

## Au Sommaire :

- Cadrans solaires originaux, sans style
- Cadran de hauteur "Volpaia"

- Histoire

Canoniaux "au-delà du temps"  
Cadran multiple

- Réalisations

Cadrans "Gahon"  
Cadran sur composite  
Cadrans avec des clous  
Cadran à fibres optiques  
Deux cadrans iraniens

- Découvertes

Retour d'un bloc gnomonique

- Etudes

Réfraction et gnomonique  
Gnomonique catoptrique  
Meije, méridienne naturelle

- Informations

Nouveaux Cadrans, les secrets  
du château-observatoire  
d'Abbadia, questions  
gnomoniques, livres et revues,  
sociétés étrangères.





## Sommaire du N° 26

Sommaire en allemand, anglais, espagnol		traduction de : D. Collin, R. Kriegler, M. Lambalieu.	
<a href="#">Réfraction et gnomonique</a>		Baillet Gérard	5
<a href="#">Gnomonique catoptrique</a>	☞	Collin Dominique	24
<a href="#">Meije, méridienne naturelle</a>		Gagnaire Paul	50
<a href="#">Cadrans Gahon</a>		Gahon Claude	59
<a href="#">Cadran solaire sur composite (faites les vous-même de J. Theubet)</a>	☞	Kieffer Maurice	67
<a href="#">Cadran sans style et cent clous</a>		Kieffer Maurice	71
<a href="#">Cadran multiple de Saint-Guen</a>		Labat Pierre	78
<a href="#">Cadran optique</a>		Malassiné Serge	86
<a href="#">Retour d'un multiface</a>		Poncelet Jean Marie	94
<a href="#">Cadran de hauteur "Volpaia"</a>		Savoie Denis	99
<a href="#">Cadran d'Iran</a>		Savoie Denis	106
<a href="#">Canoniaux "au-delà du temps"</a>		Schneider Denis	114
<a href="#">Informations diverses</a> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Dernières réalisations ou découvertes</li> <li>◦ Les secrets du château d'Abbadia</li> <li>◦ Documents à disposition</li> <li>◦ Calcul des angles horaires</li> <li>◦ Correctif à formules à "Cadrans à réflexion" dans <i>Cadran Info</i> n° 25</li> <li>◦ Articles à paraître</li> </ul>	☞ ☞	Contributeurs à cette rubrique: B. Alix, H. de Barbeyrac, G. Bouteville, P.J. Dallet, Y. Guyot, M. Kieffer, J.L Labaye, J.J Ludwig, A. Marchal, J.P Martin, J.C Olive, P. Robo, Ph. Sauvageot, D. Savoie, P. Schmit Sociétés étrangères.	119

CD :  Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe"

**Couverture de "Cadran Info" : Cadran solaire de hauteur "Volpaia"  
(référence article de Denis Savoie)**



**D : Inhaltsverzeichnis Cadran-Info n° 26**

<b>Brechung und Gnomonik</b> von <b>Baillet Gérard</b>
<b>Catoptrique Gnomonik</b> von <b>Collin Dominique</b> ☐
<b>Meije, eine natürliche Sonnenuhr</b> von <b>Gagnaire Paul</b>
<b>Gahons Sonnenuhren</b> von <b>Gahon Claude</b>
<b>Sonnenuhren auf Verbundwerkstoff graviert</b> von <b>Kieffer Maurice</b> (do-it yourself/J. Theubet)
<b>Sonnenuhr ohne Schattenstab aber mit hundert Nägeln</b> von <b>von Kieffer Maurice</b> ☐
<b>Sonnenuhr mit mehreren Zifferblättern bei Saint-Guen</b> von <b>Labat Pierre</b>
<b>Optische Sonnenuhr</b> von <b>Malassiné Serge</b>
<b>Rückkehr einer Sonnenuhr mit verschiedenen Zifferblättern</b> von <b>Poncelet Jean Marie</b>
<b>Volpiais Höhensonnenhr</b> von <b>Denis Savoie</b>
<b>Eine persische Sonnenuhr</b> von <b>Denis Savoie</b>
<b>Canonische Sonnenuhren "Jenseits der Zeit"</b> von <b>Schneider Denis</b>
<b>Verschiedene Informationen:</b> Kürzlich gemachte Schöpfungen und Entdeckungen ☐, Abbadia Schloß Geheimnisse, Verfügbare Dokumente und Berechnungen von Stundenwinkeln ☐, Korrekturen von Formeln über „Reflexsonnenuhren“ aus dem Cadran Info N° 25 ", Artikel, die veröffentlicht werden



**E: Sumari Cadran-Info n° 26**

<b>Refracción y gnomonica</b> por <b>Baillet Gérard</b>
<b>Gnomonica catóptrico</b> por <b>Collin Dominique</b> ☐
<b>Meije, tumbona natural</b> por <b>Gagnaire Paul</b>
<b>Cuadrantes Gahon</b> por <b>Gahon Claude</b>
<b>Reloj de sol sobre compuesto</b> por <b>Kieffer Maurice</b> (hechas los el usted de J. Theubet) ☐
<b>Cuadrante sin estilo y ciento clavos</b> por <b>Kieffer Maurice</b>
<b>Cuadrante múltiple de Saint-Guen</b> por <b>Labat Pierre</b>
<b>Cuadrante óptico</b> por <b>Malassiné Serge</b>
<b>Vuelta de un multiface</b> por <b>Poncelet Jean Marie</b>
<b>Cuadrante de altura "Volpaia"</b> por <b>Denis Savoie</b>

<b>Cuadrante de Irán</b> por <b>Denis Savoie</b>
<b>Canónicos "más allá del tiempo"</b> por <b>Schneider Denis</b>
<b>Distinta información</b> : Últimas realizaciones o descubrimientos  , Los secretos del castillo de Abbadia, Documentos a disposición, Cálculo de los ángulos horarias  , Correctivo a fórmulas a "Cuadrantes a reflexión" en Cadran-Info n° 25, Artículos que deben parecerse



## GB : Contents Cadran-Info n° 26

<b>Refraction and gnomonics</b> by <b>Baillet Gérard</b>
<b>Catoptric gnomonics</b> by <b>Collin Dominique</b> 
<b>Meije, a natural meridian</b> by <b>Gagnaire Paul</b>
<b>Gahon sundials</b> by <b>Claude Gahon</b>
<b>Sundial engraved on composite material</b> by <b>Kieffer Maurice</b> (do-it yourself/J. Theubet)
<b>Sundial without style but with hundred nails</b> by <b>Kieffer Maurice</b> 
<b>Multiple faces sundial at Saint-Guen</b> by <b>Labat Pierre</b>
<b>Optical sundial</b> by <b>Malassiné Serge</b>
<b>Multiple faces sundial return</b> by <b>Poncelet Jean Marie</b>
<b>Volpaia's altitude sundial</b> by <b>Denis Savoie</b>
<b>Iranian sundial</b> by <b>Denis Savoie</b>
<b>Canonical sundials "beyond the time "</b> by <b>Schneider Denis</b>
<b>Miscellaneous information</b> : Recent makings and discoveries  , Abbadia castle secrets, Available documents, Calculation of hour angles  , Corrections to formulae in Cadran info N°25 "reflective sundials", Articles to be published



## I: Indice Cadran-Info n° 26

La sintesi della prossima Cadran Info sarà tradotto in italiano. Ci scusiamo per il ritardo

## CADRAN-INFO

est un moyen de diffusion d'articles gnomoniques rédigés principalement par les membres de la "commission des cadrans solaires" de la SAF.

Il vient en complément des publications de la **Société Astronomique de France**: "L'Astronomie" avec son article mensuel concernant les cadrans solaires et "Observations & travaux" qui présentent épisodiquement des sujets concernant la gnomonique.

**CADRAN-INFO** regroupe la majorité des présentations faites lors de nos 2 réunions annuelles ainsi que des articles reçus en cours d'année.

**CADRAN-INFO** est devenu au cours des années UNE référence d'études, de techniques, de méthodes pour certaines totalement inédites.

**CADRAN-INFO** paraît en Mai et en Octobre sous forme: papier (N&B ou en couleurs) et CD (les N°1 à 5 sont des scans des tirages papier).

A partir du N°11, la version CD comprend des annexes (logiciels, documents...)

La liste des articles parus depuis le premier numéro est disponible sur demande.

Dans un souci d'échanges de connaissances et d'informations, **CADRAN-INFO** est offert aux autres associations gnomoniques (Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse).

Ph. Sauvageot

Président de la Commission des cadrans Solaires

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les articles<sup>1</sup> sont à envoyer à Ph. Sauvageot par mail ou sur CDrom/DVD PC (Word, Excel, **PAS DE PDF**) éventuellement sur papier.
- ◆ Les personnes qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues "L'Astronomie" ou "Observations & Travaux" devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources et/ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés aux auteurs après publication.

**Pour tout renseignement:**

Ph. SAUVAGEOT 7, rue de Gloriette 91640 Vaugrigneuse: [sauvageotph@wanadoo.fr](mailto:sauvageotph@wanadoo.fr)

Ou au secrétariat de la SAF, 3 rue Beethoven 75016 PARIS

*Aucun caractère publicitaire dans nos articles ou informations*

<sup>1</sup> Police: Times New Roman, taille: 12, marges: 2,5



# Réfraction et gnomonique

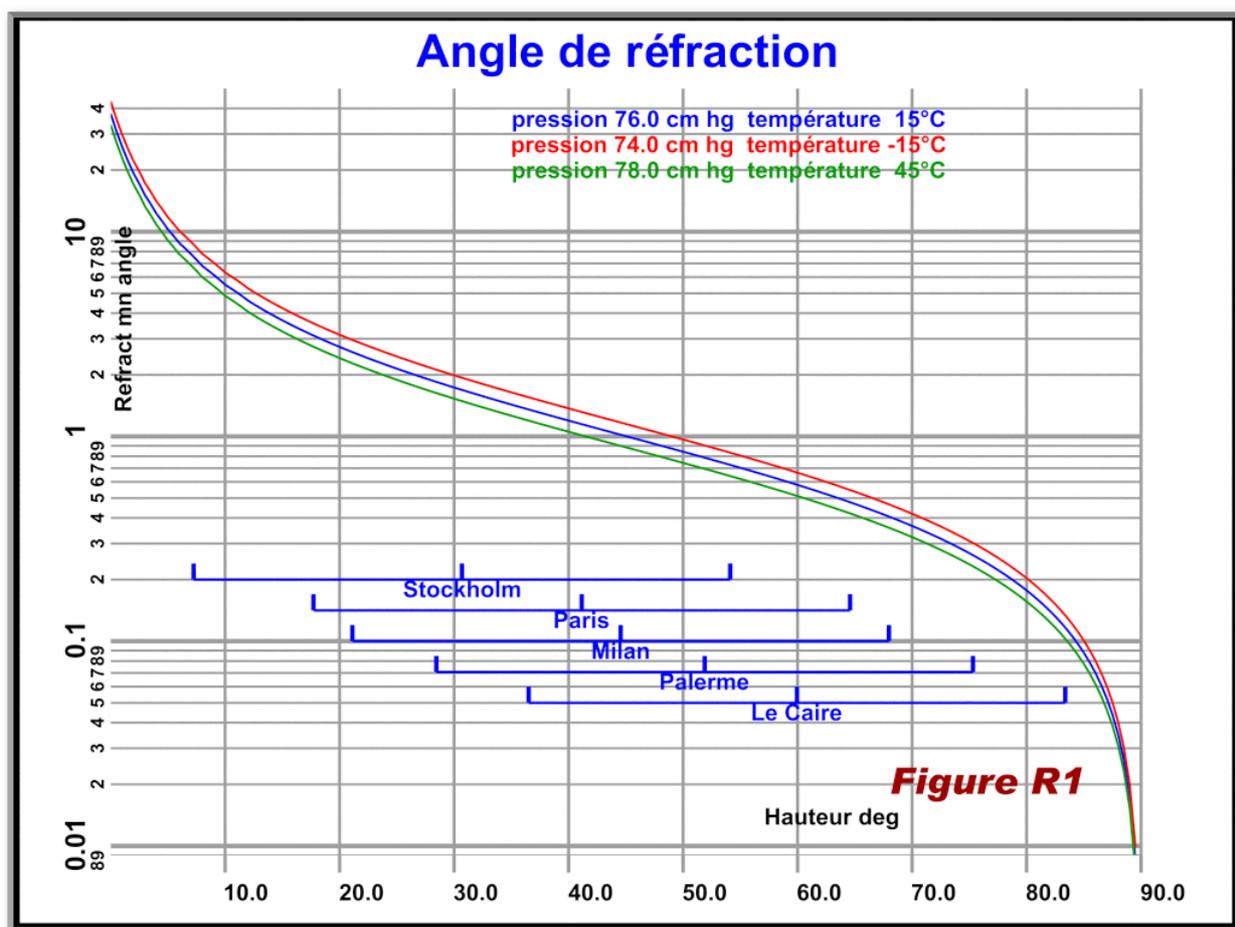
Gérard BAILLET

La réfraction est un phénomène qui affecte les observation astronomiques. Elle a pour effet d'augmenter la "hauteur" apparente des astres. Se pose alors la question de son incidence sur l'heure indiquée par un cadran soleil, abordée dans la première partie de l'article. Pour aller plus loin dans les valeurs de la réfraction, l'auteur présente en deuxième partie, une méthode de calcul de la réfraction.

## 1 – Réfraction et cadrans solaires

La réfraction est un phénomène général qui affecte toutes les observation astronomiques sur terre. La couche d'air qui environne la terre "augmente la hauteur sur l'horizon" de tous les astres. On les voit plus haut qu'il ne sont en réalité.

### Valeurs de la réfraction



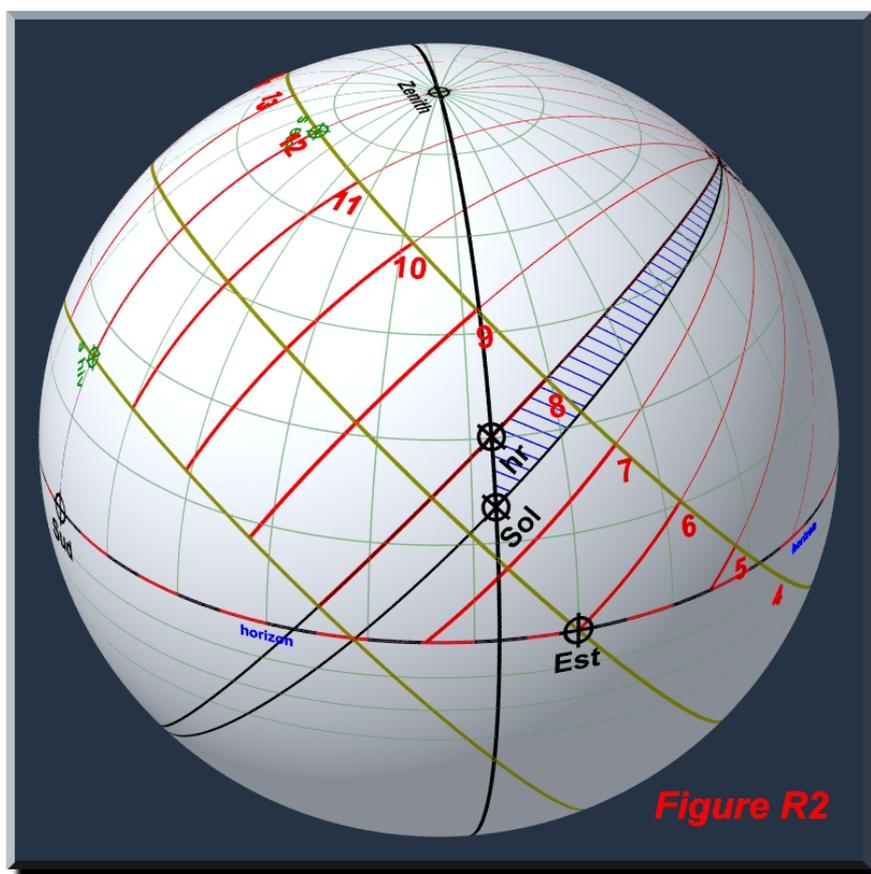
La réfraction est calculée à partir des valeurs de pression et température donnée par l'Organisation de l'aviation civile internationale OACI<sup>1</sup>, (en anglais International Civil Aviation Organization).

Les valeurs utilisées ici (voir mode de calcul en deuxième partie de l'article), sont identiques à celles indiquées dans « Guide de données astronomiques 2012 » de IMCCE<sup>2</sup>.

La figure R1 donne la valeurs de la réfraction en fonction de la hauteur de l'astre sur l'horizon, trois valeurs sont données pour des conditions de température et de pression "extrêmes", pour ces conditions l'angle de réfraction varie d'environ + ou – 10%. Dans l'étude des cadrans solaires les paramètre:humidité de l'air et la longueur d'onde ne sont pas à prendre en compte. Pour cinq villes, on a matérialisé la plage de variation de la hauteur du soleil sur l'horizon à midi.

### Effet de la réfraction sur la lecture de l'heure

- Effet de la réfraction sur la lecture de l'heure.
- ° Visualisation de l'effet



Les figures R2 et R3 représente la sphère céleste locale, la direction marquée "Sol" pointe dans la direction du soleil sans tenir compte de l'atmosphère (sans réfraction), le point marqué "hr" pointe dans la direction du soleil en tenant compte de l'atmosphère (de la réfraction) dans le cas présent il indique 8h solaire.

L'angle entre les points "Sol" & "hr" est l'angle de réfraction, il est exagéré sur la figure. Sans atmosphère la mesure de l'heure donnerais 7h30 environ.

L'angle au pôle nord du triangle hachuré donne le décalage du temps.

Les même remarque sont valides pour la figure R3. Avec l'atmosphère on lit 16h et sans on lirait 16h30

1- J'ai pris en compte les valeurs jusqu'à 50 km d'altitude.

2 - A noter qu'un faible écart est trouvé pour les valeurs proche de l'horizon. Ainsi pour 10° je trouve 5'32" au lieu de 5'30" et pour 1°, 25'10" au lieu de 25'37"

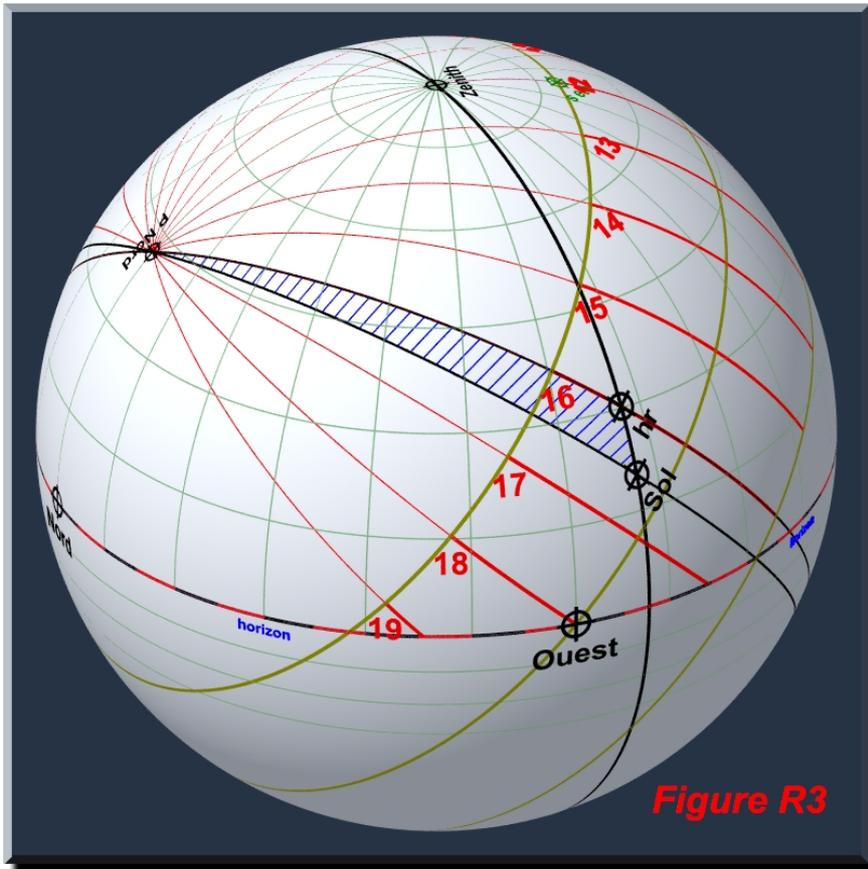


Figure R3

Pour passer de l'heure lue à l'heure solaire réelle (sans atmosphère), il faut après midi ajouter un temps. Il faut avant midi retrancher un temps.

° Valeur de la correction

Le calcul de l'écart de temps est effectué pour des latitudes de 30°, 40°, 50°, 60° (figure R4 à R7). Chaque graphique porte en abscisse l'heure solaire en ordonnée l'écart de temps en seconde de temps si l'on ne prend pas en compte la réfraction, 5 courbes sont représentées allant du solstice d'été à celui d'hiver avec un pas égal à la déclinaison maximum du soleil divisé par 2.

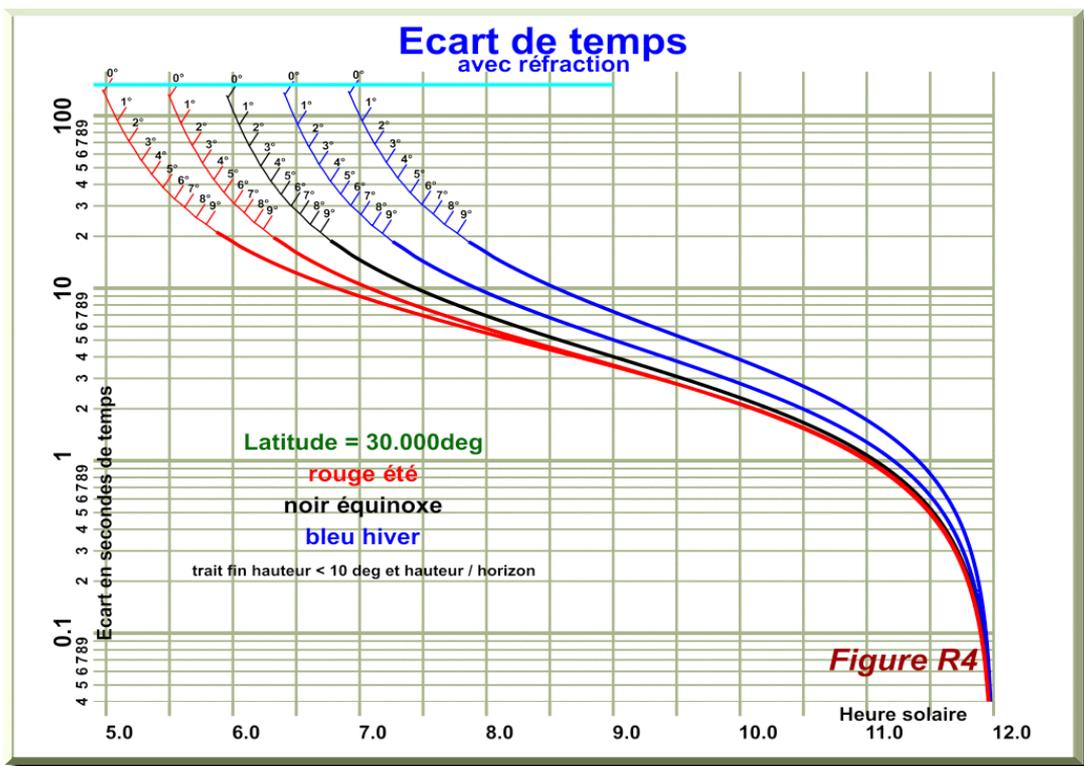
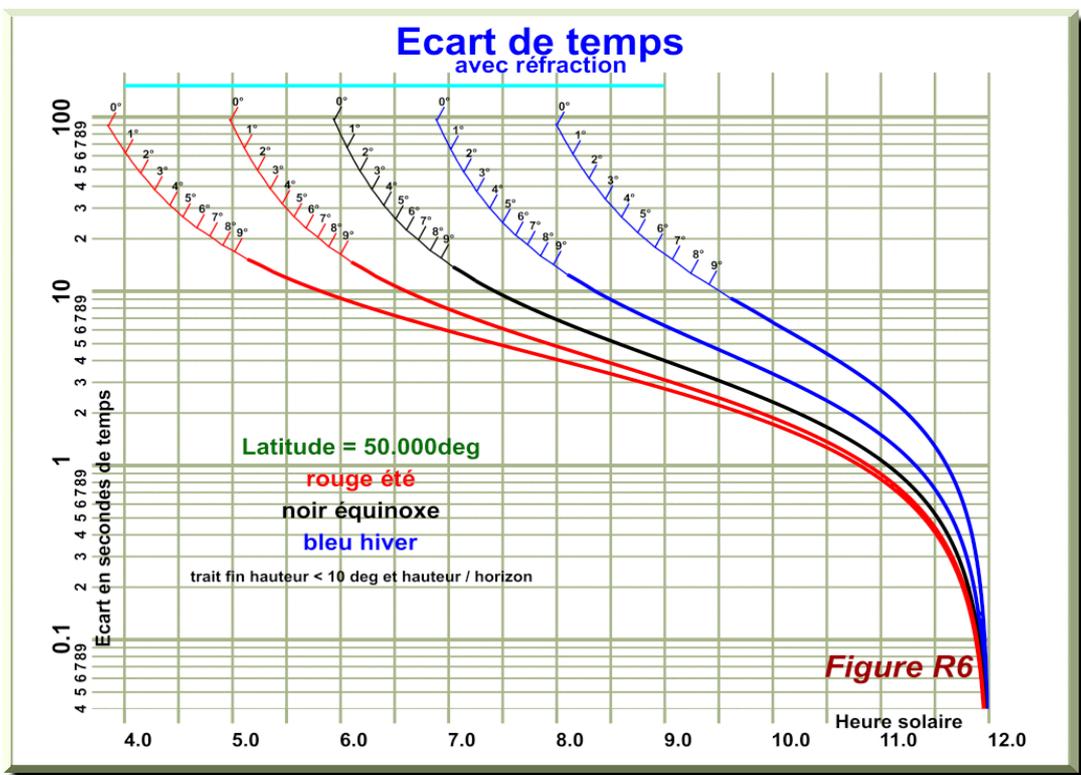
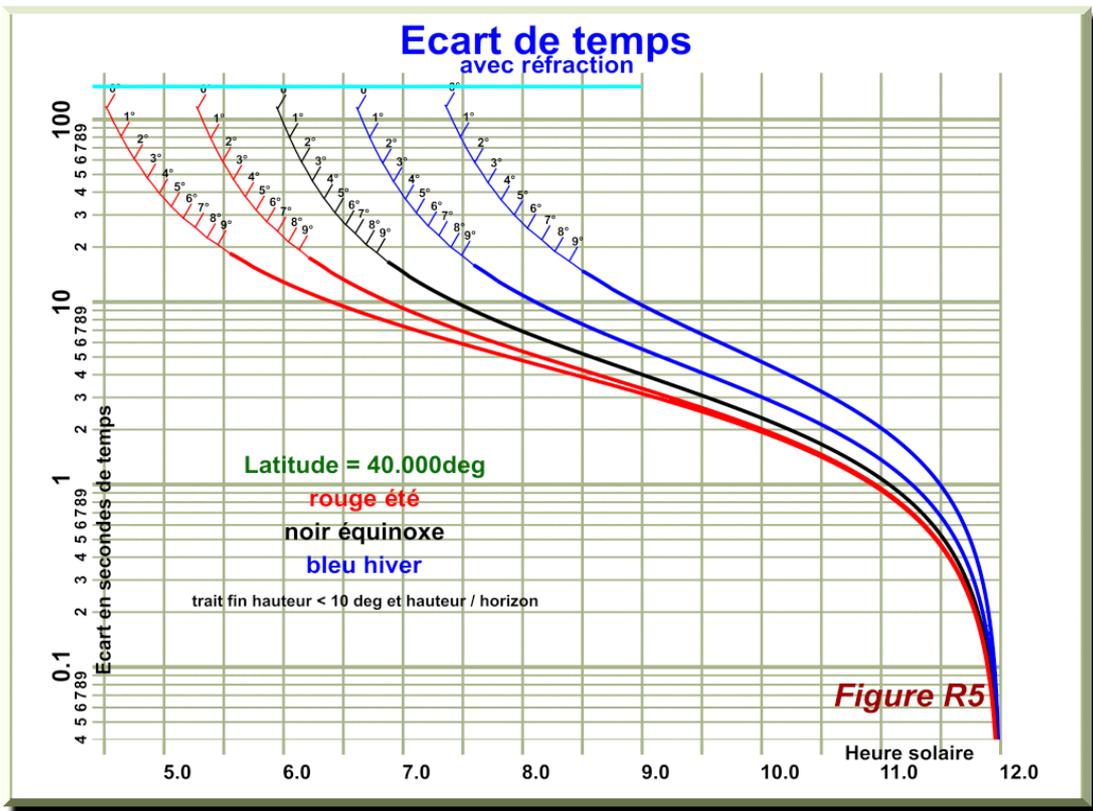
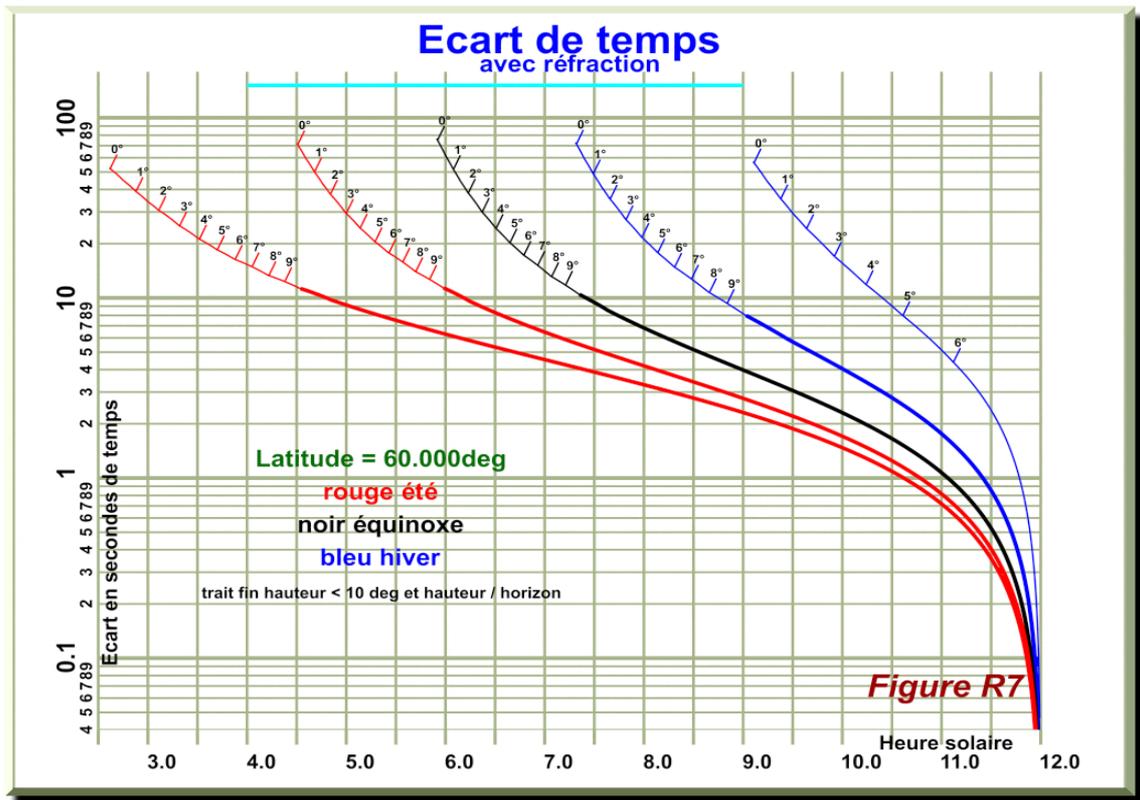


Figure R4





### Effet de la réfraction sur un cadran solaire

Nous aborderons le problème du choix suivant : faut-il oui ou non tracer les lignes d'heure en tenant compte de la réfraction.

Nous nous contenterons de donner des éléments de choix approximatifs, si l'on veut plus de précision il est nécessaire d'effectuer les calculs dans le cas particulier du cadran à réaliser.

Deux cas sont à prendre en compte :

1. un cadran solaire classique
2. Une méridienne à l'intérieur d'un bâtiment

#### - Cadran solaire classique

Supposons un cadran vertical, avec, pour une heure et une déclinaison donnée, une distance parcouru par l'image de l'œilleton de 10cm en une heure, pour simplifier on suppose la vitesse de déplacement constante.

La tâche de lumière se déplace donc en :

- 1 seconde de  $100 / 3600 = 0,027$  mm
- en 10 secondes de : 0,27 mm
- en 1 mn de 1,6mm

Ces trois valeurs sont à comparer avec l'effet de la dimension angulaire du soleil : 100 mm représente un déplacement angulaire du soleil de  $15^\circ$  (à l'équinoxe) ce qui donne pour la projection du soleil :  $(100 / 15) * (32 / 60) = 3,5$ mm

Ces 3,5mm sont la dimension de la pénombre dans le sens du déplacement de la tache

Si l'on prend une latitude de  $50^\circ$  l'erreur obtenu en ne prenant pas en compte la réfraction atmosphérique dépasse une minute de temps pour une hauteur du soleil inférieur à  $1^\circ$  au dessus de

l'horizon (figure R6).

Il faut aussi prendre en compte que rare sont les cadrans qui ont une vue sur l'horizon théorique, il existe souvent des masques : bâtiments, arbre, relief...

La comparaison de toutes ces valeurs justifie le tracé sans tenir compte de la réfraction. Les puristes pourront néanmoins l'introduire dans le tracé mais dans ce cas, comme les lignes d'heures ne sont pas des droites, il ne faut pas utiliser de style polaire mais seulement un œilleton.

Les cadrans solaires horizontaux rejettent les parties de lignes d'heures proche de l'horizon en dehors du cadran l'intégration de la réfraction est dans ce cas totalement inutile.

### **- Les méridiennes**

Les méridiennes sont des cadrans solaires qui donne le midi vrai ou moyen du lieu. Comme on peut le voir sur les figures R4 à R7 l'erreur pour le midi vrai est nulle et pour le midi moyen nettement inférieur à la seconde de temps. Il est donc inutile de corriger une méridienne de la réfraction.

Cependant certaines méridiennes sont utilisées pour déterminer la déclinaison du soleil dans ce cas il faut tenir compte de la réfraction pour les graduations de déclinaison.

## **2 – Calcul de la réfraction atmosphérique<sup>3</sup>**

### **Au sommaire**

Généralités

Atmosphère standard

Indice de réfraction de l'air

- Indice en condition standard
- Variation de l'indice avec la température et la pression

Principe du calcul de la réfraction atmosphérique

- Éléments de départ
- Principe de calcul
  - ° Valeur pour la première couche
  - ° Calcul de l'angle de réfraction

Validation du calcul

- Analyse des résultats

Effet des paramètres

- Effet de la longueur d'onde
- Effet de la température à l'altitude 0
- Effet de la pression atmosphérique à l'altitude 0
- Effet de l'altitude
- Effet d'une anomalie de température
- Effet du rayon de la terre
- Remarque sur les effets

Exemple d'utilisation 14

Conclusion

---

3 - Une publication dans Observations & Travaux est prévue pour cette deuxième partie

## Généralités

- Il existe, pour les amateurs plusieurs méthodes pour déterminer la réfraction atmosphérique.
- Les tables : comme dans Guide de données astronomiques (IMCCE) ;
  - Les équation approchant la réfraction (voir introduction aux éphémérides astronomiques (Bureau des Longitudes) ou le Danjon ;

Dans les deux cas il faut appliquer des corrections pour tenir compte de la distance zénithale, de la pression atmosphérique, de la température, de l'altitude du lieu et dans une moindre mesure la longueur d'onde et l'humidité de l'air. Ces corrections nécessitent aussi l'usage de tables.

Une méthode de calcul direct de la réfraction astronomique à partir de l'atmosphère standard est cependant possible, les corrections faisant directement partie du calcul.

## Atmosphère standard

On peut retrouver la définition de l'atmosphère standard dans l'article de Wikipédia : « atmosphère normalisée ».

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Atmosph%C3%A8re\\_normalis%C3%A9e](http://fr.wikipedia.org/wiki/Atmosph%C3%A8re_normalis%C3%A9e)

dont les caractéristiques sont les suivantes :

TROPOSPHÈRE		
altitude (m)	pression (hPa)	température (°C)
10000	265	-50,0
9000	307	-43,5
8000	357	-37,0
7000	411	-30,5
6000	471	-24,0
5000	541	-17,5
4000	617	-11,0
3500	658	-7,5
3000	700	-4,5
2500	746	-1,0
2000	794	2,0
1500	845	5,5
1000	900	8,5
500	955	12,0
0	1 013	15,0

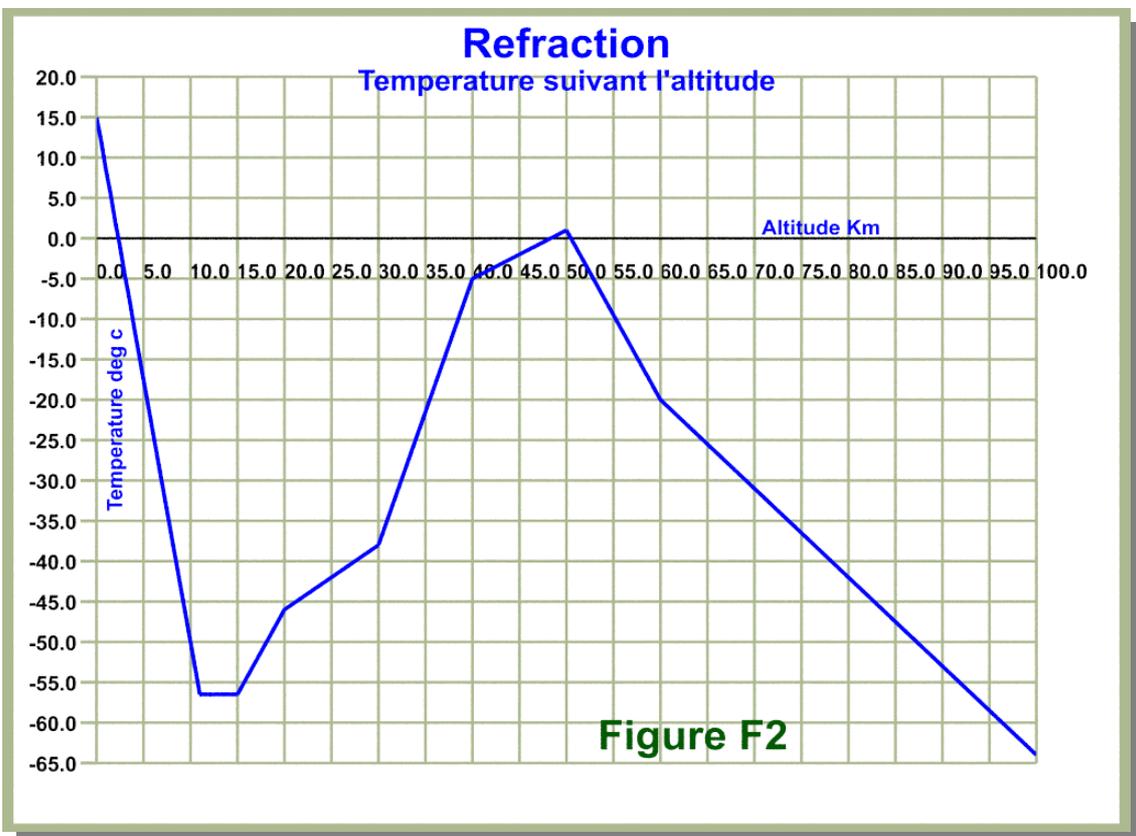
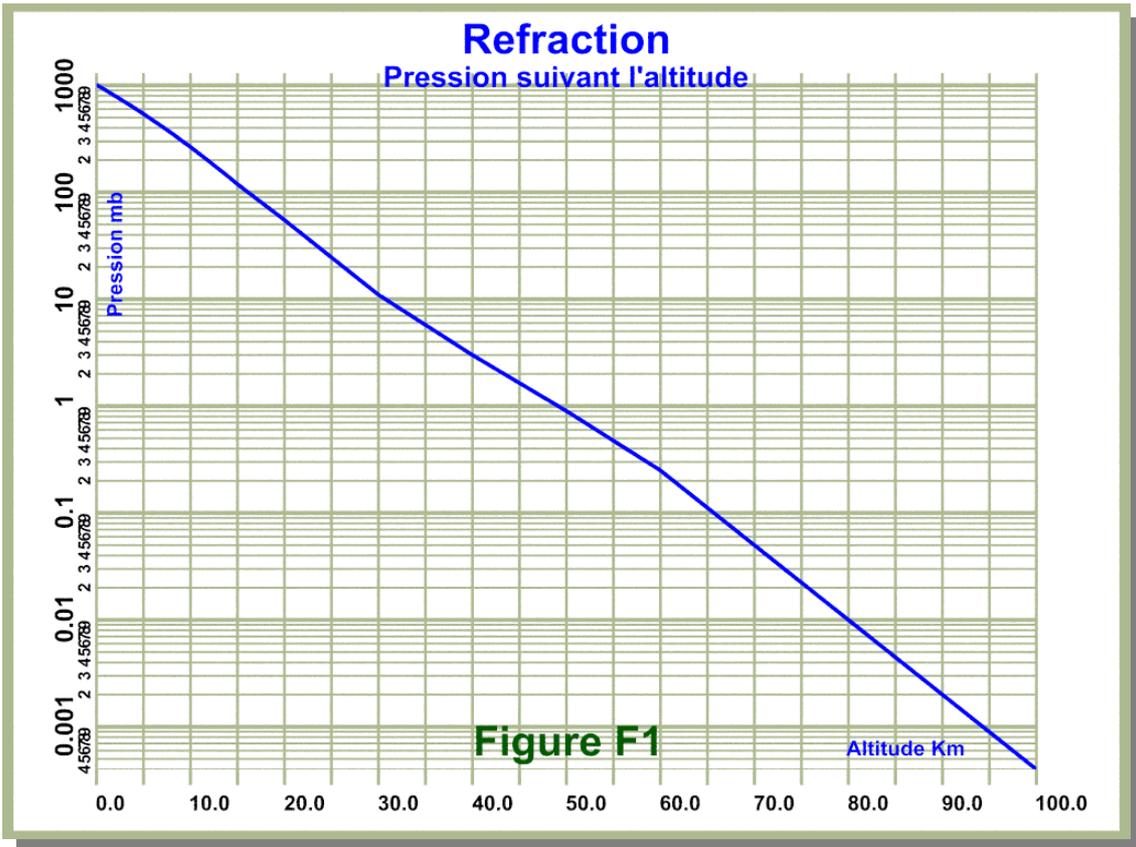
TROPOPAUSE / STRATOSPHERE / STRATOPAUSE		
altitude (km)	pression (hPa)	température (°C)
50	0,9	+1
40	3	-5
30	11	-38
20	55	-46
15	119	-56,5
14	141	-56,5
13	165	-56,5
12	194	-56,5
11	227	-56,5

MÉSOSPHERE ET AU-DELÀ		
altitude (km)	pression (hPa)	température (°C)
500	$1,1 \cdot 10^{-8}$	-97,7
400	$4,4 \cdot 10^{-8}$	-97,3
300	$2,0 \cdot 10^{-7}$	-95,3
200	$1,3 \cdot 10^{-6}$	-82,2
100	$4,0 \cdot 10^{-4}$	-64
60	$2,5 \cdot 10^{-1}$	-20

Pour la pression atmosphérique, on effectue une interpolation logarithmique (sur la pression) entre les altitudes données tandis que

pour la température on effectue une interpolation linéaire entre les altitudes définies.

