et des chiffres extérieurs permettrait d'avoir la correspondance entre heures solaires et heures italiennes.

P. Gagnaire m'a fait remarquer que Goethe s'était trompé une seconde fois puisqu'il ne place pas les chiffres des heures solaires astronomiques sur les lignes mais entre elles, leur attribuant une durée alors qu'ils énoncent un instant, celui de la fin de cette même heure, par exemple 12 h pour midi. Cela dit, sur les cadrans solaires à heures italiques ou italiennes (marquant des durées et non des instants), les chiffres, tantôt arabes tantôt romains, sont en bout de ligne pour marquer la borne aval de l'heure ; parfois, hélas, les chiffres des heures de fin de journée passent fautiveusement au-dessus de leurs lignes plus courtes et moins inclinées. . . N'accablons pas le Sage de Weimar qui ne maniait pas cette distinction et reconnaissons simplement que son aura et la démonstration indigeste du passage incriminé ont « bluffé » des générations de lecteurs au point que je suis surpris d'être, semble-t-il, le premier à « tiquer » ou du moins à proposer une analyse.

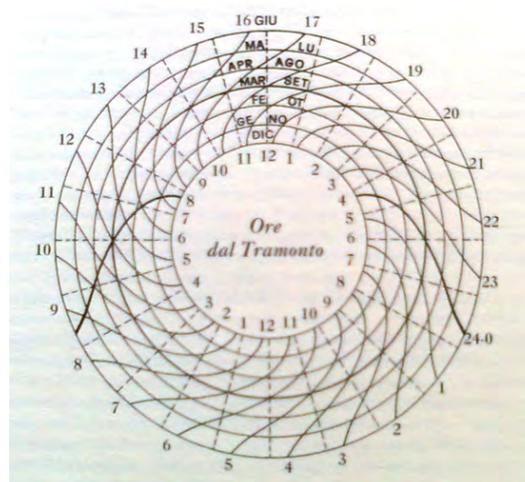
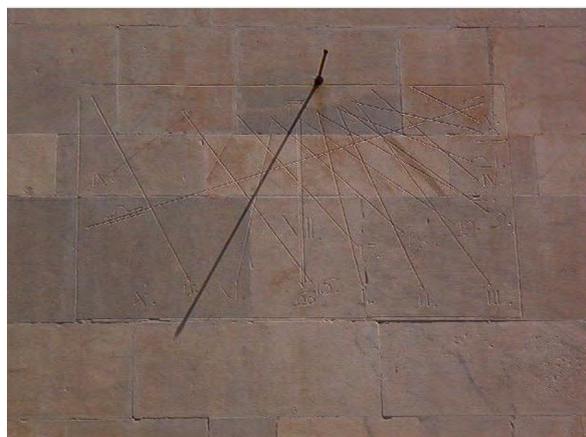


Figure 21

Si les heures italiennes sont un cas particulier des heures italiques, elles ne sont pas un cas exceptionnel, et il est même possible qu'en Italie du Nord au XVIII^e siècle les cadrans solaires à heures italiennes aient été plus nombreux que les cadrans à heures italiques avant leur destruction sous Napoléon. . . (Ph. 22, 23, 24, 25 page ci-contre, 26 page 162, sans compter ceux de Gargaren, de San Nazzaro Sesia, de San Martino di Codroipo, de Cavona).

Inspiré du croquis de Goethe, je propose (Ph. 27 page 162) une version où les chiffres arabes des heures communes sont en bout de ligne (12 h pour midi). Autour de ce disque central, une couronne mobile pour pointer la fin de la 24^e heure italique sur une des dates des couchers du soleil toutes retardées de trente minutes (partie droite du croquis) permet d'obtenir l'heure italienne ; cela établit la conversion en heure commune et réciproquement. Ces heures-durées sont inscrites en chiffres romains dans leur secteur horaire tandis que les 2 x 12 heures sous-jacentes, en chiffres arabes placés en fin d'heure, sont là pour sonner la



Carrare : cathédrale (Duomo). Réseau d'heures italiennes : italiques + 1/2 heure

Figure 22 – Cliché de P. Gagnaire.



Figure 23 – Cliché de P. Gagnaire.



Figure 24 – Mondovi, Palais de Justice.



Figure 25 – San Nazzaro Sesia.

fin de chaque heure italienne. Dans la partie gauche, le fait de pointer la fin de la 24^e heure sur une des dates des levers du soleil donne la conversion entre heures babyloniennes et heures communes.

Une autre présentation, linéaire, (Ph. 28 page 163) donne une vision d'ensemble des heures du jour clair en zone hachurée. On peut vérifier qu'aux équinoxes midi est bien à 17 h 30 italiennes. Elle est réalisée à partir de la méthode de Goethe pour une latitude de 45° ; les secteurs horaires ne seraient pas limités par des droites si les heures de coucher du soleil étaient calculées et non « lissées ». Cette solution plus simple est bien moins élégante que celle de G. Paltrinieri.

Afin d'évaluer la pratique ancienne et reprise par Goethe de décaler de trente minutes par quinzaine l'heure de coucher du soleil tout au long de l'année, le tableau (Ph. 29 page 163) indique les écarts calculés pour une latitude de 45°.

Que les admirateurs de Goethe ne m'en veuillent pas de l'avoir « accroché » ; si je peux comprendre qu'ils sautent le passage étudié, je suis moins indulgent vis-à-vis des éditeurs



Figure 26 – Carmagnola, Cliché de M. Arnaldi.

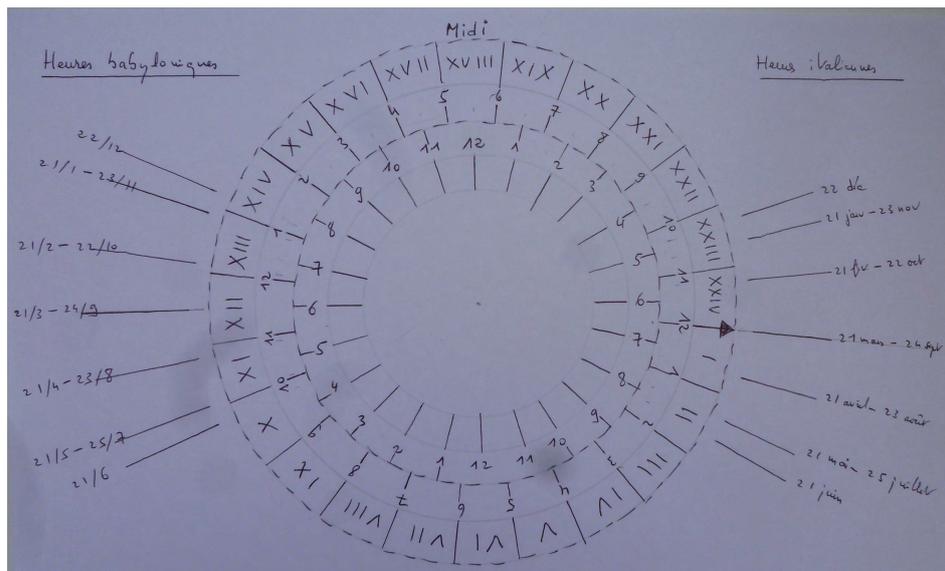


Figure 27

qui modifient le croquis sans apporter de note... Trouver dans la littérature des façons de compter le temps ou d'en parler est une expérience savoureuse. Je ne croyais pas au départ que l'étonnement de Goethe à Vérone allait m'entraîner dans ce dédale. Je suis allé de surprises en effarements ! Je voulais vous faire partager cette aventure et ces mésaventures, montrant, s'il en était encore besoin, que le champ de la gnomonique est inépuisable.

J'ajoute que Montaigne, dans « Journal de voyage en Italie » [14] (1580-1581) et pour les quelques moments qu'il précise, utilise soit les heures communes (« depuis 8 heures jusqu'à minuit ») soit les heures italiques voire italiennes (« le jour commençant à baisser, vers les 22 heures ») avant le souper. Il note qu'au théâtre le signal extérieur de l'*Ave Maria* précipite la courtisane hors du lit pour s'agenouiller ! A Trente, il écrit : « et on conte vingt-quatre heures

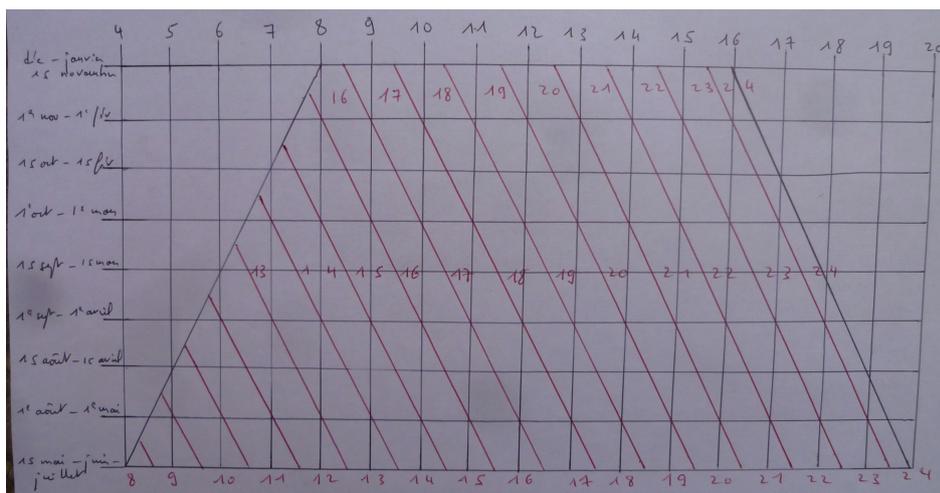


Figure 28 – Heures italiennes (lignes obliques) avec décalage de 30 min tous les jours pour $\varphi = 45^\circ$ visible sur un cadran horizontal (tableau de conversion).

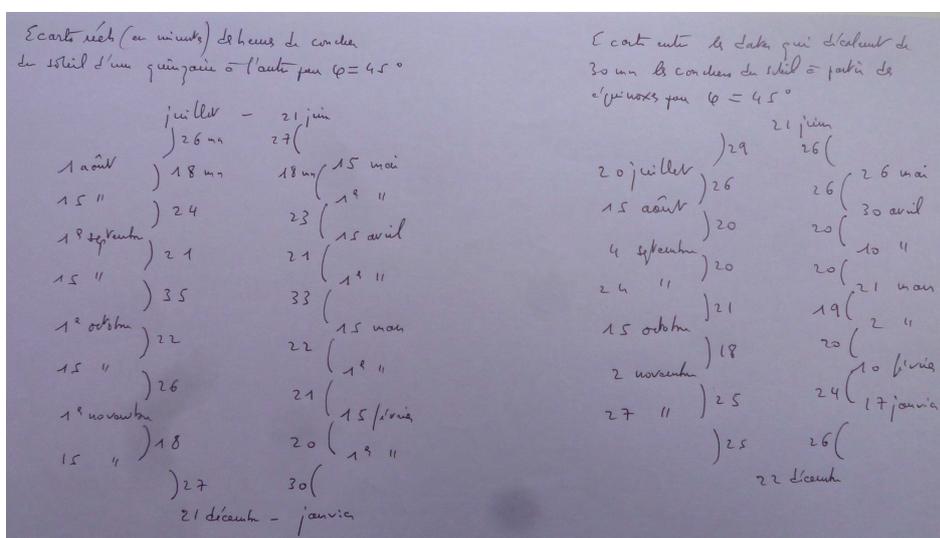


Figure 29 – Écartes calculés pour une latitude de 45° .

fait partout (par jour) sans les mi partir » ; une note de M. Rat dans les *Classiques Garnier* (1955) renvoie aux écrits de Lalande à propos de la demi heure de retard que Montaigne intègre donc au système horaire. Montaigne regrette un défaut d’horloges et le peu de cloches pour le service de l’église partout dans l’Italie d’alors.

Shakespeare, lui, n’a jamais dû se rendre à Vérone puisque, dans « *Roméo et Juliette* » [15] (1595), les repères temporels relèvent des heures communes (européennes) !

Stendhal, dans « *Promenades dans Rome* » [16] (le 6 décembre 1827 ; il y commet l’erreur de faire se coucher le soleil à sept et un quart !), nous apprend que le procédé des « *venti-quattro* » (les vingt-quatre heures) qui changent tous les quinze jours avait cours en Italie ; Goethe s’en était donc servi pour son tableau. Stendhal ajoute que « le parti rétrograde tient beaucoup à cette façon peu commode de faire sonner les horloges » ; le système horaire italien n’avait donc alors pas encore entièrement disparu. Stendhal utilise tantôt les heures françaises tantôt les heures italiennes en faisant entre elles des conversions correctes. Tout comme Montesquieu en 1728 dans « *Voyage en Italie* » [17], le Président de Brosses [18], l’année suivante, n’utilise que les heures communes (européennes) ; il manifeste, au théâtre encore, sa grande surprise de voir, une cloche de la ville ayant sonné un coup pour l’*angelus*, que le public se met à genoux

tourné vers l'orient pendant que tous les acteurs fuient en coulisse, tout le monde chantant fort bien l'*Ave Maria*.

Pressenties deux fois pour leur proposer une note pour une édition future, les éditions Bartillat ne m'ont jamais répondu, pas plus que Jean Lacoste... Les erreurs sont tenaces !

Remerciements à :

- Mario Arnaldi pour ses observations toujours pertinentes, ses précisions inlassables, son partage irremplaçable des connaissances ;
- Paul Gagnaire pour sa disponibilité, son aide indéfectible à fournir des documents, à traduire textes latins et grecs ;
- Reinhold Kriegler pour l'envoi d'un CD relatif au passage goethéen ;
- Christian Raibaut pour sa connaissance de l'œuvre stendhalienne et de son partage ;
- Erdmann von Wilamowitz-Moellendorff du Klassik Stiftung Weimar pour m'avoir aimablement fourni des photos de croquis manuscrits de Goethe ainsi que celles du croquis de différentes éditions.

Références

- [1] René R.J. Rohr, *Les cadrans solaires*, Strasbourg, éd. Oberlin, 1986, p. 103.
- [2] J.W von Goethe, *Voyage en Italie*, Paris, éd. Bartillat, 2011, collection Omnia,, traduction de J.Porchat, revue et corrigée par J.Lacoste.
- [3] Bernard Tailliez, *Heures Italiques et Italiennes, Babyloniques ou Bohémiennes*, Observaions & Travaux n° 51, SAF, pp. 20-21.
- [4] Denis Savoie, *Gnomonique moderne*, Paris, SAF, 1997, p. 149 et *La Gnomonique*, éd. Les Belles Lettres, Paris, 2007, chapitre XIX, §3, p. 280.
- [5] P. Giovanni Battista Riccioli, *Almagestum novum...*, t. I-III, Bologne, 1651.
- [6] Fr. Giovanni Battista Pagani, *Metodo di computare i tempi...*, Palerme, 1726.
- [7] D. Bartolomeo Scanavacca, *Novissima inventione*, Padoue, 1688.
- [8] Fraternité sacerdotale Saint Pierre, *Histoire de l'Eglise* d'après Jean Fournée.
- [9] Joseph Jérôme le François de la Lalande, *Voyage d'un François en Italie fait dans les années 1765 et 1766. Des heures italiques* dans Préface lxxii à lxxix, 2^e éd., t. 1, 1786.
- [10] *Le Journal des Sçavans*, Paris, 1776, pp. 596-597.
- [11] Joannes Joseph comte de Wilzeck, *Spiegazioni e tavole relative all'orologio d'oltremonte*, Milan, 1786.
- [12] P.N. Anot et F. Malfillatre, *Les deux voyageurs*, Rheims, 1802, pp. 276-278.
- [13] Giovanni Paltrinieri, *Meridiane e orologio solaris d'Italia*, L'Altiera edizionitalia, Turin, 1992, pp. 183-192.

- [14] Michel Eyquem de Montaigne, *Journal de voyage en Italie par la Suisse et l'Allemagne en 1580 et 1581*, Paris, Le Jay, 1774, note (b), p. 192, de Anne-Gabriel Meusnier. de Querlon, reprise par Maurice Rat dans Les classiques Garnier, 1955, note 3, p. 666.
- [15] William Shakespeare, *Roméo et Juliette*, (Romeo and Juliet), vol. 21016, Paris, coll. Le Livre de Poche / Le Théâtre de Poche, 2005.
- [16] Henri Beyle, alias Stendhal, *Promenades dans Rome*, Paris, 1829.
- [17] Charles Louis de Secondat, alias Montesquieu, *Voyages de Montesquieu*, Bordeaux, 1894.
- [18] Charles de Brosse, *Lettres familières écrites d'Italie à quelques amis en 1739-1740*, Paris, 1858.

Articles ou chapitres de fonds :

- [19] Mario Arnaldi, *Le ore italiane*, (Prima parte), Gnomonica Italiana, anno IV, n° 11, luglio 2006, pp. 10-18.
- [20] Amiral Girolamo Fantoni, *Orologi solari*, éd. Technimedia, Roma, 1988, chapitre XVIII, §83, p. 249.
- [21] Giovanni Paltrinieri, *Fine settecento : ora italiana-ora francese*, Quaderni di gnomonica, n° 5-2002.
- [22] Giovanni Paltrinieri, *La Voce di Hora* (n. 18), Anno cassiniano, giugno 2005.



Questions gnomoniques dans l'œuvre de l'Abbé Don Giovanni Follador par Elsa Stocco

L'Abbé Don Giovanni Follador, professeur érudit de Mathématiques et de Mécanique au Séminaire épiscopal de Padoue, a laissé des traces de sa compétence en gnomonique dans un traité théorique et pratique sur la construction de cadrans solaires : une contribution significative dans le panorama gnomonique du XIX^e siècle pour la rigueur, la précision des méthodes d'analyse et l'originalité des idées.

Follador, né à Valdobbiadene, dans la province de Trévise, en 1785, entre à l'âge de seize ans au Séminaire épiscopal de Padoue, où il se distingue notablement pour sa discipline, son intelligence et sa mémoire. À l'âge de 23 ans il est agrégé à l'ordre des Professeurs du Séminaire et devient, après quelques années, professeur de Mathématiques et de Physique (cf. fig. 1). Dans les souvenirs de collègues et professeurs, il révèle une personnalité douée d'extraordinaires qualités d'ingéniosité. En 1853, il publie *Éléments de mathématiques pures* et en 1857 un *Cours de mathématiques supérieur aux élémentaires*. D'autres travaux de nature physique et mathématique ont été publiés au cours des années précédentes¹, mais d'autres écrits sont restés inédits et sont conservés à la bibliothèque du Séminaire, des notes diverses qui, en tant que professeur, ont probablement été utilisés pour ses leçons et qui formaient la base de ses publications mathématiques.

Ce fut le domaine, il a parcouru avec tant d'empressement et avec un tel profit pour mériter l'estime de tous ceux qui le connaissaient. La réputation illustre qu'il avait acquis fait son nom justement révéré même dans les lointains et n'était pas rare



Figure 1 – Giovanni Follador — photo milieu du XIX^e siècle.

1. *Propositiones tres physico-matematicae, quibus Allix impugnatur, quod eius opiniones erroneas*, 1818.
Il parallelogrammo delle forze dimostrato in quanto alla direzione della risultante in una nuova maniera elementare, 1827.
Tavole dei logaritmi, 1838, 1846, 1853, 1866.

qu'on fasse appel à sa profonde connaissance. Consultée par les mathématiciens les plus savants de notre Université, vous l'auriez vu répondre en toute modestie avec une clarté inégalée aux propositions les plus difficiles de l'analyse sublime, et laisser émerveillés en voyant tant de connaissances associée à une humilité sincère².

La mathématique qui l'accompagne dans toute sa vie de professeur, devient la base indispensable pour cultiver et répandre sa passion pour la gnomonique : en 1842, il publie un *Traité Sur la construction des cadrans solaires sur des plans verticaux et horizontaux*. Follador se forme dans un environnement culturel riche et stimulant. Dans le Séminaire de Padoue, les études scientifiques, avec les études littéraires, philosophiques et théologiques, sont très importants ; *les arts et les sciences naturelles disposent l'esprit à la théologie et préparent à une parfaite connaissance de cela*, soutient le fondateur du même Séminaire, le cardinal Gregorio Barbarigo. À l'école du Séminaire, se forment élèves et enseignants illustres, dont beaucoup deviennent professeurs à l'Université de Padoue.

En 1862, un an avant sa mort, notre Abbé laisse une trace de sa passion pour la gnomonique, en réalisant le grand cadran solaire de temps moyen sur le campanile de la Place de Valdobbiadene³ (fig. 2) et publie une *Annexe* à son *Traité* : *Sur la construction de la courbe indiquant sur une paroi verticale le midi moyen*, témoignant des grands changements qui ont lieu dans la seconde moitié du XIX^e siècle en ce qui concerne la mesure du temps. Il explique ainsi la nécessité de mettre à jour son *Traité* : *... ayant été introduit dans beaucoup d'endroits la façon de régler les montres avec le temps moyen, par la construction sur une paroi verticale d'une ligne courbe indiquant en raison des rayons du soleil le midi moyen ...*

Sur le même campanile a été installé en 1835, une grande horloge mécanique : le cadran solaire de temps moyen local peut être son ami, précis et régulateur. La montre mécanique est de plus en plus populaire, plus précise, plus maniable, et le vieux cadran solaire de moins en moins adapté aux mouvements et au rythme rapide de la société. Ses mécanismes sont conçus pour fonctionner avec constance, mais les jours du soleil ne sont pas constants. Ainsi, le cadran solaire, qui se voit glisser de la main la primauté dans la mesure du temps, s'adapte à l'horloge mécanique et calcule le temps moyen, un jour « constant ». Si les engrenages de l'horloge mécanique portent à retarder ou avancer de quelques secondes dans une journée, après des mois, la différence pourrait être importante et voilà le cadran solaire « ajuster » son temps périodiquement. Ce sont des moments de grands changements : même le « temps moyen local » devient insuffisant. Les voyages et les communications deviennent de plus en plus rapides. L'unité de l'Italie déjà péniblement réalisé, exige de se synchroniser sur un temps commun. Il sera déclaré par un décret royal de 1893 : *Les services des chemins de fer à travers le royaume d'Italie sera ajusté en fonction du temps solaire moyen du méridien à 15 degrés Est de Greenwich, qui sera appelée l'heure d'Europe centrale*.



Figure 2 – Cadran solaire sur le campanile de la Place de Valdobbiadene.

2. M^{gr}. Alvise Dal Zotto — Rapport sur Follador, 1975. Conservé dans les archives de la paroisse de Santo Stefano de Valdobbiadene.

3. Cadran du clocher, après la restauration en 1998, réalisée par Giovanni Flora.

Mais passons à l'œuvre gnomonique de notre Abbé. Dans la première partie de son traité *Sur la construction de quadrants solaires au-dessus des plans verticaux et horizontaux*, Follador traite de la « théorie de la construction du quadrant solaire sur une paroi verticale éclairée par le soleil du midi » en utilisant une méthode rigoureusement analytique, qui lui permet de déterminer tous les éléments par la trigonométrie sphérique. En effet, la connaissance des éléments du triangle sphérique défini par le Zénith Z , le Pôle Céleste P et le soleil S dans son mouvement diurne, par rapport à la latitude du lieu et à l'« inclinaison de la paroi au plan méridien », nous permettent de déterminer le point où un rayon solaire, en passant par l'œil, touche le mur. La grande précision avec laquelle notre Abbé détermine tous les éléments du cadran trahit sa solide préparation mathématique, qui préfère le calcul analytique aux méthodes géométriques plus faciles, mais moins précises. Il ne manque pas non plus quelques indications pratiques qui peuvent aider à maintenir la précision souhaitée dans la phase des calculs, comme par exemple :

- réduire l'espace dédié au cadran à une surface plane et verticale avec la plus grande précision possible ;
- utiliser une plaque perforée qui *doit être inclinée d'un angle droit et demi* par rapport à son support, perpendiculaire à la paroi, afin de réduire l'erreur due à l'effet de la pénombre d'un style orthogonal classique.

La méthode qu'il a utilisé pour mesurer *l'inclinaison de la paroi au plan méridien*, en autres termes, la déclinaison de la paroi, mérite une attention particulière. Grâce à l'observation de l'extrémité de l'ombre d'un style droit ou mieux d'un point lumineux projeté par une plaque perforée, il obtient une formule qui permet de calculer cet angle, noté q :

$$\cos(q + u) = \frac{\sin \delta - \sin l \sin v}{\cos l \cos v}$$

où δ est la déclinaison solaire, l la latitude du lieu, v la hauteur du soleil, et $(q + u)$ l'azimut du soleil. En bref, il utilise la hauteur du soleil pour en déterminer son azimut.

Une telle formule serait suffisante par elle-même pour calculer q , mais Follador n'est pas satisfait de sa précision.

En fait cette formule était utilisée par les ingénieurs gnomonistes du passé qui ne disposaient pas d'horloges mécaniques précises ou d'un signal radio.

Notre Abbé suggère de faire les mesures loin du lever et du coucher du soleil, pour réduire les effets de la réfraction, et au lieu d'appliquer plusieurs fois la formule et calculer la moyenne des valeurs trouvées, comme on pourrait le penser, il effectue une deuxième mesure pour la quelle il applique une formule similaire, attendu que, entre les deux observations, la déclinaison du soleil est augmentée d'une certaine quantité ω . En comparant les deux équations obtenues, avec des calculs mathématiques longs et pas faciles, il parvient à une équation du type :

$$m \sin q + n \cos q = (p + \epsilon) \tan l$$

qui lui permet de déterminer l'angle q de déclinaison de la paroi ; m , n , p sont des coefficients spéciaux obtenus des mesures effectuées et la quantité ϵ est à lire sur des tables appropriées fournies par l'auteur, quantité qui est négligeable si les mesures sont faites les jours proches du solstice.

Follador peut utiliser des formules plus précises ou de l'azimut on déduit l'angle horaire t du soleil au lieu de sa hauteur, tels que

$$\tan(q + u) = \tan Az = \frac{\sin t}{\sin l \cos t - \tan \delta \cos l}$$

où t est le temps vrai du soleil, ou bien l'angle horaire du soleil, compté à partir du méridien local et Az , l'azimut.

Cependant, le fait qu'il préfère calculer, avec une méthode rigoureuse, originale, mais complexe et très longue, suggère qu'il n'avait pas trop de confiance sur la précision des montres mécaniques à sa disposition et qui lui permettait la transition du temps moyen (local, ou du fuseau) au temps vrai du soleil, avec aussi d'autres approximations due à l'équation du temps, ou à la longitude du lieu.

Le temps est donc utilisé, mais seulement comme un intervalle entre deux mesures.

Portons une attention particulière sur l'*Annexe* au Traité sur les cadrans solaires, que l'auteur publie 20 ans après, en 1862, où il décrit une méthode pour tracer la courbe de temps moyen. À cet effet, tout d'abord il résout le problème de la détermination du point d'intersection H d'une ligne horaire donnée, avec l'hyperbole relative à une déclinaison particulière δ du soleil, en calculant la longueur de l'ombre GH , (G étant le centre de cadran), et l'angle formé par la même ligne avec la méridienne GM . Il répète le calcul pour 48 lignes horaires, en donnant une table avec 4 valeurs pour chaque mois du « temps moyen au midi vrai », ou bien les valeurs de l'équation du temps, l'angle horaire correspondant et la déclinaison relative du soleil. Il obtient de cette manière 48 points qui ensemble donnent la courbe cherchée. Bien sûr, il sert une énorme quantité de calculs, que notre abbé simplifie et accélère avec l'utilisation de ses tables des logarithmes et de trigonométrie. Il suggère également de représenter six lignes horaires de 5 en 5 minutes, avant et après le midi vrai local, pour mettre en évidence chaque jour, approximativement, la différence entre le temps vrai et le temps moyen. Les chiffres du soleil, comme il se réfère, sont pris de l'*Almanach de Gotha*⁴ pour l'année 1862. Dans la figure 3, on voit la courbe obtenue à partir d'une feuille de calcul électronique, en utilisant la méthode indiquée par Follador.

Il n'y a pas de formule ou de procédure utilisée, dans tout son Traité ainsi que l'*Annexe*, qui ne soit pas démontré par une exposition claire et rigoureuse ; les mathématiques imprègnent tellement la gnomonique que cela ne rend pas le travail facile à ceux qui ne possèdent pas une base solide.

La longueur des calculs et la patience nécessaire, malgré l'utilisation de logarithmes permet de simplifier les produits en sommes, les rapports en différences etc., pourraient décourager quiconque.

Suivant le sillage de son *Annexe* et la réalisation de la courbe de temps moyen sur le campanile de Valdobbiadene, de nombreuses courbes de temps moyen naissent à Trévise et dans ses alentours. Parmi toutes ces courbes, je rappelle celle de Giuseppe Sarto (figure 4 page suivante), qui deviendra Pope et saint sous le nom de Pie X. Giuseppe Sarto, comme Follador, avait fait ses études supérieures au Séminaire de Padoue, dans les années 1850-1858 et il va concevoir différents cadrans solaires dans les villages aux alentours de Tombolo (Padoue), où il a été jeune chapelain pendant neuf ans. À côté du cadran solaire on voit une courbe de temps moyen réalisé dans la période où Follador publia son *Annexe*.

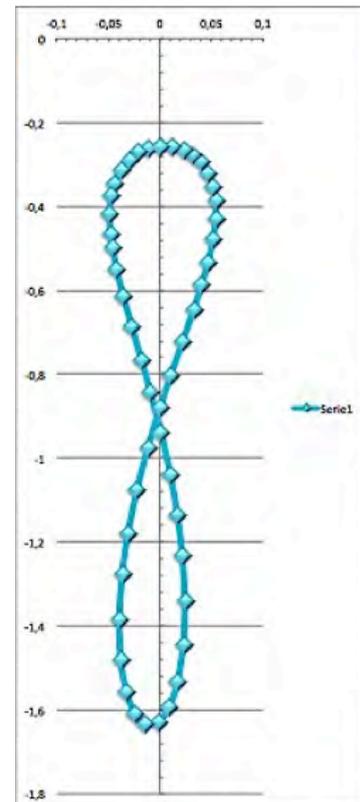


Figure 3 – Courbe de temps moyen.

4. L'almanach de Gotha est un annuaire publié de 1763 à 1944 par J. Perthes de Gotha, contenant initialement les généalogies des souverains européens, des nobles et de l'aristocratie allemands, et puis celles d'autres pays avec statistiques relatives à tous les pays du monde. Il pourrait également contenir d'autres articles scientifiques et de curiosités et le calendrier avec des données sur la lune et le soleil, comme la déclinaison et l'équation du temps.

Et encore il faut rappeler celle du grand cadran solaire de Breganze (Vicenza) (*cf.* fig. 5) œuvre de Don Pietro Corso, qui peut être considéré comme un étudiant de Follador. Le cadran solaire, de 1893, montre à la fois la courbe de temps moyen local, aussi bien que du temps moyen du fuseau, qui est entré en vigueur en Italie par décret royal en cette année-là. Né à Fonzaso (BL) en 1845, Pietro Corso a été étudiant et ensuite lui-même professeur de Mathématiques et de Physique au Séminaire de Padoue. Il a fait beaucoup de cadrans solaires dans et en-dehors du Séminaire, suivant les enseignements de Follador.



Figure 4 – Cadrans de Giuseppe Sarto sur la cure de Tombolo - PD.



Figure 5 – Courbe de temps moyen.

Dans ce qui suit, on traite de deux questions que j'estime d'un intérêt particulier dans le *Traité de Follador*.

1 – Trouver « l'inclinaison de la paroi au plan méridien ». Posons OG le style polaire, GM la ligne méridienne, SQ le rayon solaire passant par O et le point sur le mur Q , RM la ligne de l'horizon passant par N , le pied du style, et $ON = a$ la longueur du style droit.

Les mesures faites sur le mur sont : $NR = b$ et $RQ = c$. On a ensuite les angles : $\widehat{NRO} = u$ avec $\tan u = \frac{a}{b}$ et $OR = \frac{a}{\sin u}$, $\widehat{ROQ} = v$ avec $\tan v = \frac{\csc u}{a}$ et $r = OQ = \frac{c}{\sin v}$ et finalement $\widehat{OMR} = q$, l'angle entre la paroi et le plan méridien ; c'est l'angle à calculer.

Dans le triangle sphérique ZPS , ou Z est le Zénith, P le Pôle céleste, S le soleil, on a la relation :

$$\cos Z = \frac{\cos PS - \cos PZ \cos ZS}{\sin PZ \sin ZS} \quad (1)$$

Les arcs indiqués représentent (*cf.* fig. 6(b) page ci-contre) :

- P – Nord, la hauteur du Pôle à l'horizon, ou bien la latitude l , il vient ensuite que $PZ = 90^\circ - l$;

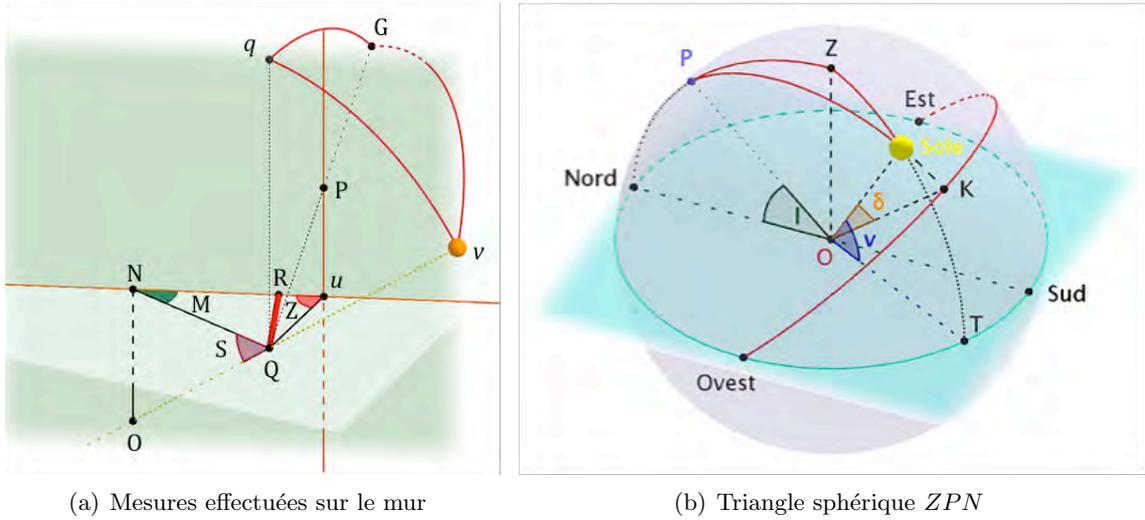


Figure 6 – Mesure de la déclinaison d’un mur.

- Soleil – K , la hauteur du soleil à l’équateur céleste, ou bien la déclinaison δ , alors $PS = 90^\circ - \delta$
- Soleil – T , hauteur v du soleil à l’horizon, de sorte que $ZS = 90^\circ - v$.

La relation (1) devient

$$\cos(q + u) = \frac{\cos(90^\circ - \delta) - \cos(90^\circ - l) \cos(90^\circ - v)}{\sin(90^\circ - l) \sin(90^\circ - v)}$$

c’est-à-dire

$$\cos(q + u) = \frac{\sin \delta - \sin l \sin v}{\cos l \cos v} \quad (2)$$

expression dans laquelle δ est la déclinaison du soleil et l la latitude du lieu.