Nous utiliserons les valeurs jusqu'à 100 Km d'altitude.



## Indice de réfraction de l'air

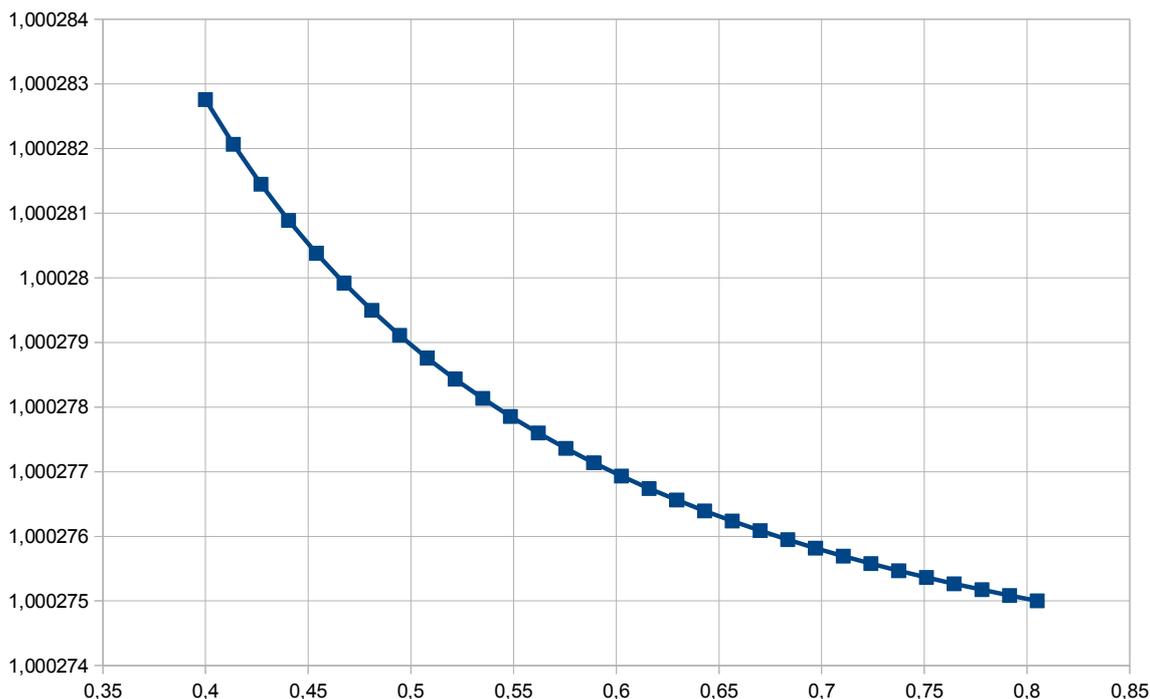
### - Indice en condition standard

Les conditions standard sont une pression de 1013,25 mbar et une température de 15°C la formule donne l'indice suivant la longueur d'onde .

avec :  $\rho = 1000 / \text{longueur d'onde}$                       longueur d'onde en nanomètres

$$n_s = 1 + 6,4328 \cdot 10^{-5} + (2,94981 \cdot 10^{-2} / (146 - \lambda^2)) + (2,554 \cdot 10^{-4} / (41 - \lambda^2))$$

Voir ci dessous la représentation graphique de l'indice de réfraction de l'air suivant la longueur d'onde en micron, dans la zone visible.



### - Variation de l'indice avec la température et la pression

$$n = 1 + (n_s - 1) \times (p / p_s) \times (t_s / t)$$

n : indice de réfraction de l'air pour une pression et une température donnée

t : température en °kelvins

t<sub>s</sub> : 288,15 °kelvins

p : pression en mbar

p<sub>s</sub> : 1013,25 mbar

n<sub>s</sub> : indice de réfraction calculé dans : " - Indice en condition standard"

### Principe du calcul de la réfraction atmosphérique

#### - Éléments de départ

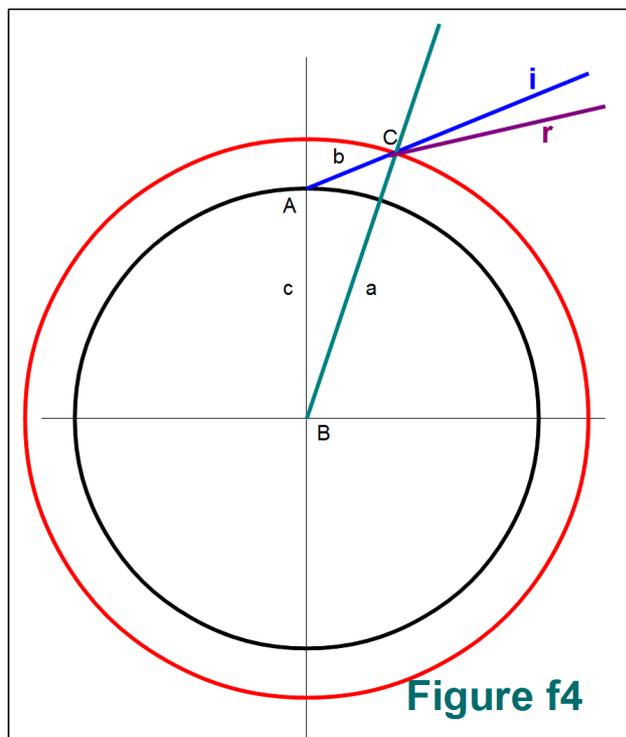
Afin de calculer la réfraction de l'atmosphère on prend l'atmosphère standard défini au paragraphe " Atmosphère standard ", en se limitant à l'altitude de 100km.

On suppose la terre sphérique de rayon 6370km.

On choisit la longueur d'onde de 0,59 micron soit la couleur jaune.

### - Principe de calcul

On divise l'atmosphère en couches concentriques d'épaisseur variable, afin de tenir compte de la variation de l'indice de réfraction avec la pression. La loi choisie est telle que l'épaisseur de la couche  $n+1 = (\text{épaisseur de la couche } n) \times k$  ; avec  $k$  constant.



La couche est limitée par les deux cercles rouge et noir. On suppose que l'indice de réfraction de chaque couche est constant et égal à sa valeur au milieu de la couche.

Le rayon incident  $i$  est marqué en bleu.

Le rayon réfracté  $r$  à la sortie de la couche est marqué en magenta. Il est dans la couche suivante.

$B$  est le centre de la terre. Dans le triangle  $ABC$  :

On connaît  $BA = c$  et  $BC = a$

On connaît l'angle  $A$

il faut déterminer les angles :  $C$  et  $B$ , soit :

$$\hat{C} = \arcsin(c \times \sin(\hat{A}) / a)$$

$$\hat{B} = 180 - \hat{A} - \hat{C}$$

en considérant  $C$  comme l'angle incident

on calcul l'angle réfracté (entre la normale  $BC$  et le rayon  $r$ ).

Soit **indice1** l'indice de réfraction en tenant compte de la température, de la pression, de la longueur d'onde du milieu de la couche. Idem pour **indice2** de la couche suivante. ( Voir les chapitres Atmosphère standard et Indice de réfraction de l'air).

$$\text{ang}_{\text{refr}} = \arcsin((\text{indice1}/\text{indice2}) \times \sin(\hat{C}))$$

Pour passer à la couche suivante, on doit :

calculer la nouvelle valeur de  $\hat{A}$

$$\hat{A} = 180 - \text{ang}_{\text{refr}}$$

effectuer la somme des angles  $\hat{B}$

$$\text{somm}_B = \text{somm}_B + \hat{B}$$

calculer la nouvelle épaisseur de couche

$$\text{ep}_{\text{couche}} = \text{ep}_{\text{couche}} \times \text{coef}$$

affecter la nouvelle valeur à  $c$

$$c = a$$

affecter la nouvelle valeur à  $a$

$$a = c + \text{ep}_{\text{couche}}$$

° **Valeur pour la première couche**

Valeurs initiales des paramètres :

avec **ang<sub>horiz</sub>** angle de l'astre vu au dessus de l'horizon

$$\widehat{A} = 90 + \text{ang}_{\text{horiz}}$$

$$\text{somm}_b = 0$$

nombre de couches

$$\text{nb}_{\text{couche}} = 1000 \quad (\text{par exemple})$$

le coefficient multiplicateur pour passer à l'épaisseur de la couche n+1

$$\text{coef} = \exp(\ln(100) / \text{nb}_{\text{couche}})$$

l'épaisseur de la couche de départ en Km

$$\text{ep}_{\text{couche}} = \text{coef} - 1$$

Rayon de la terre en Km :

$$\text{rayon}_{\text{terre}} = 6370$$

altitude du lieu en Km : **alt<sub>Lieu</sub> = 0** (par exemple)

valeurs de a et c :

$$c = \text{rayon}_{\text{terre}} + \text{alt}_{\text{Lieu}}$$

$$a = c + \text{ep}_{\text{couche}}$$

° **Calcul de l'angle de réfraction**

Lorsque l'on atteint l'altitude maximum (100km), on calcule l'angle de réfraction en minutes :

$$\text{Refract} = [\text{ang}_{\text{horiz}} - (90 - (\text{somm}_B + \text{ang}_{\text{ref}}))] \times 60$$

**Validation du calcul**

La meilleure théorie à ma disposition est dans le livre : « *INTRODUCTION AUX ÉPHÉMÉRIDES ASTRONOMIQUES* » par le BUREAU DES LONGITUDES ISBN : 2-86883-298-9

La théorie utilise 9 tableaux pour corriger la réfraction suivants divers paramètres.

Pour les distances zénithales > 70° j'utilise un tableau de valeurs

Pour les distances zénithales < 70° j'utilise une formule

La formule et le tableau entrés dans le logiciel donne le résultat suivant :

alt = 0.000    temp = 15.000deg C    press atmosph = 1013.00mb    long onde = 0.590micron

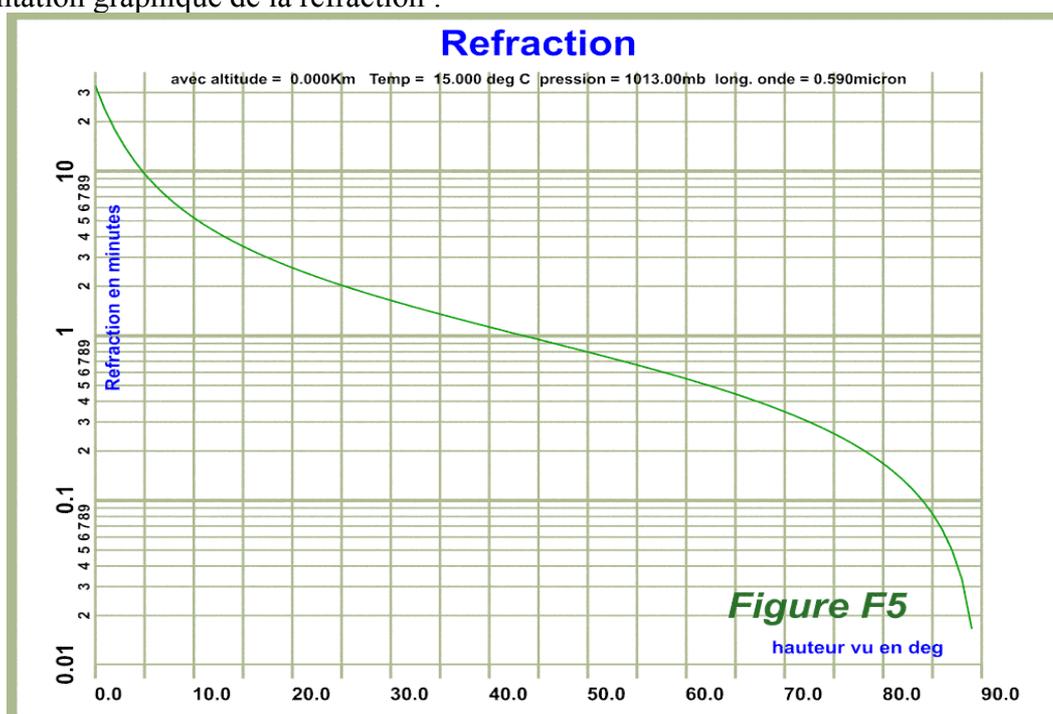
Hauteur vu                      Refraction

Colonne c1                    hauteur vue au dessus de l'horizon en degrés  
 Colonne c2                    Réfraction calculée par Gbt minutes et secondes  
 Colonne c3                    distance zénithale en degrés  
 colonne c4                    réfraction minutes et secondes à partir du livre du BDL  
 « introduction aux éphémérides astronomiques »  
 ISBN 2-86883-298-9  
 colonne c5                    tabl : valeur de la table 7.3.3 page 198  
                                      calc calculé à partir de la formule 7.3.7 page 193  
                                       $57",085 \cdot \tan z_0 - 0",0666 \cdot \tan^3 z_0$   
 Colonne c6                    écart en seconde entre les deux valeurs  
 Colonne c7                    écart exprimé en 1/1000 de la valeur

c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7
0.0	32' 58.9''	90.0	32' 58.0''	tabl	0.976''	0.494
1.0	23' 30.2''	89.0	23' 29.4''	tabl	0.768''	0.545
2.0	17' 45.2''	88.0	17' 44.4''	tabl	0.823''	0.774
3.0	14' 1.4''	87.0	14' 1.0''	tabl	0.453''	0.538
4.0	11' 28.3''	86.0	11' 27.9''	tabl	0.334''	0.485
5.0	9' 38.6''	85.0	9' 38.4''	tabl	0.243''	0.419
6.0	8' 17.1''	84.0	8' 16.9''	tabl	0.176''	0.354
7.0	7' 14.5''	83.0	7' 14.4''	tabl	0.125''	0.288
8.0	6' 25.1''	82.0	6' 25.1''	tabl	0.091''	0.236
9.0	5' 45.3''	81.0	5' 45.3''	tabl	0.072''	0.209
10.0	5' 12.6''	80.0	5' 12.5''	tabl	0.058''	0.187
11.0	4' 45.2''	79.0	4' 45.2''	tabl	0.047''	0.164
12.0	4' 22.0''	78.0	4' 22.0''	tabl	0.033''	0.125
13.0	4' 2.1''	77.0	4' 2.1''	tabl	0.026''	0.106
14.0	3' 44.8''	76.0	3' 44.8''	tabl	0.024''	0.106
15.0	3' 29.7''	75.0	3' 29.7''	tabl	0.019''	0.091
16.0	3' 16.3''	74.0	3' 16.3''	tabl	0.014''	0.072
17.0	3' 4.4''	73.0	3' 4.4''	tabl	0.010''	0.053
18.0	2' 53.8''	72.0	2' 53.8''	tabl	0.009''	0.051
19.0	2' 44.2''	71.0	2' 44.2''	tabl	0.009''	0.053
20.0	2' 35.5''	70.0	2' 35.5''	calc	0.021''	0.134
21.0	2' 27.5''	69.0	2' 27.5''	calc	0.015''	0.101
22.0	2' 20.3''	68.0	2' 20.3''	calc	0.011''	0.076
23.0	2' 13.6''	67.0	2' 13.6''	calc	0.007''	0.056
24.0	2' 7.5''	66.0	2' 7.5''	calc	0.005''	0.040
25.0	2' 1.8''	65.0	2' 1.8''	calc	0.003''	0.027
26.0	1' 56.5''	64.0	1' 56.5''	calc	0.002''	0.017
27.0	1' 51.5''	63.0	1' 51.5''	calc	0.001''	0.009
28.0	1' 46.9''	62.0	1' 46.9''	calc	0.000''	0.003
29.0	1' 42.6''	61.0	1' 42.6''	calc	-0.000''	-0.002
30.0	1' 38.5''	60.0	1' 38.5''	calc	-0.001''	-0.007
31.0	1' 34.7''	59.0	1' 34.7''	calc	-0.001''	-0.010
32.0	1' 31.1''	58.0	1' 31.1''	calc	-0.001''	-0.013
33.0	1' 27.7''	57.0	1' 27.7''	calc	-0.001''	-0.016
34.0	1' 24.4''	56.0	1' 24.4''	calc	-0.002''	-0.018
35.0	1' 21.3''	55.0	1' 21.3''	calc	-0.002''	-0.020
36.0	1' 18.4''	54.0	1' 18.4''	calc	-0.002''	-0.021
37.0	1' 15.6''	53.0	1' 15.6''	calc	-0.002''	-0.023
38.0	1' 12.9''	52.0	1' 12.9''	calc	-0.002''	-0.024
39.0	1' 10.4''	51.0	1' 10.4''	calc	-0.002''	-0.025
40.0	1' 7.9''	50.0	1' 7.9''	calc	-0.002''	-0.026
41.0	1' 5.6''	49.0	1' 5.6''	calc	-0.002''	-0.026
42.0	1' 3.3''	48.0	1' 3.3''	calc	-0.002''	-0.027
43.0	1' 1.1''	47.0	1' 1.1''	calc	-0.002''	-0.028
44.0	0' 59.0''	46.0	0' 59.0''	calc	-0.002''	-0.028
45.0	0' 57.0''	45.0	0' 57.0''	calc	-0.002''	-0.029
46.0	0' 55.1''	44.0	0' 55.1''	calc	-0.002''	-0.029
47.0	0' 53.2''	43.0	0' 53.2''	calc	-0.002''	-0.030
48.0	0' 51.3''	42.0	0' 51.4''	calc	-0.002''	-0.030
49.0	0' 49.6''	41.0	0' 49.6''	calc	-0.002''	-0.031
50.0	0' 47.9''	40.0	0' 47.9''	calc	-0.001''	-0.031
51.0	0' 46.2''	39.0	0' 46.2''	calc	-0.001''	-0.032

52.0	0'	44.6''	38.0	0'	44.6''	calc	-0.001''	-0.032
53.0	0'	43.0''	37.0	0'	43.0''	calc	-0.001''	-0.032
54.0	0'	41.4''	36.0	0'	41.4''	calc	-0.001''	-0.033
55.0	0'	39.9''	35.0	0'	39.9''	calc	-0.001''	-0.033
56.0	0'	38.5''	34.0	0'	38.5''	calc	-0.001''	-0.033
57.0	0'	37.1''	33.0	0'	37.1''	calc	-0.001''	-0.033
58.0	0'	35.7''	32.0	0'	35.7''	calc	-0.001''	-0.034
59.0	0'	34.3''	31.0	0'	34.3''	calc	-0.001''	-0.034
60.0	0'	32.9''	30.0	0'	32.9''	calc	-0.001''	-0.034
61.0	0'	31.6''	29.0	0'	31.6''	calc	-0.001''	-0.035
62.0	0'	30.3''	28.0	0'	30.3''	calc	-0.001''	-0.035
63.0	0'	29.1''	27.0	0'	29.1''	calc	-0.001''	-0.035
64.0	0'	27.8''	26.0	0'	27.8''	calc	-0.001''	-0.035
65.0	0'	26.6''	25.0	0'	26.6''	calc	-0.001''	-0.035
66.0	0'	25.4''	24.0	0'	25.4''	calc	-0.001''	-0.036
67.0	0'	24.2''	23.0	0'	24.2''	calc	-0.001''	-0.036
68.0	0'	23.1''	22.0	0'	23.1''	calc	-0.001''	-0.036
69.0	0'	21.9''	21.0	0'	21.9''	calc	-0.001''	-0.036
70.0	0'	20.8''	20.0	0'	20.8''	calc	-0.001''	-0.036
71.0	0'	19.7''	19.0	0'	19.7''	calc	-0.001''	-0.037
72.0	0'	18.5''	18.0	0'	18.5''	calc	-0.001''	-0.037
73.0	0'	17.5''	17.0	0'	17.5''	calc	-0.001''	-0.037
74.0	0'	16.4''	16.0	0'	16.4''	calc	-0.001''	-0.037
75.0	0'	15.3''	15.0	0'	15.3''	calc	-0.001''	-0.037
76.0	0'	14.2''	14.0	0'	14.2''	calc	-0.001''	-0.037
77.0	0'	13.2''	13.0	0'	13.2''	calc	-0.000''	-0.038
78.0	0'	12.1''	12.0	0'	12.1''	calc	-0.000''	-0.038
79.0	0'	11.1''	11.0	0'	11.1''	calc	-0.000''	-0.038
80.0	0'	10.1''	10.0	0'	10.1''	calc	-0.000''	-0.038
81.0	0'	9.0''	9.0	0'	9.0''	calc	-0.000''	-0.038
82.0	0'	8.0''	8.0	0'	8.0''	calc	-0.000''	-0.038
83.0	0'	7.0''	7.0	0'	7.0''	calc	-0.000''	-0.038
84.0	0'	6.0''	6.0	0'	6.0''	calc	-0.000''	-0.038
85.0	0'	5.0''	5.0	0'	5.0''	calc	-0.000''	-0.038
86.0	0'	4.0''	4.0	0'	4.0''	calc	-0.000''	-0.038
87.0	0'	3.0''	3.0	0'	3.0''	calc	-0.000''	-0.038
88.0	0'	2.0''	2.0	0'	2.0''	calc	-0.000''	-0.038
89.0	0'	1.0''	1.0	0'	1.0''	calc	-0.000''	-0.038

Représentation graphique de la réfraction :



### - Analyse des résultats

D'une distance zénithale de :

- 0° à 83° il y a un écart < 0,1 seconde d'arc.
- 0° à 67 il y a un écart < 0,01seconde d'arc
- 83° à 90° l'écart reste inférieur à 0,976 seconde d'arc

Pour donner une importance de l'écart entre les méthodes on peut donner la variation de température qui produit le même écart entre les deux valeurs :

- à l'horizon l'écart est équivalent à 0,14°C
- À 45° de l'horizon l'écart est équivalent à 0,0080°C

Sachant qu'un thermomètre ne mesure que sa propre température, que la température de l'air peut varier de plusieurs degrés par heure, ces écarts ne sont pas significatifs.

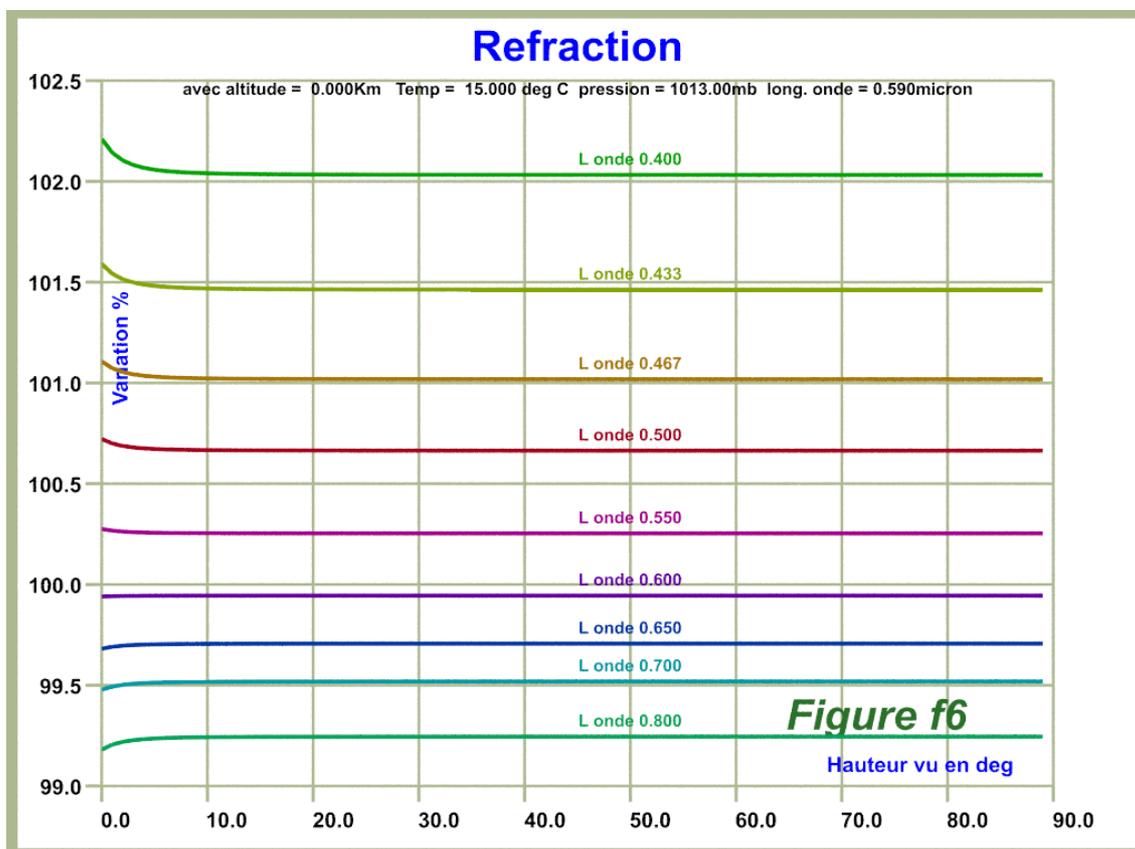
La méthode développée est donc très approchante de la théorie indiquée dans l'ouvrage du Bureau des Longitudes

### Effet des paramètres

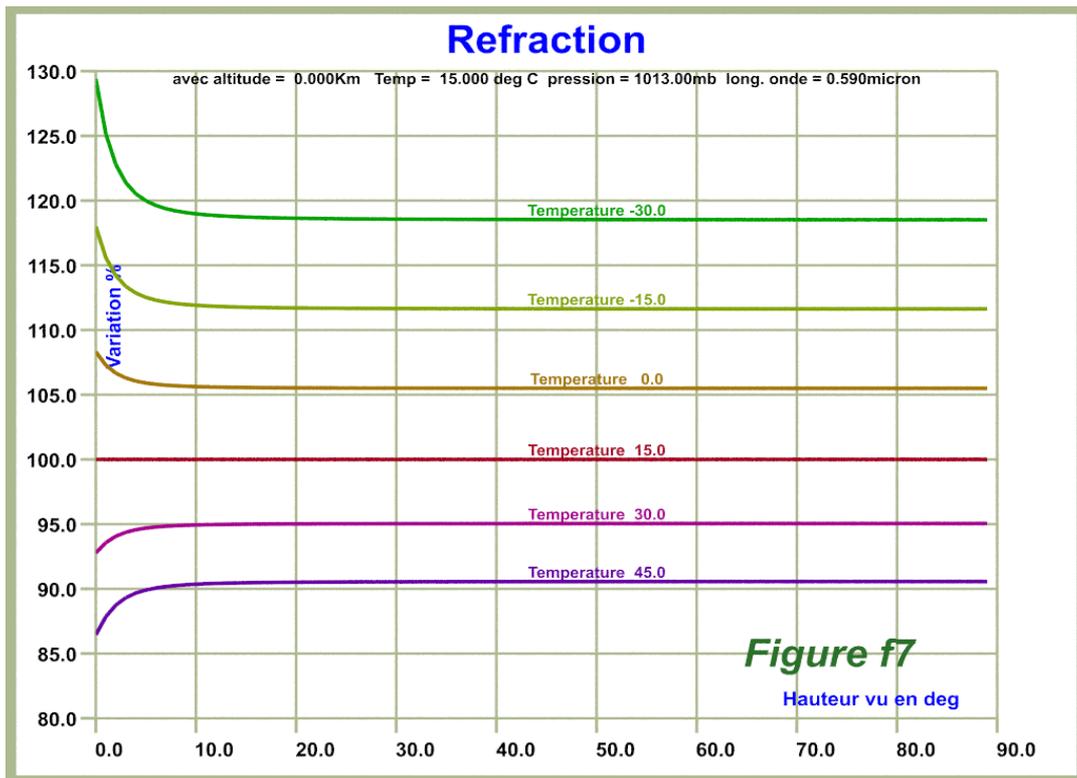
Dans les chapitres suivants on présente le rapport entre la réfraction calculée avec la modification du paramètre et la réfraction en standard (indiquée en haut des graphique), ce rapport est multiplié par 100 pour chaque distance zénithale.

Pour les variations, de pression ou de température à l'altitude 0 Km, on fait décroître celle ci progressivement jusqu'à zéro à 10 km d'altitude.

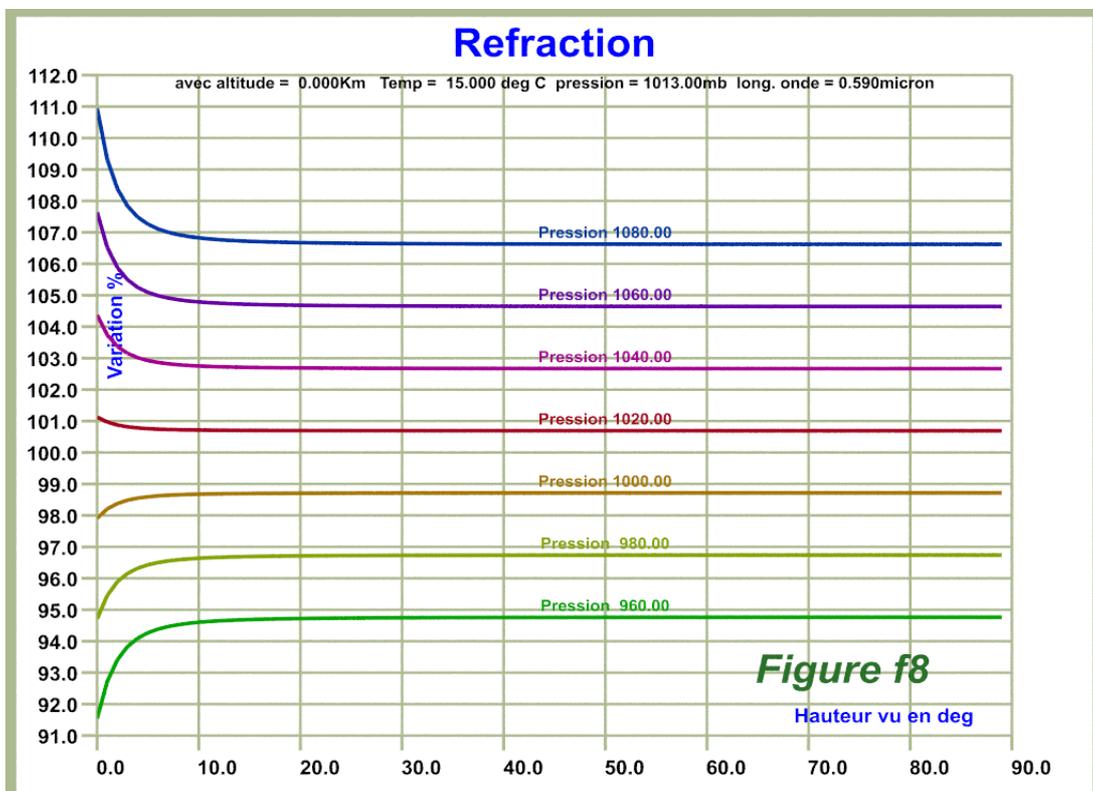
### - Effet de la longueur d'onde



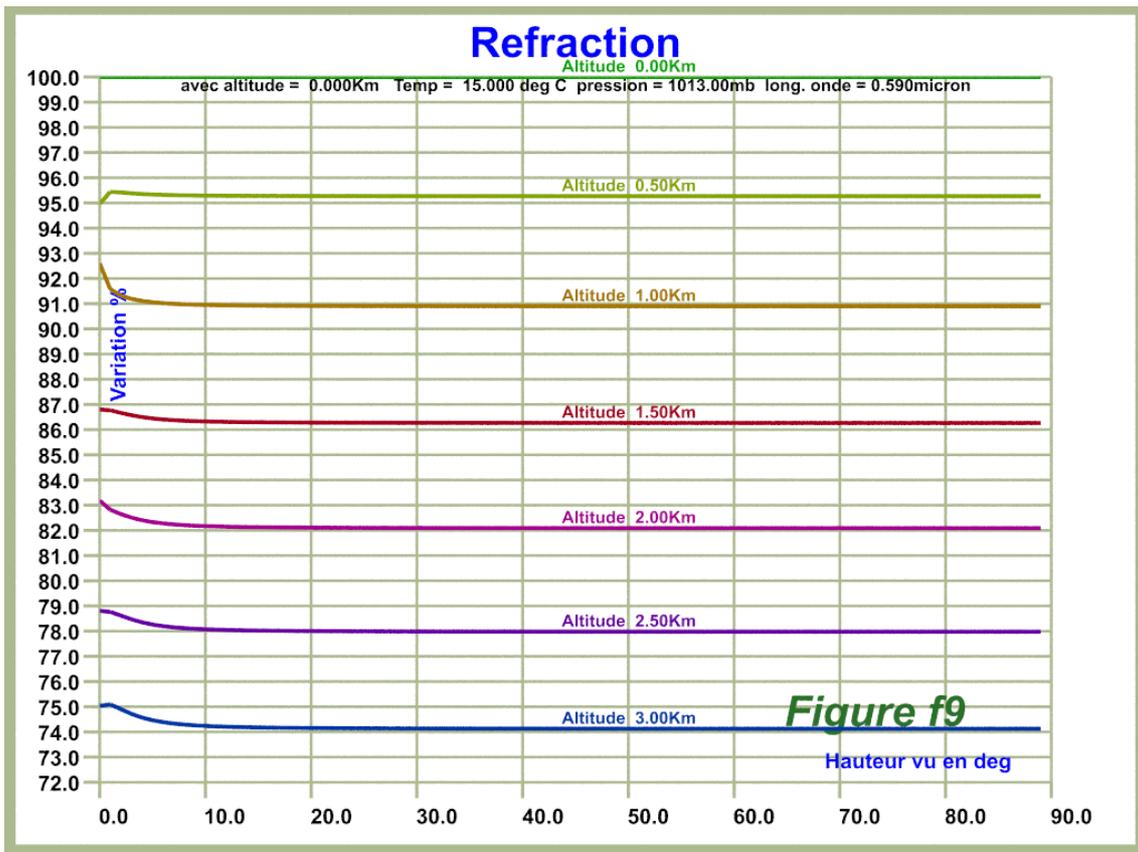
- Effet de la température à l'altitude 0°



- Effet de la pression atmosphérique à l'altitude 0°

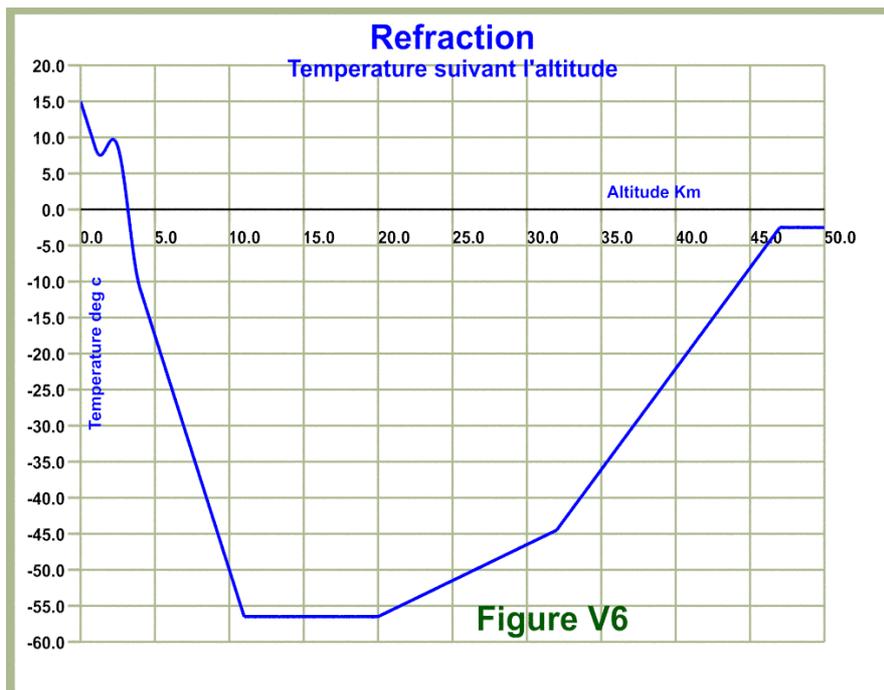


**- Effet de l'altitude**

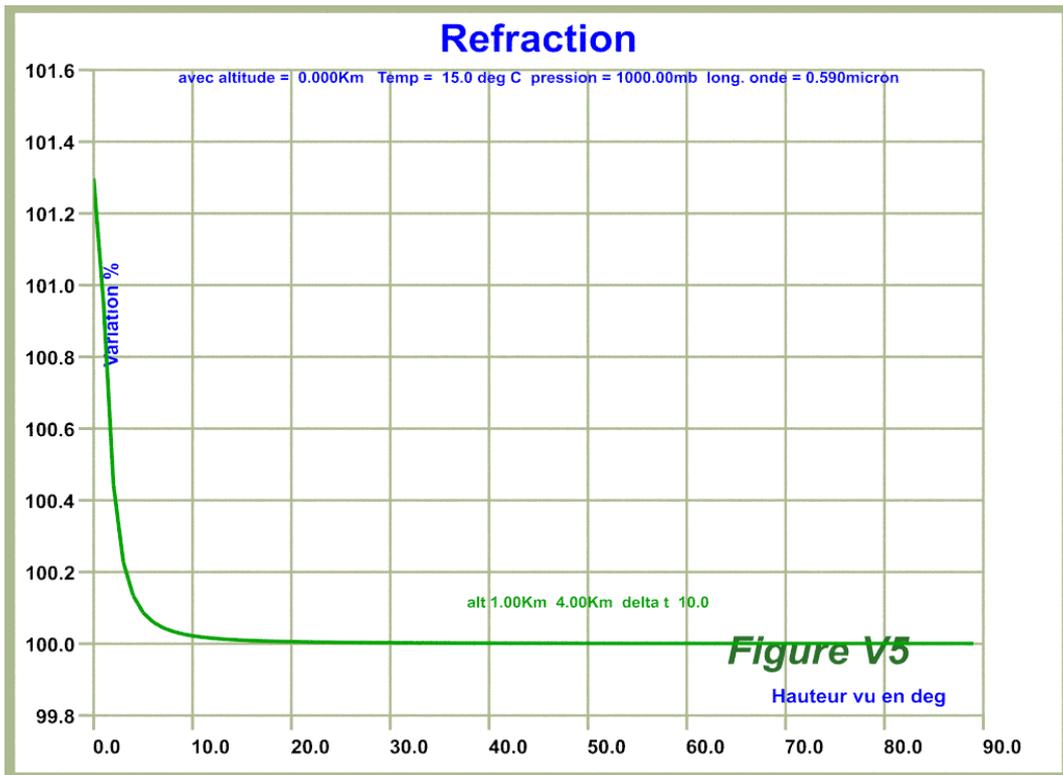


**- Effet d'une anomalie de température**

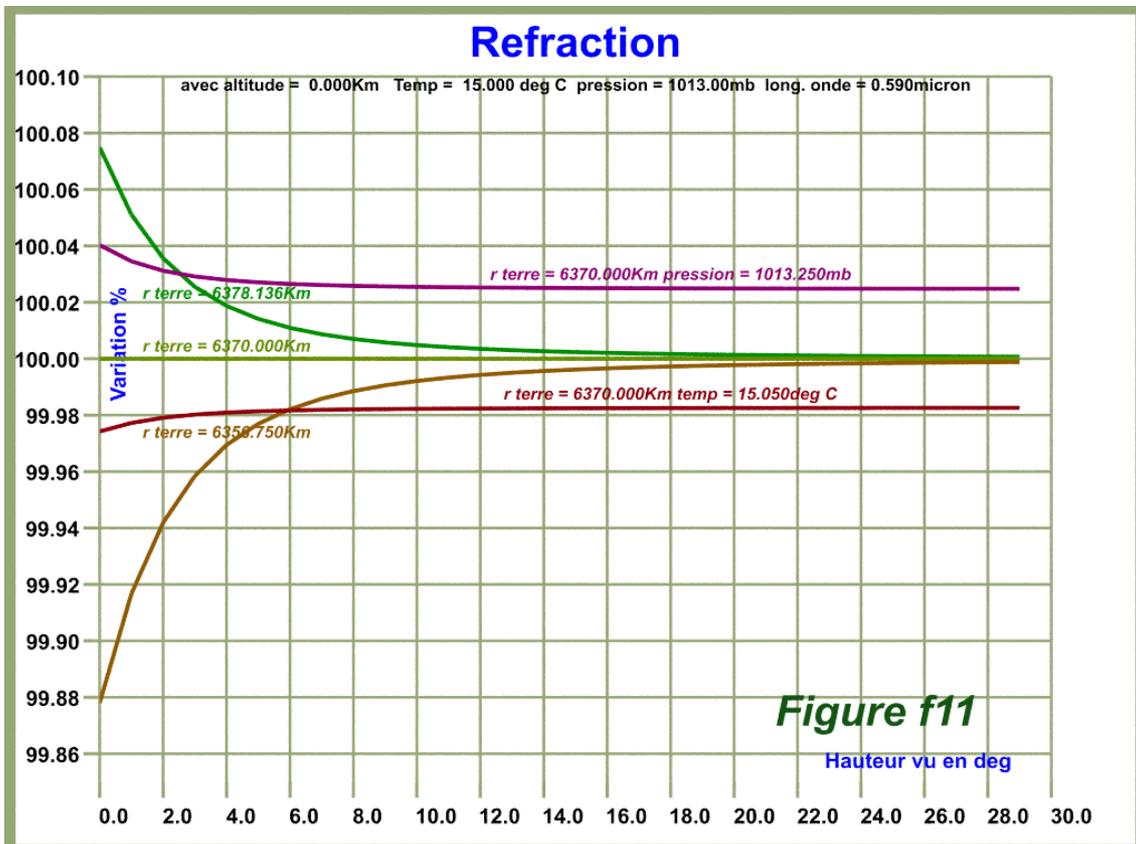
Avec une variation de température comme indiquée sur la figure ci dessous (+5°C entre 1 et 4Km).



On trouve l'effet suivant :



- Effet du rayon de la terre



On a porté sur le graphique le résultat pour le rayon équatorial (6378,136Km), le rayon moyen (6370 Km) et le rayon au pôle (6356,750 Km).

Afin de mettre en évidence l'importance de l'effet du rayon de la terre j'ai montré la variation due à une élévation de température de 5/100 °C (15,050°C) ainsi qu'une variation de 0,25 mb de la pression atmosphérique (1013,25mb).

A partir de 6° au dessus de l'horizon les effets du rayon de la terre deviennent négligeables devant une variation de 5/100°C ou de 0,25mb.

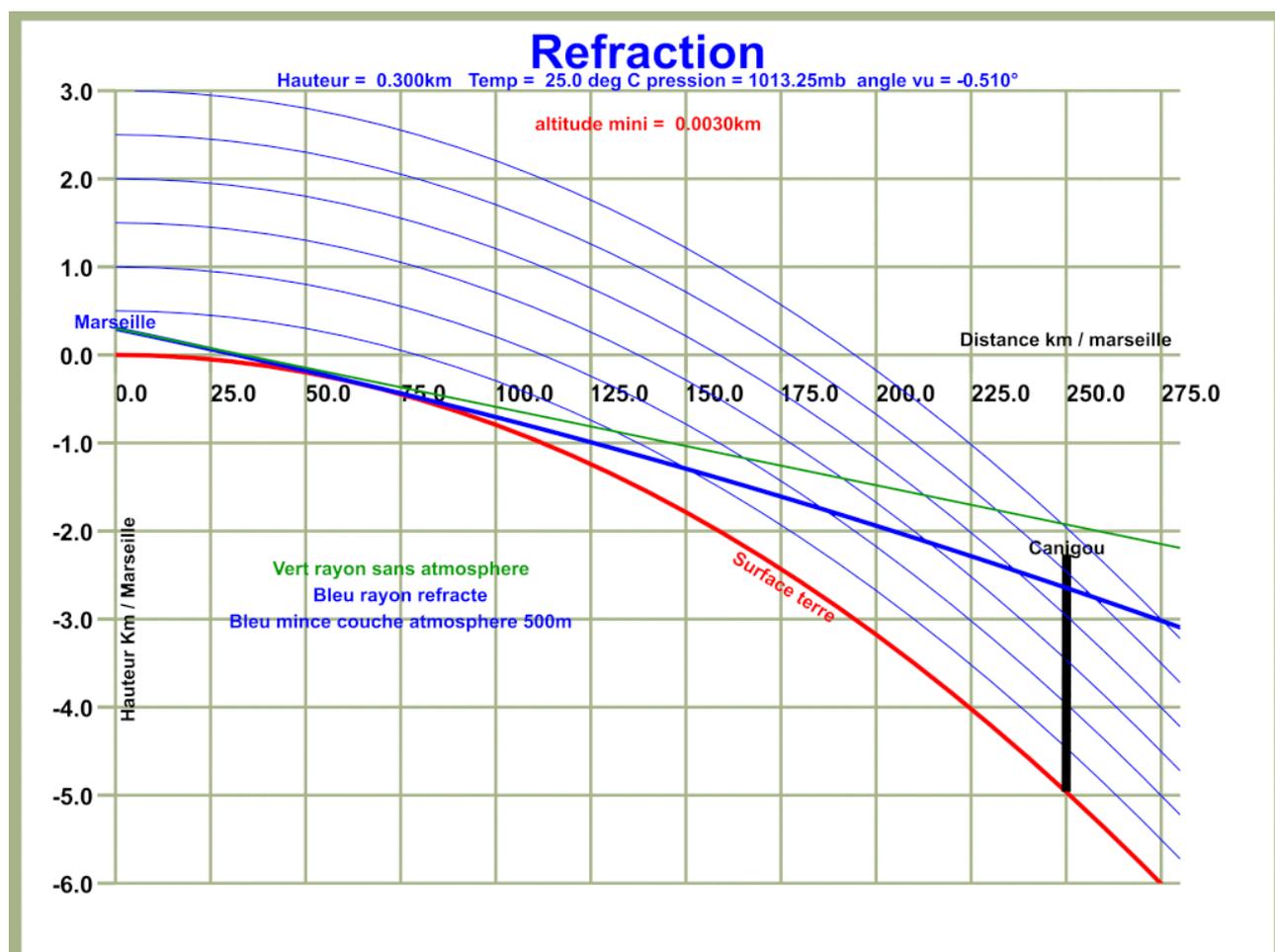
### - Remarque sur les effets

Entre 30 et 90° au dessus de l'horizon les effets (en relatif) des paramètres sont peu sensibles à la distance zénithale, mais en dessous on remarque des variations importantes certainement difficiles à modéliser.

### Exemple d'utilisation

On prendra comme exemple la visibilité du mont Canigou depuis le hauteurs de Marseille (300m). sans atmosphère le sommet du mont n'est pas visible, avec la réfraction on peut le voir certain jour se découper devant le soleil couchant.

Voici un graphique qui montre les trajets des rayons, le mont Canigou est représenté sous la forme d'une barre noire verticale à 250Km de Marseille..



## Conclusion

La méthode de calcul développée semble valable pour les amateurs. Pour obtenir une valeur de la réfraction plus précise il faudrait connaître en fonction de l'altitude : la température, la pression, l'humidité... , ce qui est rarement accessible. Il faut alors se limiter à 4 paramètres accessibles au sol :

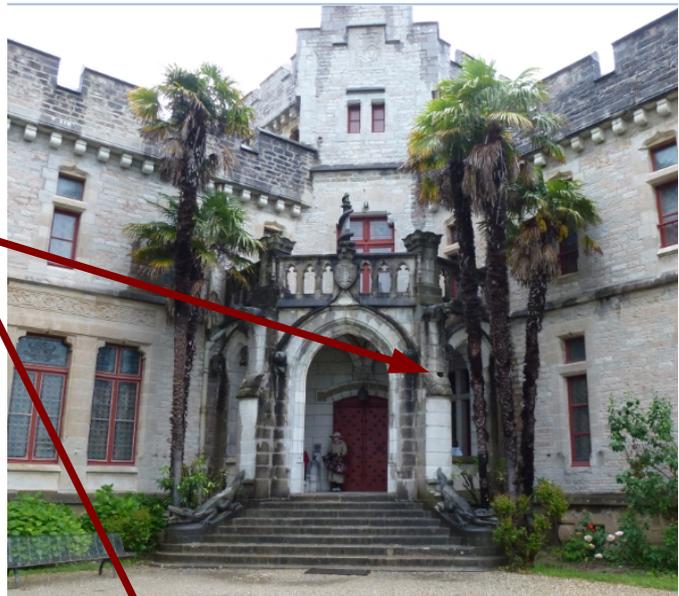
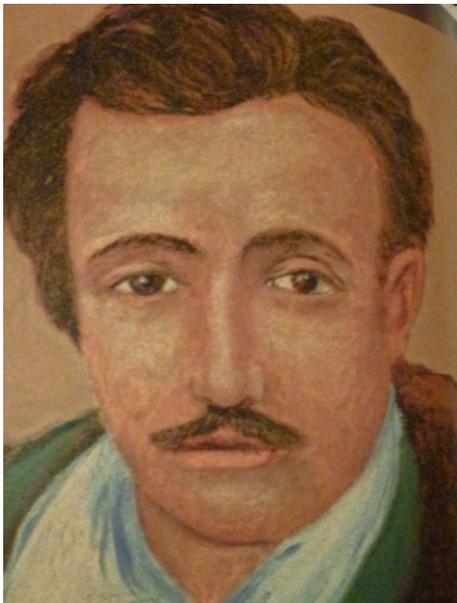
1. L'altitude du lieu
2. La pression ramenée au niveau de la mer
3. La température ramenée au niveau de la mer
4. La longueur d'onde

et éviter les mesures au-delà d'une distance zénithale de  $80^\circ$  ce qui est toujours le cas, sauf pour des observations sur l'horizon tel que le rayon vert ou la déformation du soleil.



## Réfraction et diffusion...

Si vous souhaitez découvrir le lien entre l'étude de Gérard Baillet, Antoine d'Abbadie et la devise entourant un trou mystérieux à l'entrée du château de ce dernier : rendez vous à la page 128.





# Gnomonique catoptrique

Dominique COLLIN

*Sous le titre « Éléments de gnomonique catoptrique » est présentée une étude générale sur les cadrans dit à réflexion.*

## 1. Motivation - Les deux problèmes fondamentaux de la catoptrique

La plupart des cadrans solaires à réflexion qui ont été réalisés utilisent des miroirs plans, horizontaux ou verticaux, pour renvoyer la lumière du Soleil généralement à l'intérieur d'une pièce d'habitation. Quels que soient les cas, la surface de réception est un plafond, un mur intérieur ou extérieur mais à l'ombre, et parfois encore une surface plus complexe comme une voûte.

On se propose d'examiner ici le problème des cadrans catoptriques dans sa généralité, dans lequel est utilisé un miroir incliné et déclinant renvoyant des rayons lumineux sur un plan incliné et déclinant<sup>1</sup>.

Le tout premier problème que l'on est amené à se poser en gnomonique catoptrique est le suivant : *on se donne un miroir orienté d'une façon quelconque au-dessus de l'horizon, quelle est alors la hauteur et l'azimut du rayon lumineux réfléchi ?*<sup>2</sup> La figure 1 donne une représentation tridimensionnelle de cette problématique. C'est le *premier problème fondamental* de la catoptrique. La détermination de l'angle d'incidence par la trigonométrie sphérique, sous les hypothèses fondamentales de l'optique géométrique, nous aidera dans la résolution de ce premier problème.

Le deuxième problème auquel le gnomoniste est confronté est celui de la détermination, dans le plan du cadran, des coordonnées de la tache lumineuse, image du soleil après réflexion sur le miroir. Par extension, *le second problème fondamental de la catoptrique consiste à rechercher l'ensemble image de tous les points de la sphère céleste*<sup>3</sup> *par réflexion sur un miroir incliné déclinant.*

Ceci étant posé, tout ce qui suit dorénavant répond à ces deux problèmes fondamentaux. On proposera parfois deux formes de solutions liées simplement aux types de coordonnées utilisées pour le soleil incident. Mais pour les coordonnées de la tache de lumière renvoyé par le miroir, on ne proposera qu'un seul type de solution, les coordonnées cartésiennes avec les coordonnées horizontales locales du soleil, en raison de problèmes de manipulation algébriques très vite compliquées, n'apportant finalement que peu confort de calcul. Une annexe mathématique est proposée à la fois pour fournir les démonstrations des formules utilisées et initier le lecteur à la trigonométrie sphérique. Enfin, dans les deux types de cadrans plans envisagés ici : le plan vertical

<sup>1</sup> Ce problème a déjà fait l'objet d'une étude par M. Denis Savoie et publiée dans Cadran-Info du mois de mai 2012 : *Cadran solaire à réflexion*, Cadran Info n°25, pages 73-80. En parallèle le même type d'étude a été mené. C'est ce qui est intégralement livré ici.

<sup>2</sup> C'est ce problème que m'avait posé M. Denis Savoie au cours de nos échanges sur la gnomonique lors de la réunion de printemps de la Commission des Cadrans Solaires de la SAF, à Dijon, le 22 mai 2010. Ayant eu connaissance d'un résultat important concernant la ligne de midi, il me fallait construire une théorie pour espérer retrouver une telle propriété.

<sup>3</sup> Plus précisément, la portion de la voute céleste se trouvant au-dessus de la partie réfléchissante du miroir.

déclinant et le plan incliné et déclinant, le tracé horaire présente des particularités surprenantes que l'on examinera.

## 2. Hypothèses et Notations utilisées

Pour élaborer une théorie du cadran solaire à réflexion il est nécessaire de se placer dans un modèle physique bien défini. On se place dans le cadre des lois fondamentales de l'optique géométrique pour ce qui concerne les rayons lumineux. Rappelons-les brièvement :

- Première hypothèse fondamentale : nous admettrons qu'un faisceau lumineux est composé de *rayons lumineux rectilignes et indépendant les uns des autres*<sup>4</sup> ;
- Seconde hypothèse fondamentale : les *lois de Descartes*.

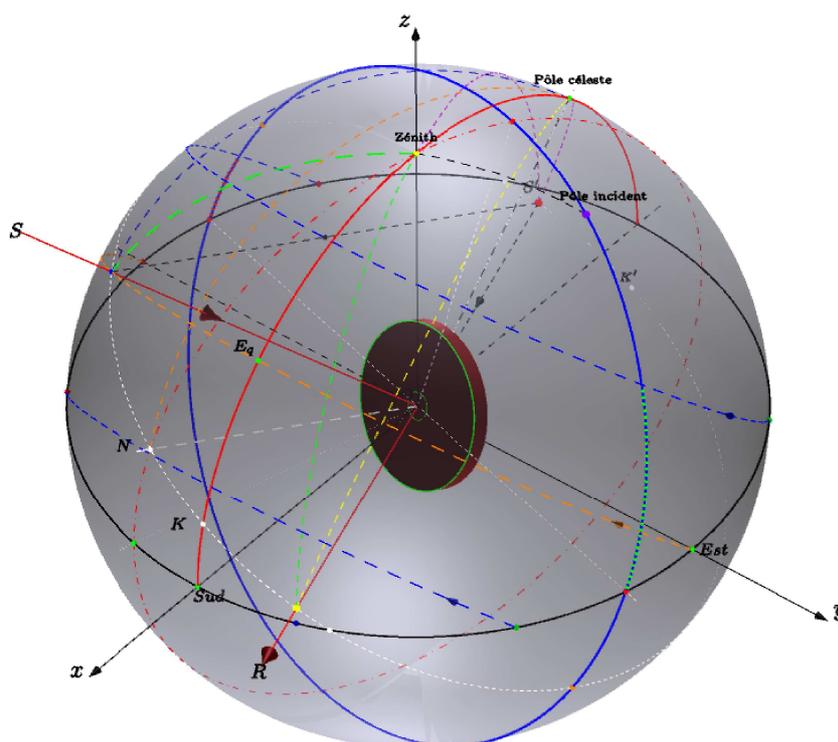


Figure 1 – Principe général de la catoptrique.

Les cadrans à réflexion sont plongés dans l'air, milieu supposé isotrope et homogène. Le soleil est une source de lumière étendue puisqu'il nous paraît sous un angle moyen de 32 minutes d'arc. On le supposera ponctuel et ce qui nous intéresse ici c'est la direction d'où proviennent les rayons lumineux. De plus, pendant toute la durée où le soleil est sur son arc-diurne, on admettra que sa déclinaison est constante, donc que son incrément est journalier. On ne s'intéressera pas à la forme ni à l'étendue, ni à la répartition de l'intensité lumineuse de la tache de lumière reçue par le cadran plan. La tache lumineuse sera considérée comme ponctuelle (ou du moins son centre seul

<sup>4</sup> L'expérience simple qui consiste à rechercher sur un écran l'image d'une source étendue volontairement diaphragmée afin de réaliser (ou d'isoler) un rayon lumineux issu d'un faisceau est impossible : la lumière ne se propage pas en ligne droite. Cependant, un cône étendu de lumière se conduit *approximativement* comme si de tels rayons lumineux existaient. C'est ce qui nous permet de fixer les idées sur les notions relatives au rayon lumineux et d'expliquer la formation des ombres. La première hypothèse fondamentale ou *loi de propagation rectiligne* de la lumière, a sa validité limitée par les phénomènes de diffraction. Cf Cadran-Info, *Oeilletteon et nature de la tache de lumière projetée par le Soleil (théorie générale et applications)*, numéro spécial, 320 pages, juillet 2012.

nous intéresse si on la considère circulaire), comme d'ailleurs tous les points considérés ci-après sur la sphère céleste et sur le cadran. On ne s'occupera pas non plus du miroir, de sa taille, de sa constitution, ni au fait de savoir sur quelle face se trouve la partie réfléchissante<sup>5</sup>. On le supposera plan, sans défaut, réalisant ainsi un stigmatisme parfait.

Après ces quelques précisions qui nous placent dans un cadre physique bien délimité et somme toute assez académique, listons maintenant les notations symboliques utilisées pour établir la construction d'un formulaire de calcul d'un cadran solaire à réflexion.

Les figures 1 & 2 donnent un aperçu de la configuration générale du problème.

*i. Pour les points de la sphère céleste et du cadran solaire :*

- $E, W, \text{Sud}, \text{Nord}$  = points cardinaux de la sphère céleste locale ;
- $G$  = point où le plan du cadran est tangent à la sphère céleste – c'est aussi le centre du repère pris dans le plan du cadran ;
- $K$  = intersection de l'arc de grand cercle incident  $SNR$  avec l'arc méridien ;
- $N$  = point normal ou pôle de l'arc de grand cercle défini par le miroir sur la sphère céleste ;
- $O$  = centre de la sphère céleste ; c'est aussi le centre du miroir incliné déclinant (ou MID) ;
- $P$  = pôle nord céleste ;
- $R$  = point de la sphère céleste par où passe le rayon réfléchi – on l'appellera improprement « soleil réfléchi ». C'est l'image du soleil incident sur la sphère céleste.
- $S$  = point de la sphère céleste par où passe le rayon incident – on l'appellera « soleil réel » ou encore « soleil incident » ;
- $S'$  = point de la sphère céleste où est localisé le « soleil virtuel ». C'est le symétrique du soleil incident par rapport au plan du miroir. C'est de ce point d'où semble provenir directement les rayons réfléchis par le miroir ;
- $T$  = centre de la tache lumineuse, image du soleil dans le plan du cadran ;
- $T_1$  = centre de l'image du soleil dans le plan du cadran lorsque le rayon incident passe par le zénith (à midi vrai) ;
- $T_2$  = centre de l'image du soleil dans le plan du cadran lorsque le rayon du soleil est en incidence rasante sur le miroir à midi vrai ;
- $U$  = intersection de l'arc de grand cercle incident avec l'horizon. Ce point n'est pas fixe, mais mobile sur la sphère céleste.
- $Z$  = zénith du lieu ;
- $Z_1$  = Intersection entre l'arc de cercle normal au miroir et l'arc de grand cercle du miroir ;
- $Z_2$  = intersection de l'arc de grand cercle du miroir avec l'arc méridien ;

*ii. Pour les arcs de grand cercle de la sphère céleste :*

- $S'SNKRU$  = plan incident. Il contient le soleil réel, le soleil virtuel, le soleil réfléchi et la normale au miroir ;
- $PN$  = cercle horaire de la normale au miroir ;
- $PR$  = cercle horaire du soleil réfléchi ;
- $PS$  = cercle horaire du soleil incident ;
- $PS'$  = cercle horaire du soleil virtuel ;
- $ZG$  = plan normal au plan du cadran ;

<sup>5</sup> Cela a par exemple une conséquence directe sur la mesure de la hauteur du soleil avec un sextant dans la réalisation du point astronomique. L'erreur peut atteindre plusieurs dizaines de secondes d'arc. Si elle est parfaitement négligeable pour la gnomonique jusqu'à preuve du contraire, elle ne l'est plus dans la pratique de la navigation astronomique et pour des sextants professionnel (de grande précision), sachant qu'une erreur d'une minute d'arc sur la mesure de la hauteur d'un astre entraîne une erreur d'environ un mille marin.

- $ZK$  = plan méridien ;
- $ZN$  = plan normal au miroir ;
- $ZR$  = plan azimutal du soleil réfléchi ;
- $ZS$  = plan azimutal du soleil incident ;
- $ZS'$  = plan azimutal du soleil virtuel ;

iii. *Pour les segments :*

- $OG$  = distance orthogonale entre le cadran et le miroir, et par abus de langage, on l'appellera simplement « distance du cadran au miroir » ;
- $OE = OG = OK = ON = OP = OR = OS = OS' = OU = OW = OZ = OZ_1 = OZ_2 = R =$  rayon de la sphère céleste ;
- $OR$  = direction du rayon solaire réfléchi ;
- $SO$  = direction du rayon solaire incident ;
- $ON$  = direction de la normale au miroir

iv. *Pour les angles :*

- $\varphi$  = latitude du lieu du cadran ;
- $D = \angle KZG$  = déclinaison gnomonique du cadran ;
- $I = \angle ZG$  = distance zénithale de la normale au cadran ;
- $D_m = \angle KZN$  = déclinaison gnomonique du miroir ;
- $I_m = \angle ZN$  = distance zénithale de la normale au miroir ;
- $(\ell; \lambda)$  = coordonnées sphériques du point tangent  $G$  dans le repère  $Oxyz$  ;
- $i = r$  = angle d'incidence et angle réfléchi. Ils sont mesurés dans le plan d'incidence et par rapport à la normale au miroir :  $i$  est l'angle que fait la direction du soleil avec la normale,  $r$  est l'angle que fait la direction du rayon réfléchi avec la normale au miroir.;
- $\angle S_z$  = angle de position relatif au pôle  $Z$  (triangle sphérique  $SZR$ ) ;
- $\angle P$  = angle au sommet  $P$  dans le triangle sphérique  $SPR$  (c'est aussi  $\angle SPR$ ) ;
- $\angle Z$  = angle au sommet  $Z$  dans le triangle sphérique  $SZR$  (c'est aussi  $\angle SZR$ ) ;
- $\alpha = \angle U$  = angle d'inclinaison du plan incident sur l'horizon. Il ne sera pas utilisé ;
- $\alpha_0$  = inclinaison de la ligne de midi par rapport à la ligne de plus grande pente du cadran ;
- $(A_z; h)$  = coordonnées horizontales du rayon incident ;
- $(A_{z_r}; h_r)$  = coordonnées horizontales du rayon réfléchi ;
- $(H_n; \delta_n)$  = coordonnées horaires de la normale  $ON$  au miroir incliné déclinant ;
- $(H; \delta)$  = coordonnées horaires du soleil incident ;
- $(H_r; \delta_r)$  = coordonnées horaires du soleil réfléchi ;
- $(H_v; \delta_v)$  = coordonnées horaires du soleil virtuel. Elles ne seront pas utilisées.

v. *Pour les différents repères cartésiens (les repères sont directs) :*

- Le repère local  $Oxyz$  :
  - Origine  $O$ , à la fois centre de la sphère céleste et centre du MID ;
  - $Ox$  = axe orienté vers le sud ;
  - $Oy$  = axe orienté vers l'est ;
  - $Oz$  = axe orienté vers le zénith ;
- Le repère  $GXYZ$  dans le plan vertical déclinant (PVD) :
  - $G$  = centre du repère ; c'est le point de l'horizon où le PVD est tangent à la sphère céleste ;
  - $GX$  = axe vertical orienté vers le nadir.

- $GY$  = axe horizontal, orienté vers la droite, pour un observateur placé au centre du miroir ;
- $GZ$  = axe perpendiculaire au PVD, et orienté vers le centre  $O$  du miroir.
- Le repère  $GXYZ$  dans le plan incliné déclinant (PID) :
  - $G$  = centre du repère ;  $c$ 'est le point du PID tangent à la sphère céleste ;
  - $GX$  = axe selon la ligne de plus grande pente du PID et orienté vers le bas ;
  - $GY$  = axe horizontal, orienté vers la droite, pour un observateur placé au centre du miroir ;
  - $GZ$  = axe perpendiculaire au PID et orienté vers le centre du miroir.

Et enfin, les vecteurs seront écrits en italique et en caractère gras.

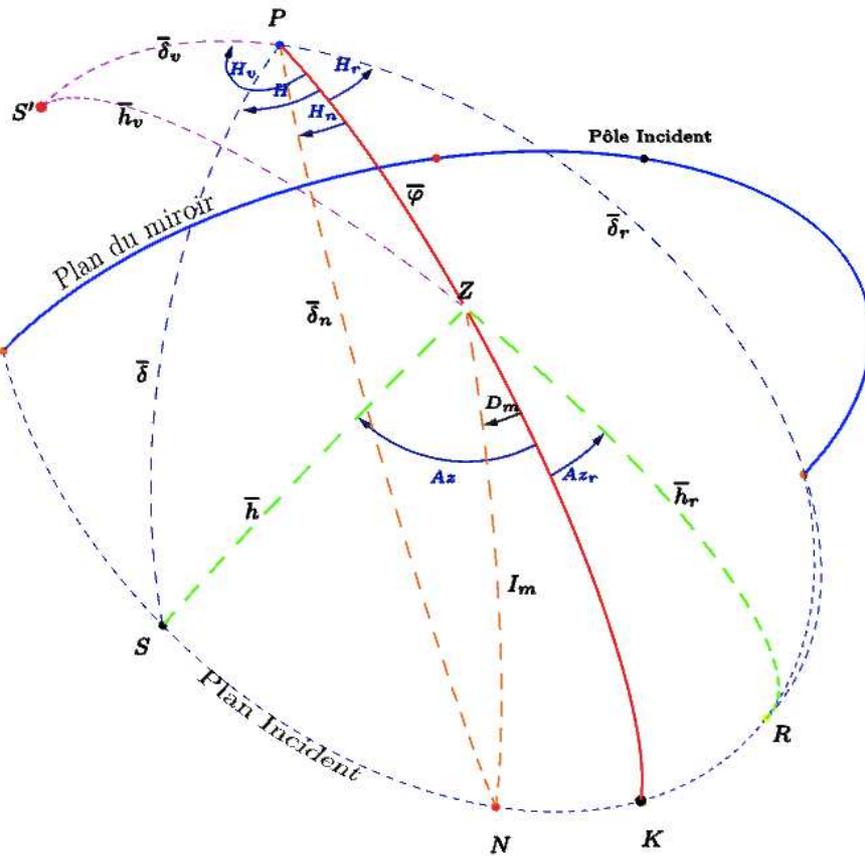


Figure 2 – Définitions des angles dans les différents triangles sphériques de la sphère céleste locale.

### 3. Paramètres liés au miroir

Étant convenu que sur la sphère céleste,  $S$  est le soleil incident,  $R$  le soleil réfléchi, alors le plan  $SNR$  est le plan incident en vertu de la 1<sup>ère</sup> loi de Descartes sur la réflexion de la lumière ; les angles  $\angle NOS$  et  $\angle NOR$  sont respectivement les angles incident et réfléchi par le miroir. On déterminera d’abord la position de la normale au miroir (vecteur  $ON$ ), puis on isolera le triangle sphérique  $ZNS$  par exemple, pour déterminer, par la trigonométrie sphérique, l’angle d’incidence  $i$  du rayon principal, pour pouvoir ensuite résoudre le premier problème fondamental.

### 3.1. Déclinaison et Angle horaire de la normale au miroir

Les coordonnées horizontales locales du point  $N$  sont définies par la donnée du couple  $(D_m ; I_m)$  ; elles règlent la position spatiale du miroir au-dessus de l'horizon de pôle  $Z$ . Dans le repère équatorial de pôle  $P$ , la déclinaison de la normale au miroir est donnée par la relation classique établie dans le triangle sphérique  $PZN$  :

$$\sin \delta_n = \sin \varphi \cos I_m - \cos \varphi \sin I_m \cos D_m \quad (1)$$

L'usage de la formule de Borda donne directement accès à l'angle horaire du plan normal au MID. En effet, notant  $H_n = \angle ZPN$ , alors:

$$\tan\left(\frac{H_n}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos(\varphi - \delta_n) - \cos I_m}{\cos I_m + \cos(\varphi + \delta_n)}} \quad (2)$$

L'extraction de l'angle  $H_n$  ne pose aucune difficulté : la racine carrée étant toujours positive, l'arc tangente fournit une valeur comprise entre  $0^\circ$  et  $+90^\circ$  et la multiplication par deux donne par conséquent l'angle  $H_n$  entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ . Et enfin,  $H_n$  sera du même signe que  $D_m$ , puisque ces deux angles sont comptés dans le même sens depuis le méridien (cf. fig. 2).

Ces angles seront utiles à quiconque voudra employer un formulaire utilisant les coordonnées horaires locales du soleil.

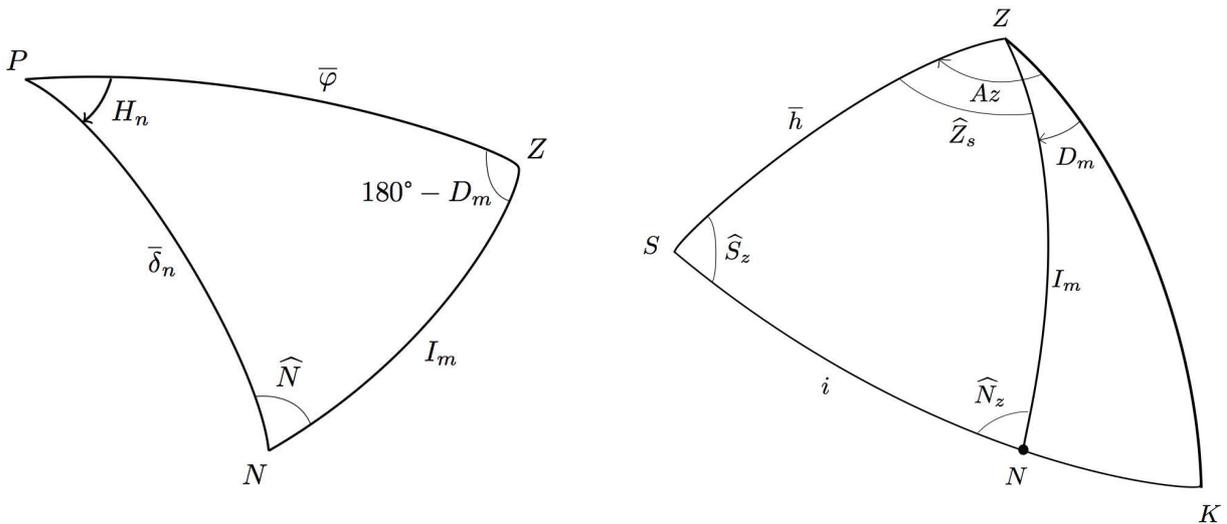


Figure 3 – Triangle sphérique  $PZN$  (Paramètres du MID)

Figure 4 – Triangle sphérique  $ZSR$  et l'angle incident

### 3.2. Angle d'incidence et angle de réflexion

Dans le triangle sphérique  $ZNS$ , le côté  $SN = i$  matérialise le plan d'incidence contenant par définition le rayon solaire incident et le rayon solaire réfléchi par le miroir. Le groupe de Gauss appliqué au triangle sphérique  $ZSN$  (fig. 4) conduit à la formule :

$$\cos i = \cos I_m \sin h + \sin I_m \cos h \cos(Az - D_m) \quad (3)$$

L'angle d'incidence  $i$  est compris entre  $0$  et  $90^\circ$ .

En vertu de la 2<sup>e</sup> loi de Descartes sur la réflexion<sup>6</sup> de la lumière :  $i = r$ . L'angle  $r$  est aussi

<sup>6</sup> On n'a pas cru utile de les rappeler dans le paragraphe 2. Cf. G. Bruhat, *Optique*, 6<sup>e</sup> édition révisée par Alfred Kastler, 2005, Édition Dunod - Chapitre premier, pages 1–11. Ou encore, cf. Henri Bouasse, *Optique géométrique élémentaire : focométrie, optométrie, volume 1*, Paris, librairie Delagrave, 1917 (Collection : Bibliothèque scientifique de l'ingénieur

déterminé par la relation (3), ce qui permet de calculer les coordonnées sur la sphère céleste du soleil réfléchi ainsi que les coordonnées du soleil virtuel. Le soleil virtuel est le symétrique du soleil incident par rapport au plan du miroir et c'est de lui que semble provenir les rayons lumineux réfléchis par le miroir. Étant donnée que seule la considération du soleil réfléchi est suffisante pour la détermination des coordonnées de l'image du soleil dans le plan du cadran, on ne détaillera pas ce qui est relatif au soleil virtuel.

Si l'on travaille directement avec les coordonnées horaires du soleil, alors on préférera la formule :

$$\cos i = \sin \delta_n \sin \delta + \cos \delta_n \cos \delta \cos(H - H_n), \quad (3\text{bis})$$

laquelle s'établit dans le triangle sphérique  $PSN$  (cf. fig. 6,  $SN=i$ ,  $SP=\bar{\delta}=90^\circ-\delta$  et  $PN=\bar{\delta}_n=90^\circ-\delta_n$ ).

#### 4. Coordonnées du Soleil réfléchi

On peut maintenant résoudre le *premier problème fondamental*.

##### 4.1. Hauteur et azimut du soleil réfléchi

Dans le triangle sphérique  $SZR$  (cf. fig. 5),  $NS=NR=i=r$ , ou encore  $SR=2i$ . On établit aisément que la hauteur du soleil réfléchi a pour expression :

$$\sin h_r = \cos 2I_m \sin h + \sin 2I_m \cos h \cos(Az - D_m) \quad (4)$$

On fera observer que l'on n'a pas forcément besoin de l'angle incident  $i$  pour le calcul de la hauteur du soleil réfléchi, mais on ne pourra pas pour autant s'en dispenser dans le calcul de l'azimut. L'angle incident devra être calculé d'une façon ou d'une autre ne serait-ce que pour la détermination des angles qui ont pour origine le méridien.

Pour le calcul de l'azimut, on passe par l'intermédiaire de l'angle au sommet  $Z$ . On détermine sans ambiguïté cet angle naturel (cf. fig. 5), qui est toujours strictement inférieur à  $180^\circ$ , à partir des formules de Borda que l'on préférera :

$$\tan\left(\frac{Z}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos(h_r - h) - \cos 2i}{\cos 2i + \cos(h_r + h)}}, \quad (5)$$

parce que l'extraction ne pose aucune difficulté. L'azimut du soleil réfléchi est par suite :

$$\begin{aligned} \text{Si } Az > D_m, \text{ alors } Az_r &= Az - Z. \\ \text{Si } Az < D_m, \text{ alors } Az_r &= Az + Z. \end{aligned} \quad (6)$$

Le calcul algébrique de cet angle s'en trouve particulièrement simplifiée<sup>7</sup>.

---

et du physicien) ; le lecteur lira avec un certain avantage le chapitre premier (*Hypothèses fondamentales, miroirs plans*), pages 1–30.

<sup>7</sup> On pourrait là encore, si on le désire, obtenir une seule formule de calcul pour l'angle  $Z$ , et qui ne fait appel qu'aux 5 angles  $I_m$ ,  $D_m$ ,  $h$ ,  $h_r$ , et  $Az$ . Il suffit de considérer que  $\cos 2i = 2\cos^2 i - 1$  et de substituer dans  $Z$  afin de s'affranchir de  $i$ . La formule (5) qui n'est alors plus toute simple, se programme en une seule fois. Mais on oubliera vite cette possibilité parce que de toute manière on aura besoin de l'angle incident  $i$  pour des considérations liées à la détermination des heures limites d'éclairement du MID.