Cette formule permet de calculer q . En fait tous les autres éléments sont connus, mais l’auteur ne la considère pas précise. D’abord il suggère de faire les mesures loin du lever ou du coucher du soleil pour réduire les effets de la réfraction, et ensuite il continue en l’appliquant à une nouvelle mesure sur l’ombre. Il répète le calcul d’un nouveau point Q' en obtenant :

$$\cos(q + u') = \frac{\sin \delta' - \sin l \sin v'}{\cos l \cos v'}$$

Dans l’intervalle de temps écoulé entre les deux mesures, la déclinaison du soleil est cependant modifiée d’une quantité ω , pour laquelle

$$\sin \delta' = \sin(\delta + \omega) = \sin \delta \cos \omega + \cos \delta \sin \omega = \sin \delta + \omega \cos \delta$$

En considérant que ω est une très petite quantité : $\cos \omega \approx 1$ et $\sin \omega \approx \omega$. L’équation devient alors :

$$\cos(q + u') = \frac{\sin \delta + \omega \cos \delta - \sin l \sin v'}{\cos l \cos v'} \quad (3)$$

En éliminant $\sin \delta$ entre les équations (2) et (3), nous obtenons :

$$\cos v \cos(q + u) - \cos v' \cos(q + u') = -\frac{\sin l (\sin v - \sin v')}{\cos l} - \frac{\omega \cos \delta}{\cos l}$$

mais sachant que :

$$\begin{cases} \cos(q + u) = \cos q \cos u - \sin q \sin u \\ \cos(q + u') = \cos q \cos u' - \sin q \sin u' \end{cases}$$

l'expression devient :

$$\begin{aligned} (\cos v \sin u - \cos v' \sin u') \sin q - (\cos v \cos u - \cos v' \cos u') \cos q \\ = \tan l (\sin v - \sin v') + \frac{\omega \cos \delta}{\cos l} \end{aligned}$$

que l'on réduit en :

$$\left(\frac{a}{r} - \frac{a}{r'}\right) \sin q - \left(\frac{b}{r} - \frac{b'}{r'}\right) \cos q = \tan l (\sin v - \sin v') + \frac{\omega \cos \delta}{\cos l}.$$

En fait, dans les triangles ONR et ONR' , rectangles en N , on a :

$$\sin u = \frac{a}{OR} \quad \cos u = \frac{b}{OR} \quad \sin u' = \frac{a}{OR'} \quad \cos u' = \frac{b'}{OR'}$$

et dans les triangles ORQ et $OR'Q'$ rectangles en R et en R' , on a aussi :

$$\cos v = \frac{OR}{r} \quad \cos v' = \frac{OR'}{r'} \quad \sin u' = \frac{a}{OR'} \quad \cos u' = \frac{b'}{OR'}$$

et donc :

$$\cos v \sin u = \frac{a}{r} \quad \cos v' \sin u' = \frac{a}{r'} \quad \cos v \cos u = \frac{b}{r} \quad \cos v' \cos u' = \frac{b'}{r'}.$$

La dernière étape pour écrire l'équation sous une forme la plus simple, est d'utiliser k , la variation de la déclinaison solaire, et t , le temps en heures entre les deux observations. De la variation de ω entre les deux observations on peut écrire $\omega = t \times k$ et le dernier additif de l'équation (3) devient :

$$\frac{\omega \cos \delta}{\cos l} = \frac{t \times k \cos \delta \sin l}{\cos l \sin l} = \frac{t \times k \cos \delta}{\sin l} \tan l$$

En posant :

$$\frac{a}{r} - \frac{a}{r'} = m \quad \frac{b}{r} - \frac{b'}{r'} = n \quad \sin v - \sin v' = p \quad \frac{t \times k \cos \delta}{\sin l} = \epsilon$$

L'équation (3) peut finalement se mettre sous la forme :

$$m \sin q - n \cos q = (p + \epsilon) \tan l$$

On peut en déduire l'angle q si l'on pose $q = y + z$, avec $\tan y = \frac{n}{m}$. On calcule z grâce à la relation :

$$\sin z = \sin(q - y) = \sin q \cos y - \cos q \sin y = \sin y (\sin q \cot y - \cos q)$$

$$= \sin y \left(\frac{m \sin q}{n} - \cos q \right) = \frac{\sin y}{n} (m \sin q - n \cos q)$$

c'est-à-dire finalement :

$$\sin z = \frac{\sin y (p + \epsilon) \tan l}{n}$$

Le logarithme de $k \cos \delta$ est donné tous les 5 jours dans une table dressée pour le calcul de ϵ , et on souligne que cette quantité est négligeable pour les jours proches du solstice. Avec une troisième mesure, il est possible de déterminer 3 différentes valeurs de q , et de faire ensuite la moyenne.

2 – Quelle est la déclinaison du soleil en un jour où il se couche après n-heures du midi ? Follador veut dessiner sur le cadran solaire, l'hyperbole parcourue par l'extrémité de l'ombre un jour où le soleil se couche à une certaine heure.

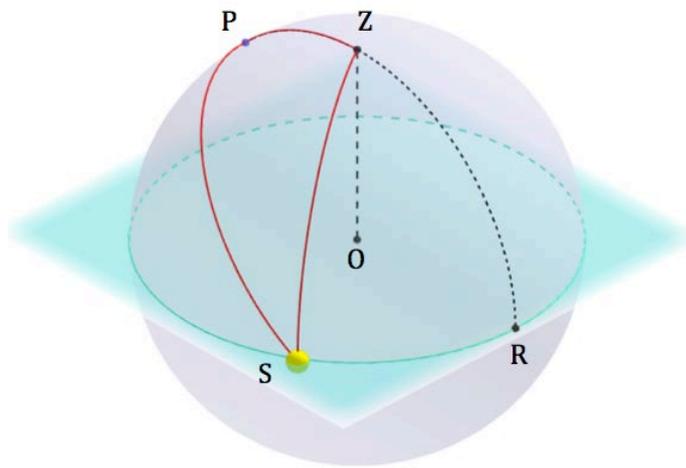


Figure 7 – Sphère céleste :

$\widehat{ZPS} = h = n \times 15^\circ$: angle horaire au coucher du soleil ;

$PZ = 90^\circ - l$: complémentaire de la latitude l ;

$PS = 90^\circ - \delta$: complémentaire de la déclinaison du soleil ;

$ZS = 90^\circ$: distance entre le Zénith et l'horizon.

Dans le triangle sphérique PZS , on a la relation :

$$\cos \widehat{ZPS} = \frac{\cos ZS - \cos PZ \cos PS}{\sin PZ \sin PS}$$

qui devient :

$$\cos h = \frac{\cos 90^\circ - \cos (90^\circ - l) \cos (90^\circ - \delta)}{\sin (90^\circ - l) \sin (90^\circ - \delta)} = \frac{-\sin l \sin \delta}{\cos l \cos \delta} = -\tan l \tan \delta$$

et enfin :

$$\tan \delta = -\frac{\cos h}{\tan l}$$

Pour le soleil se couchant à 6 heures et demi, à 7 heures et à 7 heures et demi, nous avons :

$$- n = 6 + \frac{1}{2} \rightarrow h = \left(6 + \frac{1}{2}\right) \times 15^\circ = 97^\circ 30' \rightarrow \tan \delta = \frac{\sin 7^\circ 30'}{\tan l}, \cos 97^\circ 30' = -\sin 7^\circ 30'.$$

$$- n = 7 \rightarrow h = 7 \times 15^\circ = 105^\circ \rightarrow \tan \delta = \frac{\sin 15^\circ}{\tan l}, \cos 105^\circ = -\sin 15^\circ.$$

$$- n = 7 + \frac{1}{2} \rightarrow h = 112^\circ 30' \rightarrow \tan \delta = \frac{\sin 22^\circ 30'}{\tan l}, \cos 112^\circ 30' = -\sin 22^\circ 30'.$$

Remarque. Si un jour le coucher du soleil est à $12 - n$ heures, posons h' l'angle horaire et δ' la déclinaison du soleil, alors :

$$h' = (12 - n) \times 15^\circ = 180^\circ - n \times 15^\circ = 180^\circ - h$$

et aussi :

$$\tan \delta' = -\frac{\cos h'}{\tan l} = -\frac{\cos(180^\circ - h)}{\tan l} = \frac{\cos h}{\tan l} = -\tan \delta = \tan(-\delta)$$

Cela signifie que, dans les deux jours où le soleil se couche à l'heure n et $12 - n$, (par exemple à 7 heures et 17 heures avec un retard ou une avance d'une heure sur le coucher du soleil équinoxial) les variations de la déclinaison solaire sont égales et opposées, et l'extrémité de l'ombre du style court le long d'hyperboles opposées.

Références

- [1] Giovanni Follador, *Sulla costruzione degli orologi solari sopra piani verticali e orizzontali*, Padova, Coi tipi del Seminario, 1842.
- [2] Giovanni Follador, *Sulla costruzione della curva indicante sopra un muro verticale il mezzodì medio*, Padova, Coi tipi del Seminario, 1862.
- [3] *Il Seminario di Gregorio Barbarigo, trecento anni di arte, cultura e fede*. Seminario Vescovile di Padova, Soprintendenza per i beni artistici e storici del Veneto, 1997.
- [4] Girolamo Fantoni, *Orologi solar*, Tecnimedia, 1988.
- [5] Gianni Ferrari, *Formule e metodi per lo studio degli orologi solari piani*, 2015.



1 Histoire des mécanismes planétaires

Dès l'antiquité les hommes ont conçu des mécanismes pouvant reproduire les mouvements des astres en se basant sur leurs observations du ciel et en utilisant les techniques les plus élaborées (*cf.* fig. 1 [page suivante](#)). On trouve parmi ces techniques celle de la transmission du mouvement par roues dentées qui est également à la base de l'horlogerie mécanique.

L'âge d'or des mécanismes planétaires et des sphères mouvantes se situe à la fin du XVIII^e siècle alors que l'horlogerie venait d'atteindre une remarquable précision et que le mouvement des planètes autour du Soleil avait été expliqué par Isaac Newton.

2 Le planétaire de l'horloge astronomique de Strasbourg

Au début du XIX^e siècle Jean Baptiste Schwilgué, horloger féru d'astronomie, s'attaqua à la remise en état de l'horloge astronomique de Strasbourg et c'est tout naturellement qu'il remplaça le vieil astrolabe datant du XVII^e siècle par un planétaire.

Le mécanisme planétaire représente le système Solaire à échelle réduite où chaque planète tourne autour du Soleil à la vitesse réelle grâce à un rouage spécifique entraîné par une horloge (*cf.* fig. 2 [page 177](#)). Celui de la Terre est communément appelé rouage solaire et fait un tour complet en une année tropique.



2.1 Année tropique

L'année tropique ou année équinoxiale ou encore année solaire, est le temps que met la Terre pour faire une révolution autour du Soleil dans un repère tournant lié à la ligne des équinoxes, le point vernal (*cf.* fig. 4 [page 177](#)).

La durée de l'année tropique change continuellement de plus sa mesure est complexe d'où les différentes durées prises en compte par les différents horlogers pour la conception de leur rouage solaire. En voici une liste non exhaustive (*cf.* table 1 [page 178](#)) :

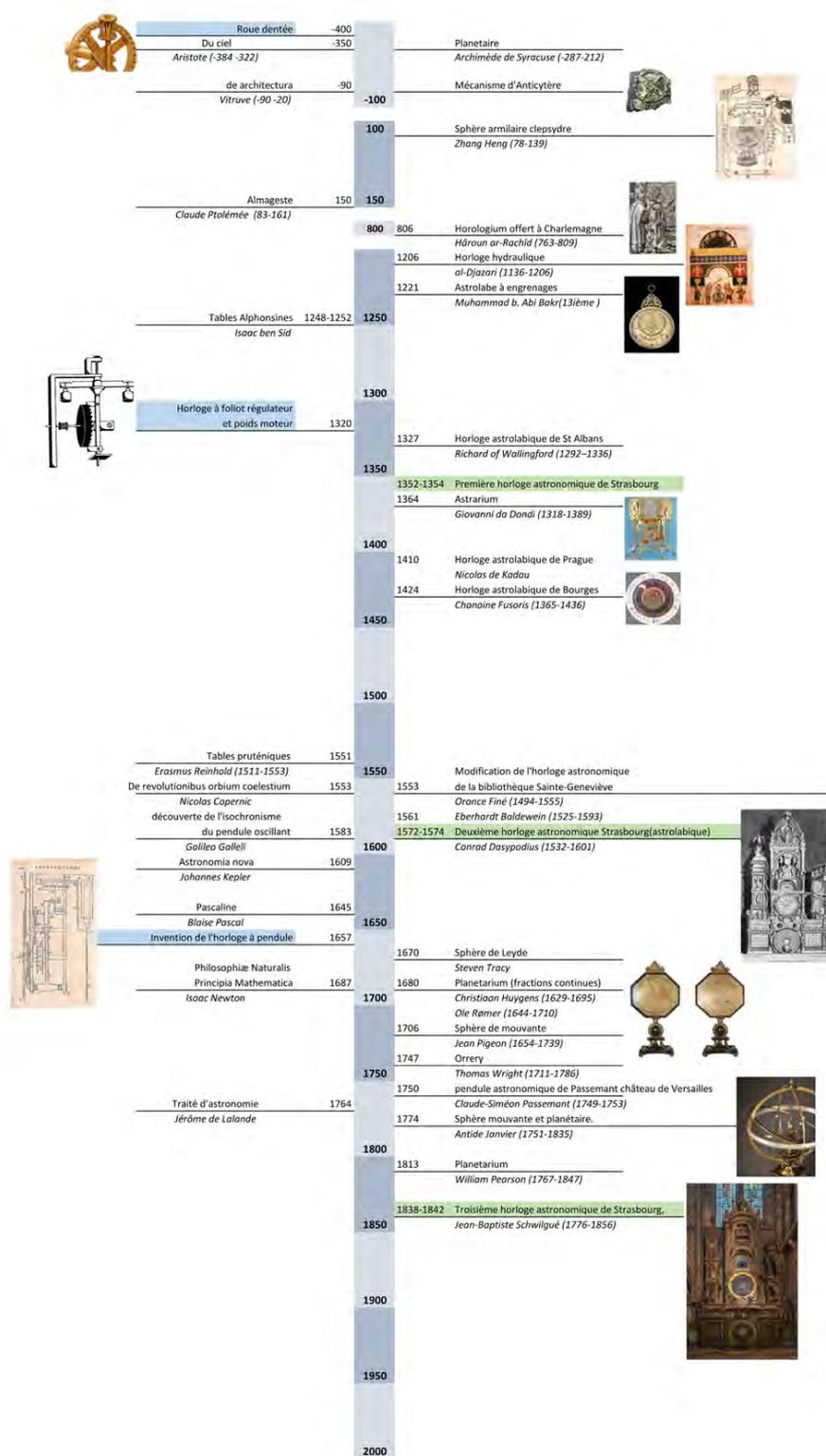


Figure 1 – Chronologie des mécanismes planétaires.

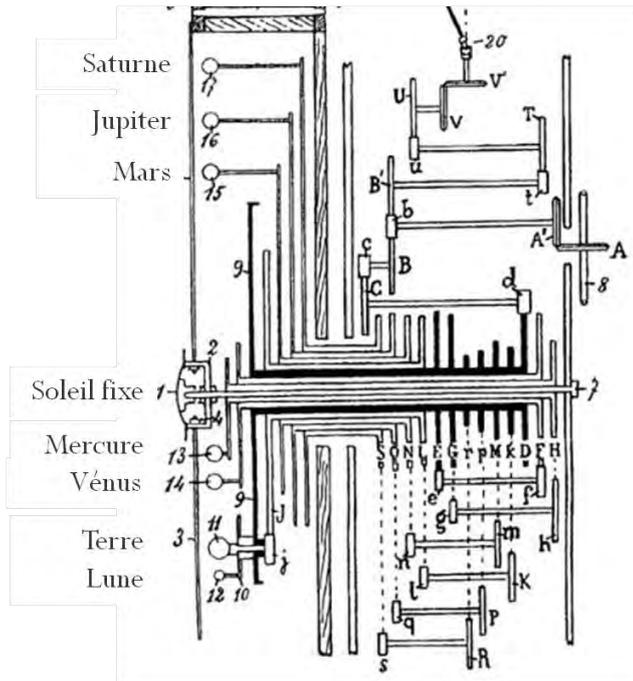


Figure 2



Figure 3

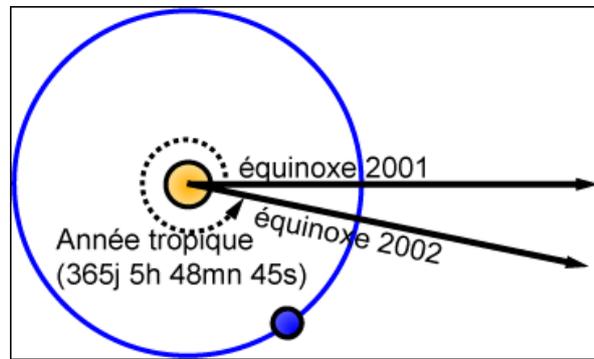


Figure 4

2.2 Notions d'horlogerie

2.2.1 Raison d'un train d'engrenages

On appelle *raison* d'un train d'engrenages le rapport :

$$\frac{\text{vitesse de l'arbre à conduire}}{\text{vitesse de l'arbre moteur}} = \frac{\text{produit nombre de dents des pignons}}{\text{produit nombre de dents des roues}}$$

Exemple : la raison du train d'engrenages suivant (*cf. fig. 5 page suivante*) : Est égal à :

$$\frac{\text{vitesse de l'arbre à conduire}}{\text{vitesse de l'arbre moteur}} = \frac{10 \times 10}{40 \times 40} = \frac{1}{12}$$

Table 1
Durée de l'année tropique.

Horloger	Année	Durée connue de l'année tropique
Fusoris	1424	365,242 55
Antoine Thiout	1734	365 jours 5 heures 48 min 58,775 510 2 s
Jacques Alexandre	1734	365 jours 5 heures 48 min 58,775 510 2 s
Charles Étienne Louis Camus	1752	365 jours 5 heures 48 min 49 s
Jean André Lepaute	1767	365 jours 5 heures 48 min 46,5 s
Antide Janvier	1812	365 jours 5 heures 48 min 48 s
William Pearson	1819	365 jours 5 heures 48 min 48 s
Jean Baptiste Schwilgué	1838	365 jours 5 heures 48 min 48 s

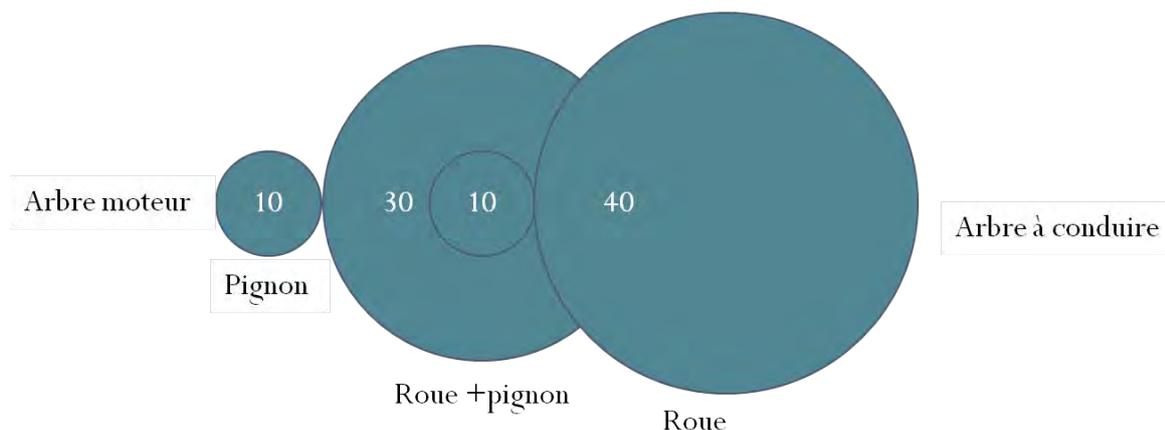


Figure 5 – Exemple de train d'engrenages.

2.2.2 Nombres limites de dents

Connaissant la difficulté à réaliser les roues dentées, les horlogers ont établi la règle suivante :

$$8 \leq \text{nombre de dents} \leq 180$$

2.2.3 Raison d'un rouage solaire

À l'époque de J. B. Schwilgé la durée de l'année tropique était établie à 365 jours 5 h 48 min 48 s soient 31 556 928 secondes.

La raison d'un tel rouage solaire s'écrit alors :

$$\frac{1 \text{ tour par année tropique}}{1 \text{ tour par heure}} = \frac{1}{31\,556\,928} = \frac{3\,600}{31\,556\,928}$$

2.3 Rouages du planétaire conçu par Jean Baptiste Schwilgué

2.3.1 Schéma du train d'engrenage

Le train d'engrenage conçu par J.B. Schwilgué est composé de 3 pignons et de 3 roues et est entraîné par le mouvement d'une horloge à la vitesse de 1 tour par heure.

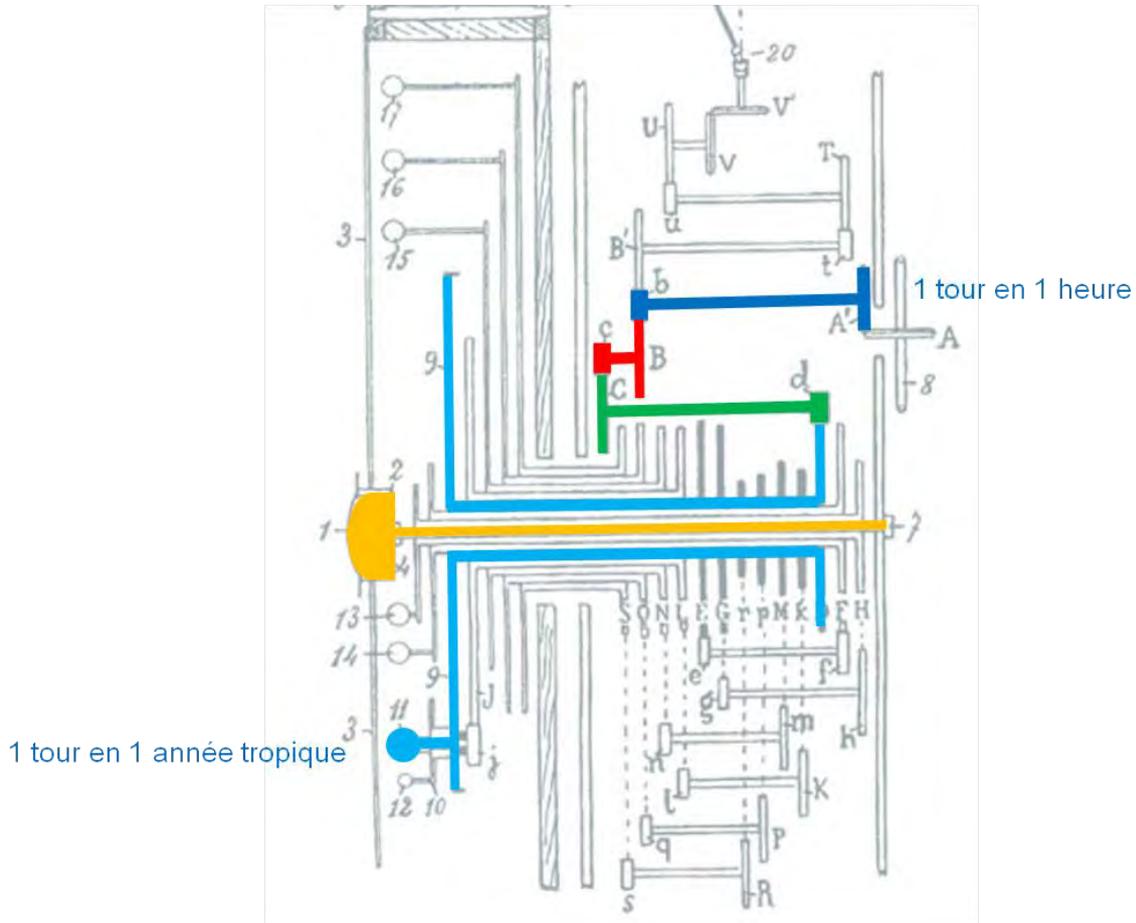


Figure 6 – Train d'engrenage conçu par J.B. Schwilgué.

2.3.2 Calcul du nombre de dents des pignons et roues

J.B. Schwilgué décompose les termes de la fraction en facteurs premiers.

$$\frac{1 \text{ tour par année tropique}}{1 \text{ tour par heure}} = \frac{3600}{31\,556\,928} = \frac{2^4 \times 3^2 \times 5^2}{2^6 \times 3 \times 13 \times 47 \times 269}$$

En simplifiant par 4 et en recombinaut les facteurs premiers on obtient :

$$\frac{1 \text{ tour par année tropique}}{1 \text{ tour par heure}} = \frac{9 \times 10 \times 10}{156 \times 188 \times 269}$$

Voici donc le rouage solaire conçu par J.B. Schwilgué : fig. 7 page suivante et 8 page suivante.

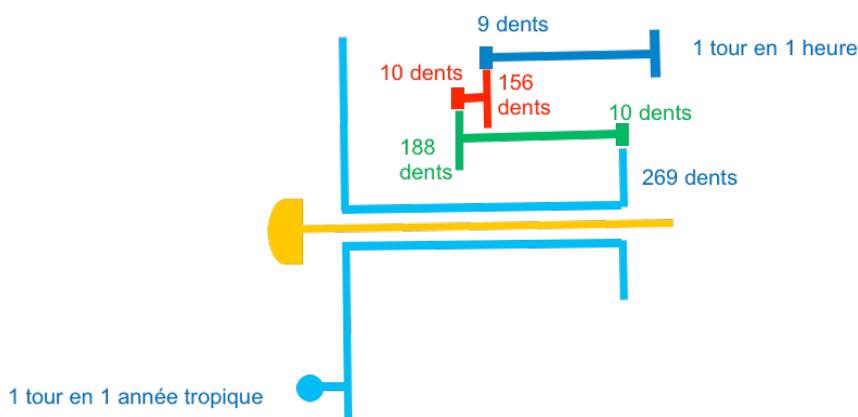


Figure 7 – Rouage conçu par J.B. Schwilgué.

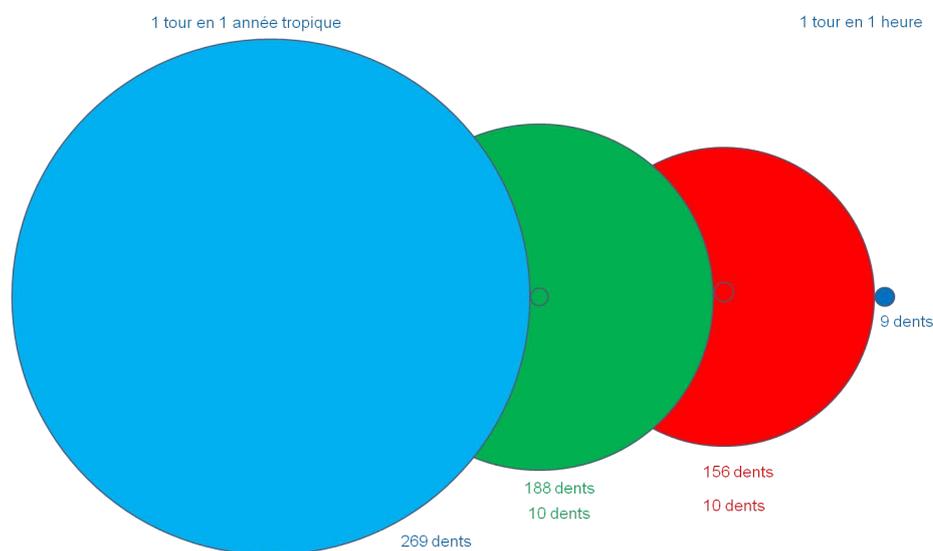


Figure 8 – Rouage solaire de J.B. Schwilgué en respectant les proportions

3 Conclusion

- La durée connue pour l'année tropique de 365 j 5 h 48 min 48 s a permis à J.B. Schwilgué de créer un rouage solaire parfait.
- Ce rouage perd sa précision par rapport à la durée de l'année tropique actuelle.
- L'inconvénient de ce rouage est qu'il intègre deux roues ayant plus de 180 dents, donc difficiles à tailler. Il ne répond pas vraiment aux critères de l'horlogerie.
- Y a-t-il eu dans le passé des exemples de rouage solaire de même précision ?
- Existe-t-il une combinaison de pignons et de roues de moins de 180 dents convenant mieux que celle de J.B. Schwilgué ?

4 Recherche d'une autre combinaison d'engrenages

La recherche d'un rouage solaire parfait à pousser de nombreux horlogers à approfondir leurs connaissances en mathématiques voire à mettre au point des méthodes originales et très évoluées d'approximation des fractions irréductibles.

Nous avons vu que J.B. Schwilgué a simplement utilisé la méthode de décomposition en facteurs premiers. Il convient toutefois de préciser que J.B. Schwilgué a eu une certaine chance en prenant comme valeur de l'année tropique 31 556 928 s.

En effet ce nombre se décompose relativement facilement en nombres premiers contrairement aux nombres le précédant ou le suivant :

- 31 556 923 = nombre premier
- 31 556 924 = $2^2 \times 7 \times 1\,127\,033$
- 31 556 925 = $3^3 \times 5^2 \times 46\,751$
- 31 556 926 = $2 \times 43 \times 366\,941$
- 31 556 927 = $3\,571 \times 8\,837$
- 31 556 928 = $2^6 \times 3 \times 13 \times 47 \times 269$
- 31 556 929 = $19 \times 349 \times 4\,759$
- 31 556 930 = $2 \times 5 \times 17 \times 29 \times 37 \times 173$

D'autre part la perfection d'un rouage solaire est toute relative, la précision dépend avant tout de la durée de l'année tropique choisie ou connue.

Voici une liste, non exhaustive, des combinaisons trouvées au fil des siècles (*cf.* table 2 page suivante).

On s'aperçoit que plusieurs horloges ont su trouver la bonne combinaison d'engrenages de grande précision par rapport à la durée connue de l'année tropique mais comparée à la durée actuelle la précision est bien moindre.

Pour trouver la ou les meilleures combinaisons par rapport à l'année tropique actuelle j'ai développé un algorithme relativement simple mais efficace. Il m'a permis de trouver une multitude rouages solaires de très grande précision, en voici les plus économiques au vu du nombre de dents à tailler :

$$\frac{1 \text{ tour par année tropique}}{1 \text{ tour par heure}} = \frac{3\,600}{31\,556\,928} = \frac{9 \times 10 \times 11 \times 17}{89 \times 89 \times 125 \times 149} = \frac{9 \times 11 \times 12 \times 17}{89 \times 89 \times 149 \times 150}$$

5 Bibliographies

Voir sur le site internet : http://substantifique.eu/bibliotheque_horloge.html

Table 2
Quelques combinaisons de train d'engrenages pour l'année tropique.

Horloger	Année	vitesse e	Pignon	Roue	vitesse s	différence en sec		Durée comme de l'année tropique
						AT d'époque	AT actuelle	
Fusoris	1424	1v/jour	15 10 12	94 26 269	1v/365,24222jours	28.32	-2.80	365.24255
Jacques Alexandre Antoine Thicout	1734	1v/12h	7 7 8	50 69 83	1v/730,4846939h	0	-13.58	365 jours 5 heures 48 min 58 ⁸⁸ /49
Jacques Alexandre modifié	1734	1v/h	14 14 11 17	100 182 127 139	1v/8765,813598h	9.82	-3.76	365 jours 5 heures 48 min 58 ⁸⁸ /49
Jacques Alexandre	1734	1v/h	8	96	1v/8765,816327h	0	-13.58	365 jours 5 heures 48 min 58 ⁸⁸ /49
Charles Etienne Louis Camus	1752	1v/12h	4 7 7	25 69 83	1v/730,4846939h	1.22	-13.58	365 jours 5 heures 49 min
Jean André Lepaute	1767	1v/12h	8 7 7	83 69 50	1v/730,4846939h	-12.28	-13.58	365 jours 5 heures 48 min 46.5s
Antide Janvier	1812	1v/jour	7 23	244 241	1v/365,242236jours	-1.19	-3.99	365 jours 5 heures 48 min 48s
Antide Janvier	1812	1v/jour	7 13 23	52 61 241	1v/365,242236jours	-1.19	-3.99	365 jours 5 heures 48 min 48s
Antide Janvier	1828	1v/jour	10 12 15	47 52 269	1v/365,242222jours	0	-2.80	365 jours 5 heures 48 min 48s
Antide Janvier	1828	1v/jour	8 17 17	60 62 227	1v/365,242215jours	0.66	-2.14	365 jours 5 heures 48 min 48s
William Pearson	1819	1v/jour	15 23 14	120 61 241	1v/365,242236jours	-1.19	-3.99	365 jours 5 heures 48 min 48s
William Pearson	1819	1v/jour	7 13 23	52 61 241	1v/365,242236jours	-1.19	-3.99	365 jours 5 heures 48 min 48s
William Pearson	1819	1v/jour	6 15	13 47 269	1v/365,242222jours	0	-2.80	365 jours 5 heures 48 min 48s
JB Schwilgué	1838	1v/h	10 10 9	156 188 269	1v/8765,813333h	0	-2.80	365 jours 5 heures 48 min 48s

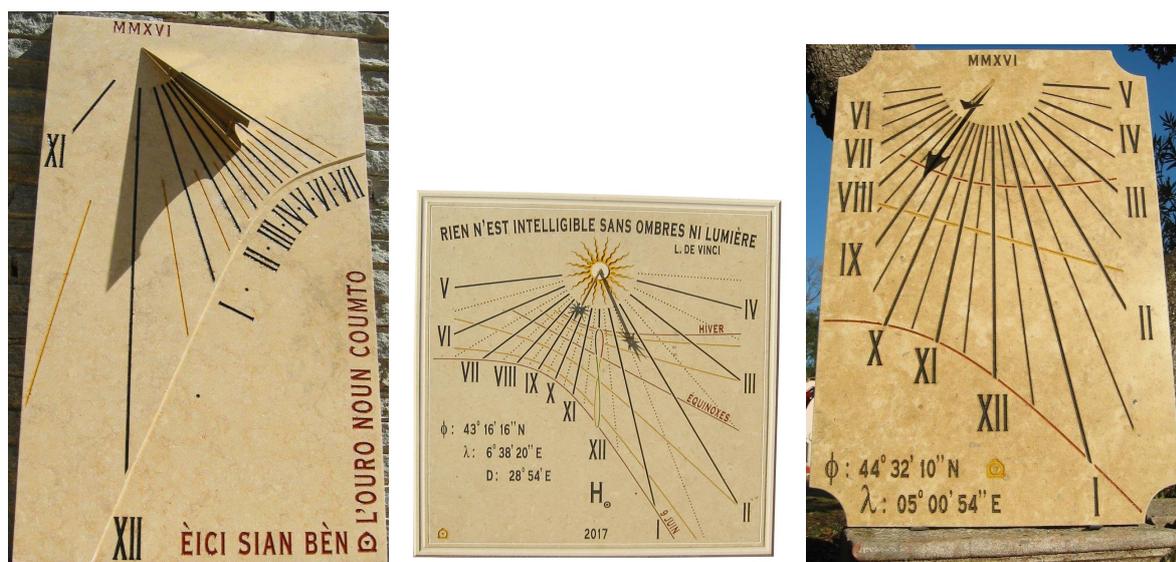
INFORMATIONS DIVERSES

1 Dernières réalisations ou découvertes

— Pierre de Rosette : cadrans 2016

Virginie MORUZZI SIX & EMMANUEL SIX de l'atelier PIERRE de ROSETTE (Hameau des Bertrands à Le THOROMET) dans le Var, ont adressé leurs réalisations 2016. Il n'est pas possible de tout présenter, mais vous retrouverez leurs cadrans dans notre inventaire.

Voici quelques exemples :



(a) Cadran vertical, heure solaire. Latitude : $43^{\circ}38'9''$ N., Longitude : $6^{\circ}51'22''$ E. Déclinaison : 241.5° (Ouest-Sud-Ouest). $100 \times 60 \times 2$ cm. Devise : EICI SIAN BEN, L'OURO NOUN COUMTO (provençal) Ici nous sommes bien, l'heure ne compte pas. 370 route de Draguignan 06 570 – Le Tignet.

(b) Cadran vertical, heure solaire, arcs diurnes du 21 de chaque mois, arc du 9 juin. Courbe en 8. Latitude : $43^{\circ}16'16''$ N. Longitude : $6^{\circ}38'20''$ E. Déclinaison : 151.1° (Sud-Sud-Est). $127 \times 127 \times 3$ cm. Devise : RIEN N'EST INTELLIGIBLE SANS OMBRES NI LUMIÈRE (L. de Vinci). 6 bis rue Georges Clémenceau. 83 900 – Saint-Tropez.