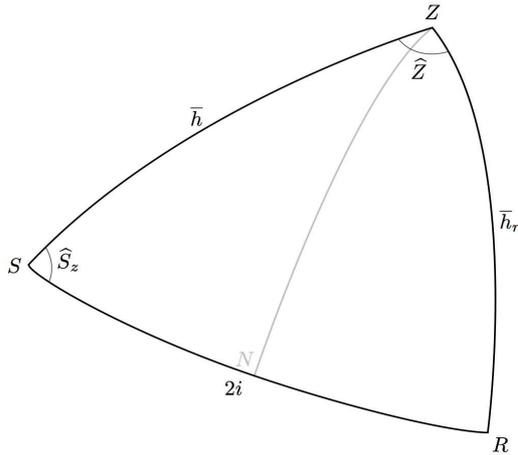


Figure 5 – Triangle sphérique ZSR

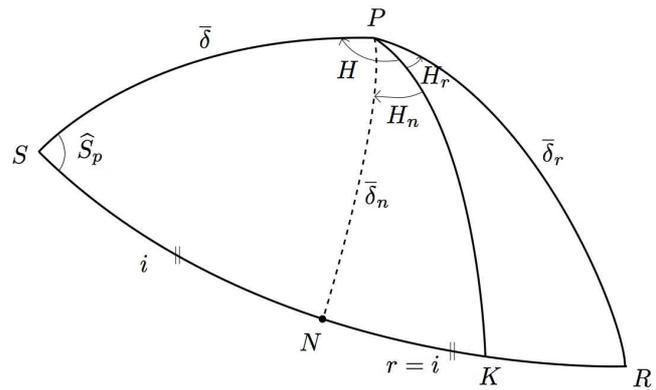


Figure 6 – Triangle sphérique PSR

#### 4.2. Déclinaison et angle horaire du soleil réfléchi

En se plaçant dans le triangle sphérique  $PSR$  (cf. fig. 6), on démontre que la déclinaison du soleil réfléchi a pour expression :

$$\sin \delta_r = \sin 2\delta_n \cos \delta \cos |H - H_n| - \cos 2\delta_n \sin \delta. \quad (7)$$

Plusieurs formules peuvent être établies par la trigonométrie sphérique, notamment celle-ci :  $\sin \delta_r = 2 \cos i \sin \delta_n - \sin \delta$  ; on a choisi celle qui s'affranchit de l'angle incident  $i$  et dont le calcul ne demande que :

- les coordonnées horaires locales du soleil incident :  $(H; \delta)$  ;
- les paramètres du miroir :  $(H_n; \delta_n)$ .

Pour le calcul de l'angle horaire du soleil réfléchi, on passe par l'intermédiaire de l'angle de sommet  $P$  dans le triangle sphérique  $SPR$ . On détermine sans ambiguïté cet angle naturel, toujours strictement inférieur à  $180^\circ$ , à partir des formules de Borda :

$$\tan\left(\frac{P}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos(\delta_r - \delta) - \cos 2i}{\cos 2i + \cos(\delta_r + \delta)}}, \quad (8)$$

et dont l'extraction ne pose pas de difficulté. Par conséquent :

$$\begin{aligned} \text{Si } H > H_n, \text{ alors } H_r &= H - P. \\ \text{Si } H < H_n, \text{ alors } H_r &= H + P. \end{aligned} \quad (9)$$

**Remarque.** Il est bien convenu qu'à partir de la détermination de la hauteur et de l'azimut du soleil réfléchi, on peut très bien utiliser les formules de transformation des coordonnées horizontales en coordonnées horaires pour établir l'angle horaire et la déclinaison du soleil réfléchi. En somme, et cela avait déjà été souligné dans l'étude de M. D. Savoie, un seul jeu de formules s'avère nettement suffisant pour tout déterminer ; le lecteur fera son choix...

#### 4.3. Exemple numérique relatif au MID

Considérons, en un lieu de latitude nord  $\varphi = 43^\circ 42' 50''$ , un miroir incliné déclinant placé au niveau du sol, avec pour déclinaison gnomonique  $D_m = -20^\circ$  et pour distance zénithale  $I_m = 45^\circ$ . Les paramètres géométriques qui caractérisent la position de sa normale sur la sphère céleste sont :

$$\delta_n = +0,48272^\circ \quad H_n = -13,99595^\circ$$

Le miroir forme dans le plan du cadran une tache lumineuse le 30 juin à 13 h de temps vrai. Les coordonnées du soleil et les coordonnées du soleil réfléchi dont sont issu les rayons formant la tache de lumière ont pour valeurs :

<i>Données initiales</i>	<i>Soleil incident</i>	<i>Soleil réfléchi</i>
$\varphi = 43^{\circ} 42' 50''$ N. Coordonnées horaires du soleil incident : $\delta \approx +23^{\circ}$ $H = +15^{\circ}$	Coordonnées horizontales locales : $h = 65,87715^{\circ}$ $Az = 35,65757^{\circ}$	Angle incident et angle de réflexion $i = 36,06141^{\circ}$ Coordonnées horizontales locales : $h_r = 13,33004^{\circ}$ $Az_r = -40,29137^{\circ}$ Coordonnées horaires locales : $\delta_r = -22,15478^{\circ}$ $H_r = -42,7979^{\circ}$

(Les décimales sont superflues et ne servent que pour vérification ou comparaison des calculs)

Le premier problème étant résolu on peut maintenant résoudre le deuxième problème fondamental de la catoptrique : celui du calcul des coordonnées de la tache de lumière dans le plan du cadran. On distinguera pour cela les plans verticaux déclinants de tous les autres plans désignés sous l'appellation plan incliné déclinant, incluant notamment les plafonds horizontaux et les plafonds mansardés.

## 5 Cadran vertical déclinant à réflexion

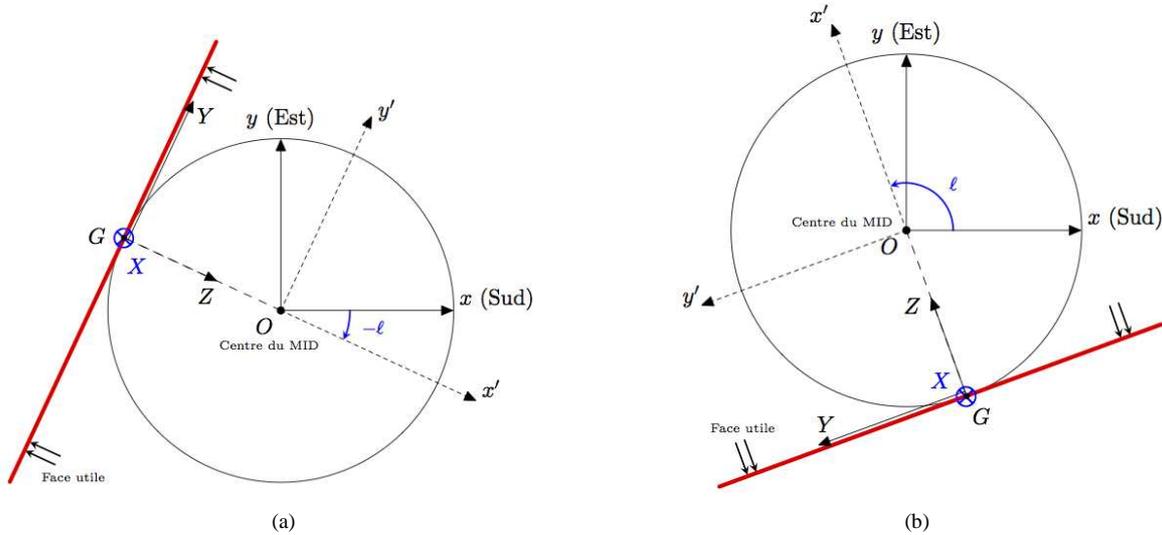
### 5.1. Les axes dans le plan vertical déclinant

La normale au plan vertical déclinant (PVD) sera toujours dirigée vers le centre  $O$  du miroir qui est aussi le centre de la sphère céleste de rayon  $R$ . Appelons  $G$  le point de tangence entre la sphère céleste et le PVD ; la distance  $GO=R$  sera la distance orthogonale du cadran au centre du miroir, qui lui-même peut être considéré comme l'extrémité d'un style droit. Installons en  $O$  un repère  $Oxyz$  avec  $Ox$  orienté vers le sud,  $Oy$  orienté vers l'est et  $Oz$  vers le zénith (cf. fig. 7.a & 7.b). Effectuons une rotation d'angle  $\ell$  des axes  $Ox$  et  $Oy$  autour de  $Oz$  et dans le sens direct ; on obtient le repère  $Ox'y'z$ . Une nouvelle rotation, toujours dans le sens direct et d'angle  $\lambda = 90^{\circ}$  autour de  $Oy'=OY$  donne le repère  $OXYZ$ . Une translation de vecteur  $OG$  amène  $OXYZ$  en  $GXYZ$  dans lequel le plan  $GXY$  est le PVD avec  $GZ=OZ$ , la normale, orientant la face utile du cadran qui reçoit les rayons réfléchis par le miroir. Le point  $G$  a pour coordonnées :  $(-R \cos \ell; -R \sin \ell; 0)$ . Dans ces conditions, et en appelant  $D$  la déclinaison du PVD, nous avons les équivalences :

- pour la déclinaison :  $\ell = -D$
- pour la distance zénithale :  $\lambda = 90^{\circ}$ .

On a  $\ell = 0^{\circ}$  pour un cadran plein sud,  $\ell = 180^{\circ}$  pour un cadran plein nord,  $\ell = 90^{\circ}$  pour un cadran oriental,  $\ell = -90^{\circ}$  pour un cadran occidental.

Un observateur regardant le PVD depuis le centre  $O$  du miroir, verra l'axe  $GY$  horizontal, orienté à sa droite et l'axe  $GX$  selon la verticale et vers le bas.



Figures 7.a et 7.b – PVD vu en coupe : définition des angles  $\ell$ ,  $\lambda$  et définition du repère  $GXYZ$ .

### 5.2. Coordonnées cartésiennes de la tache lumineuse

Dans le repère  $GXYZ$  du PVD, les coordonnées du centre  $T$  de la tache lumineuse s'écrivent :

$$T \begin{cases} T_X = R \frac{\tan h_r}{\cos(Az_r - D)} \\ T_Y = R \tan(Az_r - D) \\ T_Z = 0 \end{cases} \quad (10)$$

### 5.3. Angle de la ligne de midi ( $\alpha_0$ ) pour un cadran vertical déclinant

On établit que l'inclinaison  $\alpha_0$  de la ligne de midi par rapport à la verticale  $GX$  a pour expression :

$$\tan \alpha_0 = \frac{2 \sin D_m \tan I_m}{\cos D + \cos(D - 2D_m) \tan^2 I_m} \quad (11)$$

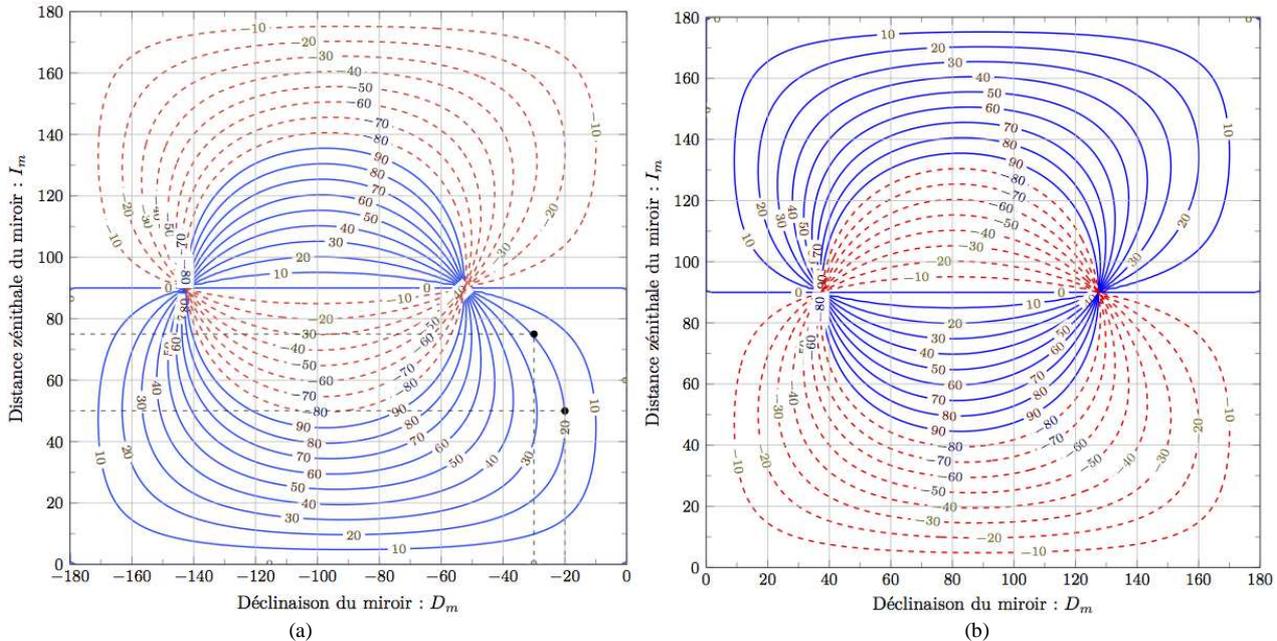
Formule qui ne contient ni implicitement, ni explicitement, la latitude  $\varphi$ . L'angle  $\alpha_0$  est par conséquent paramétrable en fonction des caractéristiques du miroir.

La déclinaison du PVD étant fixée, il semble légitime de se demander quel couple  $(D_m ; I_m)$  il faudrait donner au miroir pour que la ligne de midi ait une inclinaison  $\alpha_0$  déterminée à l'avance ? C'est une forme de problème inverse dans lequel on s'impose  $\alpha_0$  et où l'on recherche les valeurs possibles du couple  $(D_m ; I_m)$  du miroir. En posant  $k = \tan \alpha_0$  ( $k$  est un nombre réel), puis  $x = D_m$  et  $y = I_m$ , on peut écrire :

$$f_k(x, y) = k(\cos D + \cos(D - 2x) \tan^2 y) - 2 \sin x \tan y = 0. \quad (11bis)$$

Une façon de résoudre cette équation est de tracer dans un repère orthonormé les différentes lignes de niveau  $f_k(x, y) = 0$ , puis d'évaluer par lecture graphique les valeurs possibles du couple  $(D_m ; I_m)$  pour un réel  $k$  fixé. On aura alors immédiatement une très bonne idée de l'orientation qu'il faut

donner au miroir pour avoir une inclinaison donnée de la ligne de midi. Prenons par exemple un cadran vertical ayant pour déclinaison  $D=+165^\circ$  en un lieu de latitude nord tel que  $\varphi = 43^\circ 42' 50''$ . Quelle inclinaison et quelle déclinaison faut-il donner au miroir pour que la ligne de midi soit approximativement inclinée sur la verticale de  $+20^\circ$  ? La construction des isoclines donne les graphiques suivants sur lesquels on a reporté la valeur de l'angle  $\alpha_0$  le long de chaque courbe correspondante :



Figures 8.a & 8.b – Abaques de l'inclinaison de la ligne de midi pour un PVD tel que  $D=165^\circ$ .

Les abaques de la ligne de midi ou isoclines, indiquent qu'il existe plusieurs couples solutions du problème. Pour que l'inclinaison de la ligne de midi soit de  $+20^\circ$  il faudrait déjà que la déclinaison  $D_m$  du miroir soit négative, puis que l'inclinaison  $I_m$  soit inférieure à  $90^\circ$ . Par exemple (fig. 8.a),  $D_m=-20^\circ$  et  $I_m=50^\circ$  ou encore  $D_m=-30^\circ$  et  $I_m=75^\circ$  sont des solutions possibles donnant par ailleurs des tracés horaires complètement différents. Un plan vertical de même déclinaison gnomonique mais en un autre lieu posséderait d'une part exactement les mêmes abaques et d'autre part une même inclinaison pour la ligne de midi. Les autres lignes horaires sont bien entendu modifiées par la latitude du lieu du cadran...

5.4. Formules de changement de coordonnées ou passage 2D-3D

Tout point  $T(x;y;z)$  de l'espace repéré dans  $Oxyz$ , peut aussi être localisé dans le repère  $GXYZ$  (et dans lequel le plan  $GXY$  est le PVD). La relation vectorielle exprimant le passage des coordonnées du repère  $Oxyz$  à des coordonnées dans le repère  $GXYZ$  est :

$$\mathbf{u}_{XYZ} = Q(\ell) \cdot \mathbf{u}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{pmatrix} \tag{12}$$

Expression qui signifie qu'à partir des composantes d'un vecteur  $\mathbf{u}_{xyz}=\mathbf{OT}$  dans  $Oxyz$ , on calcule ses nouvelles composantes dans le repère  $GXYZ$  avec  $\mathbf{u}_{XYZ}=\mathbf{GT}$ . Réciproquement, tout point  $T(X;Y;Z)$  exprimé à partir de coordonnées dans le repère  $GXYZ$  du PVD, peut être exprimé à partir de coordonnées dans le repère  $Oxyz$  du lieu de latitude  $\varphi$ . La relation exprimant le passage des

coordonnées du repère  $GXYZ$  à des coordonnées dans le repère  $Oxyz$  est :

$$\mathbf{u}_{xyz} = {}^tQ(\ell) \cdot \mathbf{u}_{XYZ} - \begin{pmatrix} R \cos \ell \\ R \sin \ell \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

avec :  $Q(\ell) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin \ell & \cos \ell & 0 \\ \cos \ell & \sin \ell & 0 \end{pmatrix}$  et  ${}^tQ(\ell) = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \ell & \cos \ell \\ 0 & \cos \ell & \sin \ell \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  (13bis)

Le cadranier quant à lui, n'aura besoin que des coordonnées de la tache lumineuse dans le plan du cadran.

### 5.5. Exemple numérique relatif au PVD

En un lieu de latitude  $\varphi = 43^\circ 42' 50''$ , se trouve un large plan vertical déclinant  $165^\circ$  nord-ouest. Un miroir incliné déclinant placé à 2,5 m au-dessus du sol et à 2 m du mur, avec  $D_m = 10^\circ$  et  $I_m = 70^\circ$ , forme une tache lumineuse le 30 juin à 13 h de temps vrai. La tache de lumière réfléchiée par le miroir a alors pour coordonnées dans le repère  $GXYZ$  :

$$X = 1,07254 \text{ m}; \quad Y = 0,47969 \text{ m}; \quad Z = 0.$$

Elle est donc située sur le mur à 1,43 m au-dessus du sol et à 0,48 m à droite de la ligne verticale servant de repère.

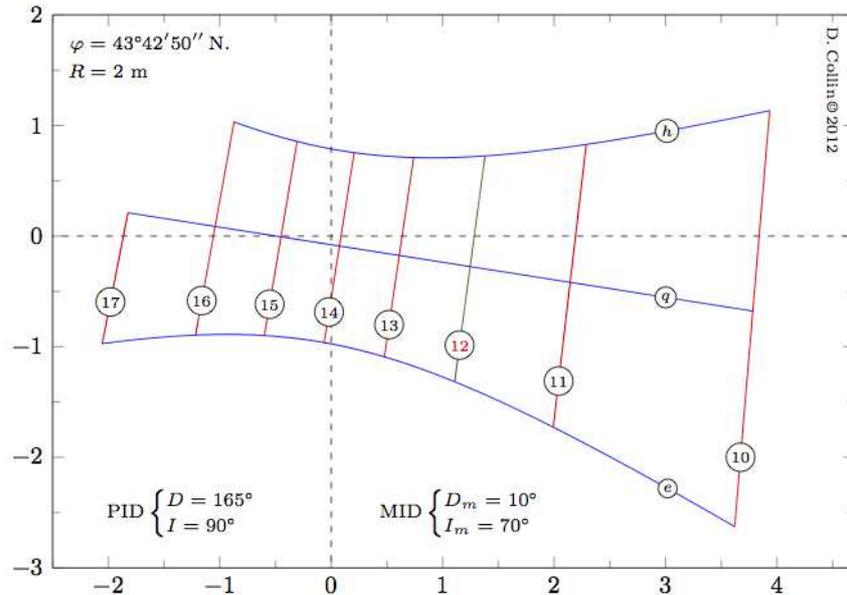
La ligne de midi est inclinée de  $-7,602^\circ$  par rapport à la verticale (elle est inclinée vers la droite).

Pour la ligne équinoxiale de ce cadran, et du lever au coucher du soleil par rapport au plan du miroir, et au plan de l'horizon, on a (toujours en mètres) :

$H$	Coordonnées dans le plan du cadran			Coordonnées tridimensionnelles		
	$X$	$Y$	$Z$	$x$	$y$	$z$
-30	0,67805	3,78373	0	2,91115	-3,13717	-0,67805
-15	0,41815	2,14447	0	2,48688	-1,55377	-0,41815
0	0,27583	1,24680	0	2,25455	-0,68668	-0,27583
15	0,17500	0,61083	0	2,08995	-0,07237	-0,17500
30	0,08987	0,07389	0	1,95097	0,44627	-0,08987
45	0,00670	-0,45068	0	1,81521	0,95297	-0,00670
60	-0,08698	-1,04157	0	1,66227	1,52372	0,08698
75	-0,21105	-1,82411	0	1,45974	2,27959	0,21105
90	-0,41590	-3,11620	0	1,12532	3,52766	0,41590

(Les décimales sont superflues et ne servent que pour vérification ou comparaison des calculs)

L'aspect général de ce cadran vertical déclinant à réflexion est donné par la figure ci-dessous (avec  $h$  = solstice d'hiver,  $q$ =équinoxes, et  $e$  = solstice d'été).



Figures 9 – Cadran vertical déclinant à réflexion.

## 6. Cadran incliné déclinant à réflexion

### 6.1. Les axes dans le plan de l'incliné déclinant

Installons depuis le centre  $O$  d'un miroir incliné déclinant (MID), une sphère céleste de rayon  $R$  munie d'un système d'axes rectangulaires  $Oxyz$  avec  $Oz$  vertical,  $Ox$  plein sud et  $Oy$  plein est. Considérons un plan incliné et déclinant (PID) tangent en  $G$  à la sphère céleste. Le point  $G$  a pour coordonnées  $(-R \cos \ell \sin \lambda; -R \sin \ell \sin \lambda; -R \cos \lambda)$  et le PID est alors situé à une distance perpendiculaire  $R$  du centre du MID. Afin de déterminer un repère cartésien dans le PID à partir du repère  $Oxyz$ , on procède de la façon suivante. Une rotation autour de l'axe  $Oz$  dans le sens direct et d'angle  $\ell = (Ox, Ox')$  donne le repère  $Ox'y'z$  dans lequel on pose  $Oy' = Oy$ . Une rotation autour de l'axe  $Oy'$  dans le sens direct et d'angle  $\lambda = (Oz, OZ)$ , conduit au repère  $OXYZ$ . Puis une translation de vecteur  $\mathbf{OG}$  mène au repère  $GXYZ$  dans lequel l'axe  $GZ$  est perpendiculaire au plan  $GXY$ , c'est-à-dire le PID. La face du PID orientée par le vecteur  $\mathbf{GO}$  est celle exposée aux rayons réfléchis par le miroir. La longitude  $\ell$  et la latitude  $\lambda$  du point tangent  $G$  sur la sphère céleste sont liées à la déclinaison gnomonique  $D$  et à la distance zénithale  $I$  du PID. On passe d'un couple  $(\ell, \lambda)$  à l'autre  $(D, I)$  à partir des relations évidentes :

- pour la déclinaison :  $\ell = -D$
- pour la distance zénithale :  $\lambda = I$ .

Ainsi, lorsque  $\lambda = 90^\circ$ , le cadran est vertical, le cadran est au sol avec sa normale vers le zénith si  $\lambda = 0^\circ$ , le cadran est au plafond avec sa normale vers le nadir si  $\lambda = 180^\circ$ , et si  $\lambda = -90^\circ$  (avec  $\ell = 0^\circ$ ), le cadran est plein nord.

Dans tous les cas, un observateur placé au centre  $O$  du MID et regardant le cadran verra l'axe  $GX$  vers le bas et selon la ligne de plus grande pente (LPGP), et l'axe  $GY$  horizontal, orienté à sa droite.

### 6.2. Coordonnées cartésiennes de la tache lumineuse

Les coordonnées du centre de la tache lumineuse réfléchi par le miroir dans le repère  $GXYZ$  du PID se calculent à partir du formulaire suivant :

$$T \left\{ \begin{array}{l} T_x = R \frac{\sin I \tan h_r - \cos I \cos(Az_r - D)}{\cos I \tan h_r + \sin I \cos(Az_r - D)} \\ T_y = R \frac{\sin(Az_r - D)}{\cos I \tan h_r + \sin I \cos(Az_r - D)} \\ T_z = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

### 6.3. Angle de la ligne de midi ( $\alpha_0$ ) pour un PID

On établit, non sans peine (voir *annexes*), que l'angle entre la ligne de plus grande pente ( $GX$ ) du cadran et la ligne de midi est donnée par la formule :

$$\tan \alpha_0 = \frac{2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \cos I (\sin D + \sin(D - 2D_m) \tan^2 I_m)}{\cos D + \cos(D - 2D_m) \tan^2 I_m} \quad (15)$$

On observe que cette expression est indépendante de la latitude du lieu et ne dépend que des paramètres géométriques du MID :  $(D_m ; I_m)$  et des paramètres géométriques du PID :  $(D ; I)$ .

Si l'on pose  $I = 90^\circ$ , on est en présence d'un cadran vertical déclinant et on retrouve bien la formule (11). Si  $D_m = 0^\circ$ , le miroir est orienté sud, alors  $\tan \alpha_0 = \cos I \tan D$ . Si  $I_m = 0^\circ$ , le miroir est horizontal et  $\tan \alpha_0 = \cos I \tan D$ . Seulement dans ces deux cas la ligne de midi a une inclinaison qui est classique en gnomonique. Dans toutes les autres circonstances, la position de la ligne de midi est paramétrable en fonction de l'inclinaison et de la déclinaison du miroir. Ce phénomène, rare en gnomonique, ne concernait jusqu'à présent que les cadrans bifilaires verticaux déclinants<sup>8</sup>. Les cadrans à réflexion offrent la possibilité de choisir une inclinaison de la ligne de midi à la seule condition que le miroir présente à la fois une inclinaison et une déclinaison toutes deux non nulle.

Dans une éventuelle recherche d'une inclinaison spécifique ou non de la ligne de midi, lorsque les paramètres de position  $(D ; I)$  du PID ont été déterminés, le tracé des isoclines de la ligne de midi,  $f_k(x, y) = 0$ , permet de faciliter la recherche des valeurs possibles du couple  $(D_m ; I_m)$  du MID permettant d'obtenir un angle  $\alpha_0$  déterminé. En posant  $k = \tan \alpha_0$  ( $k$  appartient à  $\mathbb{R}$ ), puis  $x = D_m$  et  $y = I_m$ , on peut alors écrire :

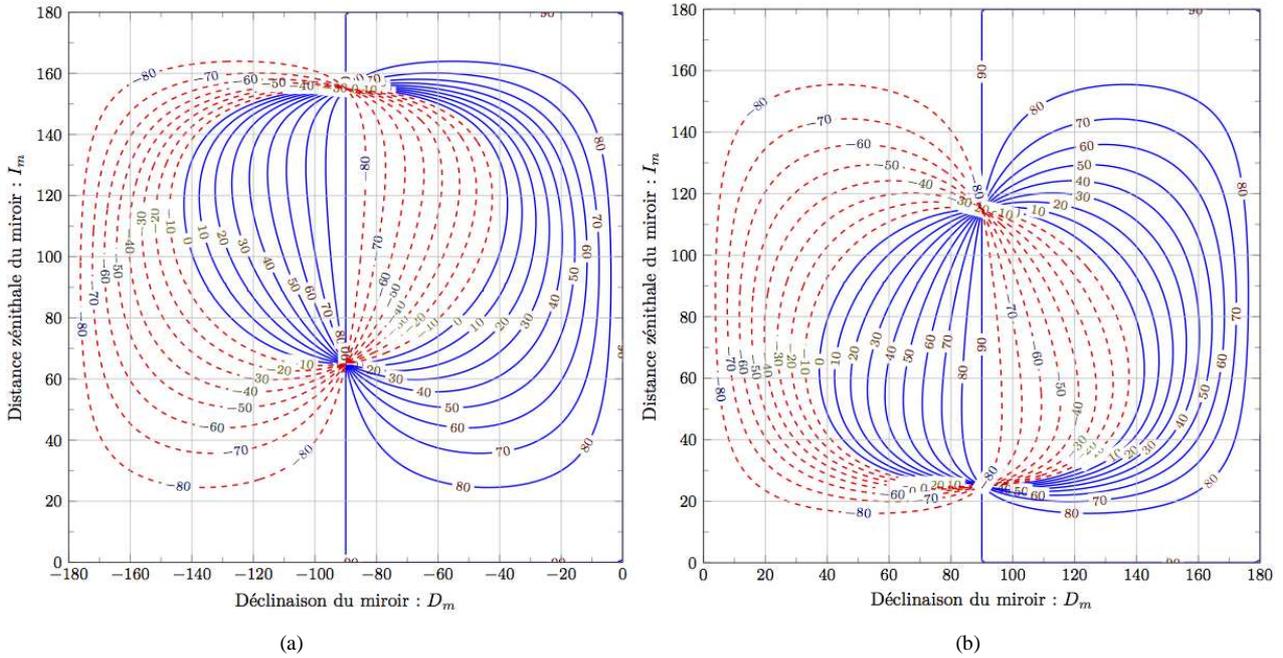
$$f_k(x, y) = k (\cos D + \cos(D - 2x) \tan^2 y) - 2 \sin I \sin x \tan y - \cos I (\sin D + \sin(D - 2x) \tan^2 y) \quad (15bis)$$

afin de tracer les différentes courbes de niveau  $f_k(x, y) = 0$ .

Le graphique  $f_k(x, y) = 0$  et par conséquent la lecture possible d'un couple  $(D_m ; I_m)$  d'un MID réalisant une inclinaison de la ligne de midi imposée par construction, ne préjuge en rien de la faisabilité du tracé du cadran sous ces conditions. Il faut donc conclure avec prudence afin de ne pas considérer des valeurs qui font que le miroir tourne définitivement le dos au plan incliné et déclinant.

Considérons l'exemple suivant. Soit un cadran incliné déclinant tel que  $D = 90^\circ$  et  $I = 140^\circ$ . Les familles de courbes  $f_k(x, y) = 0$  sont alors, avec en abscisses la déclinaison  $D_m$  et en ordonnée l'inclinaison  $I_m$  du miroir :

<sup>8</sup> Voir leur étude générale dans *Observations & Travaux*, n°55, déc. 2002 : D. Collin : « *Les cadrans solaires bifilaires à gnomons rectilignes quelconques* », p.12-31, et en particulier le paragraphe 3.2.2, p.20.



Figures 10.a et 10.b – Abaqués de l’inclinaison de la ligne de midi pour un PID tel que  $D=90^\circ, I=140^\circ$ .

On apprend que si la déclinaison du miroir est positive, l’inclinaison de la ligne de midi est négative par rapport à la LPGP, et réciproquement. On apprend également par exemple que si  $D_m=-40^\circ$ , alors la ligne de midi a une inclinaison comprise entre  $70^\circ$  et  $90^\circ$  pour une distance zénithale  $I_m < 30^\circ$ . Par contre prendre  $D_m=+60^\circ$  et  $I_m=+60^\circ$  pour obtenir un angle  $\alpha_0 \approx 40^\circ$ , ne donnera en fait sur le cadran aucune tache lumineuse... On peut lire directement quel couple  $(D_m ; I_m)$  donne telle ou telle inclinaison de la ligne de midi mais cela n’a de sens que s’il existe effectivement une réflexion des rayons lumineux, ce que les isoclines ne disent pas. Il faut donc faire preuve de bon sens. Dans l’exemple numérique au §6.5.2, on a choisit  $D_m=-40^\circ$  et  $I_m=18.5^\circ$  donnant ainsi une inclinaison  $\alpha_0 \approx 84^\circ$ .

#### 6.4. Formules de changement de coordonnées ou passage 2D-3D

Tout point  $T(x,y,z)$  exprimé dans le repère  $Oxyz$ , peut être exprimé à partir des coordonnées dans le repère  $GXYZ$  du PID. La relation vectorielle assurant cette transformation des coordonnées est :

$$\mathbf{u}_{XYZ} = Q(\ell, \lambda) \cdot \mathbf{u}_{xyz} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Réciproquement, tout point  $T(X,Y,Z)$  exprimé dans le repère  $GXYZ$  du PID, peut être exprimé à partir des coordonnées dans repère  $Oxyz$  du lieu de latitude  $\varphi$ . La relation assurant le passage des coordonnées du repère  $GXYZ$  à des coordonnées dans le repère  $Oxyz$  est :

$$\mathbf{u}_{xyz} = {}^tQ(\ell, \lambda) \cdot \mathbf{u}_{XYZ} - \begin{pmatrix} R \sin \lambda \cos \ell \\ R \sin \lambda \sin \ell \\ R \cos \lambda \end{pmatrix}, \quad (17)$$

avec :

$$Q(\ell, \lambda) = \begin{pmatrix} \cos \lambda \cos \ell & \cos \lambda \sin \ell & -\sin \lambda \\ -\sin \ell & \cos \ell & 0 \\ \sin \lambda \cos \ell & \sin \lambda \sin \ell & \cos \lambda \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad 'Q(\ell, \lambda) = \begin{pmatrix} \cos \lambda \cos \ell & -\sin \ell & \sin \lambda \cos \ell \\ \cos \lambda \sin \ell & \cos \ell & \sin \lambda \sin \ell \\ -\sin \lambda & 0 & \cos \lambda \end{pmatrix}$$

(17bis)

### 6.5 Exemples numériques relatif au PID

#### 6.5.1 - Premier exemple : cadran sous plafond.

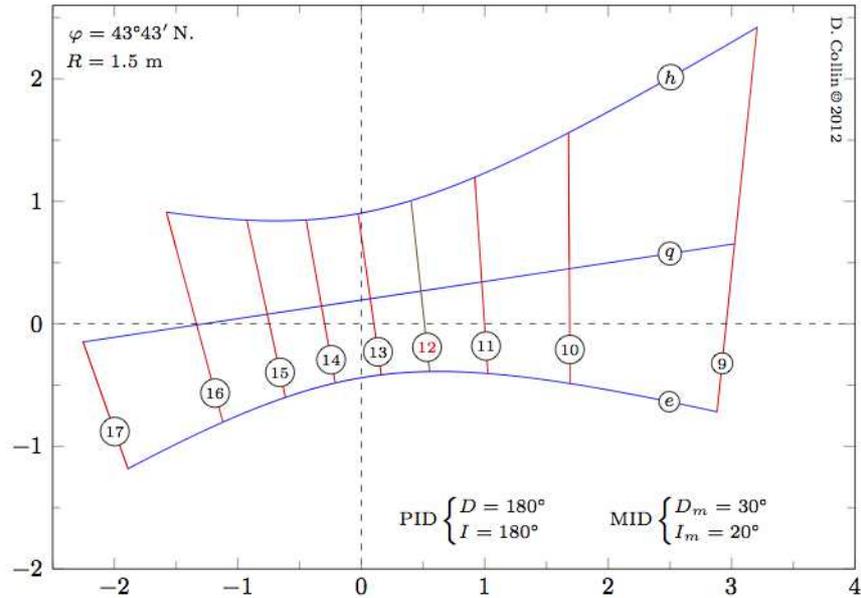


Figure 11 – Cadran Incliné et déclinant à réflexion.

#### 6.5.2 - Deuxième exemple : cadran sous plafond mansardé.

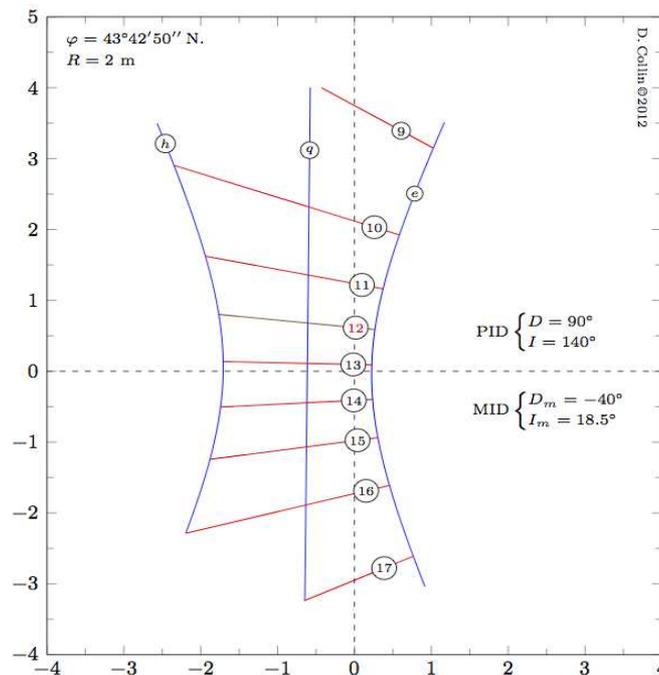


Figure 12 – Cadran Incliné et déclinant à réflexion.

6.5.3 - Troisième exemple : cadran incliné déclinant quelconque.

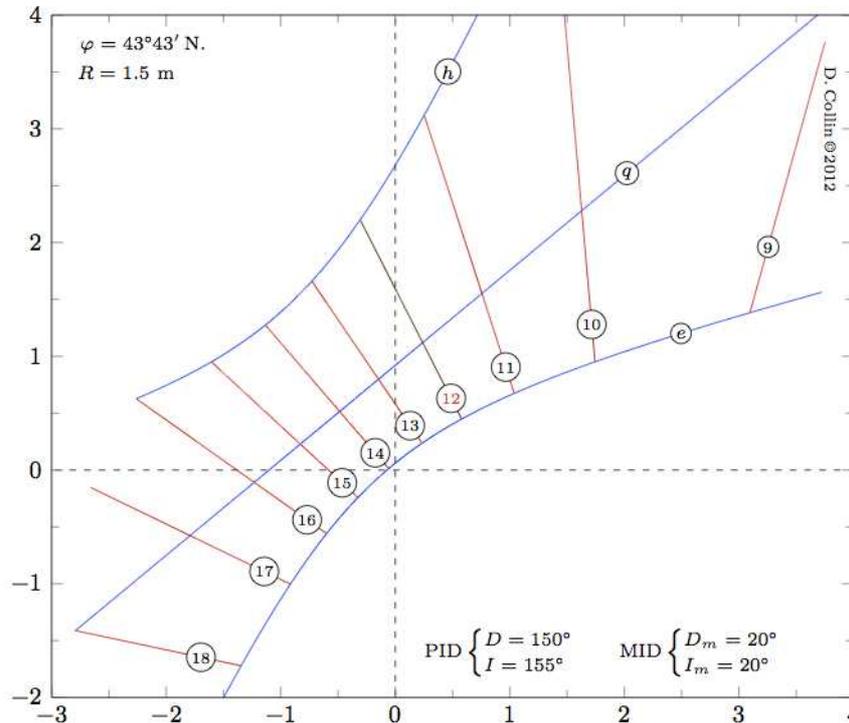


Figure 13 – Cadran Incliné et déclinant à réflexion.

7. Lever et coucher sur le miroir incliné déclinant

Soit  $N$  le point antipodal du grand cercle du miroir sur la sphère céleste (celui situé du côté du cadran). L'angle d'incidence  $i$ , angle entre le rayon incident et la normale, est distance antipodale au miroir c'est-à-dire la co-hauteur du soleil incident sur le plan du miroir. Par conséquent, le soleil s'est levé sur miroir lorsque  $i < 90^\circ$  et s'est couché sur miroir lorsque  $i > 90^\circ$ . L'angle horaire du lever du soleil sur le miroir s'obtient en faisant  $i = 90^\circ$ , ce qui conduit, à partir de la relation (3), à :

$$H_0 = H_n \pm \arccos(-\tan \delta_n \tan \delta) \tag{18}$$

En coordonnées horizontales, on a par conséquent :

$$Az_0 = D_m \pm \arccos(-\cot I_m \tan h) \tag{19}$$

Relations dans lesquelles on affecte le signe + pour les couchers, le signe - pour les levers. Dans le cas des coordonnées horaires, la relation (18) donne une valeur réelle lorsque :  $-(90^\circ - \delta_n) < \delta < 90^\circ - \delta_n$ , sachant déjà que  $\delta \in [-\varepsilon; +\varepsilon]$  (avec  $\varepsilon = 23^\circ 26'$ ). Ces formules constituent un premier critère pour une prise en compte des lignes horaires à tracer sur le cadran. Mais cela ne suffit pas, car des lignes horaires voisines des levers ou des couchers sur le miroir devront être écartées en raison des très grandes valeurs qu'elles peuvent faire prendre aux abscisses et/ou ordonnées de la tâche de lumière dans le repère du cadran.

Exemples numériques.