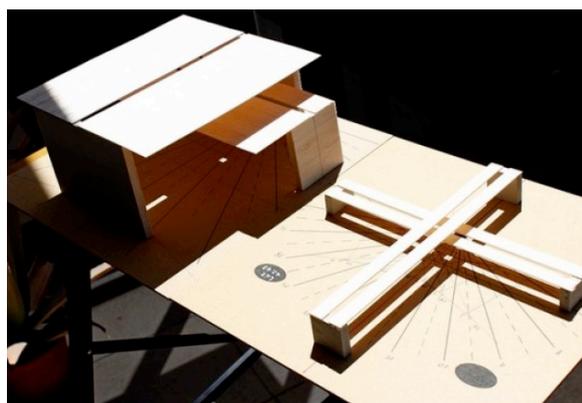
(c) Cadran vertical, heure solaire, arcs des solstices et équinoxes. Latitude : $44^{\circ}32'10''$ N. Longitude : $5^{\circ}0'54''$ E. Déclinaison : 162.6° (Sud-Sud-Est). $90 \times 60 \times 3$ cm. 6 rue de l'Ancien Temple. 26 160 – Le Poet-Laval Vieux Village.

Figure 1 – Quelques réalisations 2016.

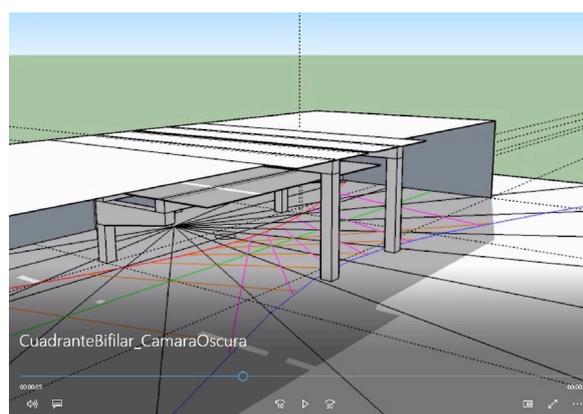
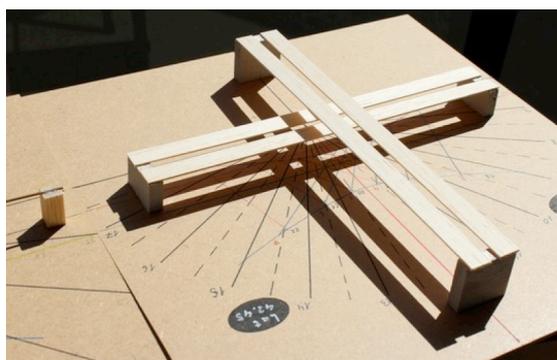
— César Busto : essai bifilaire

« En cherchant à construire un cadran solaire innovant bifilaire à fils parallèles et de lignes horaires équidistantes de 15° , j'ai eu l'idée de remplacer les fils par des faisceaux de lumière.

Le cadran est formé par deux plaques horizontales, dont la distance correspond à celle des fils méridional et équinoxial d'un cadran bifilaire horizontal, et sur lesquelles on pratique deux rainures qui laissent passer la lumière du soleil. L'intersection des deux faisceaux produit un carré lumineux qui se projette sur le sol et indique l'heure solaire de la même manière que le croisement de l'ombre donne l'heure dans un cadran bifilaire. Après avoir construit



une maquette et vérifié le bon fonctionnement de ce nouveau type de cadran (vous trouverez ci-joint quelques photos), j'ai découvert un article de Gianni Ferrari : *Image produite par une fente*. Dans cet article on considère la possibilité de construire un cadran « bifilaire lumineux » un peu comme celui que je vous ai présenté. Mon idée de construire un cadran basé sur le spot lumineux produit par deux fentes, semble ne pas être nouvelle mais j'ignore si un tel cadran a déjà été réellement construit. Avec l'ajout de parois latérales, il peut devenir un cadran bifilaire à chambre obscure.



Nota : Lire également dans ce numéro de Cadran Info, l'article de César Busto : *Cadran bifilaire à point lumineux et chambre obscure* (cf. p. 18-29).

En ce moment je suis en train de travailler sur le design d'un cadran à spot lumineux, constitué par deux plaques situées à 1,90 m et 1,27 m du sol et qui sera installé dans un petit village de La Rioja ».

Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

- Une vidéo de simulation de fonctionnement du projet :
(CuadranteBifilar_CamaraOscura.mp4).

— Dominique Collin : prototype de cadran quasi-équatorial à réflexion dont le miroir est une courbe de Lamé

Rappel : La théorie de ce type de cadran se trouve dans Cadran Info n° 33 (mai 2016). La validation de l'étude théorique a été faite via plusieurs outils :

- le calcul vectoriel conduisant (1) au calcul point par point du profil du miroir (courbe de Lamé) et (2) aux lieux des points de rebroussement de la caustique associée à chaque angle horaire du Soleil.
- Le tracé par le logiciel de lancé de rayons, Pov-Ray. La programmation du fichier source a été assuré par M. Baillet. Une animation vidéo peut même être faite afin d'observer, si on le souhaite, la formation de chaque caustique et le déplacement du point horaire correspondant au point de rebroussement de la caustique associé à l'angle horaire ¹.

Prototype. C'est ainsi que s'est naturellement imposé la nécessité de réaliser un prototype de ce cadran à réflexion dont le miroir est courbe. Grâce aux ateliers du Bac. Pro. microtechniques du Lycée Professionnel Louis Pasteur (Nice), sous la direction de M^{me} Kacemi ², un prototype a été réalisé sous imprimante 3D (*cf.* figures 2(e) & 2(f) page suivante). La forme du miroir a été dessinée sous SolidWorks de même que la position des points de rebroussement sur lesquels ont été placés de petits cylindres (ou picots) ce qui a été rendu possible grâce à la résolution de l'imprimante 3D ³. Après impression de l'objet tridimensionnel, un ruban réfléchissant autocollant a été délicatement posé sur les surfaces courbes : les miroirs étaient installés. Les points de rebroussement se trouvent sur une petite plaque rectangulaire inclinable sur laquelle ont été placés perpendiculairement les miroirs courbes (*cf.* figures 2).

Exemples de fonctionnement. Il y a deux conditions à respecter pour un fonctionnement correct du cadran :

1. L'arête de jonction des deux miroirs doit se trouver dans le plan méridien du côté Sud ;
2. la table rectangulaire doit être inclinée du complémentaire de la latitude du lieu d'observation à laquelle on ajoute ou on soustrait la déclinaison du soleil ⁴.

Sous ces conditions expérimentales le cadran solaire est désormais prêt à fonctionner.

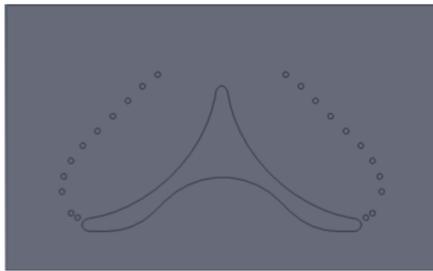
Les photos suivantes (*cf.* images 3 page 187) ont été prises fin juin, début juillet 2017. Rappelons que ce cadran est auto-orientable ; la petitesse du prototype a permis d'utiliser très commodément cette particularité pour assurer une mise en station rapide et efficace.

1. Il a même été constaté qu'il n'est pas facile d'obtenir « physiquement » la caustique. Appréciation déjà rencontrée lors de la réalisation du cadran à miroir deltoïde (*cf.* l'étude de M. Échart). Mais il s'agissait plus de la réalisation correcte du profil du miroir courbe que de l'obtention effective des caustiques et de leur point de rebroussement. M. Limousin a aussi réalisée une maquette (de grande dimension) d'un cadran à miroir en forme d'astroïde (Cadran Info n° 34, octobre 2016). Là aussi de nombreuses difficultés sont apparues en parties liées à la réalisation du miroir courbe.

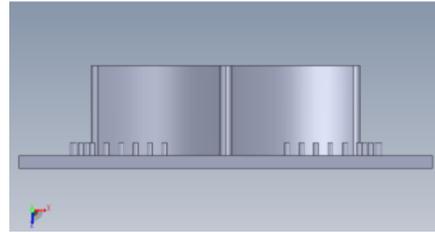
2. M^{me} Kacemi est Professeur de microtechnique au Lycée Pasteur à Nice.

3. Qualité semi-professionnelle pour un équipement pédagogique standard. Il s'agit d'une imprimante de la marque MOJO. Le volume maximal imprimable est $120 \times 120 \times 120 \text{ mm}^3$, soit $1,728 \text{ dm}^3$.

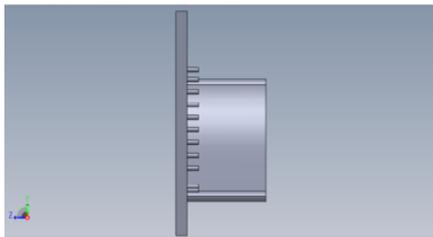
4. L'inclinaison du plan portant le miroir courbe doit être de $90^\circ - \varphi \pm \delta$, afin que celui-ci soit constamment parallèles aux rayons lumineux



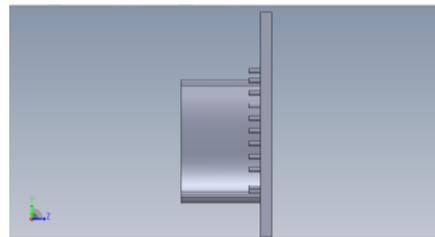
(a) Vue orthographique. (6 h premier picot en haut à gauche; 18 h premier picot en haut à droite)



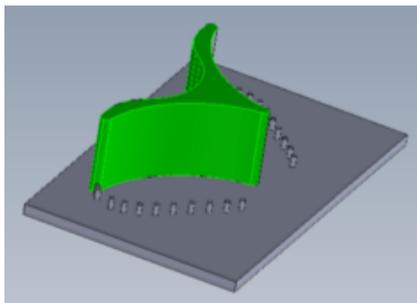
(b) Vue Plan de face Sud.



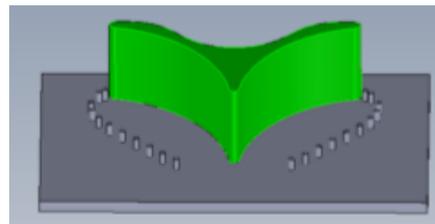
(c) Vue plan Ouest.



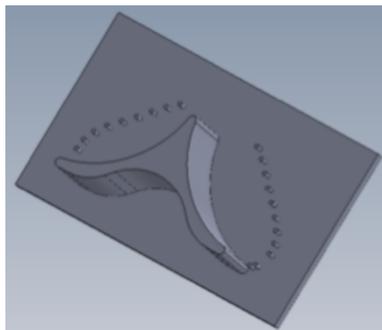
(d) Vue plan Est



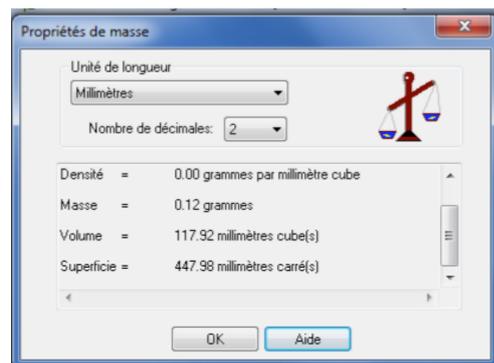
(e) Vue Sud-Ouest.



(f) Vue Sud.



(g) vue de dessus (Observateur côté Nord-Ouest.

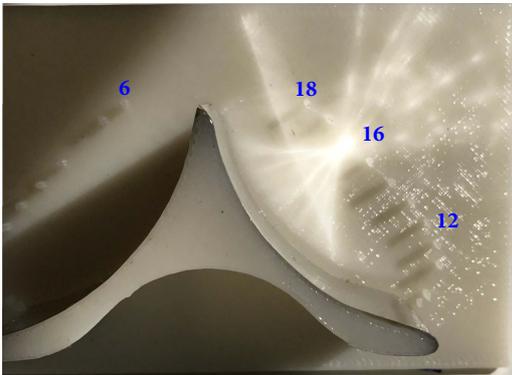


(h) Quelques propriétés de masse du prototype.

Figure 2 – Prototype du cadran à réflexion dont le miroir est une portion d'une courbe de Lamé. Copies d'écran du logiciel SolidWork (version Éducation) avant impression 3D (source : M^{me} Kacemi).

Les résultats sont très satisfaisants, (1) dans la formation du point de rebroussement et (2) dans la précision horaire relative du prototype. Mais ne cachons pas que cela est en partie

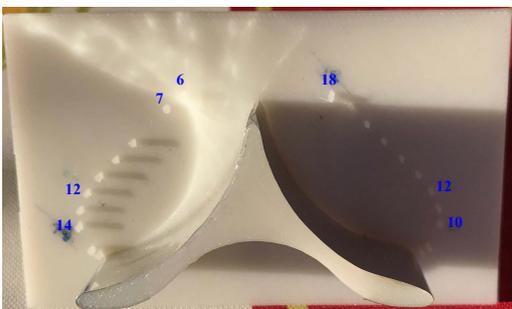
dû au ruban réfléchissant qui fait très bien son office en raison de sa faible étendue. Dans le cas d'une bien plus grande dimension, c'est une toute autre histoire !



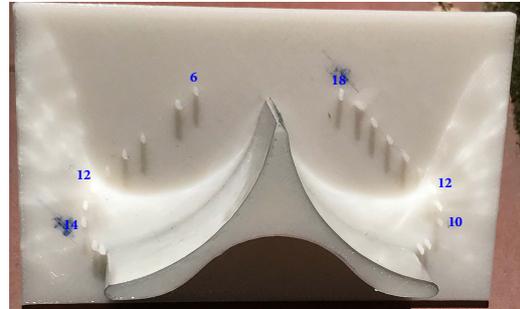
(a) 26/06/2017 — Temps légal : 17 h 37 min 00 s ;
temps vrai local : 16 h 03 min 09 s.



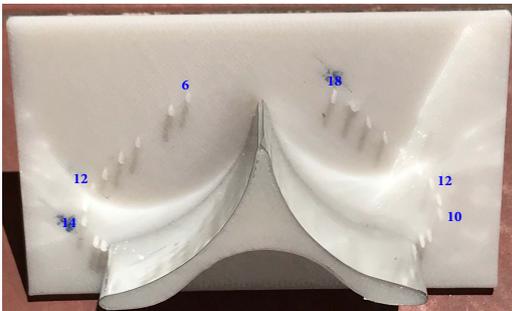
(b) 27/06/2017 — Temps légal : 14 h 34 min 00 s ;
temps vrai local : 12 h 59 min 56 s.



(c) 01/07/2017 — Temps légal : 07 h 36 min 58 s ;
temps vrai local : 6 h 02 min 03 s.



(d) 03/07/2017 — Temps légal : 13 h 37 min 00 s ;
temps vrai local : 12 h 01 min 46 s.



(e) 03/07/2017 — Temps légal : 14 h 35 min 58 s ;
temps vrai local : 13 h 00 min 44 s.



(f) 17/09/2017 — Temps légal : 15 h 25 min 44 s ;
temps vrai local : 14 h 00 min 21 s.

Figure 3 – Photographies du cadran à miroir courbe à différents instants. On observera l'excellent aspect des différentes caustiques et surtout la matérialisation du point de rebroussement des caustiques sur les picots horaires. Des indications horaires ont été incrustées sur les images.

Le temps légal est celui de l'appareil photographique. Le temps vrai local calculé est à comparer avec le temps vrai lu sur le cadran.

Remarque : incliner le plan contenant les points de rebroussements horaires est nécessaire afin de former sur le dessus de ce plan la caustique horaire. N'oublions pas que le calcul des

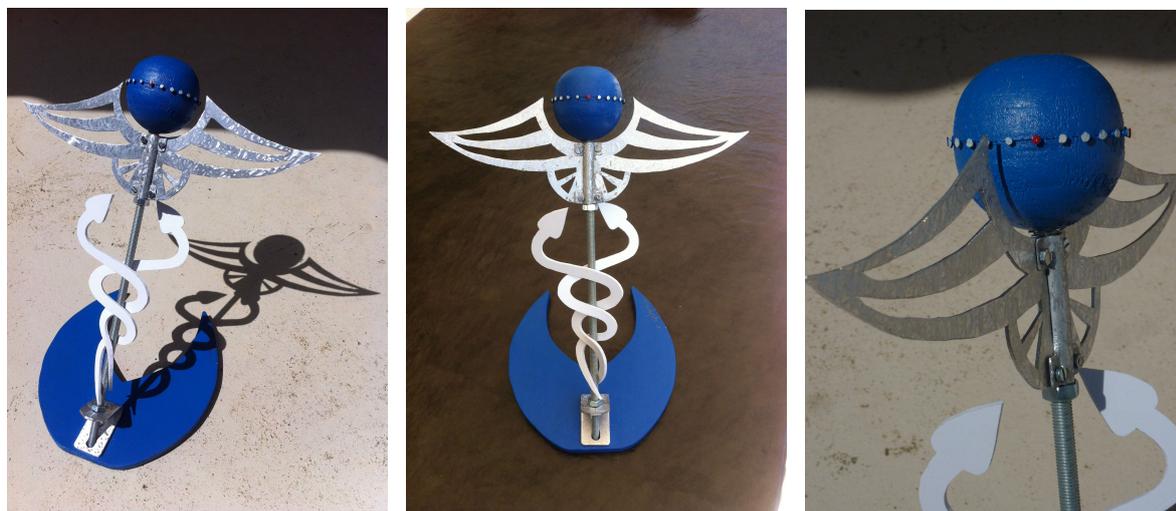
courbes caustiques et des points de rebroussement se faisaient sous les hypothèses de rayons lumineux incidents parallèles avec . . . un miroir courbe perpendiculairement posé sur un plan parallèle au plan incident. Par conséquent, il est nécessaire, pour un jour donné (δ connu), d'incliner le plan du cadran afin de rester parallèle aux rayons lumineux incidents. Le cadran n'est alors plus rigoureusement équatorial.

Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

- Les fichiers images du prototype ;
- les fichiers « Miroir-Lamé-5.eprt » (pour une visualisation 3D) et « Miroir-Lamé-5.pdf ».

— Claude Gahon : « Cadudée »

« Pas besoin de se creuser l'imagination pour trouver le pourquoi du nom de ce nouveau « cadran ». Pas besoin non plus, à des spécialistes comme vous, d'insister sur le principe de son fonctionnement, tournez les ailes et vous avez la solution. Il tient dans une boîte $30 \times 30 \times 30$,



il est réalisé comme d'habitude avec mes matériaux traditionnels : base et boule en bois, ailes en aluminium, serpents en PVC expansé, axe en tige filetée d'acier ».