Reprenons l'exemple du §4.3. On a obtenu  $\delta_n = +0,48272^\circ$  et  $H_n = -13,99595^\circ$  pour un miroir tel que  $D_m = -20^\circ$  et  $I_m = 45^\circ$ . Le 30 juin, l'angle horaire du lever sur le miroir est  $H_0 = -104,20086^\circ$  et

l'angle horaire du coucher du soleil sur le miroir est  $H'_0=+76,20896^\circ$ . Par comparaison, l'angle horaire du lever ou du coucher du soleil sur l'horizon ce même jour est  $H_{0\text{-Soleil}}=\pm 114,0548^\circ$ , signifiant ainsi que tous les angles horaires sur cet arc-diurne ne pourront être pris en compte pour le tracé du cadran à réflexion.

(Les décimales sont volontairement superflues et ne servent que pour vérification ou comparaison des calculs.)

## 8. Annexes mathématiques

On se propose ici de fournir les démonstrations des différentes relations intervenant dans la construction et l'étude d'un cadran solaire à réflexion. On se sert essentiellement de la trigonométrie sphérique, étant entendu que ce n'est pas la seule façon d'établir toutes les formules proposées. En effet, la trigonométrie sphérique s'avère être la plus efficace des méthodes pour établir la formule donnant l'inclinaison de la ligne de midi avec la ligne de plus grande pente du cadran incliné déclinant.

### 8.1. Formule donnant l'angle $\alpha_0$ fait par la ligne de midi avec la verticale dans le cas du PVD

La pente  $\alpha_0$  de la ligne de midi se calcule à partir de la relation bien connue :

$$\tan \alpha_0 = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{T_{Y_2} - T_{Y_1}}{T_{X_2} - T_{X_1}}$$

Par suite, en remplaçant les coordonnées des centres  $T_1$  et  $T_2$  des taches lumineuses produites par des rayons réfléchis issus de rayons incidents particuliers se trouvant dans le plan méridien (respectivement un rayon incident vertical et un rayon incident selon la ligne de plus grande pente du miroir),

$$T_1 \left\{ \begin{array}{l} T_{X_1} = \frac{R}{\cos(D_m - D) \tan 2I} \\ T_{Y_1} = -R \tan(D_m - D) \\ T_{Z_1} = 0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad T_2 \left\{ \begin{array}{l} T_{X_2} = -R \frac{\cos D_m}{\cos D \tan I_m} \\ T_{Y_2} = -R \tan D \\ T_{Z_2} = 0 \end{array} \right. ,$$

on obtient successivement par application des règles ordinaires :

$$\begin{aligned} \tan \alpha_0 &= \frac{-R \tan D - R \tan(D_m - D)}{-R \frac{\cos D_m}{\cos D \tan I_m} + R \frac{1}{\cos(D_m - D) \tan 2I_m}} \\ \tan \alpha_0 &= \frac{[\tan D + \tan(D_m - D)] \cos D \cos(D_m - D) \tan I_m \tan 2I_m}{\cos D_m \cos(D_m - D) \tan 2I_m - \cos D \tan I_m} \\ \tan \alpha_0 &= \frac{[\sin D \cos(D_m - D) + \sin(D_m - D) \cos D] \tan I_m \frac{2 \tan I_m}{1 - \tan^2 I_m}}{\frac{2 \cos D_m \cos(D_m - D) \tan I_m - \cos D \tan I_m (1 - \tan^2 I_m)}{1 - \tan^2 I_m}} \\ \tan \alpha_0 &= \frac{2 \sin [D + (D_m - D)] \tan^2 I_m}{\tan I_m [2 \cos^2 D_m \cos D + 2 \cos D_m \sin D_m \sin D + \cos D \tan^2 I_m - \cos D]} \end{aligned}$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{2 \sin D_m \tan I_m}{\cos D (2 \cos^2 D_m - 1) + \sin 2 D_m \sin D + \cos D \tan^2 I_m}$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{2 \sin D_m \tan I_m}{\cos 2 D_m \cos D + \sin 2 D_m \sin D + \cos D \tan^2 I_m}$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{2 \sin D_m \tan I_m}{\cos(2 D_m - D) + \cos D \tan^2 I_m}$$

□

C'est l'expression recherchée. Les seuls paramètres intervenant sont la déclinaison  $D$  du cadran et le couple caractéristique  $(D_m; I_m)$  du MID. La ligne de midi est donc déterminée avant tout tracé complet du cadran.

8.2. Formule donnant l'angle  $\alpha_0$  fait par la ligne de midi avec la LPGP dans le cas du PID

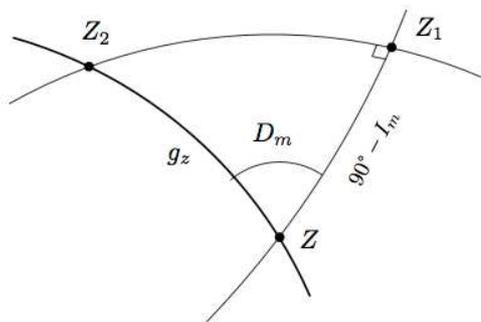
8.2.a. La ligne de plus grande pente du miroir incliné déclinant

$Z_2$  est l'intersection du plan du miroir incliné déclinant avec le méridien, et la droite  $OZ_2$  est sa ligne de plus grande pente. L'angle  $(OZ, OZ_2) = g_z$  est l'angle qu'elle fait par rapport à la verticale (fig. 14.a). En utilisant la règle de Neper dans le triangle sphérique  $ZZ_1Z_2$  rectangle en  $Z_1$ , on détermine l'inclinaison de la ligne de plus grande pente (fig. 14.b) :

$$\cos D_m = \cot I_m \cot g_z$$

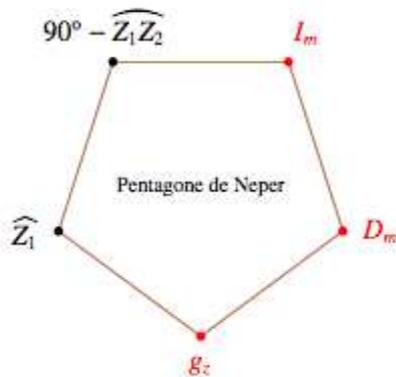
$$\tan g_z = \frac{1}{\tan I_m \cos D_m}$$

Cet angle sera déterminant dans la recherche de l'angle  $\alpha_0$  fait par la ligne de midi avec la LPGP du PID.



$ZZ_1$  : plan normal au MID.  
 $ZZ_2$  : plan méridien.  
 $Z_1Z_2$  : plan du MID.

Figure 14.a.



Le cosinus d'un élément quelconque est égal au produit des cotangentes des éléments adjacents, et aussi à celui des sinus des éléments opposés.

Figure 14.b.

8.2.b. Ligne de Midi dans le cas du PID - Angle  $\alpha_0$

Sachant que l'image de l'arc méridien de la sphère céleste par le MID est une droite dans le PID, deux points sur cette ligne suffisent pour établir la formule relative à la pente  $\alpha_0$ . Les centres des taches lumineuses  $T_1$  et  $T_2$  sont produits par des rayons réfléchis issus de rayons incidents appartenant tous deux à l'arc méridien  $PZK$ . En supposant que  $0 < D_m < 90^\circ$ , et  $0 < I_m < 90^\circ$ , on choisira comme rayon incident particulier :

- un rayon incident passant par le zénith. Réfléchi en  $O$ , il émerge en un point  $R_1$  de la sphère céleste pour venir frapper le PID en  $T_1$  ;
- un rayon en incidence rasante. Passant par  $Z_2$  (cf. fig. 14.a), point le plus haut de la ligne de plus grande pente du MID, puis en  $O$  et, sans être dévié, il suit cette LPGP, pour émerger en  $R_2$  sur la sphère céleste<sup>9</sup> et venir former sur le PID une tache lumineuse en  $T_2$ .

Les coordonnées horizontales locales des différents points considérés sur la sphère céleste sont alors :

$$Z \left\{ \begin{array}{l} h = 90^\circ \\ Az = 0^\circ \end{array} \right. ; Z_2 \left\{ \begin{array}{l} h_2 = 90^\circ - g_z \\ Az_2 = 180^\circ \end{array} \right. ; R_1 \left\{ \begin{array}{l} h_{r_1} = 90^\circ - 2I_m \\ Az_{r_1} = D_m \end{array} \right. ; R_2 \left\{ \begin{array}{l} h_{r_2} = -(90^\circ - g_z) \\ Az_{r_2} = 0^\circ \end{array} \right.$$

Les taches lumineuses ainsi formées sur la ligne de midi ont pour coordonnées dans  $GXYZ$  :

$$T_1 \left\{ \begin{array}{l} T_{X_1} = -R \frac{\sin I - \cos I \cos(D_m - D) \tan 2I_m}{\cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m} \\ T_{Y_1} = R \frac{\sin(D_m - D) \tan 2I_m}{\cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m} \\ T_{Z_1} = 0 \end{array} \right. \quad T_2 \left\{ \begin{array}{l} T_{X_2} = -R \frac{\sin I \cos D_m \tan I_m + \cos I \cos D}{\sin I \cos D - \cos I \cos D_m \tan I_m} \\ T_{Y_2} = -R \frac{\sin D}{\sin I \cos D - \cos I \cos D_m \tan I_m} \\ T_{Z_2} = 0 \end{array} \right.$$

L'angle  $\alpha_0$  fait par la ligne de midi avec la LPGP se calcule à partir de la relation bien connue :

$$\tan \alpha_0 = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{T_{Y_2} - T_{Y_1}}{T_{X_2} - T_{X_1}}$$

Calculons d'abord le numérateur de  $\tan \alpha_0$  :

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = -R \frac{\sin D}{\sin I \cos D - \cos I \cos D_m \tan I_m} - R \frac{\sin(D_m - D) \tan 2I_m}{\cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m}$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \left[ \sin D (\cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m) + \sin(D_m - D) \tan 2I_m (\sin I \cos D - \cos I \cos D_m \tan I_m) \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \left[ \sin D \cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m + \sin I \cos D \sin(D_m - D) \tan 2I_m - \cos I \cos D_m \sin(D_m - D) \tan I_m \tan 2I_m \right]$$

<sup>9</sup>  $R_2$  est le symétrique de  $Z_2$  par rapport au centre  $O$  de la sphère puisque tous deux appartiennent à la LPGP du MID; les points  $Z_2$ ,  $O$ ,  $R_2$  et  $T_2$  sont alignés.

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \left[ \sin I \tan 2I_m (\sin D \cos(D_m - D) + \sin(D_m - D) \cos D) \right. \\ \left. + \sin D \cos I - \cos I (\sin D_m \cos D_m \cos D - \sin D \cos^2 D_m) \tan I_m \tan 2I_m \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \left[ \sin I \sin D_m \tan 2I_m + \sin D \cos I \right. \\ \left. - \cos I \sin D_m \cos D_m \cos D \tan I_m \tan 2I_m + \cos I \sin D \cos^2 D_m \tan I_m \tan 2I_m \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ 2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \sin D \cos I \right. \\ \left. - \sin D \cos I \tan^2 I_m - \cos I \sin 2D_m \cos D \tan^2 I_m + 2 \cos^2 D_m \sin D \cos I \tan^2 I_m \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ 2 \sin I \sin D_m \tan I_m - \cos I \cos D \sin 2D_m \tan^2 I_m \right. \\ \left. + \sin D \cos I + \cos I \sin D \tan^2 I_m (2 \cos^2 D_m - 1) \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ 2 \sin I \sin D_m \tan I_m - \cos I \cos D \sin 2D_m \tan^2 I_m \right. \\ \left. + \sin D \cos I + \cos I \sin D \cos 2D_m \tan^2 I_m \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ 2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \sin D \cos I \right. \\ \left. + \cos I \tan^2 I_m (\sin D \cos 2D_m - \sin 2D_m \cos D) \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ 2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \sin D \cos I \right. \\ \left. + \cos I \sin(D - 2D_m) \tan^2 I_m \right]$$

$$T_{Y_2} - T_{Y_1} = -R \frac{2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \sin D \cos I + \cos I \sin(D - 2D_m) \tan^2 I_m}{(\text{den1} \times \text{den2})(1 - \tan^2 I_m)}$$

Ensuite, calculons le dénominateur de  $\tan \alpha_0$  :

$$T_{X_2} - T_{X_1} = -R \frac{\sin I \cos D_m \tan I_m + \cos I \cos D}{\sin I \cos D - \cos I \cos D_m \tan I_m} - R \frac{\sin I - \cos I \cos(D_m - D) \tan 2I_m}{\cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m}$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = -R \left( \frac{(\sin I \cos D_m \tan I_m + \cos I \cos D)(\cos I + \sin I \cos(D_m - D) \tan 2I_m)}{\text{den1} \times \text{den2}} \right. \\ \left. + \frac{(\sin I - \cos I \cos(D_m - D) \tan 2I_m)(\sin I \cos D - \cos I \cos D_m \tan I_m)}{\text{den1} \times \text{den2}} \right)$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \left[ \sin I \cos I \cos D_m \tan I_m + \cos^2 I \cos D \right. \\ \left. + \sin^2 I \cos D_m \cos(D_m - D) \tan I_m \tan 2I_m \right. \\ \left. + \sin I \cos I \cos D \cos(D_m - D) \tan 2I_m + \sin^2 I \cos D \right. \\ \left. - \sin I \cos I \cos D_m \tan I_m - \sin I \cos I \cos D \cos(D_m - D) \tan 2I_m \right. \\ \left. + \cos^2 I \cos D_m \cos(D_m - D) \tan I_m \tan 2I_m \right)$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \left[ \cos D + \cos D_m \cos(D_m - D) \tan I_m \tan 2I_m \right]$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ \cos D - \cos D \tan^2 I_m \right. \\ \left. + 2 \cos 2D_m \cos(D_m - D) \tan^2 I_m \right]$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ \cos D - \cos D \tan^2 I_m \right. \\ \left. + 2 \cos^2 D_m \cos D \tan^2 I_m - 2 \cos D_m \sin D_m \sin D \tan^2 I_m \right]$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = \left( \frac{-R}{\text{den1} \times \text{den2}} \right) \left( \frac{1}{1 - \tan^2 I_m} \right) \left[ \cos D + \cos D \tan^2 I_m (2 \cos^2 D_m - 1) \right. \\ \left. - \sin 2D_m \sin D_m \tan^2 I_m \right]$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = -R \frac{\cos D + \tan^2 I_m (\cos D \cos 2D_m - \sin D \sin 2D_m)}{(\text{den1} \times \text{den2})(1 - \tan^2 I_m)}$$

$$T_{X_2} - T_{X_1} = -R \frac{\cos D + \cos(D - 2D_m) \tan^2 I_m}{(\text{den1} \times \text{den2})(1 - \tan^2 I_m)}$$

Ainsi, en rassemblant les numérateur et dénominateur pour former  $\tan \alpha_0$ , on obtient :

$$\tan \alpha_0 = \frac{-R \frac{2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \cos I (\sin D + \sin(D - 2D_m) \tan^2 I_m)}{(\text{den1} \times \text{den2})(1 - \tan^2 I_m)}}{-R \frac{\cos D + \cos(D - 2D_m) \tan^2 I_m}{(\text{den1} \times \text{den2})(1 - \tan^2 I_m)}}$$

D'où finalement la formule recherchée :

$$\tan \alpha_0 = \frac{2 \sin I \sin D_m \tan I_m + \cos I (\sin D + \sin(D - 2D_m) \tan^2 I_m)}{\cos D + \cos(D - 2D_m) \tan^2 I_m}$$

□

### 8.3 Coordonnées horaires du rayon réfléchi par le MID

#### 8.3.a. Déclinaison $\delta_r$ du rayon réfléchi

Le formulaire en coordonnées horaires fourni la relation classique (voir figure d'appui n°6) :

$$\sin \delta_r = \sin \delta \cos 2i + \cos \delta \sin 2i \cos S_p, \quad (20)$$

obligeant de passer d'abord par le calcul de l'angle  $S_p$  puis celui de l'angle incident  $i$ . Tentons de

s'affranchir de ces étapes à priori obligatoires, en substituant dans cette relation une expression possible de  $\cos S_p$ , et ensuite de  $\cos i$ .

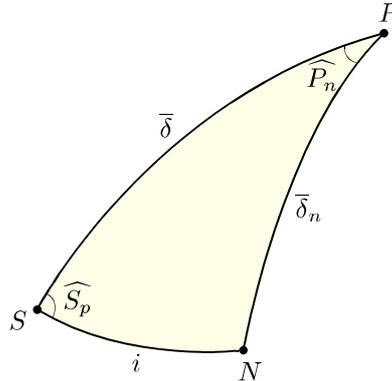


Figure 15 – Triangle sphérique PSN.

Si l'on se place dans le triangle sphérique PSN (fig. 15), on peut considérer que l'on a trois côtés connus  $i$ ,  $\delta$  et  $\delta_n$ . Ainsi  $\cos \hat{S}_p = \frac{\cos \delta_n - \cos \delta \cos i}{\sin \delta \sin i}$ , grâce à la relation fondamentale du groupe de Gauss. En substituant dans (20) :

$$\begin{aligned} \sin \delta_r &= \sin \delta \cos 2i + \cos \delta \sin 2i \left( \frac{\sin \delta_n - \sin \delta \cos i}{\cos \delta \sin i} \right) \\ \sin \delta_r &= \frac{\sin \delta \cos \delta \sin i \cos 2i + \sin \delta_n \sin 2i \cos \delta - \sin \delta \cos \delta \cos i \sin 2i}{\cos \delta \sin i} \\ \sin \delta_r &= \frac{\sin \delta_n \sin 2i - \sin \delta \sin i}{\sin i} \\ \sin \delta_r &= 2 \cos i \sin \delta_n - \sin \delta \end{aligned} \tag{21}$$

Forme déjà bien réduite et qui se dispense de passer par l'angle  $S_p$ . On pourrait parfaitement s'en contenter dans toute programmation, mais on est encore obligé de passer par le calcul de l'angle d'incidence  $i$ . On peut encore substituer  $\cos i$  dans cette première expression réduite de  $\sin \delta_r$ . En prenant la relation (3bis) on obtient :

$$\begin{aligned} \sin \delta_r &= 2 \sin \delta_n \left( \sin \delta \sin \delta_n + \cos \delta \cos \delta_n \cos |H - H_n| \right) - \sin \delta \\ \sin \delta_r &= 2 \sin^2 \delta_n \sin \delta + 2 \sin \delta_n \cos \delta_n \cos \delta \cos |H - H_n| - \sin \delta \\ \sin \delta_r &= \sin \delta (2 \sin^2 \delta_n - 1) + \sin 2 \delta_n \cos \delta \cos |H - H_n| \\ \sin \delta_r &= \sin 2 \delta_n \cos \delta \cos |H - H_n| - \cos 2 \delta_n \sin \delta \end{aligned}$$

L'extraction de l'angle  $\delta_r$  donnera un angle compris entre  $-90^\circ$  et  $+90^\circ$  qui est aussi son intervalle de définition. □

### 8.3.b. Angle horaire $H_r$ du rayon réfléchi

En considérant le triangle sphérique SPR (fig.16), on observe que l'on n'a guère le choix pour déterminer l'angle horaire  $H_r$  du rayon réfléchi ; on est obligé de passer par le calcul de l'angle au sommet P. Bien que formé de deux angles orientés, P est un angle naturel – son extraction ne posera donc aucune difficulté. On peut alors se servir de la formule de Borda qui s'avère relativement simple, mais qui exige d'abord le calcul de l'angle  $i$ , puis de l'angle  $\delta_r$ , et on ne peut faire autrement. On détermine ensuite  $H_r$  le plus simplement du monde par comparaison des valeurs

des angles  $H$  et  $H_n$ .

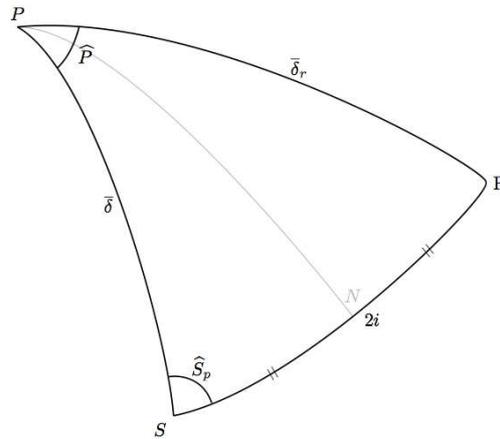


Figure 16 – Triangle sphérique  $SPR$ .

On calcule l'angle au sommet  $P$  :

$$\tan\left(\frac{P}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos(\delta_r - \delta) - \cos 2i}{\cos 2i + \cos(\delta_r + \delta)}}$$

L'extraction de l'angle  $P$  se fera entre  $0$  et  $+180^\circ$  qui est aussi son intervalle de définition. On obtient ensuite l'angle horaire du rayon réfléchi en utilisant les critères suivants :

$$\begin{cases} \text{Lorsque } H < H_n, H_r = H + P \\ \text{Lorsque } H > H_n, H_r = H - P \end{cases}$$

□

On pourra à partir de ces relations, par les formules classiques de transformation des coordonnées horaires en coordonnées horizontales, calculer directement les azimuts et hauteur de l'astre image  $R$  du Soleil, c'est-à-dire les coordonnées horizontales locales  $(Az_r; h_r)$  du rayon réfléchi par le MID. On se propose malgré tout d'en établir le formulaire le plus simplifié possible. C'est l'objet essentiel du paragraphe suivant.

#### 8.4 Coordonnées horizontales locales du rayon réfléchi par le MID

##### 8.4.a. Hauteur du rayon réfléchi, $h_r$

Pour établir la relation donnant la hauteur du soleil réfléchi, on suivra exactement la même démarche déroulée dans la démonstration 8.3.a. En effet, le triangle sphérique  $SZN$  (fig. 4) possède la même configuration que le triangle sphérique  $SPN$  (fig. 6, ou fig. 15) à la différence près que le côté  $ZN$  n'est pas associé à un angle complémentaire (fig. 11). Par conséquent et par échange de pôle entre  $P$  et  $Z$ , la liste des angles intervenants est aussi échangée. Le tableau suivant résume cette dualité que l'on met à profit pour en déduire l'expression recherchée de la hauteur du soleil réfléchi par le miroir :

Pôle $P$ (tri. sph. $SPN$ )	Pôle $Z$ (tri. sph. $SZN$ )
$\bar{\delta}_n$	$I_m$
$H_n$	$D_m$

$\bar{\delta}$	$\bar{h}$
$i$	$i$
$H$	$Az$

Par suite, il vient simplement :  $\sin h_r = \sin 2I_m \cos h \cos(Az - Dm) + \cos 2I_m \sin h$  □

Relation assez élégante. L'extraction de  $h_r$  ne pose aucune difficulté sachant que  $h_r \in ]-90^\circ; +90^\circ[$ .

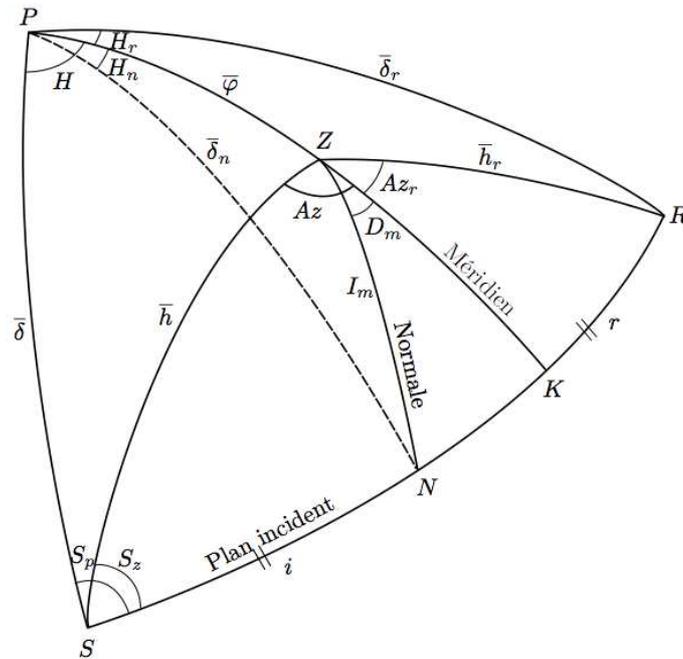


Figure 17 – Triangles sphériques  $SPN$  et  $SZN$ .

#### 8.4.b. Azimut du rayon réfléchi, $Az_r$

Pour établir là aussi une relation simplifiée de l'azimut du soleil réfléchi, on observera le triangle sphérique  $SZR$  de la figure 17 ; son analyse conduit à une démonstration elle aussi simplifiée. Il suffit en effet de déterminer l'angle en  $Z$  dans le triangle sphérique  $SZR$  pour ensuite calculer l'azimut désiré.

On ne pourra pas se passer de l'angle incident  $i$  pour tout triangle sphérique de pôle  $Z$ . On se contente alors d'appliquer la formule de Borda dans le triangle sphérique  $SZR$ . En effet, les angles  $Az$  et  $Az_r$  sont toujours de part et d'autre du côté  $ZN$  (plan normal au miroir) et par conséquent, quelque que soient leurs signes on aura toujours  $Z = Az + Az_r$ . L'extraction des angles devient alors triviale, sans ambiguïté. D'où les relations proposées en (5) et (6). □

#### 8.5 Coordonnées cartésiennes de la tache lumineuse dans le cadran plan incliné déclinant

On se sert des résultats de la gnomonique concernant le cadran incliné déclinant, en considérant le soleil réfléchi comme étant le soleil « réel ». Alors bien sûr, les caractéristiques géométriques du MID n'interviennent plus explicitement, mais seulement au travers de la hauteur et de l'azimut du

soleil réfléchi. Par suite, on utilise tel quel le formulaire du cadran incliné déclinant<sup>10</sup>. D'où les coordonnées de la tache de lumière en formule (14), solution générale du *deuxième problème fondamental* de la catoptrique pour les plans inclinés déclinants.

□

## Conclusion

Les cadrans à réflexion sont généralement des cadrans de très grande dimension ce qui leur confère une certaine complexité dans leur construction. L'une des premières difficultés est de donner exactement au miroir ses inclinaison et déclinaison requise pour le tracé désiré par le gnomoniste. C'est la contrepartie de s'affranchir de tout objet porte-ombre et de leur défaut. De même, la détermination de la déclinaison et inclinaison du cadran plan généralement placé à l'ombre n'est pas simple. Cela fait donc quatre paramètres qui influent directement sur le tracé du cadran. Leur détermination ne peut se faire que dans un intervalle de confiance dépendant du soin et de la qualité des méthodes utilisées. Mais ceci fait l'objet d'une autre étude qui ne peut prendre place ici. L'aspect des lignes, particulièrement la ligne de midi et la ligne équinoxiale, donne lieu à une multitude de possibilités qui n'a de limite que dans l'art du concepteur à les faire naître.

Les cadrans à réflexion ont déjà fait l'objet de recherches et d'innovations intéressantes<sup>11</sup> si bien que l'étude légèrement exhaustive présentée ici ne fait que fixer les bases nécessaires à l'élaboration des cadrans à réflexion. Tout un ensemble de pratique est à découvrir ou redécouvrir. Il ne fait pas de doute que le renouveau de ces cadrans sans gnomon est en place et il serait bien intéressant de suivre leur développement malgré leur difficile mise en œuvre.

Nice, juin 2012.

### ⇒ Dans la version CD-ROM de ce Cadran Info vous trouverez en annexe

Un fichier Excel pour le tracé des lignes horaires et des arcs-diurnes des cadrans à réflexion. Ce fichier n'est pas complètement finalisé mais constitue un très bon point de départ pour une visualisation du tracé d'un cadran à réflexion. On trouvera également un répertoire contenant l'ensemble des figures de cet article à la fois sous forme PDF et JPEG ; les fichiers sources LaTeX et TikZ/PGF, Asymptote et Grapher pour Macintosh Intel sont mis aussi à disposition de la communauté. Un fichier de programmation en langage Pascal est également mis à disposition et permet de créer des fichiers de données (listing de coordonnées dans le plan du cadran (repère  $GXY$ ) ou dans le repère tridimensionnel  $Oxyz$  utilisé dans les différents fichiers LaTeX). La programmation en Pascal n'est pas du tout optimale, il en est de même des fichiers sources d'Asymptote (proche du langage C) : la programmation est « *laide* », mais elle fonctionne. Le fichier source latex/Tikz permettant de tracer les isoclines de la ligne de midi d'un cadran à réflexion est également disponible (il suffit dans le fichier source de changer seulement les valeurs de  $D$  et  $I$  et de lancer une compilation TeX pour créer un graphique en pdf.)

Merci d'informer et de citer leur auteur ou la CCS lorsque chacun des fichiers fait l'objet d'une utilisation, d'une modification ou d'une diffusion par quelconque moyen que ce soit.



<sup>10</sup> Cf. Denis Savoie, « *Plan incliné et déclinant* », dans Cadran-Info n°9, mai 2004. On consultera aussi son ouvrage : « *La Gnomonique* », édition Les Belles Lettres (Collection l'âne d'or), mars 2007, chapitre VI, p. 103-113.

<sup>11</sup> Comme l'héliochronomètre à réflexion de Silvio Magnani (Milan, Italie) : *An interactive reflexion heliochronometer*, journal du NASS, *The Compendium*, volume 16 n°3, septembre 2009, pages 13-19. Voir également l'aperçu historique dans l'étude de M. D. Savoie sur les cadrans à réflexion, *opus citatum*.



## Meije, méridienne naturelle

Paul GAGNAIRE

*Il n'est pas rare de voir des photographies où le disque solaire apparaît exactement dans la Brèche de la Meije ou auréolant son Grand Pic qui pointe alors, précisément, le centre de l'astre. Dans les deux cas, le photographe s'est demandé à quelle date, à quelle heure et depuis quel emplacement, il verrait convenablement le phénomène. Si la réponse est midi, il a donc construit, par le calcul, ou par approches successives, une méridienne virtuelle, mais limitée à un seul point.*

### Première partie : une méridienne naturelle

Il est tentant d'essayer de construire la méridienne tout entière, à l'aide de cartes à grande échelle et des données obtenues sur Google Earth ou le Portail IGN. Nous présentons ici les résultats de cet aimable passe-temps qui ne date pas d'hier, puisque les habitants de l'Oisans, et plus particulièrement ceux de La Grave, appellent encore le Grand Pic de la Meije, « l'Ouille dou miedjou » soit « l'Aiguille de la mi-journée. »



La Meije photographiée depuis  
un emplacement inconnu

On notera tout d'abord que nous avons la bonne fortune de pouvoir baliser deux jalons avec une précision excellente : il s'agit, en premier lieu, du Grand Pic lui-même dont les coordonnées géographiques valent :

Latitude : 45° 00' 52'', 03

Longitude : - 6° 18' 30'', 12

Ensuite, nous repérons, à La Grave, le carrefour entre la RN 91 et la rue de Babiole dont les coordonnées géographiques valent :

Latitude : 45° 02' 46'', 81

Longitude : - 6° 18' 30'', 43

Ce carrefour se place donc 31 centièmes de secondes d'arc à l'est de la méridienne idéale issue du Grand Pic, ce qui mesure sur le terrain 68 centimètres. La distance à vol d'oiseau entre ces deux jalons n'est que de 4600 mètres ce qui nous donne le droit de les relier par une droite tracée entre eux et de dire que c'est un arc de méridien. Plus au nord la dérive serait plus forte si nous prenions comme troisième jalon le sommet du Signal de La Grave dont la longitude vaut : - 6° 18' 39'', 25 et qui nous ferait donc glisser de quelque 300 mètres à l'est. Aussi dirons-nous que ce troisième jalon se place à proximité du Signal.

Pour déterminer les emplacements où tombe l'ombre du Grand Pic, tous les jours à midi, vrai, local, il nous faut établir un croquis coté de la coupe verticale Nord-Sud de notre méridienne, ce qui nous procure quelques points remarquables à reporter sur le canevas, avant de les compléter par d'autres points intermédiaires, définis par leur altitude et leur distance au Grand Pic.

Points	Appellations	Altitudes	Distances
N°1	Grand Pic de la Meije	3983 m	0
N°2	Rimaye du glacier	3190 m	625 m
N°3 a et 3 b	Arêtes de la Meijette	3249 à 2834	1250 à 2000 m
N° 4	près du Chalet de Chalvachère	1844 m	3000 m
N° 5	La Serre de Buregard	1839 m	3375 m
N° 6	La Romanche, sous La Grave	1456 m	4375 m
N° 7	Carrefour RN91 = Babiole	1491 m	4635 m
N° 8	Hameau de Ventelon	1770 m	5250 m
N° 9	La Côte Rouge	2252 m	6625 m
N° 10	près du Signal de La Grave	2446 m	7250 m

Nous rappelons maintenant les altitudes de quelques points ou zones caractéristiques de ce versant Nord de la Meije pour aider le lecteur à repérer, sur le terrain, nos 10 points remarquables, à proximité de ces emplacements plus célèbres :

- Grand Pic .....3983 m
- Les Enfethores .....2364 à 3379 m
- Arêtes de la Meijette .....2834 à 3249 m
- Brèche de la Meije ..... 3357 m
- Refuge Evariste Chancel ..... 2506 m
- Lac de Puy Vachier ..... 2382 m
- Chalet de Chalvachère .....1844 m
- Serre de Buregard ..... 1839 m

Le graphique dont nous donnons ici l'image, est à considérer, il va sans dire, comme un pur jeu de l'esprit ; comment espérer que, dans la clarté du plein midi, surtout un jour d'hiver, l'ombre du Grand Pic s'étire suffisamment sur la neige luisante, vers le nord, pour remonter jusqu'aux abords du hameau de Ventelon ! En revanche, si l'on renverse les données du problème, il peut être amusant de se placer au bon endroit, un jour donné, pour voir le Soleil chapeautant le Grand Pic et réussir le cliché dont on sera fier.

Une idée pour d'autres chercheurs : faire le même travail avec le Cervin dont l'isolement pourrait permettre de repérer sur la carte, sinon un véritable cadran solaire, pour toutes les heures de tous les jours de l'année, du moins des alignements remarquables.

Sources : Google Earth  
Portail IGN



## Seconde partie : phénomène choisi, à paramétrer

Si nous abandonnons l'idée de construire une méridienne naturelle, nous sommes libérés de la contrainte de devoir respecter le méridien du Grand Pic et nous devenons libres du choix d'un azimut. En même temps, nous n'avons plus à baliser tous les emplacements journaliers de l'ombre, ce qui nous rend également libres dans le choix de la hauteur. Alors, il devient possible de traiter la question suivante : à quelle heure (angle horaire) et à quelle date (déclinaison), peut-on saisir le Soleil lorsqu'il satisfait à une exigence de hauteur et en même temps, à une exigence d'azimut. Pour que la question devienne concrète et imagée, nous donnerons rendez-vous au Soleil, sur tel pic ou au bord de telle ou telle combe. Au pays de la Meije, un choix prioritaire s'impose : voir, depuis le point XYZ, le Soleil encastré dans la Brèche de la Meije.

Parmi tous les points d'observation possibles, choisissons la place de l'église. Voici alors les données du problème :

La Grave, place de l'église :

Latitude : 45°02'46,21''

Longitude : -6°18'18,54''

Altitude : 1501 mètres

La Brèche de la Meije :

Latitude : 45°00'14,95''

Longitude : -6°17'57,12''

Altitude : 3357 mètres

De ces valeurs on tire facilement :

Distance de La Grave à la Brèche : 3807,70 mètres

Différence d'altitudes : 1856 mètres

Hauteur de la visée : 25°986 à arrondir à 26°

Azimut orthodromique de la Brèche, relevé depuis La Grave : 185°6626, comptés depuis le Nord en sens horloge, ou 5°6626 au SW.

Et, ensuite, la déclinaison du Soleil et les dates, par la formule :

$$\sin(\delta) = \sin(h) * \sin(\Phi) - \cos(\Phi) * \cos(h) * \cos(A) = -18^{\circ}766$$

Ce qui correspond, pour 2012, au 27 janvier et au 16 novembre.

Et, enfin, l'angle horaire (après XII) du Soleil, par la formule :

$$\sin(H) = (\sin(A) * \cos(h)) / \cos(\delta) = 12h 21 m$$

## Annexe : Gnomonique et photographie



Ces quelques lignes reflètent beaucoup plus d'interrogations que de certitudes et ce n'est que pour attiser, s'il se peut, la curiosité de nos collègues que nous nous résignons à les placer ici. En fait, les bonnes réponses devraient provenir de photographes, mais, jusqu'à présent, ceux-ci ont surtout renforcé nos doutes.

Il nous semble que photographier un paysage, à l'infini des photographes, consiste à découper dans la sphère locale, le fond d'un cône qui se présente comme une calotte sphérique que la prise de vue rend plane, un peu comme l'astrolabiste aplatit le ciel sur la saphaea d'Arzachel. Alors, est-il possible de superposer à la photographie un double réseau d'azimuts et d'almucantarats qui procurerait les coordonnées locales de tout point de la photographie, pourvu qu'on connaisse :

1°) la distance focale et le champ de l'objectif employé.

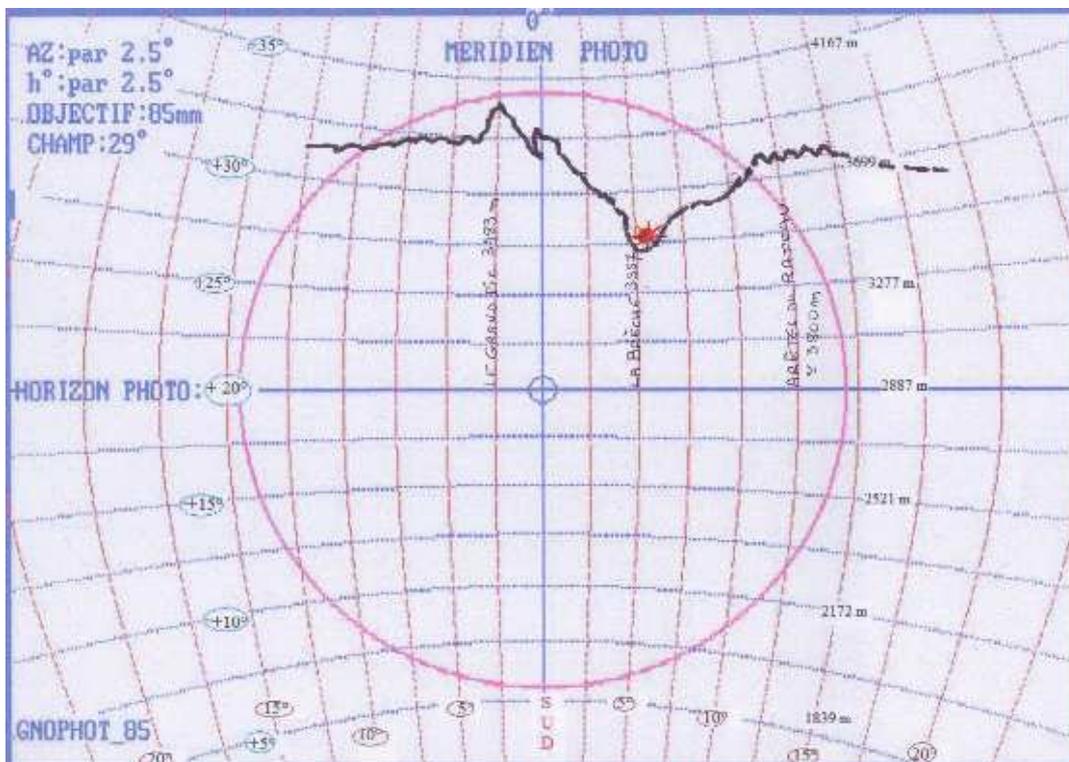
2°) la position de l'axe optique par rapport à l'horizon géométrique et par rapport à un azimut-origine, le Sud, par exemple, afin de pouvoir tracer les courbes des coordonnées locales.

Evidemment, si le travail de l'appareil photographique consiste aussi à rendre purement cartésienne cette grille de localisation, tout sera encore plus simple, mais c'est un point que nous n'avons pu élucider.

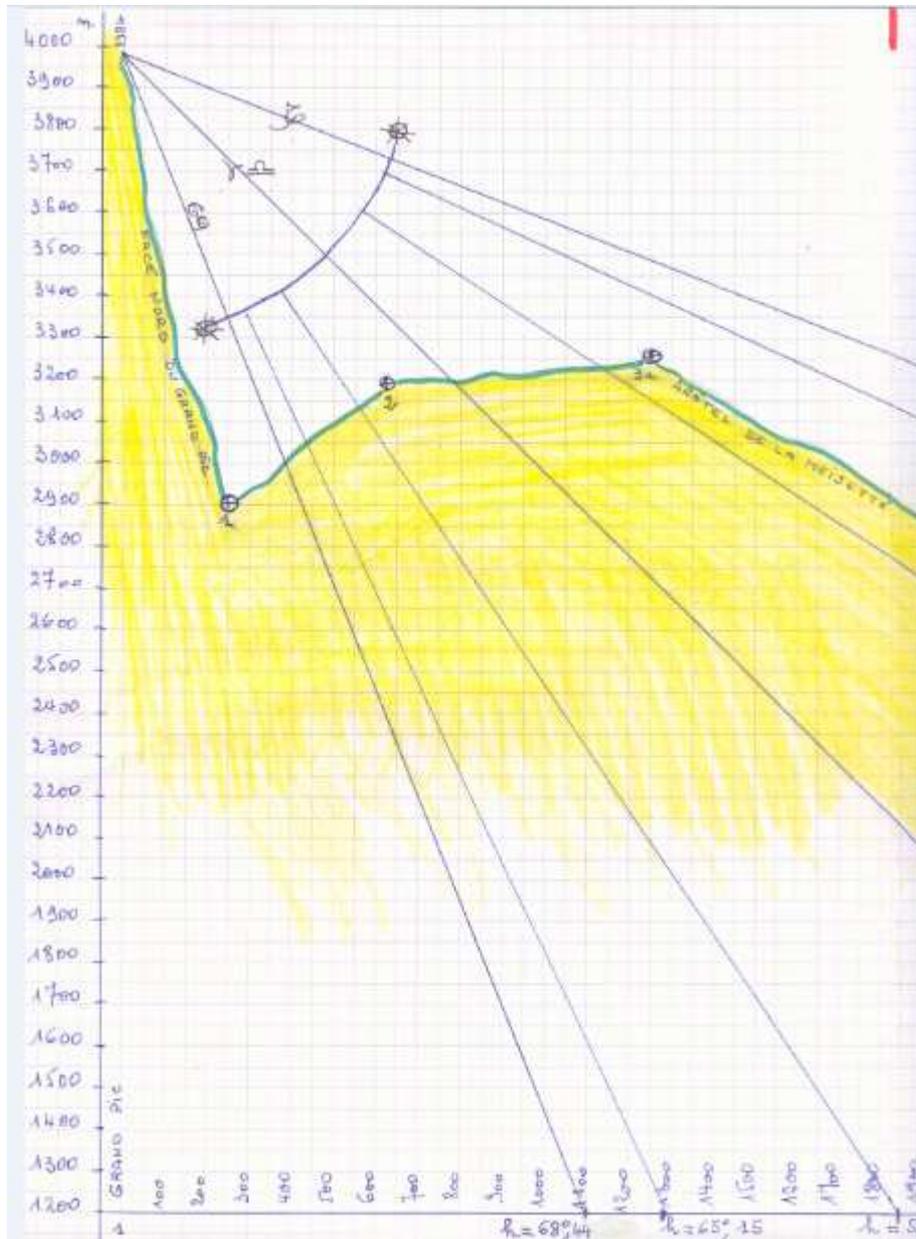
Nous présentons ici un essai pour superposer à une photographie dont nous connaissons les conditions de prise de vue, une telle grille altazimutale convenable pour un objectif de 85 mm de longueur focale couvrant un champ de 29 degrés.

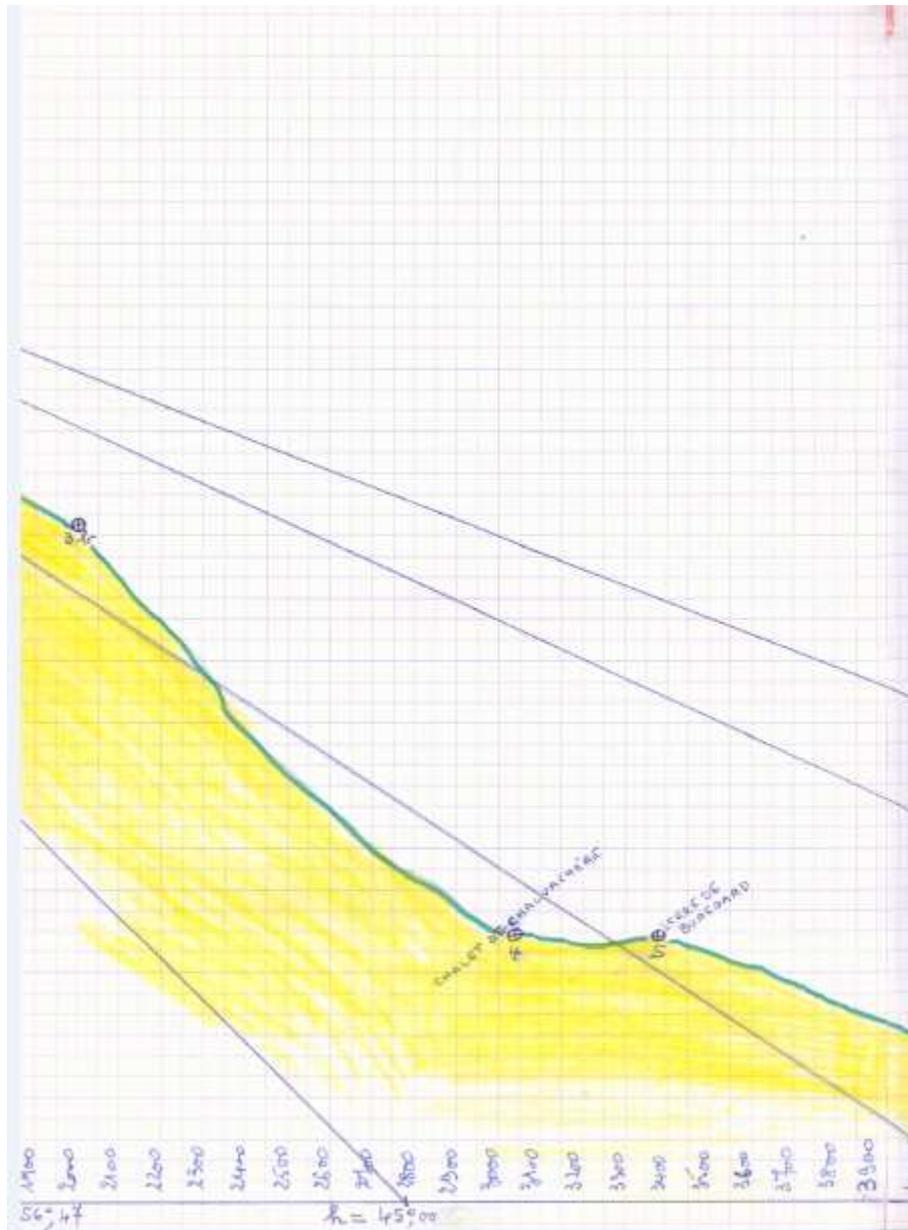
Il s'agit encore de l'apparition du Soleil dans la Brèche de la Meije. L'opérateur se trouve place de l'église, à la Grave, altitude 1501 mètres. L'axe de son objectif est relevé de 20° au dessus du plan horizontal et il vise l'azimut Sud. Le gros pointé rouge représente le Soleil dans la Brèche, le 27 janvier ou le 16 novembre, vers 12 h 21 m. On le relève dans l'azimut 6° SW et à une hauteur un peu inférieure à 27°.

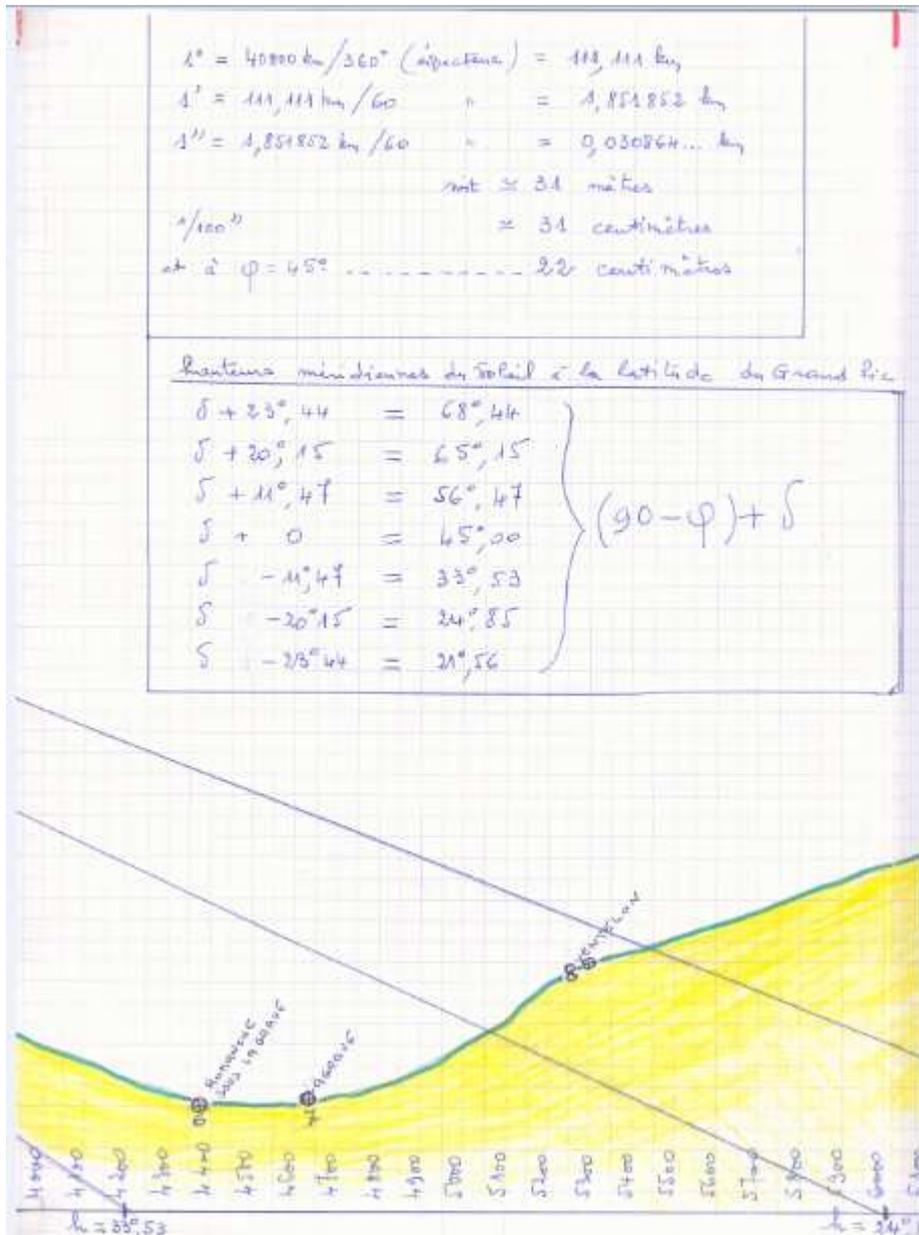
S'agit-il d'une coïncidence, encore inouïe, à vite chasser de nos mémoires ou bien cette technique, bien qu'un peu rustique, mérite-t-elle notre intérêt ?

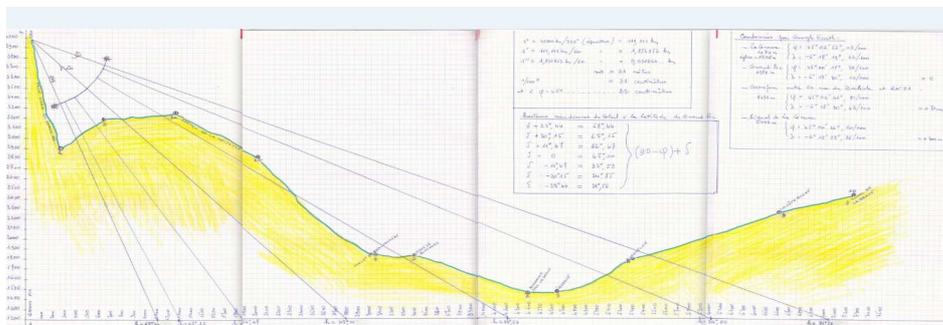
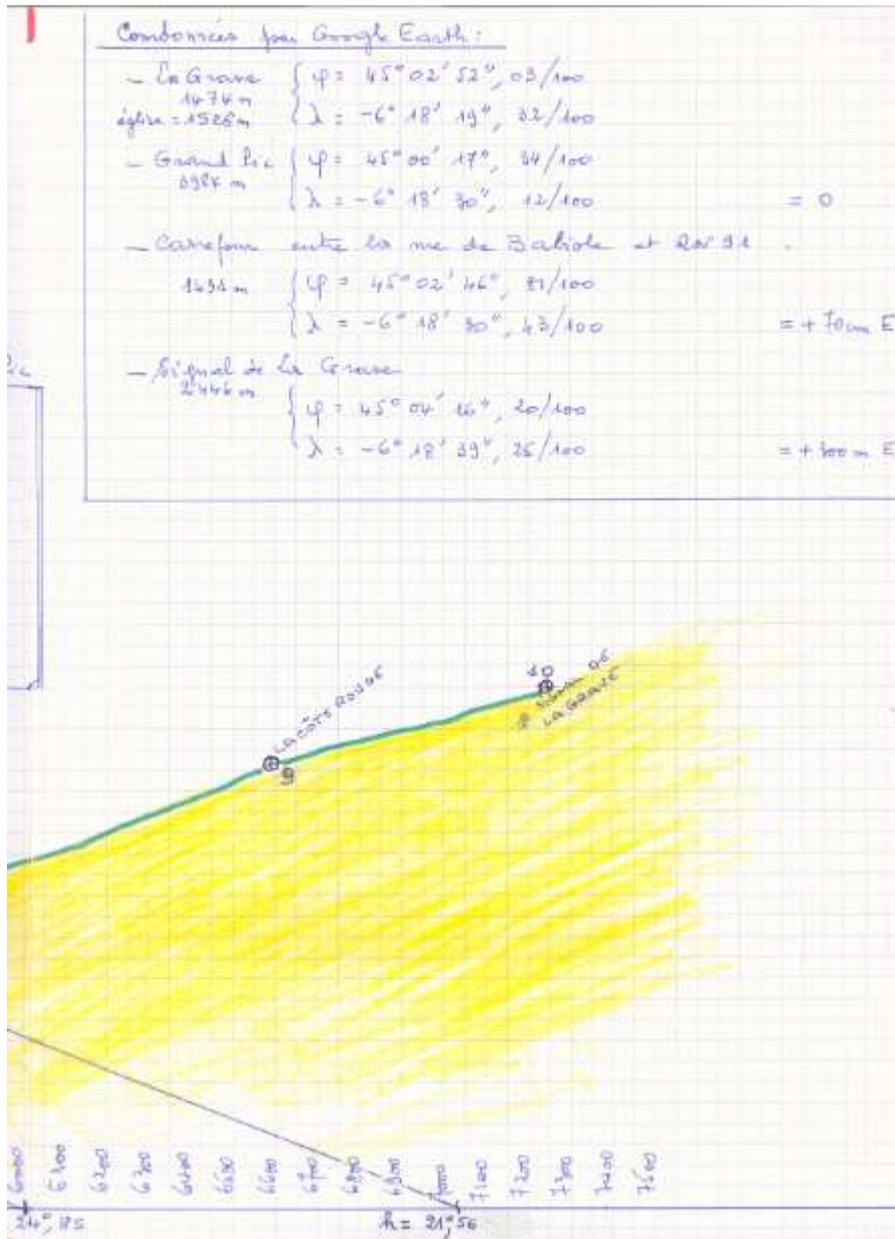


**Les quatre images composant le schéma :  
« Ombre méridienne du sommet du Grand Pic »**











## Les cadrans "Gahon"

d'après Claude GAHON

*Claude Gahon nous a habitué à des cadrans solaires particulièrement originaux. Dans Cadran Info n° 25, il nous présentait des réalisations principalement en tube. Ici ses nouveautés sont introduites par un bouquet floral.*

### - Le bouquet Florasol (1er mai 2012)



Chaque fleur est dans un plan équatorial. L'heure se lit en observant l'ombre des pétales sur elles-mêmes ou les raies de lumières.

Pour corser un peu le plaisir, il y a un décalage d'une heure d'une fleur à l'autre, ainsi on lit les heures de la façon suivante :

12-15-18-21 et (24)-(3)-6-9 sur la fleur Sud

13-16-19-(22) et (1)-(4)-7-10 sur la fleur Ouest

14-17-20-(23) et (2)-(5)-8-11 sur la fleur Est

Les fentes dans chaque pétales sont pour repérer les heures "rondes" soit par l'ombre de la pointe soit par la raie lumineuse qui s'aligne avec le centre de la fleur. Pour les temps intermédiaires, les ombres et les raies sont décalées par rapport aux fentes.

L'ensemble est fabriqué avec des barres d'aluminium et de la tôle peinte.

Il ne manque plus que le parfum !!!!



Retrouvez cette composition florale sur le site :

<https://picasaweb.google.com/vosgio77/MesCadrans?authuser=0&authkey=Gv1sRgCOXAmD-zI6rW1gE&feat=directlink>

- **Alidasol** (23 mai 2012)

Le terme d'Alidasol fait allusion à une alidade solaire en raison de son principe de lecture.

D'aspect plutôt classique et encore équatorial, le jeu consiste à tourner "l'alidade" jusqu'à la limite entre la position où elle a une ombre sur le plan équatorial et celle où elle n'en a plus.

Exemple par l'image :

- ° photo 1 il n'y a pas d'ombre il faut tourner encore
- ° photo 2 il y a de l'ombre, on est trop loin
- ° photo 3 on est juste à la bonne position limite ombre / lumière : on lit alors l'heure sur la couronne graduée, ici environ 13h15.



Photo 1



Photo 2



Photo 3

Naturellement il y a le problème de la saison hivernale, écliptique sous l'équateur, où la lecture se fait sous le disque, alors 2 solutions:

- ° On retourne le cadran, alidade en dessous, en réglant la longueur de la tige pour retrouver l'angle de la latitude
- ° On ajoute une deuxième "alidade" (photo 5)

Mais tout comme pour "Escalasel"<sup>1</sup>, il y a la ressource d'utiliser l'ombre sur la tranche de l'alidade !!!!

Globalement, la structure est encore modeste mais la manipulation amusante.

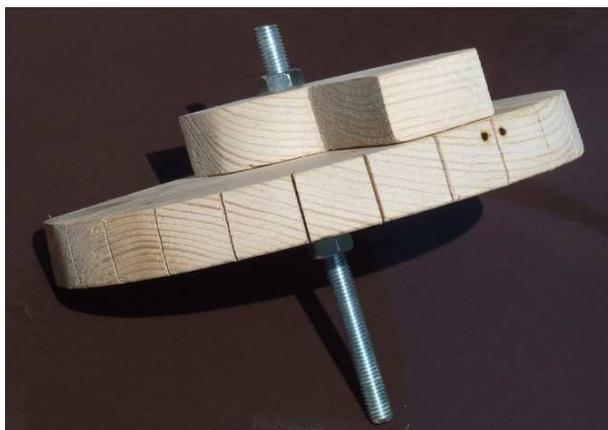


Photo 4



Photo 5

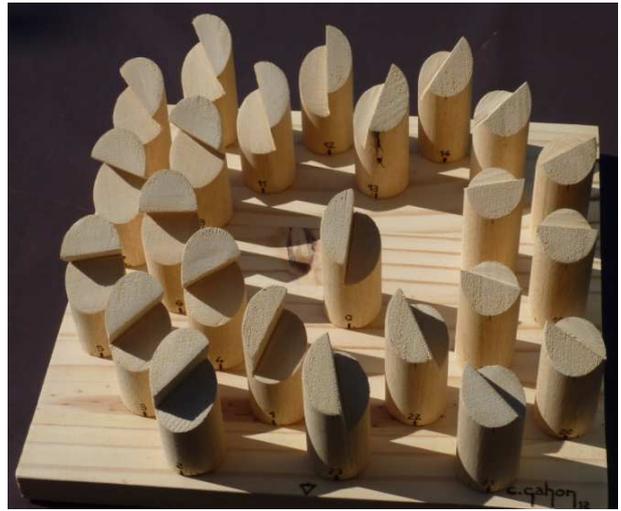
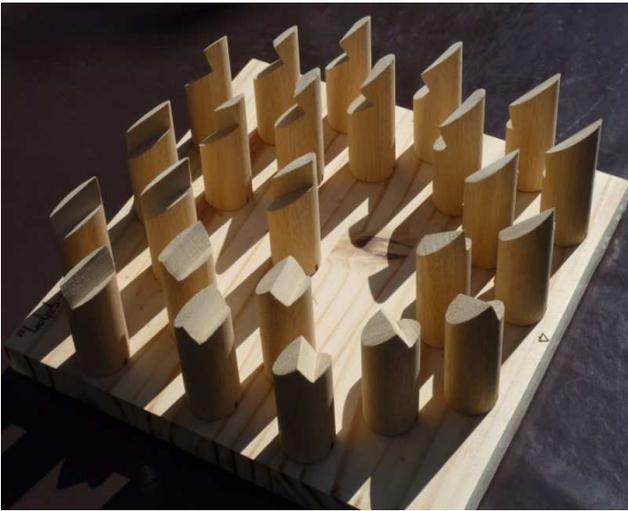
<sup>1</sup> Cadran Info n° 2 (mai 2012 page 110).

- **"Soleil et Mat"** (17 juin 2012)

Ici, allusion au jeu d'échec et à celui de la lumière (soleil) et de l'ombre (Mat).

C'est une application de ma conception du "bloc solaire", on y retrouve aussi le principe "Escalazol" en ce sens que l'heure est située entre le plot (numéroté) qui commence à avoir de l'ombre et celui qui n'en a pas encore.

Sur les photos on peut ainsi voir que le plot 8 a une trace d'ombre naissante et les plots 9 et suivants sont à la lumière. On en conclut donc qu'il est aux environs de 8h15.



On peut s'amuser à déplacer les pièces, il suffit de respecter leur orientation Nord Sud (repères). Cela brouille un peu les pistes et devient un petit jeu de patience, mais pas besoin d'être un Gasparov !!

« J'avoue que la fabrication m'a donné un peu de mal pour les découpes mais le résultat est conforme à mes prévisions. On peut imaginer d'autres applications en variant les dimensions et les matériaux (bancs par exemple) »\*.

- **"Les Arts au soleil"** (30 juillet 2012)

« Pas de principe nouveau dans cette création que j'ai voulue un peu plus fantaisiste, donc "artistique" ..., son nom est tout de suite évident dès qu'on la voit, même si la morphologie de "l'animal" est imaginaire, le lézard ayant généralement deux paires de pattes.

La boucle du corps est dans un plan équatorial, volontairement non géométrique, elle est divisée en "anneaux", chacun situé dans le plan horaire d'une heure "ronde" (donc répartition tous les 15°).

Les pattes et la queue, grâce à la malléabilité du cuivre, jouent là leur rôle de réglage de l'inclinaison du plan équatorial et de l'horizontalité de la ligne 6h/18h. Tout est bon dans le lézard !!!!

Par ailleurs à chaque anneau est opposée une fente, voir photos ci-dessous, donc dans le même plan horaire.



La lecture de l'heure se fait en cherchant l'anneau dont l'ombre, à l'intérieur du corps, est la plus centrée sur sa fente associée.

Ainsi, photo de droite, l'anneau de midi, repéré par deux petits trous, a son ombre très décalée par rapport à la fente, l'ombre la mieux axée sur une fente est celle de l'anneau 14h. Mais ce n'est pas encore l'heure ronde car la fente n'est pas vraiment dans l'axe de l'ombre, on en déduit qu'il est aux environs de 13h30 solaire.

Pour plus de précisions dans la lecture: augmenter le diamètre du tube et faire un crocodile !!!!

L'aspect de surface a été obtenu par le passage d'un petite meule émeri, ce qui peut, (avec de l'imagination !!!), faire croire à une peau de reptile tout droit sorti de Jurassic Parck.



\* A propos des cadrans plans à styles multiple, Joël Robic signale l'article de Fer J De Vries paru dans la revue *The compendium* volume 6, number 4, 1999, mis également sur le site de l'auteur : <http://www.dse.nl/~zonnewijzer/shadow2.htm> .

C'est là, dit-il, qu'il a retrouvé l'idée du cadran de l'entrée de sa maison , voir : <http://www.cadrans-solaires.fr/cadran-corde.html>

⇒  Dans la version CDrom de *Cadran Info* vous trouverez en annexe :

° Article Fer J De Vries from *Compendium*, volume 6, number 4, 1999

- "Soleil Olympique" (10 août 2012)

Sans doute influencé par les jeux de Londres qui se déroulent en ce moment, voici "Soleil Olympique". Six anneaux ce n'est pas vraiment le nombre de continents mais comme six heures de la journée.

Comme pour "Les Arts au soleil", "l'heure "ronde" se lit à l'intérieur de chaque anneau lorsque l'ombre est complète. Les temps intermédiaires s'estiment selon la proportion de lumière (ou d'ombre) sur la largeur interne de l'anneau.

Chaque anneau est décalé de 15° sur le suivant. Oui, mais ainsi je n'ai que 6 heures sur mon "mât" olympique !!!!

Alors un peu de sport, il me faut 3 mâts pour couvrir la journée, mais je n'ai ni le courage d'en faire 2 autres, ni la place pour les mettre, alors ? Il suffit de faire tourner le "mât" de 90° puis encore de 90° et le tour est joué pour la journée. Il faut naturellement être un peu actif aux heures cruciales de changement.

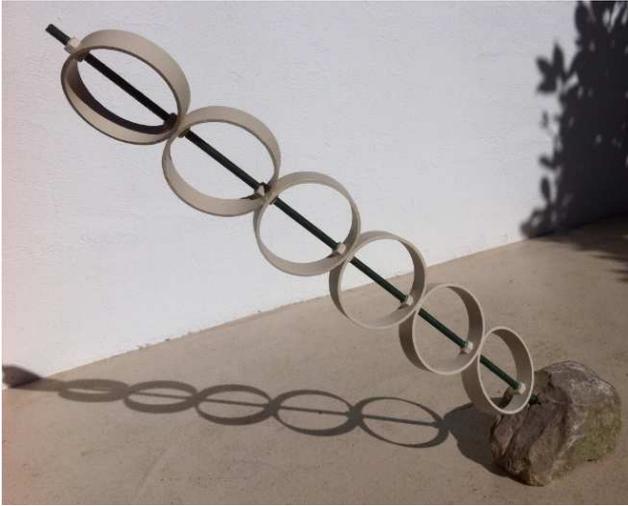
Ainsi:

° sur le 1er mât, ou dans la 1ère position, on peut lire les heures 4.5.6.7.8.9. A 10h on tourne l'axe de 90°.

° sur le 2<sup>ème</sup> mât, ou sur la 2<sup>ème</sup> position, on peut lire les heures 10.11.12.13.14.15. A 16h on tourne de 90°

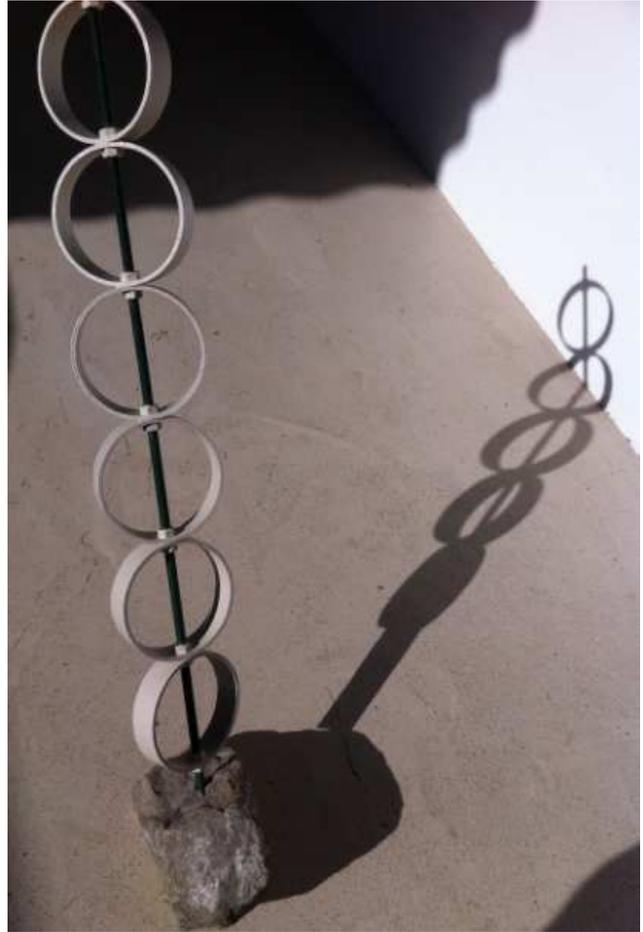
° sur le 3<sup>èm</sup> mât, ou sur la 3<sup>ème</sup> position, on peut lire les heures 16.17.18.19.20.21. A 22h on tourne .... non ! je suis au lit on fera ça le lendemain en ramenant à la position initiale.





Pour faciliter la position tous les  $90^\circ$ , la fiche du mât possède un ergot qui se loge dans des fentes perpendiculaires gravées dans le socle. Ici, c'est un pavé "68" ! (Photo en bas).

La largeur d'un anneau est liée au diamètre de celui-ci et à l'angle de  $15^\circ$  de telle sorte que l'ombre parcourt la largeur de l'anneau exactement en 1 heure, à ce moment c'est l'anneau suivant qui est totalement ombré.



Complexe ?

Peut-être, mais c'est ça le niveau Olympique !!!!

- "Les Grandes Orgues" (20 août 2012)

Pour accompagner le festival de soleil de l'été, il fallait bien des "Grandes Orgues" alors en voici un jeu.

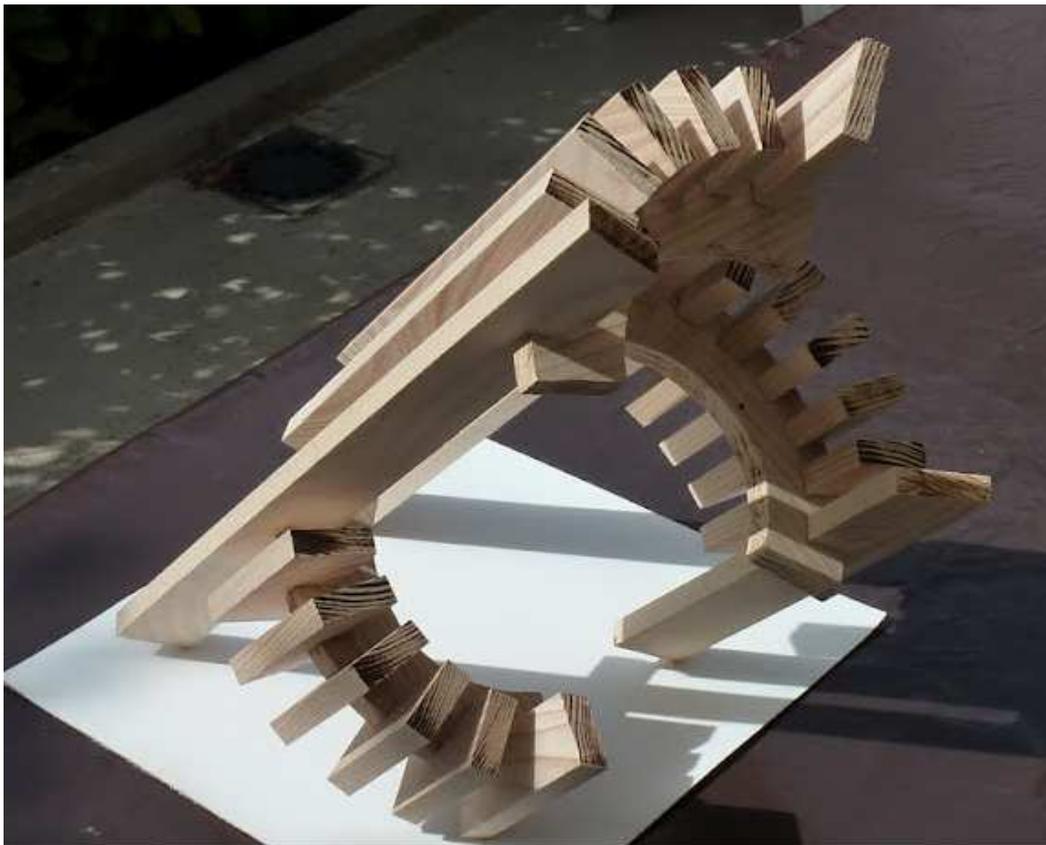
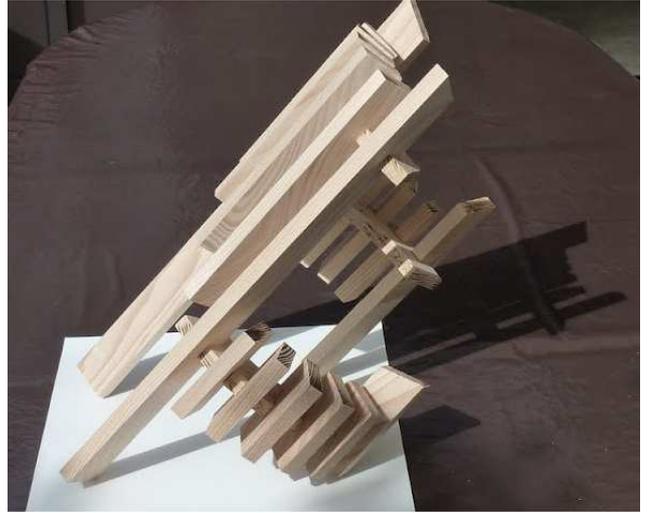
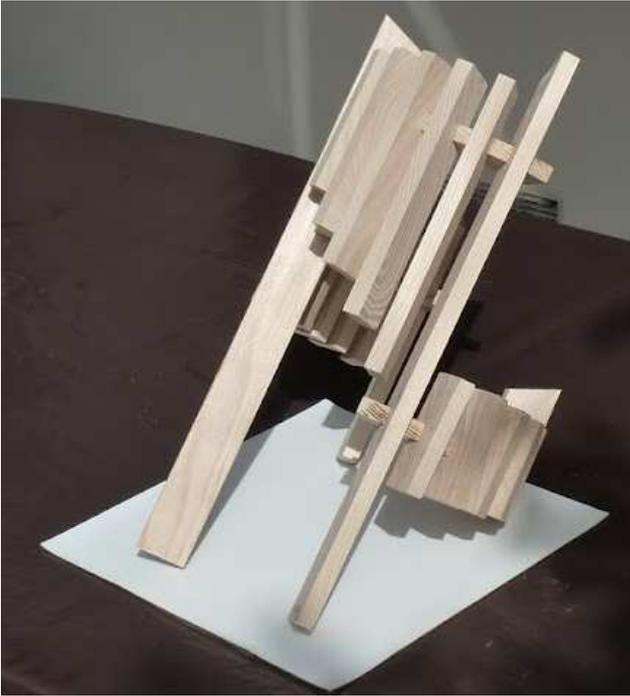


La lecture de l'heure est évidente (ou presque), sur les couronnes qui sont dans un plan équatorial, en regardant quelle ombre des lames "tubes d'orgue" est la moins large.

J'espère que vous apprécierez la musique !!!!!

Vous retrouverez ces photos sur le site :

<https://picasaweb.google.com/vosgio77/GrandesOrgues?authuser=0&authkey=Gv1sRgCjXmyJXLq-fgfg&feat=directlink>





## Cadrans solaires sur composite

Maurice KIEFFER

### *Faites-les vous-mêmes*

*Le responsable de cette rubrique, J. Theubet, attend que vous lui envoyiez un texte, si possible avec photo(s), sur la réalisation technique de votre ou de vos cadrans solaires. Avec votre permission, il sera publié dans Cadran Info.*

*Ainsi, votre expérience servira à chacun. [jo.theubet@sfr.fr](mailto:jo.theubet@sfr.fr)*

Début 2011 une association de Steinbach a proposé aux 1200 habitants une semaine sans télé. Chaque soir il y avait une autre animation. On m'a demandé de faire un exposé sur les cadrans solaires. J'ai présenté un diaporama sur l'histoire du temps et des cadrans solaires. Pour terminer j'ai projeté les photos de la sortie de la SAF en 2002 à Hauteville.

Dans le même concept, j'ai proposé aux Steinbachoïses intéressés par un cadran solaire de le leur calculer en leur laissant le soin de la décoration. Trois cadrans ont été réalisés à Steinbach et un autre dans l'Eure-et-Loir, tous avec la même technique.

Je vais vous présenter cette technique qui a l'avantage d'être très précise, rapide et pas trop onéreuse.

#### **1 - Choix de l'implantation**

Comme tous les autres cadrans, vérifier l'éclairement de l'implantation tout au long de l'année.

#### **2 - Support**

Suivant l'état de surface du mur, on peut le fixer directement, sinon prévoir un cadre en inox qui est scellé au mur et qui reçoit la table du cadran ainsi que le style.

#### **3 - Dimensions**

Elles doivent être en harmonie avec la façade et dépendent de la distance d'observation (lisibilité).

#### **4 - Mesure de la déclinaison**

Chacun a sa méthode. Si un cadre est scellé, je conseille de mesurer la déclinaison de ce dernier pour être très précis.

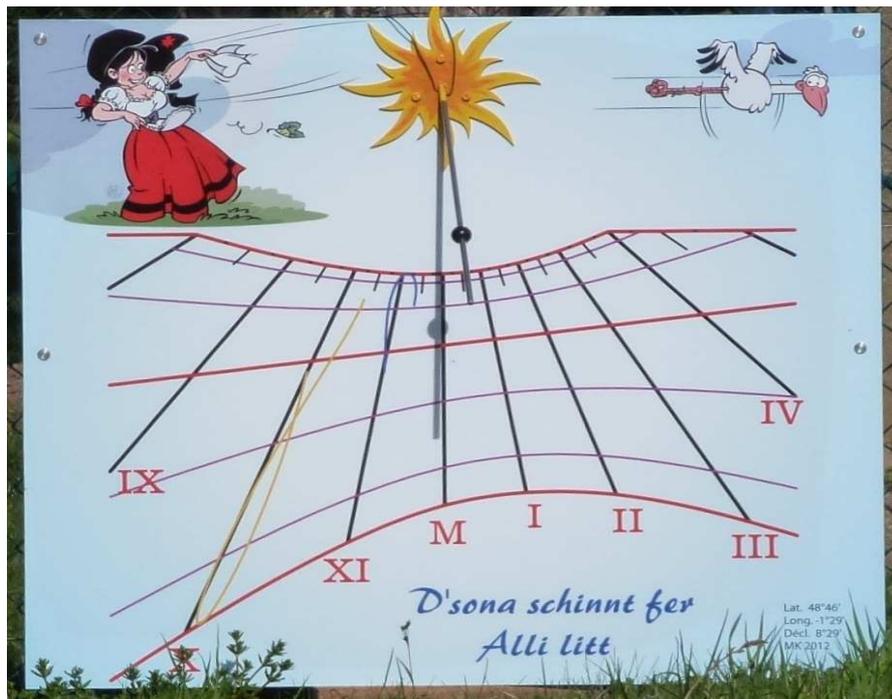
#### **5 - Calcul et tracé du cadran**

Je fais les calculs sur Excel et le tracé en DAO (Autocad). A ce stade il faut décider des lignes du tracé (heures solaires, lignes de date, midi montre en été ou en hiver etc...).

#### **6 - Décor et devise**

C'est le demandeur du cadran qui les propose. Le premier jet sera affiné par le Bureau d'Etude de l'imprimeur.

Déterminer les épaisseurs des traits et la hauteur du texte et des chiffres. (Voir tableau)



### 7 - Epaisseurs des traits, hauteurs du texte et des chiffres

Comme indiqué plus haut, elles dépendent de la distance de lecture du cadran. Le tableau suivant donne la lisibilité d'éléments de différentes grandeurs en fonction de la distance.