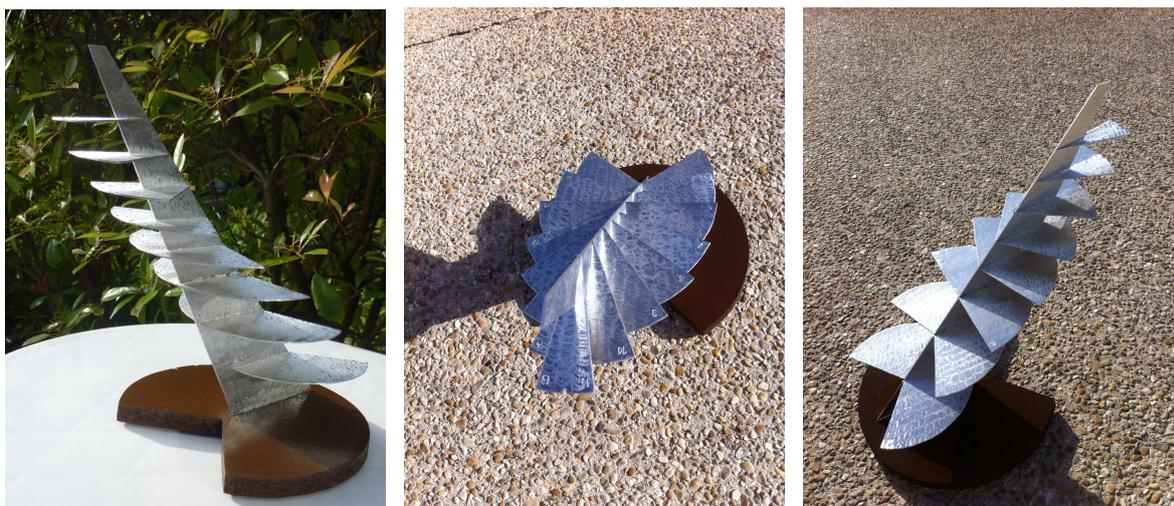
— Claude Gahon : « Cathédrale »

« Du super week-end de la Commission à Strasbourg, j'ai ramené, en souvenir, une petite idée de cadran, que j'ai appelé « Cathédrale ».

Je me suis en fait inspiré d'une sculpture vue dans le parc de l'Université quand on est reparti de la visite de l'Observatoire et du Jardin botanique. Vous l'avez sans doute remarquée, elle faisait tout de suite penser à un style d'un cadran solaire horizontal. Ci-contre, pour rappel, sa photo.

Quant au fonctionnement de mon cadran, rien à voir avec l'horloge astronomique. La colonne centrale est inclinée selon la latitude du lieu (Lagny-sur-Marne) et sert donc de style, son ombre se déplace successivement d'une plate-forme horizontale à l'autre et à chaque heure ronde.

Les bords des plates-formes correspondent aux lignes horaires d'un cadran horizontal.



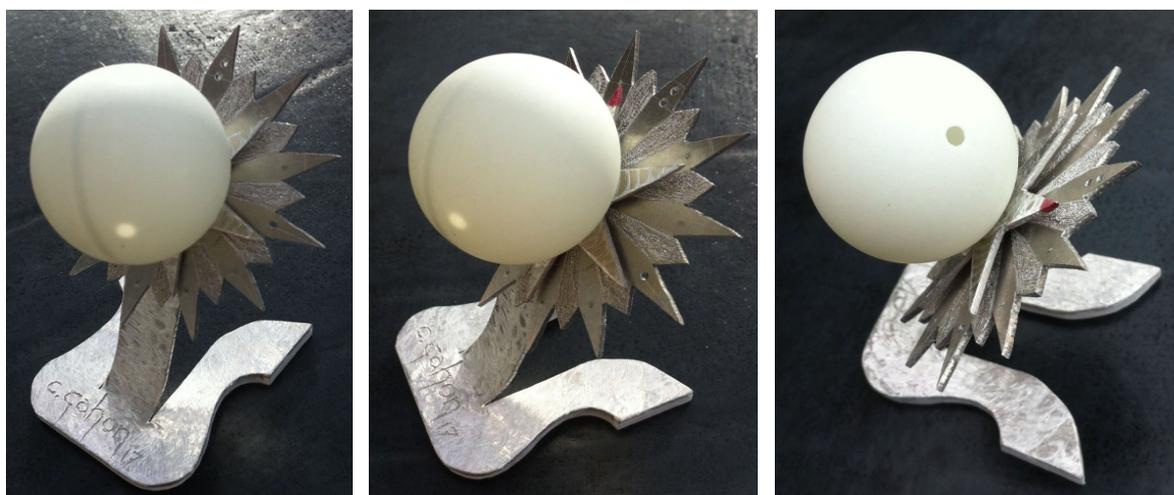
Le rapprochement avec une cathédrale est assez lointain, mais pourquoi ne pas imaginer que c'est la flèche de celle-ci, après tout Notre Dame de Strasbourg n'a qu'une flèche.

— Claude Gahon : « Balle de jour »

Ce n'est pas la première fois que j'utilise des balles de ping pong pour réaliser mes cadrans, mais jusqu'à présent elles restaient fixes. Ce n'est plus le cas de celle-ci puisqu'il faut la tourner pour aller chercher l'heure solaire, mais la représentation est originale, du moins je le pense.

Tout petit ce cadran, je passe d'un extrême à l'autre, car au vu de la balle, qui a un diamètre de 4 cm, je vous laisse imaginer les dimensions de cette création.

Le tout est réalisé à partir d'une plaque d'aluminium de 1,5 mm d'épaisseur. Mignon, non ?

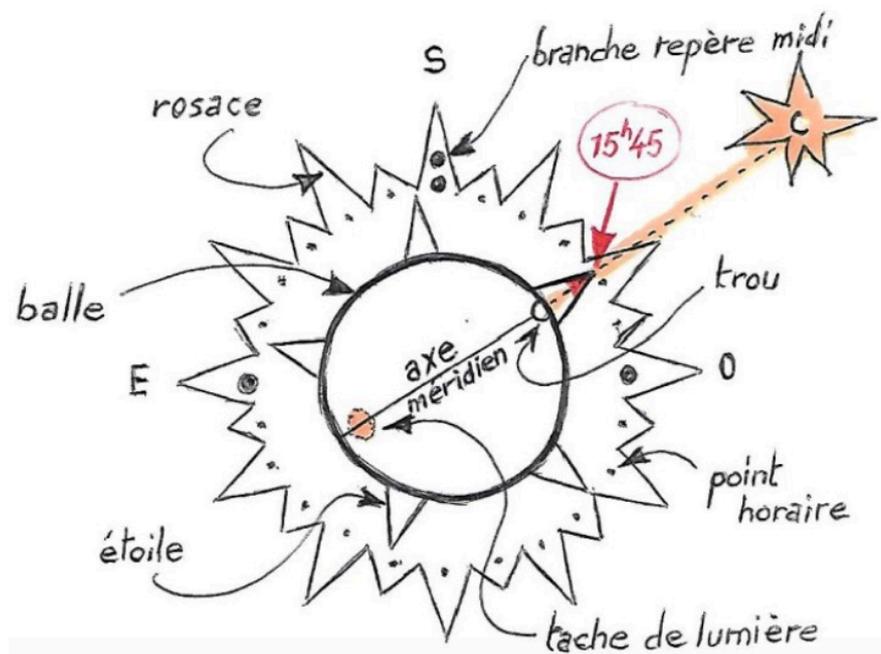


Mode d'emploi : Tourner l'étoile jusqu'à ce que la tache de lumière issue du trou soit exactement sur l'axe méridien de la balle.

L'heure solaire est alors repérée sur la rosace là où est positionnée la branche de l'étoile marquée en rouge.

On interprète grâce aux points horaires.

Exemple sur le croquis ci-après on lit 15 h 45 solaire.



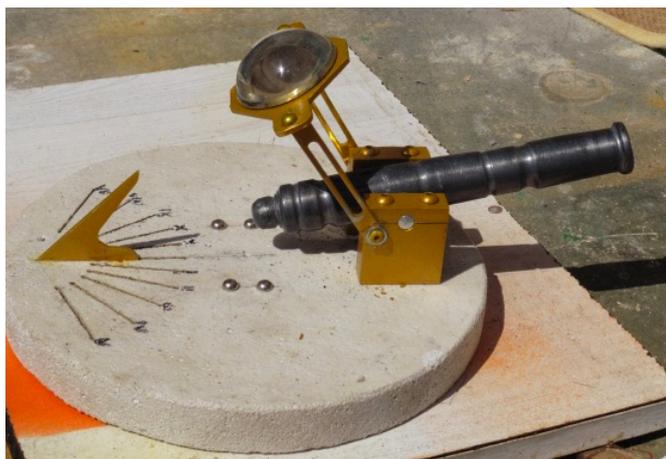
— Jacques Yonnet : canon méridien

« Voici comment j'ai réalisé mon premier canon-méridien. Tout d'abord, récupérateur irraisonnable de matériaux divers, j'ai donc utilisé :

- Plomb provenant de canalisation d'eau
- Lentille provenant d'un projecteur de diapos
- Poudre pour cartouche

Pour la construction, j'ai commencé par confectionner le fût en bois sur un tour de ma construction, puis un moule externe en plâtre en 2 parties.

Une fois démoulé ce dernier j'ai placé un tube en acier au centre et refermé le moule. Puis j'ai fait fondre le plomb dans un récipient et enlevé la « crasse » avant de le couler dans le moule. Ensuite, j'ai démoulé le canon, enlevé les bavures, poncé puis percé un trou au-dessus au centre pour passer une mèche.



Sur une plaque de siporex, j'ai fait le socle de 23 cm de diamètre sur lequel j'ai gravé et peint un cadran simple horizontal de 7 à 17 heures avec un style en aileron de requin.

J'ai trouvé 2 pièces métalliques qui sont fixées sur le socle afin de caler le canon sur un axe pour qu'il pivote légèrement. Puis j'ai fait deux bras articulés en aluminium et un support pour la lentille fixés aux cales du canon.

Pour terminer, j'ai ajusté la lentille pour avoir le point de convergence sur la mèche et ensuite orienté l'ensemble... puis fait « péter » l'engin ».



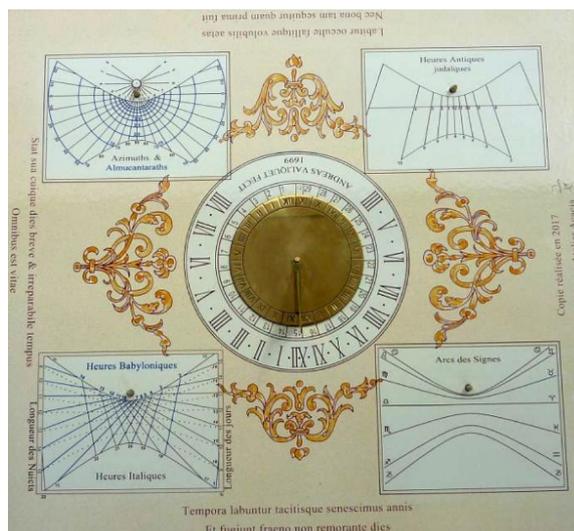
— Michel Lalos : La réplique fonctionnelle de la table gnomonique de l'Église Saint Médard de Saint-Mars-sous-Ballon

La table gnomonique de l'église Saint Médard à Saint-Mars-sous-Ballon (Sarthe) a fait l'objet de différents articles dans notre revue. Ici Michel Lalos nous présente une reproduction fonctionnelle de cette table, réalisée par l'atelier Acacia.

Saint-Mars-sous-Ballon, ancienne commune de la Sarthe, est située à 20 km au nord-est du Mans. Elle forme, avec Ballon, une commune nouvelle depuis le 1^{er} janvier 2016 dénommée *Ballon-Saint Mars*. L'église Saint Médard, fondée vers 1090, était celle d'un ancien prieuré bénédictin, dépendant de l'Abbaye de la Couture du Mans. Elle fut reconstruite au XIII^e siècle dans un style gothique. Les visiteurs de l'église ne s'attendent pas à trouver un cadran solaire, ou plus exactement une table gnomonique à l'intérieur, bien à l'abri des rayons solaires !



Il s'agit d'une plaque en ardoise de 52 × 45 cm sur laquelle sont tracés et gravés cinq cadrans horizontaux. On remarque la finesse des inscriptions et du décor fait de gracieux rinceaux. Les gravures sont rehaussées par une couleur rouge-orange qui contraste avec le fond noir de l'ardoise. Cette table, à son origine, devait être posée sur une colonne dans les jardins du presbytère qui jouxte l'église. Elle a subi les dommages du temps, sans doute brisée dans sa partie gauche, elle a été amputée et certains styles métalliques ont disparu ou restent à l'état de moignons. Pour sa conservation assurée, en 1945, elle a subi une triple peine ! Elle a été scellée verticalement et à l'envers, à l'intérieur de l'église sur le mur latéral Nord. Ainsi privée de soleil et mal positionnée, elle a perdu ses fonctionnalités de mesure du temps. Elle a conservé tout son intérêt, témoignant des connaissances gnomoniques de la fin du XVII^e siècle.



Afin de valoriser cet élément patrimonial, j'ai proposé au conseil municipal de Ballon-Saint Mars d'en faire une réplique fonctionnelle. C'est chose faite depuis juin 2017.



Cette réplique, en lave émaillée, a été réalisée par Joseph Auvray, de l'atelier Acacia à Montdauphin (05), à partir de la reconstitution numérique effectuée par Michel Ugon, décrite dans Cadran Info n° 21 de mai 2010. Ainsi, une nouvelle vie est redonnée à cet instrument plus que tricentenaire. Cette copie est fixée horizontalement sur une table roulante présentant quatre pans inclinés où figurent des commentaires et des explications sur le fonctionnement des différents tracés. La table roulante en inox et le convertisseur lunaire en laiton ont été réalisés par Jérôme Pérard, AlferInox Créations à Lazer (05). Cette réalisation et une brochure d'accompagnement ont été financées à hauteur de 80% du montant hors taxes par des Fonds européens (FEDER : fonds européen agricole pour le développement rural). Cet ensemble peut être exposé au Soleil ou au clair de Lune, lors de manifestations locales ou de visites, afin de montrer et expliquer son fonctionnement et mettre en évidence ses aspects scientifiques, artistiques, philosophiques et historiques. Il est remis à l'intérieur de la mairie, proche de l'église, afin d'assurer sa protection.

La présentation au public de cet ensemble a eu lieu le samedi 1^{er} juillet 2017 à 14 h 03 (à midi solaire) dans le cadre de la 150^e édition du Comice Agricole de « Maine Coeur de Sarthe » qui se tenait à Saint-Mars-sous-Ballon les 1 et 2 juillet 2017. La présence de cette

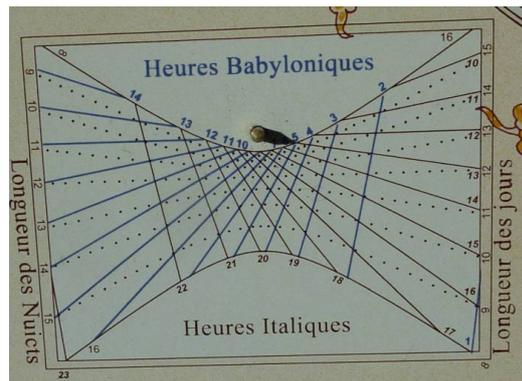
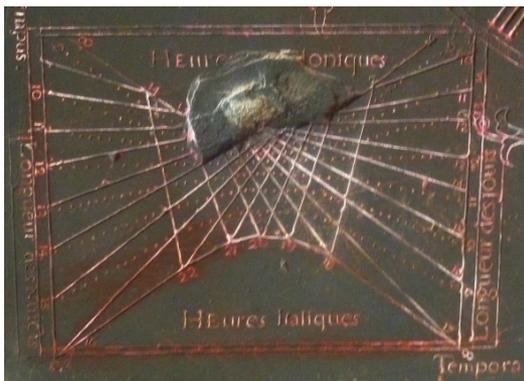
réplique prenait tout son sens dans cette manifestation : une exposition d'objets et de photos évoquant la vie dans nos campagnes au cours de ce siècle et demi passé. Un panneau retraçait brièvement l'histoire de l'heure : de l'heure solaire à l'heure atomique ! C'est sous un ciel gris mais sans pluie que ce sont déroulées ces deux journées.

Si le soleil n'a pas été généreux, le public était néanmoins au rendez-vous : ce sont plus de 5 000 personnes qui ont pu voir cette table et des centaines de curieux ont demandé des explications. Dernier caprice du soleil : en fin de journée du dimanche, il est apparu vers 17 h montrant, aux observateurs présents à cet instant, la parfaite exactitude des différents tracés.