**Tableau de contrôle de la visibilité du cadran**

DISTANCES EN m	5	10	15	20	25	30	35	40
Traits solstices / équinoxe ép. 5mm	O	O	O	O	O	O	O	O
Traits intermédiaires ép. 3	O	O	O	O	O	O	~	N
Heures ép. 5	O	O	O	O	O	O	O	O
1/2 heures ép. 3	O	O	O	O	O	N	N	N
1/4 heures point $\phi$ 5	O	N	N	N	N	N	N	N
8 hivers ép. 3	O	O	O	N	N	N	N	N
8 été ép. 3	O	O	O	N	N	N	N	N
Chiffres romains des heures hauteur 32	O	O	O	O	O	~	N	N
Devise majuscule 35 minuscule 20	O	O	O	O	O	~	N	N
Lat. long 10/8	O	N	N	N	N	N	N	N
Ombre Style $\phi$ 8	O	O	O	O	O	O	~	N

### 8 - Demande de prix chez l'imprimeur

Le projet de table de cadran qui tient compte de tous ces éléments est soumis à l'imprimeur pour devis.

Le prix est sensiblement proportionnel à la surface du cadran (sous réserve que son BE n'ait pas à intervenir beaucoup).

### **9 - Fabrication du style**

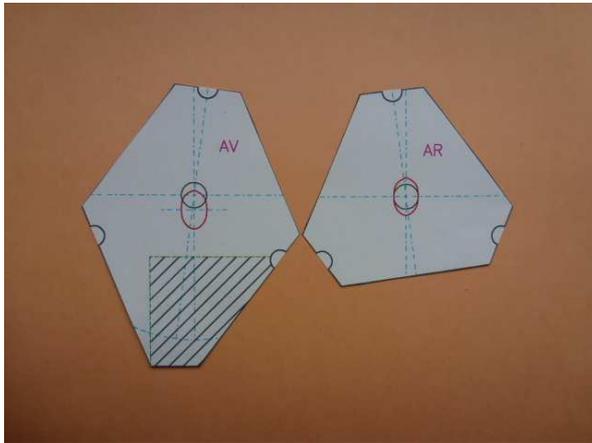
L'implantation et le réglage d'un style demandent toujours un travail minutieux et délicat. Il est plus facile de préparer le travail au sol que sur un échafaudage. Ainsi j'ai implanté un style non réglable. Si le travail est réalisé avec beaucoup de précision sans jeu, on peut s'attendre à un résultat exact.

Le style que je vais vous présenter a été réalisé pour un cadran vertical qui est rapporté sur le mur. Une pièce intermédiaire est fixée de niveau au mur et reçoit le cadran ainsi que le style.

Le style en lui-même est une plaque en inox d'épaisseur 4 mm et une tige en inox diamètre 8. Le contour, les 3 trous de fixation ainsi que le centre du style sont découpés au laser.

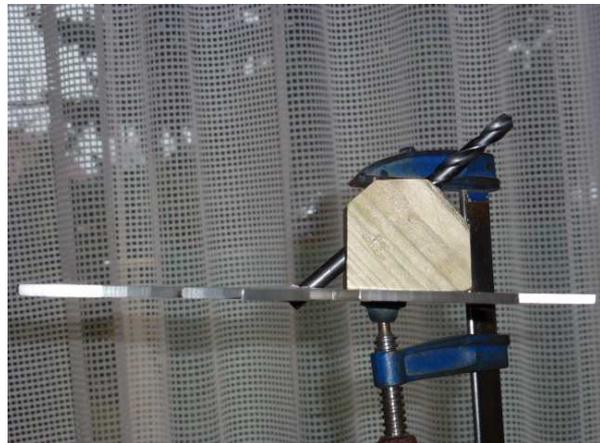
Le centre du pied du style est en contact avec la table du cadran solaire, donc la face arrière du soleil. En fonction de l'angle de la sous-stylaire et de l'angle de déclinaison, j'ai tracé l'intersection du style avec la plaque des faces arrière et avant. Ces tracés sont collés sur la pièce en prenant les 3 trous de fixation comme référence.

L'usinage est réalisé avec une petite meule pour un ajustement parfait.



### **Soudure du style**

Un gabarit en bois supportant le style est abloqué sur la plaque en prenant référence sur des repères tracés sur le plan. Il ne suffit plus qu'à souder le style.



## **10 – Entretoise**

Si la table n'est pas fixée sur un cadre, il faut prévoir une cale intermédiaire en matière plastique ( PE, PPH, PU...). La position est déterminée en fonction du pied du style. Cette pièce est fixée rigoureusement à l'horizontale par 3 vis au mur.

## **11- Montage du cadran (2 personnes)**

Fixer la table ainsi que le style sur l'entretoise préalablement installée en vérifiant que la ligne de midi soit strictement verticale. Le jeu dans les trous étant très faible il n'y a pas une grande latitude pour le réglage.

Fixer aux 4 coins les pièces qui font entretoises et qui sont fournies par l'imprimeur. Il suffit de contre percer la pièce centrée dans le logement des trous de la table.

Dilatation : Le cadran a un point fixe, c'est l'entretoise en plastique. Les 4 coins doivent avoir du jeu pour la dilatation.

## **12 - Résistance... au soleil, aux intempéries et durée de vie.**

Comme exposé plus haut, la technique que je vous ai présentée a l'avantage d'être très précise, rapide et pas trop onéreuse. Une question reste néanmoins ouverte : c'est la tenue dans le temps d'un tel cadran Les panneaux publicitaires les plus anciens ont maintenant 10 ans. Ils sont toujours comme neufs.

⇒ Dans la version CD-ROM de ce Cadran Info vous trouverez en annexe

- ° des photos supplémentaires
- ° le diaporama de la présentation.



Nature du composite : Marque « DIPOND »

<http://www.display.3acomposites.com/fr/produits/dibond/>





## Cadran sans style et cent clous

Maurice KIEFFER

*Inspiré par les œuvres de Günther Uecker, artiste allemand renommé principalement pour avoir travaillé avec des clous qu'il fixe sur des panneaux ou ses sculptures, M. Kieffer propose un principe pour réaliser un cadran solaire horizontal et un cadran polaire, sans style, mais avec un marteau et des clous.*

### Cadran horizontal

1) Dans un premier temps il convient de réaliser un cadran horizontal traditionnel.  
Pour cela :

- ° Prendre une planche horizontale, y fixer un style (imaginaire) incliné par rapport à cette table (le style est dans le plan de la ligne de midi) d'un angle  $\phi$  égal à la latitude d'installation (fig.1).

- ° Tracer les lignes horaires en utilisant la formule traditionnelle :

$$\tan H' = -\sin \phi \tan H$$

avec :

$H'$  = angle tabulaire d'une ligne horaire avec la ligne de midi

$\phi$  = latitude du lieu

$H$  = angle horaire, soit 12h =  $0^\circ$ , 13h =  $+15^\circ$ , 14h =  $+30^\circ$ , 11h =  $-15^\circ$ , 10h =  $-30^\circ$  etc

Exemple pour la ligne de 10h en figure 2

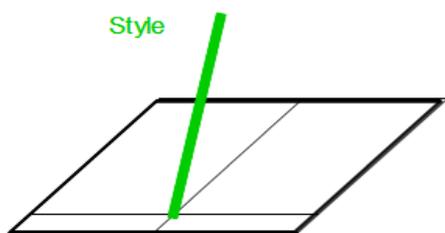


Fig. 1

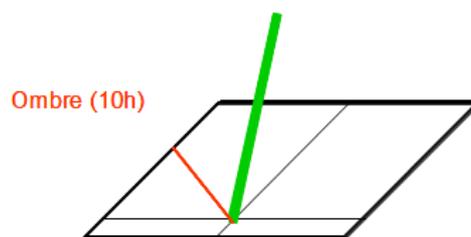


Fig. 2

2) Puis il faut planter les clous sur les lignes horaires ainsi tracées en les inclinant d'un angle  $\alpha$ , afin qu'ils soient dans le plan contenant le style et la ligne horaire (figure 3).

Cet angle  $\alpha$  est donné par la formule :

$$\alpha = \text{atan}(\tan \phi / \sin H')$$

Sur la figure 4, sont représenté l'ensemble des angles décrits ci-avant.

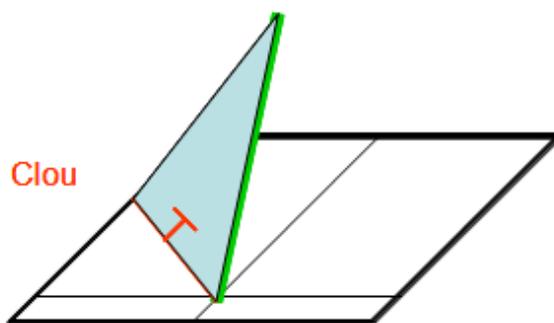
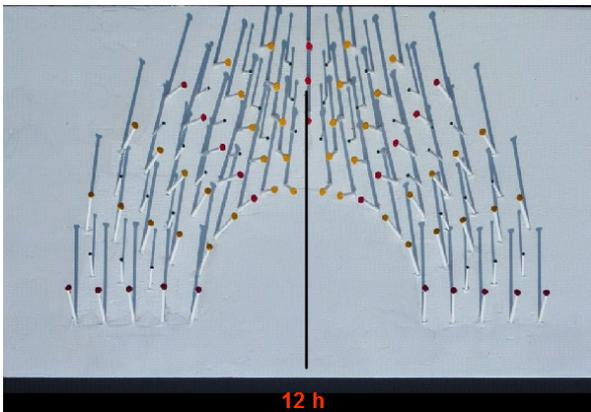
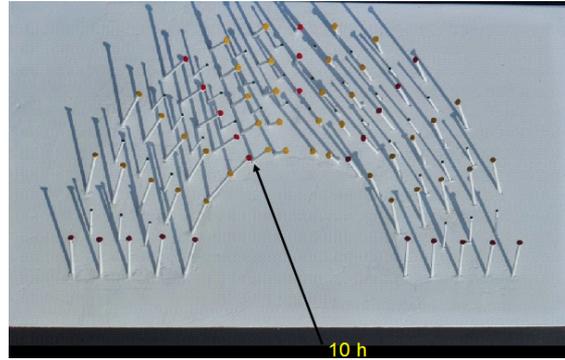
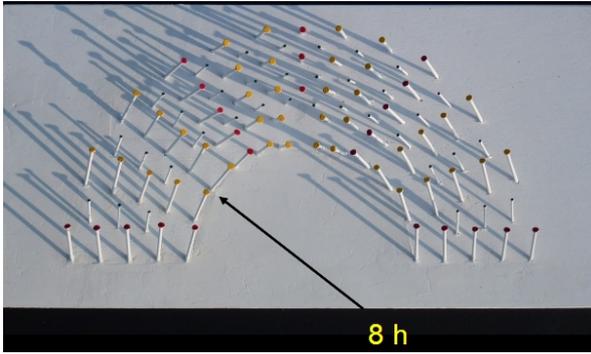


Fig. 3

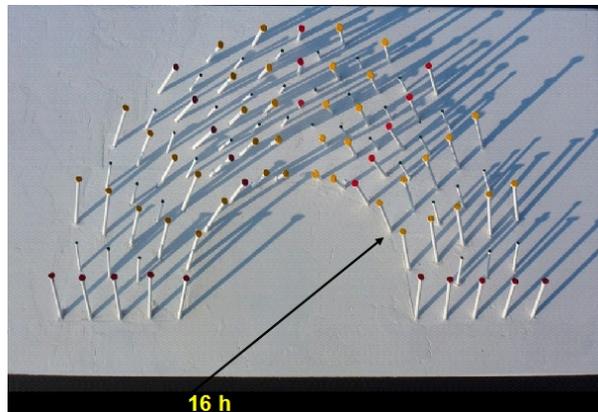
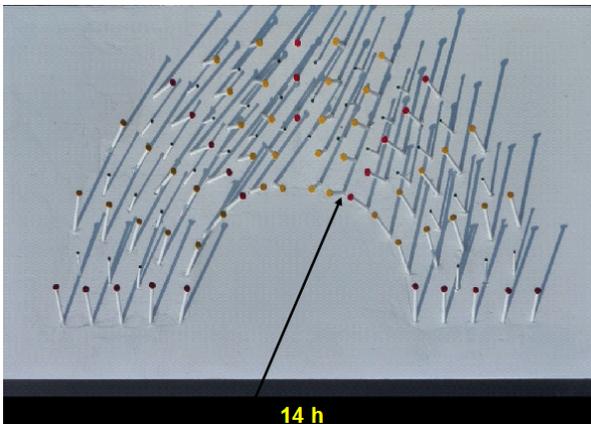


4) Lecture des heures



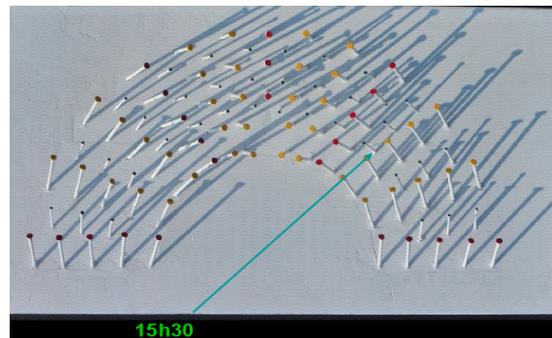
L'heure est indiquée par l'alignement de l'ombre d'une rangée de clous.

A noter toutes les ombres convergent vers l'heure solaire.



Exemple pour les demi-heures (clous vert).

Ici 15h30



## Cadran polaire



Ce cadran est réalisé sur le même principe que celui du cadran horizontal.

Cependant, la table d'un cadran polaire étant inclinée (par rapport à un plan horizontal) par définition d'un angle égal à celui de la latitude du lieu  $\phi$ , sa réalisation, est beaucoup plus simple.

Ainsi, toutes les lignes horaires sont parallèles entre elles.

Elle sont écartées par rapport à la ligne de midi d'une distance égale à :

$$b = a / \tan H'$$

Avec :

$b$  = distance entre la ligne de midi et celle la ligne correspondant à  $H'$

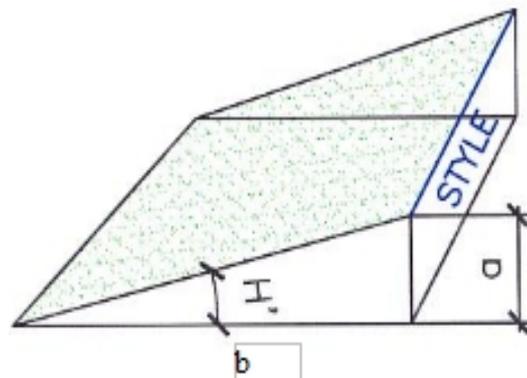
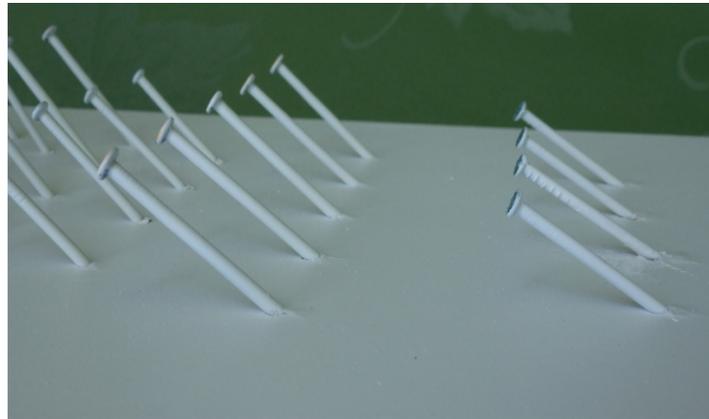
$H'$  = Angle de la ligne horaire (12h = 90°, 11h et 13h = 75°, 10h et 14h = 60°, 9h et 15h = 45°, 8h et 16h = 30°, on se limitera à 7h et 17h = 15°

$a$  = hauteur d'un style (imaginaire). Celle-ci est calculée en proportion de la table suivant les formules :  $b = (\text{long de la table} / 2) - 30$  ;  $a = b \tan 15^\circ$ . La valeur de 30mm est arbitraire, elle correspond à une bordure latérale.

Exemple pour une table de 800 mm de long

$$a = ((800/2)-30) \tan 15^\circ = 99 \text{ mm}$$

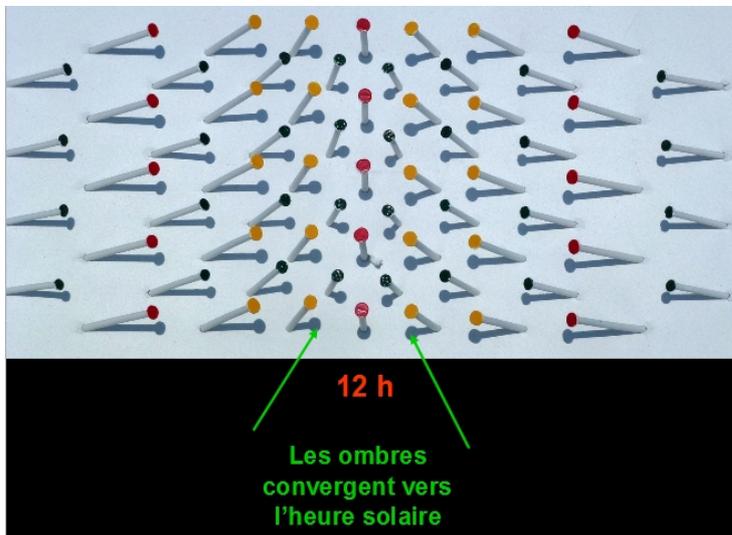
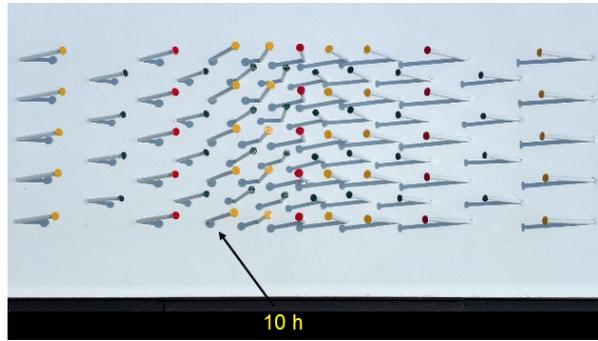
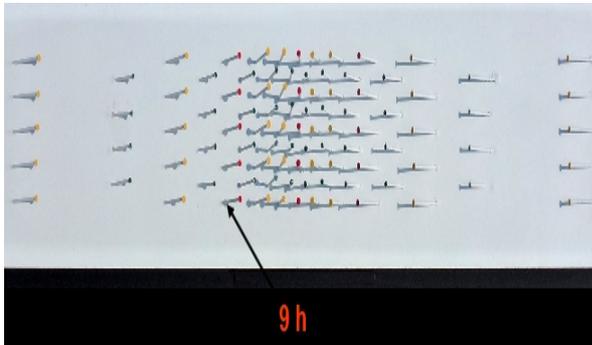
Les lignes de 11 et 13h se trouvent de part et d'autre de la ligne de midi ( $b = 99 / \tan 75^\circ = 26.5 \text{ mm}$ ).



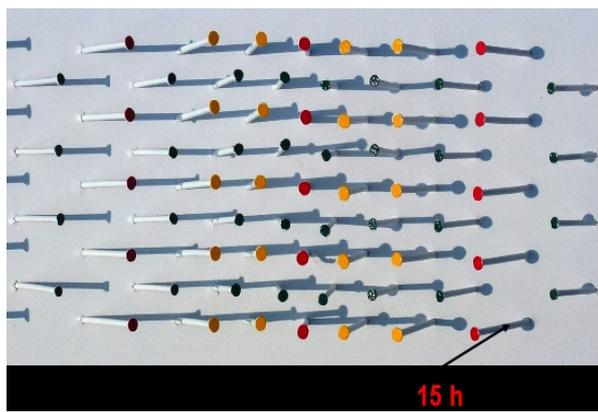
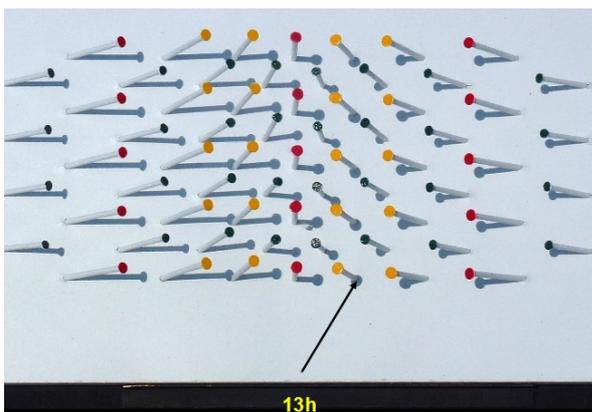
L'angle  $\alpha$  d'inclinaison des clous est égal à :

$$\alpha = H'$$

Lecture de l'heure



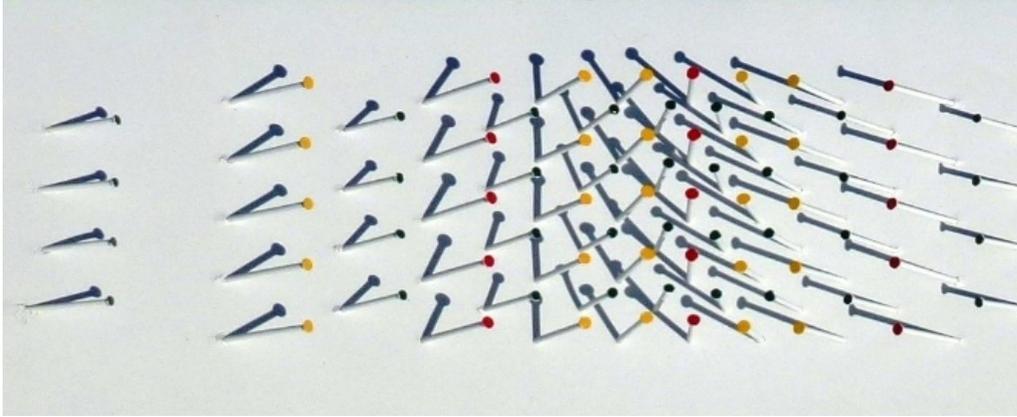
La lecture de l'heure est donnée par la rangée de clous dont l'ombre de chaque clou tombe à son pied aux équinoxes. Aux autres périodes de l'année l'ombre est parallèle au style imaginaire



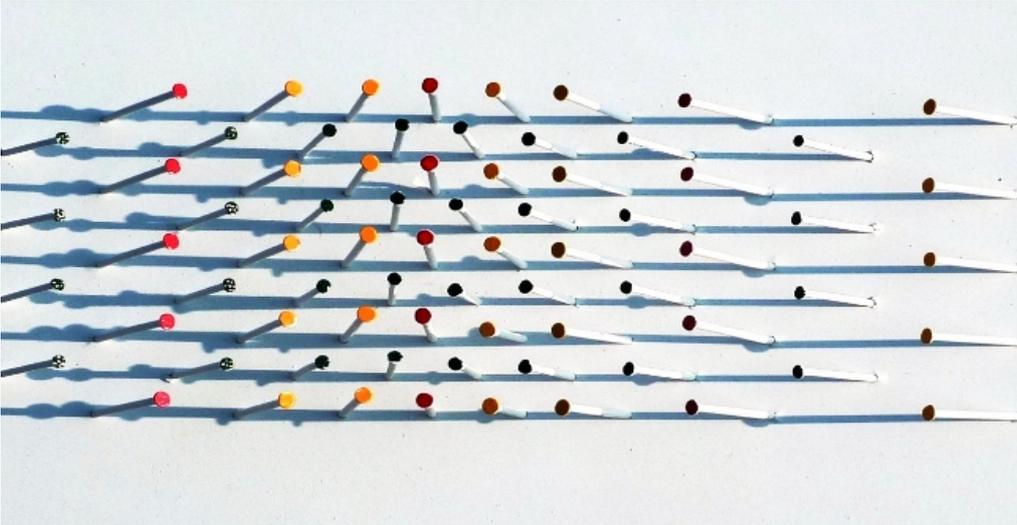
Même sans soleil, vu sous différents angles l'ensemble est harmonieux.

Il est à remarquer, qu'en hiver l'ombre est orientée vers le haut du cadran, qu'aux équinoxes l'ombre des clous est perpendiculaire à l'axe de midi et qu'en été l'ombre se dirige vers le bas.

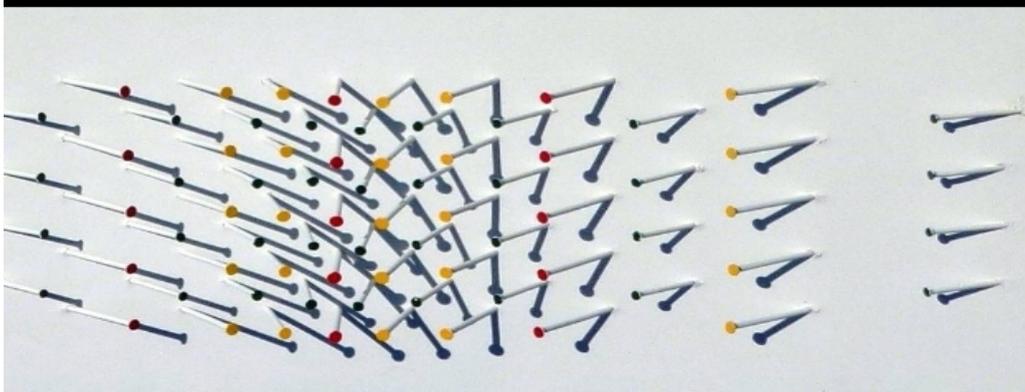
## HIVER



## EQUINOXE



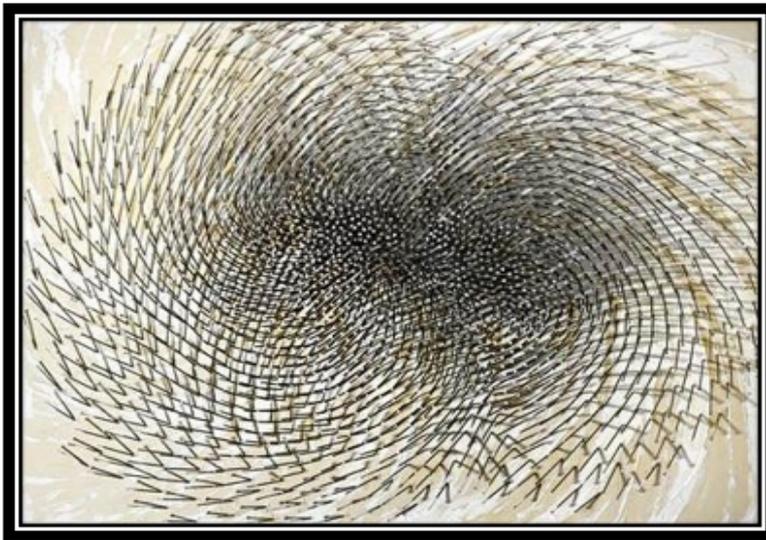
## ETE



## Conjuguer l'art avec cadran solaire

« A Bâle, la plus prestigieuse foire d'art de la planète a réuni pour sa 43e édition 2012, quelque 300 galeries, venues de 36 pays, présentant les œuvres de plus de 2 500 artistes.

Un gigantesque musée temporaire conçu pour l'émerveillement des yeux et de l'esprit.»



Photos Internets

Je visite régulièrement cette manifestation prodigieuse depuis 1970, et je suis fasciné par l'art du clou.

C'est pour cette raison que j'ai imaginé de construire un cadran solaire uniquement avec des clous, Ma première réalisation fut un premier cadran horizontal "sans style mais avec cent clous".

## Les œuvres de Günther Uecker





## Cadran multiple de Saint Guen

Pierre LABAT

*Nous sommes tristes lorsque la disparition d'un cadran solaire nous est annoncée. Aujourd'hui, c'est avec un grand plaisir que nous découvrons un cadran qui retrouve sa ville d'origine. Partageons tous ensemble le plaisir de la description de ce cadran de grande qualité.*

Daté de 1776, il est revenu au pays en 2011 après une absence de plusieurs dizaines d'années. SAINT GUEN (22 530) à 5 km au Nord Est de Mur-de-Bretagne ; mairie ; latitude 48°13' N ; longitude 2°55' W.



Nous savons peu sur les familles CADOUX, LE HELLAYE et LE BRIS, dont les noms sont gravés sur la table :

Marie Magdeleine Angélique Cadoux, née le 23/07/1776, baptisée le même jour, est fille de sieur Joseph Cadoux et de Demoiselle Marie Le Hellaye. Ses parents, mariés en 1769, avaient eu 2 autres enfants avant elle, l'un mort-né en 1770 et l'autre Joseph Marie 1772.

Par la suite d'autres enfants naîtront : Julien Mathurin Joseph (1778) ; Louise Françoise (1782) ; Louis Daniel (1784) ; Pélagie (1786) ; Jean Mathurin (1788 mais qui meurt en 1792) ; Corentin

Daniel (1791).

Les parents devaient être d'un milieu social assez élevé (sieur et demoiselle), peut-être étaient-ils dans le milieu de la toile ? La soeur du père, Marie Angélique également, épouse en 1762 Jean François Lallemand, sieur de Beaume. Alors, simple hypothèse, les Cadoux possédaient-ils l'ancêtre du manoir actuel ce qui expliquerait la possession du cadran par Monsieur Henry CARRÉ ?

Pour LE BRIS, il n'y a rien de connu à ce jour en lien avec le cadran, ce nom est courant dans le secteur.

Nous sommes agréablement surpris de la qualité et de la richesse de cet ensemble : deux cadrans solaires horizontaux sur la même plaque, est une représentation très rare dans

notre région. L'observation montre le remarquable travail de gnomonique, de gravure, le nombre important d'inscriptions et de devises en latin et en français, les dessins annexes riches de culture. C'est une belle création artistique.

### Description générale

Type de cadran : horizontal double. Dimensions: octogonal de 505 mm, épaisseur 10 mm. Matière : schiste ardoisier. Date : Le 23 juillet L'an 1776 (c'était un mardi), jour de naissance de Marie Magdeleine Angélique. Gravure: en creux, très fine. Style : polaire triangulaire plein en acier, pour les deux. Ils sont fixés au plomb, c'est visible au dos du cadran. L'angle des styles avec la table est de 48°20'.

### Partie solaire:

#### **Cadran le plus près du Sud : (le petit)**

Heures longues et demies courtes, elles sont inscrites en chiffres arabes dans un bandeau sauf les deux chiffres 6 qui sont à l'extérieur.



A chaque extrémité de ce bandeau une tête d'oiseau avec une grappe de raisins dans le bec à gauche et une branche avec d'autres fruits à droite.

- Au centre du cadran , un soleil humanisé, rayonnant à 20 flammes.
- Au dessus du chiffre 12 de midi solaire, une fleur de lys.
- Inscription dans le faisceau horaire: **Système de Copernic\***. Dans ce Système Le Soleil est au centre du monde autour duquel tournent la Terre &(et) les planètes.\*\*
- L'ensemble de la représentation du système solaire est le suivant: le Soleil au centre, Mercure et son signe(♿) , entre 8h00 et 9h00 du matin; Vénus et son signe(♀) entre 5h00 et 6h00 apm, la Terre, et son satellite la Lune, humanisée, entre 3h00 et 4h00 apm, est à 28 000 000 de lieues du Soleil, Mars et son signe(♂) entre 8h00 et 9h00 du matin , Jupiter et son signe (♃) entre 9h00 et 10h00 du matin Saturne et son signe(♄) entre 3h00 et 4h00 apm,

\* Copernic Nicolas (1473 – 1543) chanoine polonais, astronome. Il a posé comme hypothèse et défendu la position centrale du Soleil dans notre système, à l'inverse des travaux de Ptolémée Claude – grec, 90 à 168 astronome et mathématicien.

Distances entre les planètes et le Soleil

\*\* *Mercur*e gravite entre 50 et 90 000 000 de km du Soleil.

*Vénus* gravite à 108 000 000 de km du Soleil.

*La Terre* gravite de 147 à 153 000 000 km du Soleil soit 36 à 38 000 000 de lieues.

*La lune*, son satellite, est à 353 700 km de la terre

*Mars* gravite de 203 à 553 000 000 km du Soleil

*Jupiter* gravite 740 à 816 000 000 de km du Soleil

*Saturne* gravite à 1 430 000 000 km du Soleil

### Cadran le plus éloigné du Sud : (le grand)

Heures longues et demies courtes, quarts très courtes, traces très courtes d'une division en degrés au-dessus des chiffres horaires, pour l'heure de midi dans les villes du monde.



Les chiffres : arabes de 5h du matin à 7h du soir sont dans un bandeau. Une particularité sur les chiffres de 5H et 7H du matin: il y a eu une erreur au travail initial, ceci s'aperçoit par la profondeur d'un carré où sont inscrits les chiffres, ceux ci ont été repris.

- Au centre du cadran soleil humanisé rayonnant à 20 flammes et 20 triangles isocèles.

- Au dessus du chiffre 12 du midi solaire une fleur de lys.
- Inscriptions en extérieur de l'anneau horaire: "5 (6) heures (7) du (8) matin pour (9) les (10) méridiens" et " (1) (2) heures (3) du soir (4) pour (5) les méridiens 7 ".  
Lorsqu'il est 12H à Saint Guen, l'heure, entre parenthèses, est celle du lieu gravé dans l'éventail horaires
- Au dessous: "N.ZÉLANDE ANTIPODES MINUIT ", le cap nord de l'île du nord de la Nouvelle Zélande est à 180° par rapport à Saint Guen, lorsqu'il est midi à Saint Guen, il est minuit en N. Zélande.
- Heure de midi dans différentes villes du monde.

### "Méridiens des différents pays du monde"

Angle théorique	Angle gravé	heure	lieu	observations
119°	132°E	sans	pékin chine	
109,75°	106°E	5H14	Siam. Batavia. ind.	<i>Thaïlande et indes néerlandaises, aujourd'hui Jakarta.</i>
82,8°	80°E	6H30	Pontichéry. Indes.	<i>Inde</i>
80,2°	75°E	6H45	Delhi. mogol.	
58,5°	50°E	8H05	isle Bourbon.	<i>Ile de la Réunion</i>
54,7°	48°E	8H15	ispaham .p.	<i>Iran (isfahan) et Perse pour le "p"</i>
43,5°	34°E	9H10	Archangel. Rus.	<i>Arckhangelsk</i>
38,2°	29°E	9H25	jérusalem. Tu.	
32°	23°E	9H50	Tu. Constantinople	
22°	21,5°E	10H05	Candie. isl. mé.	<i>Ile de Crète</i>
17°	17°E	10H25	cracovie. polo.	
18°	15°E	10H35	Stockolm . Sued. yédo.jap.	<i>Yédo (Tokyo)*</i>
15,5°	11°E	10H55	Rome.it	
9,9°	6°E	11H25	Genève. Sui.	
5,3°	3,5°E	11H40	paris	
3°	2,5°E	11H50	Greenwich	***
0°	0°	12H00	<i>En décor une fleur de lys,</i>	<i>Saint GUEN</i>
0,75°	1,5°W	12H10	Madrid . cadix. esp.	
6,1°	4,5°W	12H30	Lisbone . Port.	
15°	9°W	13H00	isle de fer. premier. méridien. I. CA. A	**
35,5°	31°W	14H40	St Salvador. Bres. A	

49,3°	41°W	15H20	Cayenne .Guya. A.	
52,5°	45°W	15H35	Buénos-aires . par. A	
58,5°	47°W	15H40	Guadeloupe. I. An. A	
66,5°	49°W	15H50	St Domingue.I. An. A	
68,25°	60°W	16H25	Québec. canada. A	
74°	67°W	16H50	Lima. perou.A	
87°	83°W	18H40	N. orléans. Louis.A	
96,1°	102,5° W	18H40	méxique. N. esp. A.	

A la lecture de ce tableau, on constate des différences importantes entre les longitudes gravées et réelles. Sur quels documents s'est appuyé l'auteur du cadran pour ses données?

Nous sommes en 1776, la diffusion des informations scientifiques n'a pas la même rapidité ni la même précision qu'aujourd'hui.; la connaissance du monde et de la longitude sont encore loin d'être parfaites pour les lieux très éloignés.

\* Yédo, ancien nom de Tokyo. Des textes anciens donnent une longitude de 157° ou 169°: c'est loin de la valeur réelle de 139°: pourquoi Yédo avec Stockholm?

\*\*Isle de FER: c'est la plus occidentale des îles des Canaries; en espagnol : EL HIERRO.

Louis XIII, en 1634 nomma une assemblée de mathématiciens qui fixa le méridien origine en ce lieu. La majorité des pays d'Europe a utilisé cette référence aux XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles.

Paris fut aussi utilisé comme méridien de référence, et aujourd'hui, la référence mondiale est, depuis 1884, Greenwich dans la banlieue de Londres .

\*\*\* la gravure de la ville de Greenwich n'a pas été réalisée à l'origine.

### Tableau des angles horaires pour une latitude de 48° 20' théoriques et relevés cadrans

heures	11/12/13	10/12/14	09/12/15	08/12/16	7 / 12 -/17	06/12/18	05/12/19
Angles calcul	11,31°	23,32°	36,76°	52,29°	70,26°	90°	109,9
Angles relevés - petit cadran	11,3°	23,8°	37,5°	53,2°	71°	90°	----
Angles relevés - grand cadran	10,5°	22,5°	36,5°	52,2°	70,5	90°	110°

Comment expliquer les quelques différences sur les tracés angulaires ? Nous sommes au XVIII<sup>e</sup> siècle, les moyens techniques des tracés sont manuels, la gravure se fait au burin et à la massette.

### Inscriptions -- Devises

- en périphérie externe
  - Sans toy le monde est (*malheu*)re(*ux*)
  - le tems, les heures, les années,
  - Sont dans un chaos ténébreux,
  - je les règle à ton arrivée.
  - viens méclairer de tes rayons
  - puissant pere de la lumiere,
  - tu viens régayer nôtre horison
  - abandonnant l'autre hémisphere,
- au dessus du petit cadran



« ÈVILI Quod sum LE BRIS me Rupe patrauit » qui serait à écrire :  
" sum Quod LE BRIS me È VILI Rupe LE BRIS paravit"

*"je suis ce que LE BRIS a préparé à partir de moi, un vil rocher"*  
ou *"je suis ce que LE BRIS m'a fait(fabriqué) à partir d'un vil rocher"*.

- de part et d'autre du petit cadran.

Nom des commanditaires du cadran : JOS:O. CADOVX (Joseph Olivier Cadoux) et à droite, MARÏE.LE.HELLAYE, son épouse.

En périphérie du soleil humanisé du grand cadran : MARÏE. MAGDELEÏNE. ANGELÏQUE-CADOVX (pour Cadoux).

- entre les cadrans

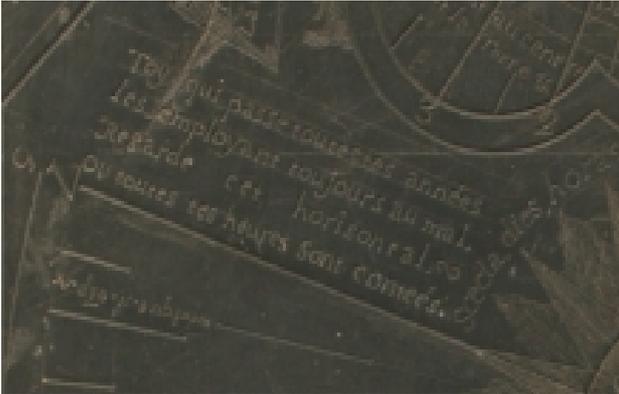
Dans un encadré gauche : "Numerat 10 20 1(2)? Vltima Latet".  
" Il (le cadran solaire) compte (décompte) (les heures) ; la dernière (heure) est cachée (se cache). Pour les chiffres 10 – 20 – 1(2)? : ?

Dans un encadré droit : une main porte une balance et en dessous est gravé :  
"ponderantur"

- littéralement: *"ils/elles sont pesé(e)s, jugé(e)s, estimé(e)s"*.

C'est une sorte de pensée moralisatrice (comme souvent sur les cadrans des XVIIe et XVIIIe siècles) sur ce que l'homme fait de sa vie. Ceci donne une traduction purement littéraire sous la forme "*Les heures de ta vie* (sous-entendu, ce que toi, homme, tu en fais) *sont jugées / estimées* (nouveau sous-entendu, par Dieu, qui décidera de ton passage au Paradis ou en Enfer)".

Deux inscriptions : à gauche en haut



**Toy qui passe toutes tes années**

**Les employant toujours au mal,**

**Regarde cet horizontal, ~**

**Ou toutes tes heures sont  
contées.**

Obs : A rapprocher de la main tenant la plume d'oie qui écrit sur un parchemin, et qui conte et qui raconte?