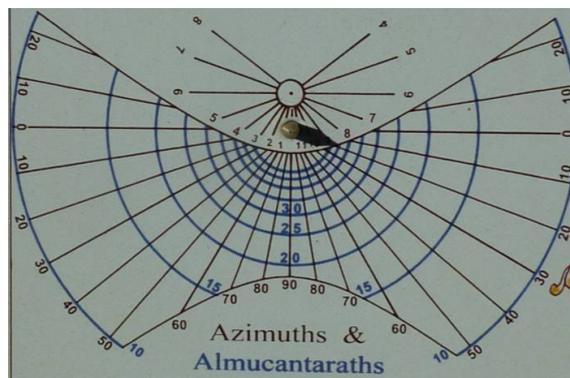
Cadran central



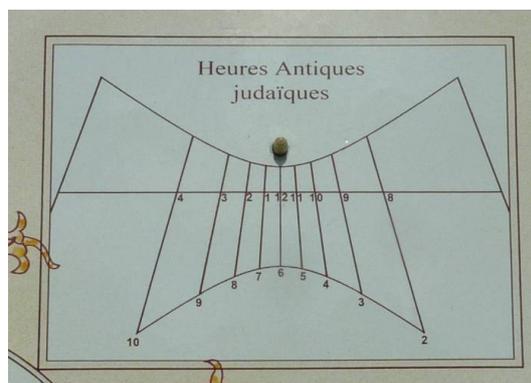
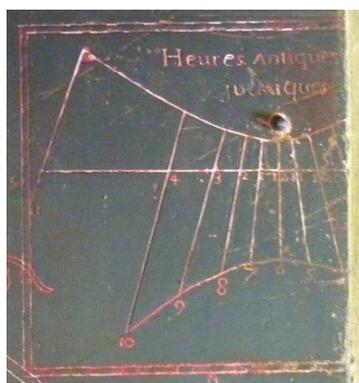
Heures babyloniennes et heures italiennes



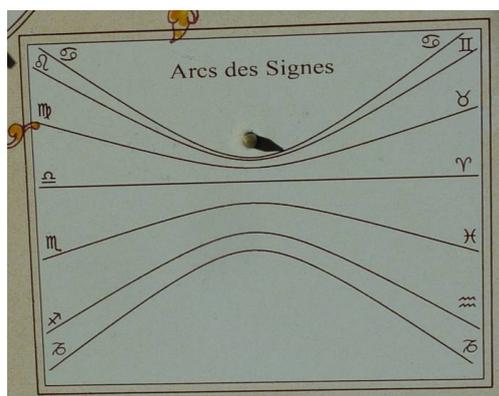
Azimuths & Almucantaraths



Heures antiques, judaïques



Arcs des signes

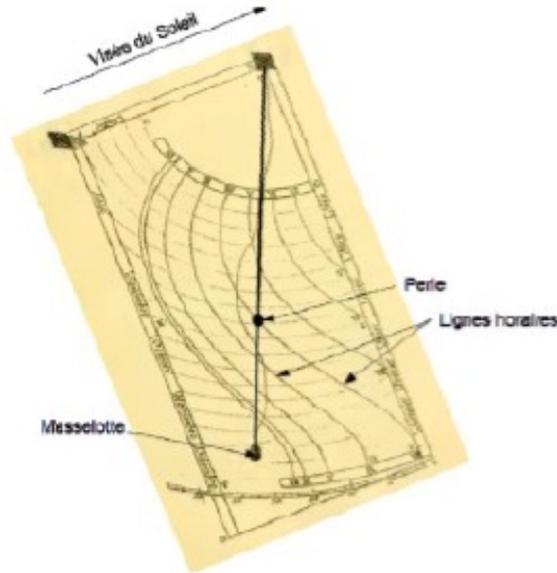


Pour en savoir plus, consulter : http://michel.lalos.free.fr/cadrans_solaires/autres_depts/sarthe/pays_du_mans/cs_pays_du_mans.php#st_mars

2 Autres Informations

— Les cadrans de hauteur par J. M. Retif

Dans une étude d'une quarantaine de pages, J.M. Retif propose une étude globale des cadrans dit de hauteur. Ces cadrans solaires sont basés, comme leur nom l'indique, sur la

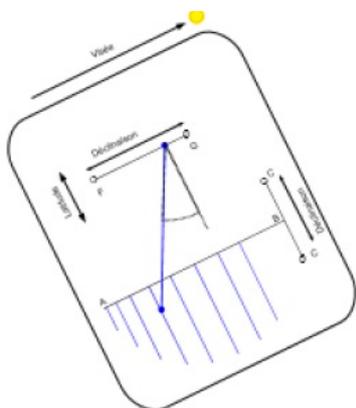


mesure de la hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon, permettant ainsi de déterminer l'angle horaire du Soleil et donc l'heure.

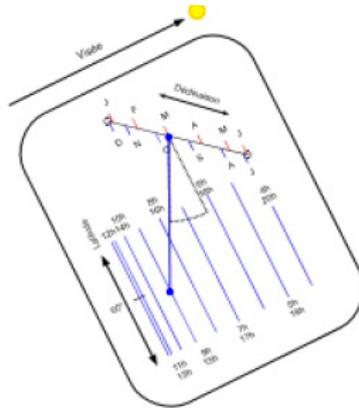
Deux types sont bien connus. Il s'agit du cadran de Berger et du cadran à fil dont il explique le principe de fonctionnement.

Il aborde ensuite la généralité des cadrans de hauteurs à lignes rectilignes (la *Navicula de Venetiis*, le cadran universel de Regiomontanus, le *Capucin* de Saint Rigaud).

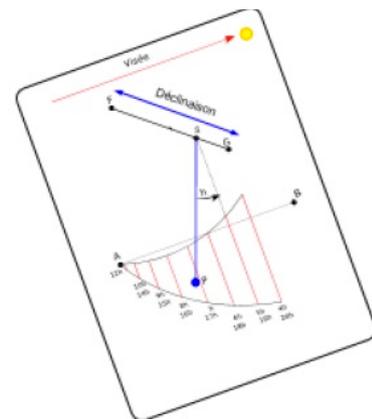
Les formules sont données pour réaliser ces cadrans pour toutes les latitudes.



Cadran universel Regiomontanus



Cadran Peter Apian



Cadran capucin de St. Rigaud

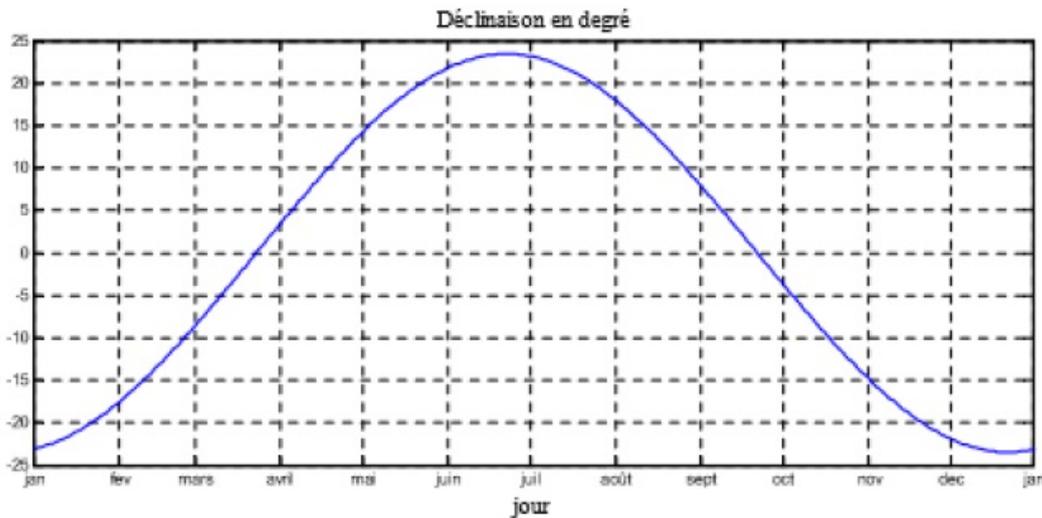
Calcul de la hauteur h du Soleil. Ici, la position du Soleil est définie uniquement par sa hauteur h . Pour un lieu donné, cette hauteur dépend du jour dans le mois et de l'heure dans la journée. Pour calculer cette hauteur du Soleil, il faut tout d'abord connaître la déclinaison du Soleil et une fois l'heure précisée, il est possible de déterminer sa hauteur h . Les coordonnées du lieu (latitude et longitude) sont connues, pour calculer la hauteur h du Soleil, il faut les étapes suivantes :

Calcul de la déclinaison pour un jour donné. Durant une journée, la déclinaison δ peut être considérée comme constante.

Pour un jour J donné, $J = 1$ au premier janvier et $J = 365$ au 31 décembre, la déclinaison est donnée par la relation :

$$\delta = \frac{180}{\pi} \arcsin \left[\sin \left(\pi \frac{23,44}{180} \right) \sin \left(\frac{2\pi}{365,25} (J - 81) \right) \right]$$

L'évolution de la déclinaison δ durant l'année est représentée sur la figure ci-après.



Calcul de l'angle horaire H . À une heure particulière de la journée, si nous ne tenons pas compte de la longitude nous aurons :

$$H(\text{heure}) = ((\text{heure}) - 12) \frac{\pi}{180}$$

Ici H est en radians et *heure* représente l'heure solaire moyenne.

Calcul de la hauteur h du soleil. Ce type de cadran ne dépend pas de l'azimut, seule la hauteur du soleil est à calculer, elle est fournie par :

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \\ h &= \arcsin (\sin h) \end{aligned}$$

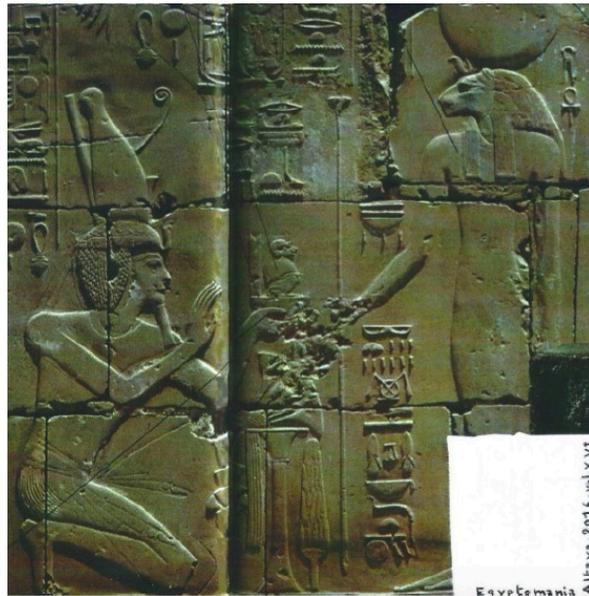
Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

— Le fichier : Cadrans_de_hauteur_V4-5.pdf.

— Une mythologie des heures par Jean Scordia

Deux reliefs ont été étudiés et présentés dans une encyclopédie de vulgarisation de l'Égypte ancienne. Jean Scordia les commente en détail sur 5 pages.

Le premier bas-relief représente suivant l'étude « l'offrande d'un clepsydre par un pharaon de la période ptolémique (300 à 31 av. J-C) à une divinité solaire ». Pourtant, la représentation de l'objet est peu fidèle à la représentation habituelle d'une clepsydre. En outre, deux autres détails sont intrigants : les cartouches royaux (en haut à gauche) et l'arc accompagné du signe 9 (à droite sous le bras de la déesse lionne). Ce relief pourrait alors être plus ancien d'un millénaire.



Le second est une stèle funéraire d'une personne chargée de la surveillance des heures. On pourrait le situer entre les années 1 500 et 500 av. J-C.



Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

— Le fichier : [Mesure_heures_Scordia.pdf](#).

— Un sténopé solaire par Pier-Francesco Rocci

Sténopé de la trajectoire du soleil de Février à début Juillet. La photo (page 198) a été prise depuis la coupole Schaumasse de l'Observatoire de la Côte d'Azur (Nice).

L'appareil photo a été auto-construit en utilisant une canette en aluminium avec un trou < 1 mm. L'ouverture maximale a été calculé à $f > 250$. Pose d'environ 5,5 mois sur papier photographique N/B Ilford Multigrade-IV RC de 5×7 pouces, sensibilité totale < 5 ISO.

Vu le temps d'exposition et l'effet de réciprocity du papier je n'ai pas eu besoin de développer la photo mais j'ai du bloquer l'exposition avec du fixateur Ilford Rapid Fixer et terminé le tout avec un passage dans de l'eau douce.

La scansion à couleurs (600 dpi), a été choisie pour avoir un effet faux bleu après l'inversion de négative sur l'ordinateur (le magenta devient une nuance de bleu).

Les coordonnées GPS du lieu sont : $43^{\circ}43'24''$ N., $7^{\circ}18'6''$ E. et l'altitude moyenne est 374 m.

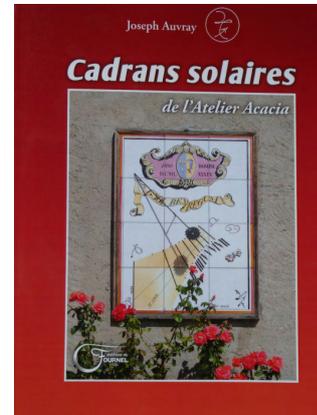


— Publications

Cadrams solaires

Notre collègue Joseph Auvray (Atelier Acacia) vient de publier « Cadrams solaires » au éditions du Fournel. Il nous présente une trentaine de cadrans dans leur environnement. Il ne s'agit que d'un échantillon de sa production qui en compte plus de trois cents. Chaque cadran est une œuvre unique et précise. Mais ce qui en fait l'originalité est qu'ils sont réalisés sur une pierre de lave émaillée. Cette lave émaillée est imputrescible et les couleurs sont stables dans le temps.

ISBN : 978-2-36142-109-0, 115 pages, photos couleurs ; prix : 22 €.



Les références de temps et d'espace

Nous est présenté ici le rôle crucial des références de temps et d'espace. Partant d'un panorama historique qui insiste sur l'évolution des concepts, il aboutit à l'état actuel, illustrant le rôle majeur des techniques spatiales, et surtout des horloges atomiques qui placent le temps comme élément fondamental sur le plan métrologique.

Denis Savoie a rédigé deux articles dans l'ouvrage. Il précise : « sous l'égide du Bureau des longitudes ». Il concerne des thématiques historiques et astronomiques en lien avec la gnomonique. C'est un panorama des connaissances actuelles sous la signature des meilleurs spécialistes.



Les éditions Hermann, ISBN : 978-2-7056-8418-1, 400 pages ; prix : 32 €.

Bon de commande : <http://www.editions-hermann.fr/5084-les-references-de-temps-et-d-espace.html>

3 Courriers gnomoniques

3.1 Christiane Guichard : l'Atelier Tournesol

« Au Musée dauphinois (ci-dessus), Jef Dana a démonté les dernières traces du cadran horizontal qu'il n'aimait pas voir à l'abandon... Nous sommes prêts à faire de nouveaux projets de réutilisation de tous les éléments récupérés, tradition et créations continuent dans l'association valorisant l'heure solaire locale de la *Casamaures*.

Delphino (ci-après) est de retour à l'atelier des cadraniers ».



3.2 Pierre Labat : rose des vents

« Pour faire suite à quelques interrogations sur la rose des vents et les appellations locales, je vous adresse un tableau sur les vents en Bretagne. Il s'agit d'un document brut d'échanges avec Yann RIOU chercheur de mots locaux bretons. Sa traduction, en rouge, correspond à l'appellation locale de Lampaul Plouarzel. Si vous avez des questions, n'hésitez pas, ce sera avec plaisir pour les recherches ».

Paul Gagnaire complète le sujet : « Peut-être serai-je utile à vous tous, en vous donnant les références d'un livre consacré aux vents de France et qui est parfois bien commode, pour déchiffrer les inscriptions des roses des vents sur ces belles tables en ardoise, que vous aimez



tous. Voici : Honorin VICTOIRE, *Petite Encyclopédie des Vents de France* (les majuscules sont de l'éditeur), *Leur origine et leur histoire*. Éd. Jean-Claude Lattès, 2001.

L'auteur décrit 630 vents et dessine 34 roses. À la parution, il valait 22,11 € ou 145 F. Bonne lecture aux courageux.

Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

— Le fichier : NOMS DES VENTS seconde traduction_YR.doc.

3.3 Question/Réponse

Question : *Je dois construire un cadran solaire analemmatique dans une cour d'école ; mais le sol, au lieu d'être horizontal, présente une pente de 2°, montant de l'Ouest vers l'Est. Quelles sont les répercussions de cette pente sur l'heure lue au cadran ?*

Réponse (Denis Savoie) : Rappelons que le principe du cadran analemmatique est de lire l'heure solaire à partir de l'azimut du Soleil. À un instant donné, l'angle au sol (en théorie parfaitement horizontal) entre l'ombre du gnomon mobile et la ligne de midi, qui coïncide avec le méridien, est égal à l'azimut du Soleil. Si le sol est incliné, cet angle n'est plus l'azimut A mais un autre angle que l'on appellera A' . On supposera que le méridien du lieu a été correctement tracé, par exemple avec l'ombre méridienne d'un fil à plomb, la direction Nord-Sud géographique n'étant alors pas affectée par un plan incliné et déclinant. Enfin, on considérera que le gnomon est perpendiculaire au plan incliné.

Dans le cas qui nous occupe ici, on a donc un plan de déclinaison gnomonique $D = +90^\circ$ et d'inclinaison $z = 2^\circ$ (distance zénithale de la perpendiculaire au plan). L'azimut A' du Soleil se calcule par :

$$\tan A' = \frac{\sin H \cos z - \cos H \cos \varphi \sin \delta - \tan \delta \sin \varphi \sin z}{\sin \varphi \cos H - \cos \varphi \tan \delta}$$

On vérifie bien que si $z = 0^\circ$, on retrouve la formule classique donnant l'azimut du Soleil. Si le cadran analemmatique a été construit sans tenir compte de la pente, cela signifie que l'ombre du gnomon mobile va couper un plot horaire de l'ellipse à un angle horaire H qui ne correspond pas à celui pour lequel l'azimut est calculé. Par exemple à une latitude $\varphi = 48^\circ$, le jour du solstice d'été ($\delta = + 23.4333^\circ$), l'azimut du Soleil sur un cadran analemmatique

lorsque $H = 30^\circ$ vaut $A = 54.73497^\circ$. Il faut donc chercher quel est l'angle horaire du Soleil lorsque l'ombre du gnomon sur un plan incliné passe par cet azimut. Ce qui revient à extraire H de la formule ci-dessus en donnant à A' les valeurs théoriques de A (résolution d'une équation du type $a \sin H + b \cos H = 0$).

On vérifie que la plus grande erreur a lieu au solstice d'été vers midi et vaut (si $H = 0^\circ$) 1.983° soit $-7 \text{ min } 56 \text{ s}$ ($A' = -4.365^\circ$ à cet instant). Entre 10 h et 14 h, l'erreur est supérieure à 5 minutes puis décroît.

Au solstice d'hiver, l'erreur tombe à $-2 \text{ min } 47 \text{ s}$ à midi et reste supérieure à 5 minutes en valeur absolue aux équinoxes au méridien.

4 Gnomonique du monde

Sommaires des dernières revues ou bulletins :



La BUSCA de PAPER N° 86, printemps 2017 (sur papier et CD) de la **SOCIETAT CATALANA DE GNOMONICA, SCG**
 Reflexions. – "Relotges de sol", per S. Soler, p. 3. Editorial, p. 3. El rellotge de sol d'Àngela, per I. Pradells, p. 4. El Calendari, per J.Ma Casals, p. 6. Col·laboracions : una guia, p. 11. Museu dispers del rellotge (iv), per E. Farré, p. 12. El Sol, aquest desconegut, per P. Brunet, p. 15. Carta de direccions de sortida i posta de sol universal, per B. Cura, p. 17. Bulova Accutron, un rellotge revolucionari, per C. González, p. 19. Taller de bricolatge (8). Rellotges projectius (vii). per F. Clarà, p. 22. Fons documental de la SCG, p. 23. Rellotges de sol a la comarca dels Serrans (II), per R. Boyer, p. 24. Per a navegants, p. 27. Rellotges de sol del districte de Nou Barris, per G. Fera, p. 28. La ruta Salichs, p. 30. El 2016 en imatges, p. 31.



La BUSCA de PAPER N° 87, été 2017 (sur papier et CD) de la **SOCIETAT CATALANA DE GNOMONICA, SCG**
 Reflexions, per Eugeni Casanova, p. 3. Editorial, p. 3. L'antic rellotge de l'església de Fornells de la Selva, per C.González i B. Ciurana, p. 4. Pacte per a la reforma horària, p. 8. Racó literari, p. 9. Museu dispers del rellotge (V), per E. Farté, p. 10. He mirat aquesta terra, per J Olivares, p. 13. Nou rellotge de sol al Bruc (Anoia). per E. Farré, p. 15. Sobre el "Petit Traité de l'analem(m)e vertical" de M. Le Bourgeois (1599), per E. Mercier i P. Gagnaire, p. 16. "Trabaja y Rreloxo" Assignació de temps i activitats diàries segons una crònica il·lustrada del Perú colonial, per E. Martínez Almirón, p. 23. Passejada pels rellotges de sol de Tordera, per R. Vails i M. Mateu, p. 26. Quin error et pots permetre?, per G. Stapleton 28 llores vora mar (imatges), p. 31.



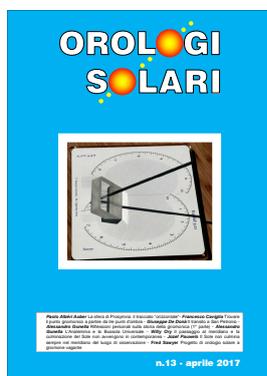
THE COMPENDIUM, Vol. 24, N° 2, juin 2017 (sur papier et CD) de la **NORTH SUNDIAL SOCIETY (NASS)**

Sundials for Starters – How Accurate Is A Sundial?, Robert L. Kellogg, p. 1. Bifilar Sundials Within Everyone’s Means, Gian C’asalegno, p. 5. A Universal Equinoctial Sundial & Hindu Time Measurement, Sue Mansion, p. 10. The Spherograph & Hyatt’s Celestial Coordinator, Erwin Wechsler, p. 12. A Foster-Lambert Sundial Showing Hours To Sunset, Steve Lelievre, p. 16. On A Sundial, William Crowell Doane, p. 20. How Uniform Standard Time Came About, Frank Leslie’s Popular, p. 21. Innards Of The Pilkington Gibbs Heliochronometer, J. Mike Shaw, p. 29. Notes On The Global Analemma, Mark Montgomery, p. 31. A Seattle Picnic Table Sundial, Arthur L. Kaufman, p. 34. Schemer’s 1562 Method For Building A Horizontal Sundial, Alessandro Gunella, p. 36. Some Chronograms On Sundials, James Hilton, p. 37. Digital Bonus, p. 38. The Tove’s Nest, p. 39. Sun Cannon in Åtvidaberg, Sweden, Solkanonklubben, back cover.



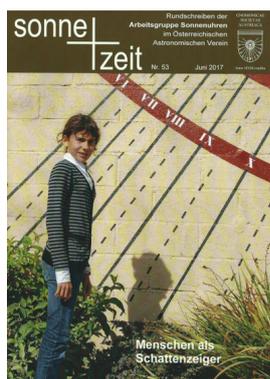
THE COMPENDIUM, Vol. 24, N° 3, Septembre 2017 (sur papier et CD) de la **NORTH SUNDIAL SOCIETY (NASS)**

Sundials for Starters – Other Shadow, Robert L. Kellogg, p. 1. An Eclipse Sundial For Perry County, Missouri, Donald Snyder, p. 5. The Hollow Hemispheric Sundial In The Vatican Museum, Ortwin Feustel, p. 10. Gnomonic Watch Faces, Gian Casalegno, p. 26. The Sundial Caroline, A.B. Mason (1891), p. 28. A Portable Sundial, Arthur L. Kaufman, p. 29. The First Meridian Line In The Basilica Of S. Petronio, Alessandro Gunella, p. 33. The Tore’s Nest, p. 38. Digital Bonus, p. 40. Usus Et Tractatio Gnomonis Magni, Fgnazio Danti (1576) back cover.



OROLOGI SOLARI N° 13, avril 2017, de la **CGI – Coordinamento Gnomonico Italiano** à télécharger sur le site : www.orelogisolari.eu.

p. 8 : La sfera di Prosymna : il tracciato "orizzontale", *Albéri Auber Paolo*. p. 31 : Trovare il punto gnomonico a partire da tre punti d'ombra, *Caviglia Francesco*. p. 35 : Il transito a San Petronio, *De Donà Giuseppe*. p. 46 : Riflessioni personali sulla storia della gnomonica (1^{er} parte), *Gunella Alessandro*. p. 55 : L'Analemma e la Bussola Universale, *Gunella Alessandro*. p. 58 : Il passaggio al meridiano e la culminazione del Sole non avvengono in contemporanea, *Ory Willy*. p. 61 : Il Sole non culmina sempre nel meridiano del luogo di osservazione, *Pauwels Jozef*. p. 65 : Progetto di orologio solare a gnomone vagante, *Sawyer Fred*.
RUBRICHE : p. 74 : Itinerari gnomonici : *Bosca Giovanni*. p. 85 : Rassegna riviste di gnomonica. p. 96 : Notizie gnomoniche. p. 101 : Pubblicazioni. p. 105 : Gnomonica nel Web, *Casalegno Gianpiero*. p. 106 : Quiz : *Nicelli Alberto*.



SONNE + ZEIT n° 53, juin 2017 (sur papier) du Groupe de travail pour les cadrans solaires de l'ÖSTERREICHISCHE ASTRONOMICAL SOCIETY

P. 4 – Eine ungewöhnliche Sonnenuhr. Wann der menschliche Beobachter selbst ala Schattenzeiger verdingt wird, gibt das Sonnenuhren einen besonderen Reiz. P. 9 – Helmut Sonderegger. 27 Jahre gemeinsamer Arbeit verbinden uns mit einem wertvollen und treuen Mitglied, zu dessen rundem Geburtstag wir von Herzen gratulieren. P. 10 – Eine neuartige Globussonnenuhr. Der virtuose Mechaniker Harald Grenzhäuser ist immer wieder gut für besonders anschauliche bewegliche Modelle zur Darstellung gnomonischer Sachverhalte. P. 14 – Wieder eine Sonnenuhr identifiziert Die im Rundschreiben Nr. 51 (Seite 24. Abb. 6) vorgestellte Sonnenuhr konnte von Arrmin Denoth identifiziert werden. P. 15 – Zum Nachdenken. Frechheit siegt : We eine Gruppe findiger Köpfe ihre Mittagspause verlängern konnte. P. 16 – Die chronometrische Tagundnachtgleiche. Wann (und wo?) sind Tag und Nacht wirklich gleich lang? P. 20 – Spuren astronomischer Beobachtungen. Ein Buch über 4500 Jahre alte Schalensteine gibt zu denken. Eine Buchbesprechung. P. 21 – Ein Steinmetz findet zu den Sonnenuhren. In einem modern eingerichteten Steinmetzbetrieb werden interessante Sonnenuhr-konstruktionen verwirklicht. P. 24 – Lösung der letzten Nachdenkaufgabe. Der „graue“ Mond kann bei guter Sicht wie ein Vollmond aussehen, wenn die von der Sonne beleuchtete Sichel dem Blick noch verborgen ist.



Bulletin 2017.1, n° 122, avril 2017 (sur papier) du De ZONNEWIJZERKRING

Colofon, Secretariaat, p. 2. Bijeenkomsten 2017, Secretariaat, p. 2. Van het bestuur, Secretariaat, p. 4. Excursie 2017, Secretariaat, p. 5. De Baselse uurtelling, Frans Maes, p. 7. Zonnewijzer Tricht tevens Maanwijzer, Astrid van der Werff, p. 11. Twee zonnewijzers in Zuid-Afrika, John Souverijn, p. 12. Een interactieve Westwijzer, Han Hoogenraad, p. 13. Giovanni heette toch Taddei en geen Caddei, Frans Maes, p. 15. Beelden in Gees, Hans Stikkelbroeck, p. 16. Auteursrechten op zonnewijzer : het geval "Timepiece", Frans Maes, p. 17. Tranentrekker, Han Hoogenraad, p. 18. De meridiaanlijn in de kerk van San Petronio in Bologna, Lidy Bolsman, p. 19.

Zonnewijzers in Nederland, Frans Maes, p. 21. Prijsvraag, Frans Maes, p. 25. Verslag van de bijeenkomst op 21 januari 2017 in Tricht, Secretariaat, p. 27. Verslag van de bijeenkomst op 25 maart 2017 in Tricht, Secretariaat, p. 30. Jaarverslag 2016 van De Zonnewijzerkring, Secretariaat, p. 34. Toelichting jaarrekening 2016 en begroting 2017, Penningmeester, p. 35/36. Content of Bulletin, Redactie, p. 37.



Zonnetijdingen 2017-2 (sur papier) de la ZONNEWIJZERKRING VLAANDEREN — VZW

Sommaire du n° 82 :

- Avant-propos
- Un cadran solaire à gnomon ambulant
- Les cadrans solaires dans les beaux-arts
- Les cadrans solaires auto-orientateurs
- Le patronyme de Giovanni était bien Taddei
- La Méridienne de lumière (2)
- Le cadran solaire de Labro
- Nouvelles des associations

↯→ Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire
paraître des informations dans cette rubrique. ←↯

This heading is open at every gnomonic society

Pour utilisation personnelle, des articles peuvent être numérisés et
envoyés à nos membres par mails, téléchargement ou par courrier
(prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant le poids.)

Réalisation : **Dominique Collin** (mise en forme & traitement L^AT_EX) et **Philippe Sauvageot**.

Informations arrêtées en août 2017.

CADRAN-INFO

publié par la Commission des Cadrans Solaires (CCS) de la Société Astronomique de France (SAF) est une revue spécialisée dans l'étude et la présentation des instruments de mesure du temps tel que : les cadrans solaires, les astrolabes et nocturlabes.

CADRAN-INFO regroupe la majorité des présentations faites lors des deux réunions annuelles de la CCS ainsi que des articles reçus en cours d'année. La revue est adressée gracieusement aux associations gnomoniques avec lesquelles nous sommes en relation en Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse.

CADRAN-INFO est devenu au cours des années UNE référence en matière d'études, de techniques, de méthodes, pour certaines totalement inédites. La liste des articles publiés depuis l'origine est fournie sur demande.

CADRAN-INFO paraît en mai et en octobre sous forme : papier (N&B ou en couleurs), numérique avec annexes en bonus (CD ou téléchargement).

Pour toute commande, abonnement... si vous êtes membre de la CCS contacter Ph. Sauvageot sinon adressez-vous au secrétariat de la SAF :

secretariat@saf-astronomie.fr

Ph. Sauvageot

Président de la commission des cadrans solaires

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les auteurs qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues *L'Astronomie* ou *Observations & Travaux* devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés après publication.
- ◆ Les articles⁵ sont à envoyer à Ph. Sauvageot par mail ou sur CD-Rom/DVD PC (sous format : .doc, .docx, .odt, Excel *ET* sous PDF), éventuellement sur papier.

5. Police : « **Times New Roman** », taille : 12, interligne : simple, marges : 2,5 cm avec en-tête et pied de page. Pour les formules ne pas utiliser « symbole » mais insertion « caractères spéciaux » sous Times New Roman.

- Alexandrie, 129
 Almageste, *voir* Ptolémée
 Angelus, 152
 Année tropique, 175
 Apian, Peter, 31, 140
 Armille équatoriale, 124
 Arnaldi, 153, 157
 Association
 Cherche Midi, 30
 Auguste de Saxe, 138
 Auvray, Joseph (Atelier Acacia), 192
- Backer van Kall, Jan, 81
 Backer van Kall, Pieter, 81
 Baradelle, 107, 110
 Barbarigo, Gregorio, 167
 Bion, Nicolas, 107, 110
 Boussole, *voir c.s.* Butterfield
 Brentel, Georg (l'Ancien), 30
 Brentel, Georg (le Jeune), 30–54
 British museum (Londres), 82
 Bullant, Jean, 98, 102
- Cadran
 de Roelas, 80
 Cadran solaire
 à Breganze (Vicenza), 170
 à Valdobbiadene (Trévise, It.), 167
 bifilaire, 18–29
 calice (Musée d'Écouen), 63–73
 conique, *voir c.s. calice*
 cylindrique
 à réflexion, *voir c.s. des Antonins*
 vertical concave, 30
 d'Hevelius, 77–87
 de Butterfield, 106–112
 de hauteur, 32, 136
 de hauteur portatif, 145
 de Theodosius Rubeus Priverna, 30
 des Antonins
 Saint-Antoine en Dauphiné, 30
 Saint-Sauveur de La Foucaudière, 30
- équant, 74–76
 islamique (à Sfax), 88
 Navicula, 97–105
 puits, *voir c.s. cylindrique*
 Table gnomonique de Saint-Mars-sous-Ballon (72), 191–194
 universel, 12–17
 Universel de Regiomontanus, 97
- Campanus de Novare, 41
 Carré des ombres, 136
 Cassini II, 134
 Cassini, Jacques, 133
 Cassini, Jean-Dominique, 133, 137
 Cléomède, 129
 Convertisseur
 planétaire, 51
 Copernic, Nicolas, 31
 Corso, Pietro, 170
 Courbe d'équant, 74, 75
 Courbe de temps moyen, *voir Méridienne*
 Courbes de prière, *voir Heures*
- Domification, 41
 Drecker, Joseph, 81
- Ecco, Umberto, 152
 Engrenage
 Raison d'engrenages, 177
 Raison d'un rouage solaire, 178
 Train d'engrenages, 177
 Équinoxes, 123–135
- Fantoni, 157
 Flora, Giovanni, *voir c.s. Valdobbiadene*
 Follador, Giovanni, 166–174
 Frank, Arthur, 81
- Gent, Robert H. van, 80
 Gnomon, 123–135
 Goethe, 152
 Golletland, Andrée, 159
 Grandjean de Fouchy, Jean Paul, 113
- Heures
 ab occasu, 49
 ab ortu, 49
 allemandes, 50
 de prière
 Asr, 90, 92
 Fajr, 90, 92
 Ishâ, 92
 Maghrib, 90, 92
 Zuhr, 90–92
 planétaires, 40, 41
 temporaires, 40
 de jour, 49
 de nuit, 49
 Hipparque, 124
 Huette, Frédéric, 121
- Ibn al-Raqqâm al-Andalusî, 89
- Jaipur, 131
 Jambon de Portici, *voir c.s. d'Hevelius*
 Jamnitzer, Wenzel, 136
 Jan Roelas van Vries, 77–87
- Kircher, A., 30
 Kragten, J., 98
- La Hire, 128
 Laplace, Pierre-Simon, 130
 Lasnier, 107, 110
 Latitude, 123–135
 Le Monier, Pierre Charles, 134
 Leovitio, Cypriano, 48
- Macrez, Claude, 74
 Maes, Frans, 74
 Maisons célestes, 41
 Maurolycus, Francesco, 31
 Menaeus, 136–151
 Ménant, 107
 Méridienne
 Cathédrale San Petronio, Bologne, 133
 de temps moyen
 Cadrans de Giuseppe Sarto (Tombolo, It.), 170

- Place de la Bourse (Nantes), 113–122
 Observatoire de Paris, 133
 Saint-Sulpice, Paris, 134
 Metropolitan Museum of Arts (New-York, USA), 82
 Michnik, Hugo, 18
 Montesquieu, 163
 Mosquée Zaytûna (Tunis), 89
 Mouchez, (amiral), 137
 Musée Galileo, Florence, 97
 Musée Astronomique de Bréra, 110
 Musée Boerhaave (Leiden, Hollande), 80
 Musée d’Histoire des Sciences (Oxford, Angleterre), 82
 Musée de Fries (Leeuwarden, Hollande), 77
 Musée de Jedrzejow (Pologne), 155
 Musée de la Renaissance d’Écouen, 63
 Musée des Arts Appliqués (Budapest, Hongrie), 82
 Musée maritime de Hollande (Amsterdam), 81
 Musée Mikołaja Kopernika (Frombork, Pologne), 82
 Musée national de Haute-Autriche (Lintz), 82
 Musée Pomorski (Gdansk, Pologne), 80
 Musée Przytkowski (Jedrzejów, Pologne), 85
 Nutation, 134
 Obliquité de l’écliptique, 123–135, 141
 Oronce Fine, 31, 98, 101
 Padoue, Université, Séminaire, 167
 Paltrinieri, G., 159
 Pieter Terpstra, 77–87
 Price, D. de Solla, 98
 Pro Pan Klima, 77
 Ptolémée, Claude, 124
 Purman, Markus, 67
 Qibla, 91, 94
 Quart de cercle, 134, 135
 Ragiomontanus, 41
 Rama yantra, 132
 Regiomontanus, 31, 97
 Regiomontanus, (système de), 41
 Reinhold, E., 140
 Riccioli, 153, 156
 Robic, Joël, 74
 Rohr, R. R. J., 152
 Sagot, Robert, 74
 Sarto, Giuseppe (Pie X), 169
 Sawai Jai Singh II, 131
 Schwilgué, Jean Baptiste, 175
 Sfax (Tunisie), voir c.s.
 Shihâb al-Dîn al-Maqsi, 89
 Sneewins, Willem, 81
 Solstices, 123–135
 Surya Siddhanta, 131
 Syène, 129
 Temps
 moyen, 113, 169
 vrai, 113
 Trevisse (It.), 169
 Turner, A.J., 110
 Ulug Beg (Observatoire), 133
 Université Harvard, (Musée de), 53
 Valdobbiadene (It.), 166
 Volvelle, 94, 95
 Wilzeck, Comte de, 157
 Zappeck, F., 82
 Zinner, Ernst, 31



Photo : Denis Savoie

Cadran de Jamnitzer (1578)