À droite en haut :

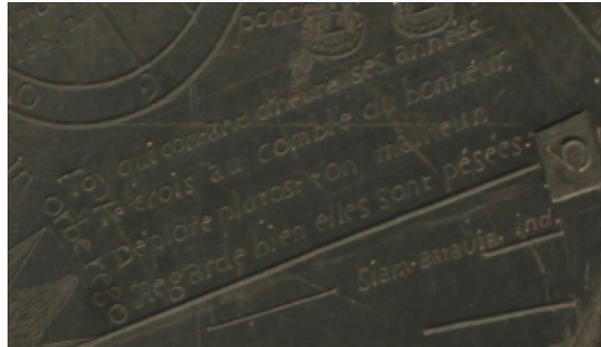
**Toy qui contant d'heureuses années**

**Te crois au comble du bonheur,**

**Déplore plutost ton malheur,**

**Regarde bien elles sont pesées.**

Obs : A rapprocher de la main qui tient la balance entre le pouce et l'index, donc qui effectue une pesée.



Entre ces deux textes , une devise : « **Sæcla, dies, horas , solus in orbe rego** »  
le mot Sæcla est à corriger en "Sæcula" "les temps/les siècles".

*"je suis seul au monde pour gouverner les siècles, les jours et les heures"* et plus largement : *"il n'y a que moi seul dans tout l'univers pour gouverner..."*

Une autre devise en dessous du soleil du grand cadran: « **Omnes ob ser ua  
nostrae latet ultima vitae.** »

*"scrute-les toutes ; la dernière de notre vie est cachée"*

### **Conclusion**

La richesse de l'écriture est grande. Nous sommes au XVIIIème siècle et l'écriture moraliste est très présente sur les cadrans de cette période.

Il est envisagé de mettre ce cadran en valeur dans la commune, le projet est en réflexion à la mairie et par les passionnés de patrimoine.

Tous vos commentaires complémentaires seront les bienvenus, à vos plumes pour les écrire et me les transmettre.



### **Remerciements**

Merci à toutes les personnes qui ont contribué à la description, à l'étude et à la synthèse de ce cadran: Jean Paul Cornec - Olivier Escuder – Paul Gagnaire – Paolig Combot - Robert Raulo -. Une telle analyse est toujours un travail collectif.

Merci à Monsieur le Maire qui a mis à notre disposition le cadran pour les observations et photographies.

Une mention toute particulière à celui qui, par son don, Monsieur Henry Carré, a permis à ce cadran un retour au pays d'origine.





## Cadran à fibres optiques

Serge MALASSINET

*Retour d'expérience de M. Malassiné, concernant la réalisation d'un cadran à fibres optiques, installé en angle de sa maison, avec lecture dans son salon.*

L'objectif du projet était de Connaître l'heure solaire du lieu (TV), de l'intérieur de la maison. Pour ce faire, différentes hypothèses:

- Le cadran solaire à réflexion. Mais dans ce cas, l'orientation et la forme des fenêtres étaient inadaptées.

- Le cadran inverse que l'on lit par transparence sur la vitre d'une fenêtre. La lecture était alors limitée à la matinée ou à l'après-midi. Déclinaison des façades étant de 40° et 50°.

- Le cadrans solaires à fibres optiques avec deux configurations possible pour capter la lumière solaire. Soit les fibres optiques disposées sur un plan équatorial, soit fibres disposées sur un plan horizontal.

J'ai préféré l'implantation des capteurs sur un plan horizontal, car mieux appropriée à une fixation en hauteur sur une petite corniche à l'angle Sud de la maison.



▲ Cadran optique disposé sur la corniche de l'angle Sud de ma maison

Tableau de lecture des heures placé dans l'angle de mon salon ►

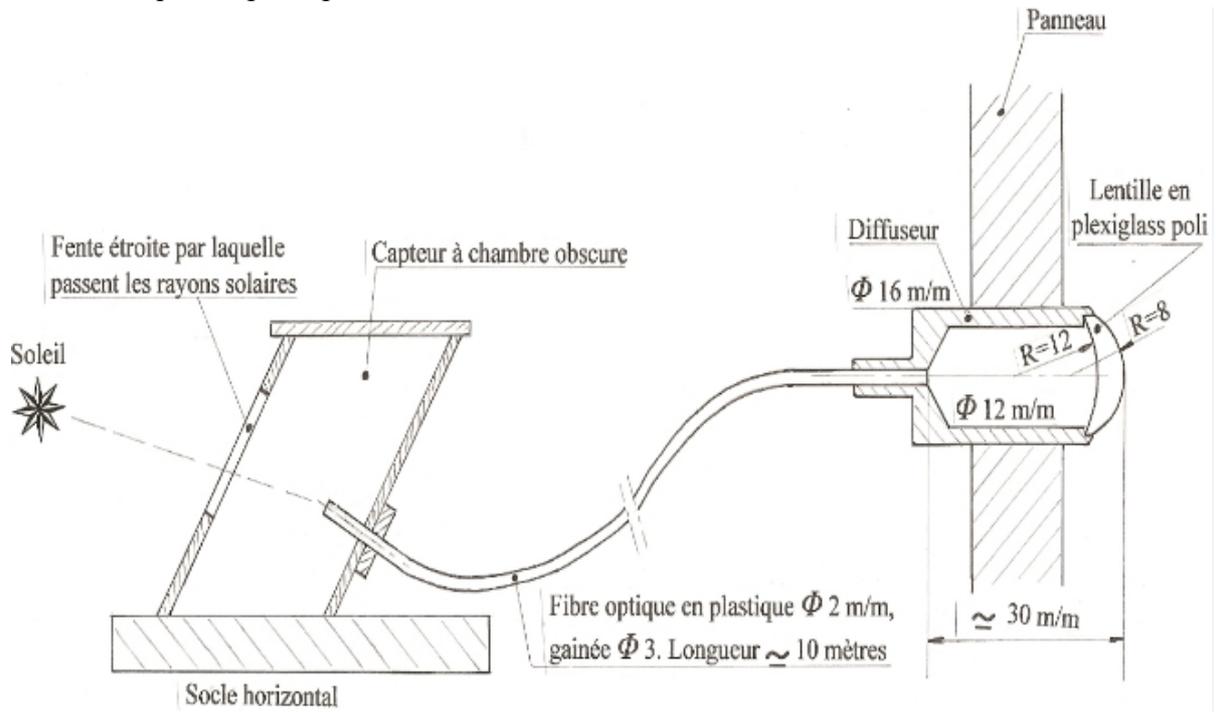


### - Principe de fonctionnement :

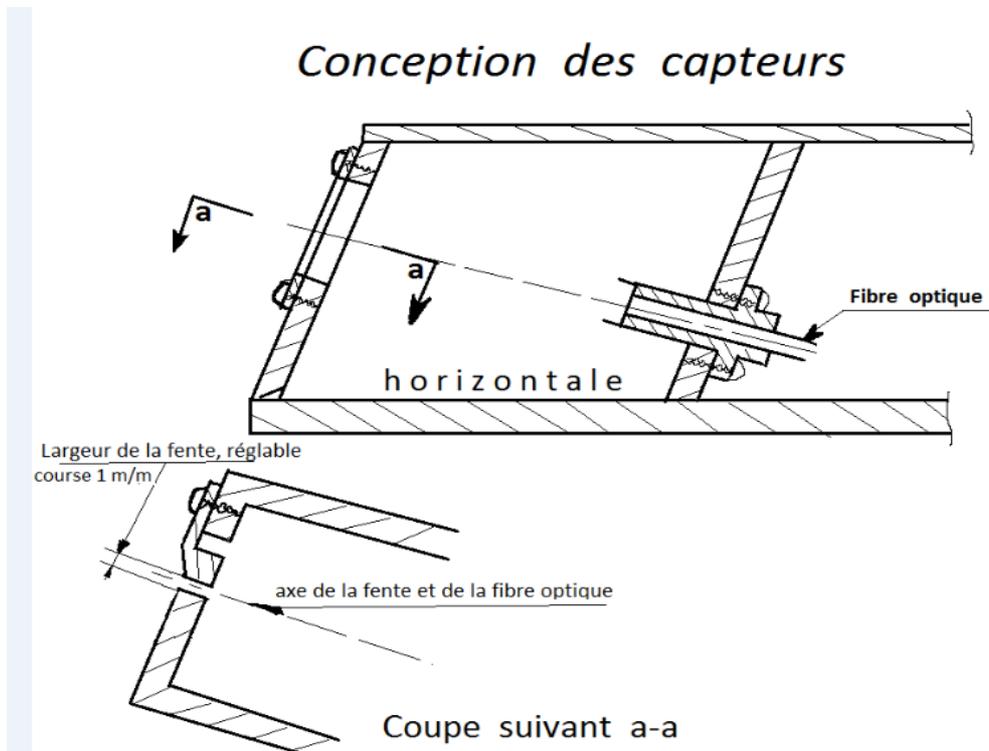
Les capteurs, situés à l'extérieur de la maison contiennent chacun une seule fibre optique et sont orientés selon l'heure solaire qui les concerne. Par une fente, de forme appropriée, le soleil éclaire successivement l'extrémité de chaque fibre. La lumière parcourt toute la longueur de la fibre et ressort à l'autre extrémité, située à l'intérieur de la maison.

Une lentille montée dans chaque diffuseur, amplifie cette lumière. On a ainsi, un temps d'allumage, un temps d'éclairage et un temps d'extinction.

Croquis de principe :



Conception des capteurs (photo H) :



Photos des capteurs :



Ci-dessus l'ensemble du cadran entourant la descente de gouttière, sans son couvercle et vue de dessus, laissant voir ainsi les capteurs.

Ci-contre et ci-dessous cadran vu de l'extérieur en angle de la maison.



#### - Coût prévisionnel :

Il faut tout de suite y penser lorsque l'on finance soi-même les dépenses.

En premier, la fibre optique. Il faut compter, en 2011, environ 1,50 €. TTC le mètre linéaire pour de la fibre  $\Phi$  2 m/m. gainée en noir, ou 13,4 € TTC le mètre linéaire pour du faisceau gainé de 20 fibres  $\Phi$  1 m/m.

En second, l'usinage des capteurs et des diffuseurs. Si l'on ne peut le réaliser soi-même, le prix peut devenir vite dissuasif.

Et puis, la matière première, profilés aluminium, plaques PVC, plexiglass, etc...

Les études, les tracés, le montage, l'installation, les contrôles et réglages peuvent être effectués par soi-même, donc sans achats.

Comme je pouvais réaliser l'usinage, je me suis décider à avancer d'avantage. Tout d'abord, faire une maquette avec une seule fibre, afin de bien comprendre les problèmes provoqués par les lumières parasites et examiner les comportements sur les temps d'allumage, d'éclairage et d'extinction.

Trouver une solution optique simple pour les diffuseurs, sachant qu'avec de la fibre  $\Phi$  2 m/m, on n'a peu de puissance lumineuse.

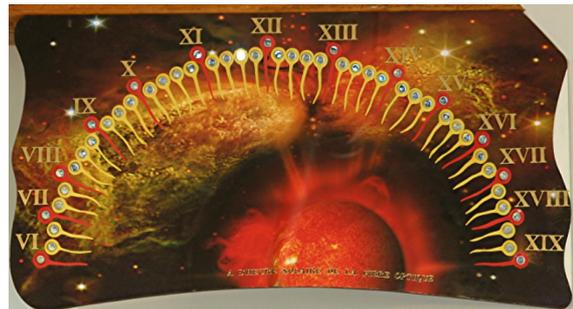
Un faisceau de 10 fibres  $\Phi$  1 m/m, donne une surface éclairante de 7,85 m/m<sup>2</sup>, alors qu'une fibre  $\Phi$  2m/m, donne 3,14 m/m<sup>2</sup>, donc 2,5 fois moins d'éclairage.

Les recherches, essais, mises au point, ayant à peu près aboutis, j'ai voulu déterminer le coût prévisionnel en fonctions de mes possibilités matérielles (1200 €) et analyser les avantages et inconvénients d'un tel cadran.

Inconvénients : Le coût peut être élevé lorsque l'on doit le financer seul. Peu précis sont les temps d'allumage et d'extinction de l'ordre de 2 minutes autour de midi, au solstice d'été et de 6 minutes à 6 h. et 18 h. aux équinoxes.

Avantages : On connaît l'heure solaire du lieu à l'intérieur de la maison avec un cadran encore peu commun. On peut agrémenter le cadran par une décoration.

J'ai retenue une photographie d'astronomie.



#### - La réalisation:

Tout d'abord, comme pour tout cadran, il faut connaître les coordonnées géographiques précises du lieu. Pour cela, il faut effectuer le relevé gnomonique sur un élément servant de référence. Je disposais d'une petite corniche à la base de deux murs, l'un orienté Est, l'autre Ouest, me permettant ainsi de disposer les capteurs à l'angle de ces deux murs. J'en choisis un pour relever sa déclinaison, selon la méthode de la planchette. Ce mur sera ma référence pour déterminer l'orientation des capteurs.

#### - Etudes et Tracés :

Il faut tout d'abord connaître les positions du soleil du lieu, aux différentes heures de la journée, et cela tout le long de l'année.

Seul un logiciel peut les fournir de façon précise. En effet, les relevés sur le terrain sont quelques fois impossibles au moment voulu et peu fiables. Les calculs manuels bien longs et fastidieux, sans parler des erreurs toujours possibles. Donc, un impératif : l'informatique.

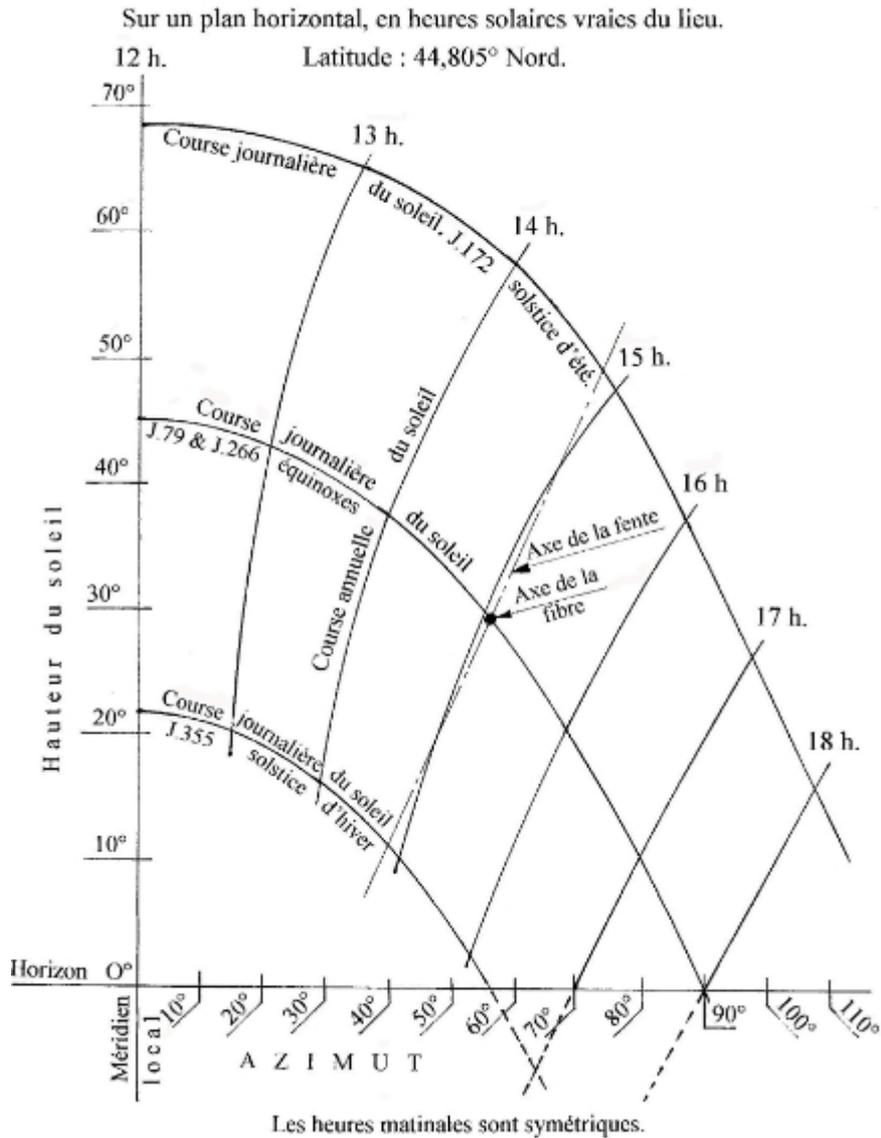
Pour les capteurs, penser tout de suite aux problèmes des lumières parasites qui se propagent dans la chambre obscure et trouver des solutions pour les restreindre au maximum. Pour chaque capteur, il faut déterminer et tracer la ligne représentant la trajectoire du soleil, tout le long de l'année. On s'aperçoit que cette ligne est une courbe (sauf pour midi) et que sa courbure s'accroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne de midi. Cette courbe est symétrique entre les heures matinales et celles de l'après-midi.

Au solstice d'été, pour une latitude de 44,805°, on remarque (voir courbe ci-après) que de 11 h. à 12 h. et de 12 h. à 13 h., l'angle d'azimut du soleil varie d'environ 35°, tandis que de 6 h. à 7 h. et de 17 h. à 18 h., il varie seulement d'environ 10°. Ainsi pour les heures autour de midi, on peut prévoir 5 capteurs par heure, soit 12 minutes de temps par capteur, tandis que pour les capteurs extrêmes, 3 capteurs par heure suffisent, soit 20 minutes de temps par capteur.

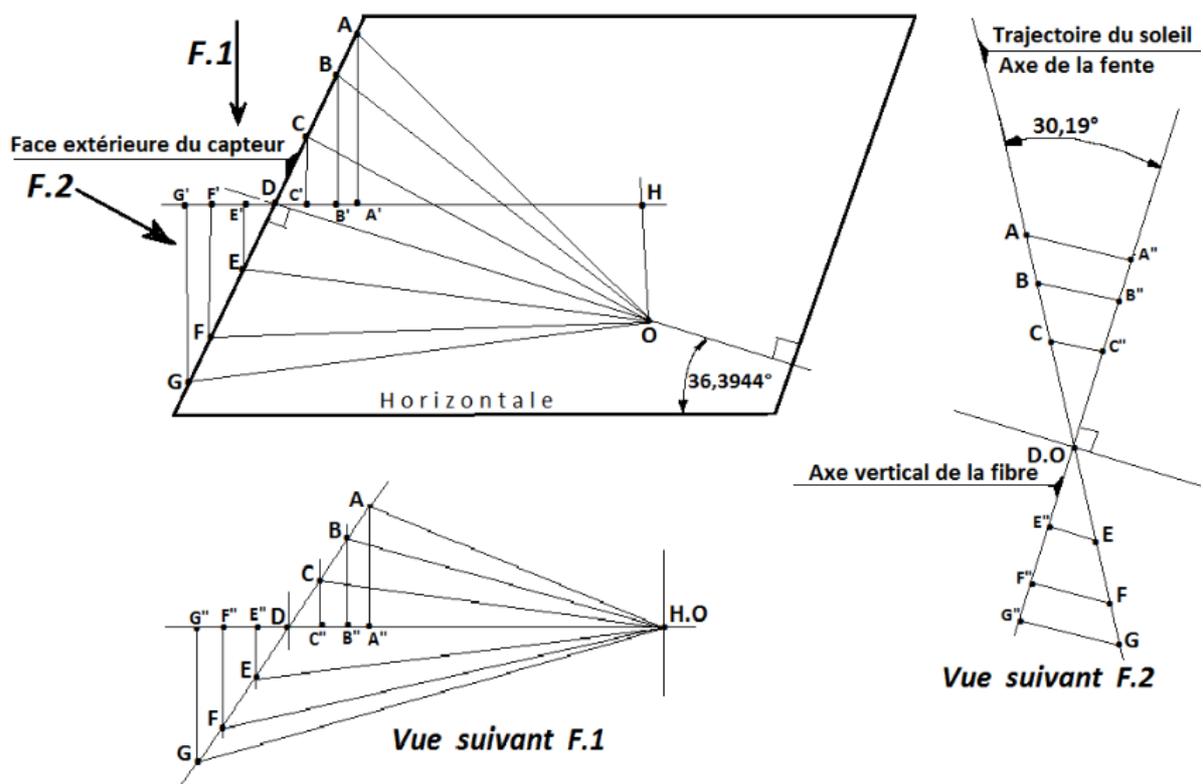
Notamment pour les capteurs autour de midi, la course du soleil en azimut varie de façon sensible entre le solstice d'été et celui d'hiver. Il faudra donc en tenir compte dans la largeur de la fente, qui de ce fait ne sera pas parallèle.

Il me paraît judicieux de prévoir un système de réglage sur la largeur de la fente et cela pour chaque capteur.

### Trajectoire du soleil au cours de l'année



### Tracé de la trajectoire du soleil pour 14h15 (TV) Latitude de 44,805° N



**- La fibre optique :**

Il existe plusieurs caractéristiques en fonction de l'emploi. Le fournisseur devra donc définir les spécifications appropriées à cet usage. Celle finalement retenue est de  $\Phi$  2m/m en matière plastique translucide, gainée en noir.

La coupe pour la mise à longueur est effectuée avec une pince coupante, mais celle-ci provoque quelques fois des fissures sur quelques millimètres. Les extrémités doivent être perpendiculaires à l'axe de la fibre et polies. Le dressage peut s'effectuer au touret à meuler avec un petit outillage approprié pour obtenir la perpendicularité.

Pré-polissage au papier abrasif (grain 180 ou 220), puis polissage avec un disque en feutre, monté sur une perceuse électrique. La pâte à polir est du "vert de chrome". Pour chaque extrémité, vérifier qu'il ne subsiste pas de rayures ou de fissures.

La distance de la fibre à la fente est fonction de la largeur initiale de la fente et du diamètre de la fibre. Plus la distance sera grande, plus les bords du faisceau lumineux, seront flous, diffus et donc, moins précis.

En ce qui concerne le montage, un embout fixé sur le capteur, maintient la fibre par sertissage en sortie. Même principe pour le diffuseur. La matière utilisée est de l'AGS (alliage d'aluminium), assez malléable et pouvant facilement se déformer pour le sertissage.

L'axe de la fibre est orientée pour chaque capteur. Dans le plan vertical, sur les équinoxes, afin d'être à peu près réparti dans la course annuelle du soleil et pour le plan horizontal, sur l'axe horaire du capteur.

Par exemple, le capteur de 13 h. va produire l'éclairage de 12 h 54 à 13 h 06.

Les capteurs sont réalisés en profilé aluminium creux de section rectangulaire avec à

l'intérieur une peinture noire mat et adhésif velouté noir. Ils sont fixés sur une plaque en PVC qui elle-même est fixée de niveau sur le bord de la corniche. Une petite plaque PVC, les recouvre.

L'orientation des capteurs est primordiale. Avant la découpe de la plaque de base, déterminer un point d'origine d'où partira l'axe horaire de chaque capteur et tracer sa position. Les rapporteurs d'angle étant peu précis, il faut calculer pour chaque capteur sa position en abscisses et ordonnées.

Les diffuseurs sont toujours en AGS pour le sertissage. A l'autre extrémité est disposée une lentille usinée en plexiglass poli et sertie.

Deux faisceaux de fibres traversent le mur de la maison. Ils passent sous les meubles de cuisine, remontent dans un grenier et redescendent derrière la cheminée pour passer derrière une poutre et arriver aux diffuseurs installés sur le cadran. Soit 9,5 mètres par capteurs x 52 = 500 mètres de fibres optiques.

IL faut bien repérer l'heure de chaque fibre et la reporter à l'autre extrémité de telle sorte qu'il n'y ai pas d'erreur de position pour les diffuseurs.

Le cadran par lui même est fonction du lieu d'implantation, du goût et de l'inspiration de chacun. Pour ma part, je voulais effectuer la décoration avec une peinture projetée par aérographe, mais suite à des échecs, j'ai renoncé. J'ai donc constitué le fond de cadran, en informatique en assemblant avec un logiciel de retouches photo, des nébuleuses, des étoiles, un soleil stylisé. De l'image ainsi constituée, j'ai fait tiré un poster aux dimensions du cadran et du collage.

N'ayant pu trouver sur le marché de chiffres romains assez gros, je les ai découpés dans de la bande de PVC que j'ai peint en dorée et que j'ai collé.

Le cadran est fixé sous une poutre par 5 petites équerres.

#### **- Les dépenses :**

Elles concernent uniquement les achats, pas desous-traitance : 1.380.€

#### **- Temps de réalisation :**

Entre 1300 heures et 1400.heures, étalées sur 3 ans.

#### **- Vérifications :**

Pour chaque capteur, il faut prévoir 4 points de contrôle :

- au solstice d'hivers
- à l'équinoxe de printemps
- au solstice d'été
- à l'équinoxe d'automne,

avec un tableau récapitulatif. Un léger réglage est éventuellement possible.

#### **- Améliorations à rechercher :**

Pour les capteurs, il serait nécessaire d'atténuer encore les lumières parasites. Il faudrait également augmenter la puissance lumineuse.

Au niveau des diffuseurs, l'amélioration doit porter sur la précision des lentilles en plexiglass. De fait, il faut rechercher une meilleure formule optique.

Remarque importante : Ne jamais utiliser d'alcool ou de produit alcoolisé pour le

nettoyage des extrémités de fibre.

### Vues générales du capteur et du cadran intérieur



### *Un de plus et... un de moins*

Le cadran optique des Halles à Paris, n'est plus.  
Il a été détruit dans le cadre du réaménagement de la place.  
Ci-dessous les vestiges en avril dernier (photos Alain Ferreira).





## Retour d'un multiface

Jean-Marie PONCELET

*En quelques mots et images, J.M Poncelet nous fait vivre l'émotion du retour d'un cadran multiface.*

Dans les années 1830, un pépiniériste de Sainte-Croix-aux-Mines dans le Haut-Rhin, décide de faire installer deux cadrans solaires dans ses jardins pour que ses employés aient connaissance de l'heure. Il passe commande au cadranier Charles SIVEL de Saint-Dié des Vosges qui les lui installe en 1837.



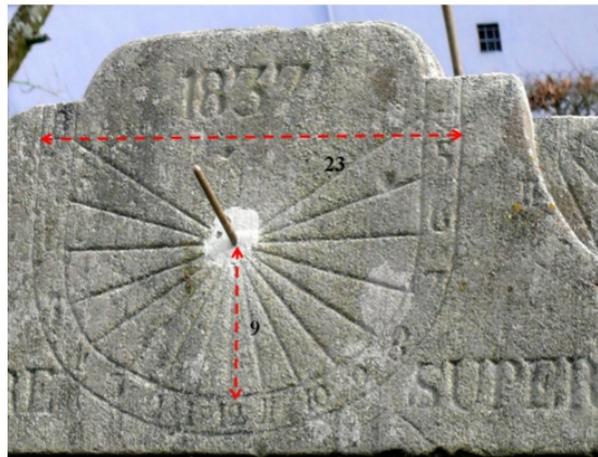
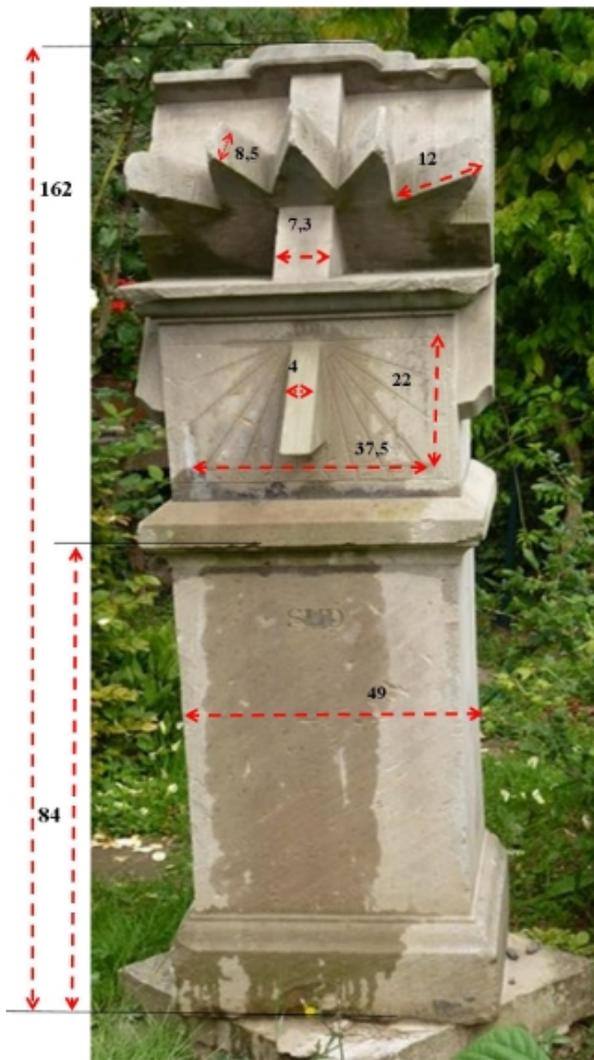
Ces cadrans passent sans encombre la guerre de 14-18. Mais l'un d'eux disparaît en 1940, alors que l'autre reste dans cette petite ville, affligé seulement de quelques impacts de balles.

A la vente de la propriété en 2010, un des héritiers récupère ce monument et l'installe dans son jardin à Lingolsheim, banlieue de Strasbourg (le propriétaire ne souhaitant donner ni son nom ni son adresse par peur de vol ou dégradations).

Ce n'est que le 10 avril de cette année 2012 qu'il sera correctement installé et orienté.



### Dimensions du monument



◀ Cadran équatorial supérieur ▶



Vue d'ensemble des différents cadrans en partie haute



▲ Cadran polaire supérieur

◀ Cadran méridional



Cadrans occidental et oriental



▲ Cadran septentrional  
Cadran polaire inférieur ►



Cadran horizontal arrière droit



Cadran équatorial inférieur droit



Cadran équatorial inférieur gauche



Cadran polaire partie droite



Cadran incliné Ouest



Cadran horizontal gauche



Signature du cadranier

A noter que pour la photo prise à 11h35, le cadran indiquait 10h10 (environ). Ce qui, après correction de l'heure légale en temps vrai semble très correct.





## Cadran de hauteur "Volpaia"

Denis SAVOIE

Les "Della Volpaia" sont une famille italienne de la Renaissance installée près de Florence<sup>1</sup>, qui va donner sur plus d'un siècle, de Lorenzo (1446-1512) à Girolamo (1530 ? -1614), de fameux artisans spécialisés dans la construction d'instruments astronomiques (cadrans solaires, nocturlabes, horloges, sphères armillaires, astrolabes...).

Dans les collections du Musée d'Histoire des Sciences de Florence, on trouve plusieurs cadrans solaires de hauteur signés par un Volpaia (numéro 2303, 1286, 3811, 1305, 3264...).

A ce jour, il semble qu'un seul de ces cadrans portatifs a été décrit<sup>2</sup>, sans toutefois qu'on en donne la théorie (fig. 1). Ayant pu examiner un exemplaire « moderne » d'un cadran Volpaia, c'est-à-dire en temps solaire vrai (alors que tous les cadrans Volpaia sont en heures italiques), on propose de donner ici la façon de calculer et d'utiliser ce cadran ainsi que ceux qui en dérivent.

Fig. 1 ►

### 1 – Description et calcul du cadran solaire Volpaia

L'exemplaire moderne qui sert de point de départ est un disque de 20 cm de diamètre, en laiton, réalisé par E. Rouanet en

1982 pour la latitude de 48° 30', présenté ci-après (fig. 2).

Le cadran est suspendu verticalement par une bélière et orienté dans le plan du Soleil. Un gnomon horizontal projette une ombre sur un abaque constitué de cercles concentriques



<sup>1</sup> Sur cette lignée, voir C. Maccagni, « The Florentine Clock and Instruments-Makers of the Della Volpaia Family », *Actes du XII<sup>e</sup> Congrès International d'Histoire des Sciences, Paris, 1968*, t. X<sub>A</sub>, Paris, 1971, p. 65-73. On trouvera dans cet article une liste des objets recensés dans les musées du monde entier et le nom de leur constructeur.

<sup>2</sup> L. Janin, « Un cadran de hauteur », *Annali dell'Istituto e Museo di storia della scienza di Firenze*, fascicolo 1, Anno II, 1977, p. 21-25.

équidistants et de courbes sinueuses. On lit l'heure solaire à l'intersection d'une courbe qui représente l'heure en fonction de la hauteur et d'un cercle qui représente la date, plus précisément la déclinaison  $\delta$  du Soleil.



Fig. 2

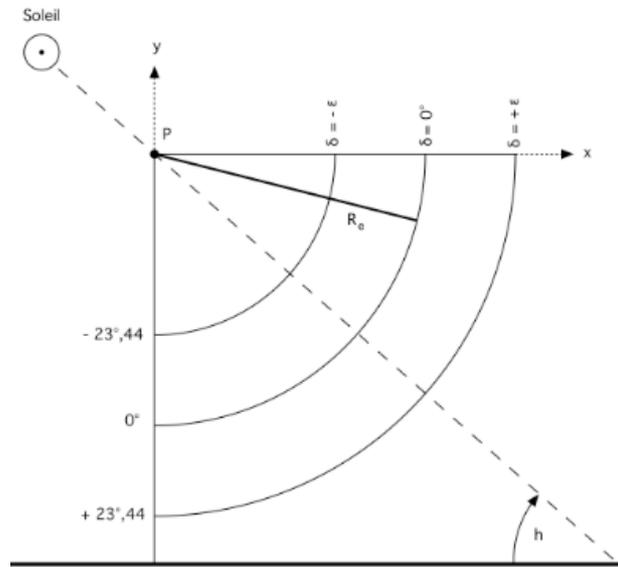


Fig. 3

Appelons P le pied du gnomon par lequel on fait passer un système d'axes (fig. 3) : les x vers la droite, les y vers le haut (vers le zénith). On commence par fixer arbitrairement, ou plutôt pour des raisons esthétiques ou de place, la largeur  $n$  (en centimètres) de l'échelle des dates, et la longueur du rayon des équinoxes  $R_e$ . Le cercle du solstice d'été sera ici le plus éloigné du gnomon, tandis que le cercle du solstice d'hiver sera le plus proche.

Par une simple règle de trois, on déduit que le rayon  $R$  d'un cercle de déclinaison

quelconque  $\delta$  se calcule par :  $R = R_e + \frac{d \cdot n}{e}$  où  $\epsilon$  est l'obliquité de l'écliptique (par exemple  $\epsilon = 23^\circ,44$ ). On fait varier la déclinaison du Soleil de  $-\epsilon$  à  $+\epsilon$  pour des valeurs remarquables, en général pour l'entrée du Soleil dans un signe zodiacal.

Les coordonnées d'un point d'une courbe d'heure se calculent par :

$$x = R \cos h \quad y = -R \sin h$$

$h$  étant la hauteur du Soleil obtenue par :

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H \quad (1)$$

$H$  étant l'angle horaire du Soleil ( $1 \text{ h} = 15^\circ$ ) et  $\phi$  la latitude du lieu. La hauteur du Soleil étant symétrique par rapport à midi solaire (méridien) le matin et l'après-midi, une même courbe horaire sert donc deux fois par jour. Il faut également veiller à ne calculer des points que pour une hauteur positive du Soleil au-dessus de l'horizon.

Comme toujours avec les cadrans de hauteurs portatifs, ils ne sont valables que pour une latitude donnée et sont très défailants vers midi, en particulier en hiver.

Si l'on prend les paramètres du cadran Volpaia de la figure 2, calculé pour  $48^\circ 30'$  de latitude, dont le rayon équatorial fait 10,4 cm et l'échelle des dates 4,8 cm, on obtient

l'abaque suivant (fig. 4) qui ne ressemble pas tout à fait à celui du cadran : dans ce dernier, les courbes sont distordues de façon curieuse... pour ne pas dire, hélas, de façon erronée.

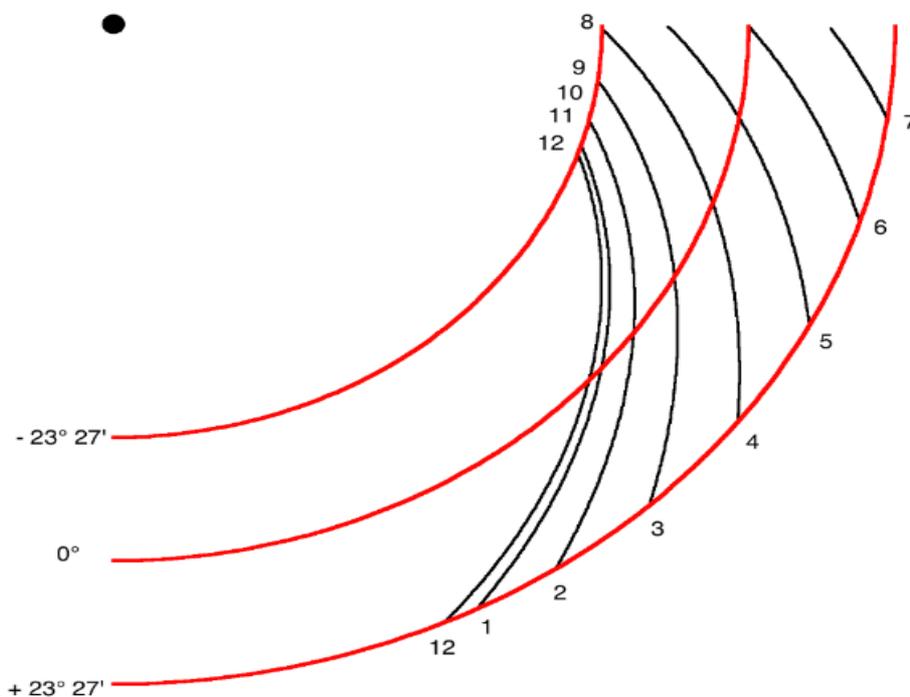


Fig. 4

L'exemplaire de la figure 1 a été tracé par Girolamo Volpaia en 1568 pour la latitude de Florence comme il est indiqué, soit ici  $43^{\circ} 30'$  (au dos se trouve un nocturlabe dont le trou central perce le milieu du cadran solaire de hauteur). On remarque que l'abaque des heures est constitué de courbes pleines et de courbes en pointillés : comme l'auteur utilise les heures italiques, il n'y a plus symétrie dans les heures entre matin et après-midi. De plus, le constructeur a ici tracé le cercle d'été au plus près du gnomon et le cercle d'hiver au plus loin.

Ce cadran ne fonctionne pas tout à fait comme le précédent : en effet, si l'on se place à l'équinoxe, au lever du Soleil, la hauteur du Soleil est théoriquement nulle. L'appareil était tenu verticalement par sa bélière, l'ombre du gnomon (dont on voit l'emplacement à l'intersection des deux droites perpendiculaires) devrait être horizontale et marquer 12 h italique à l'intersection du cercle des équinoxes. Or la graduation ne monte pas si haut et le point d'intersection recherché est vertical. On en déduit donc que le cadran fonctionne avec un fil à plomb et une perle coulissante. La bélière sert simplement à maintenir le cadran dans le plan du Soleil jusqu'à ce que son image entre dans les deux pinnules situées sous la bélière.

Le cadran fonctionne donc la plupart du temps incliné comme confirme la graduation extérieure qui donne la hauteur du Soleil avec une rupture à  $65^{\circ}$ .

En reprenant les conventions du cadran Volpaia de temps solaire vrai, on calcule un Volpaia en heures italiques de la façon suivante : le rayon  $R$  d'un cercle de déclinaison

quelconque  $\delta$  se calcule par :  $R = R_e \cdot \frac{d}{e}$

L'angle horaire du Soleil pour une heure italique  $I$  s'obtient par :

$$H = (I - 15) + H_0$$

avec  $\cos H_0 = -\operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \delta$

Les coordonnées d'un point d'une courbe d'heure italique se calculent par :

$$x = R \sin h \quad y = -R \cos h$$

où  $h$  est obtenu par la relation (1) dans laquelle on a injecté l'angle horaire italique. Les inconvénients d'un cadran donnant l'heure solaire vraie se retrouvent dans un cadran d'heures italiques où les courbes de 16 h à 20 h sont très serrées, avec des intersections où il est quasiment impossible de lire l'heure comme on peut le voir sur la figure 5 qui est un calcul moderne du modèle de 1568.

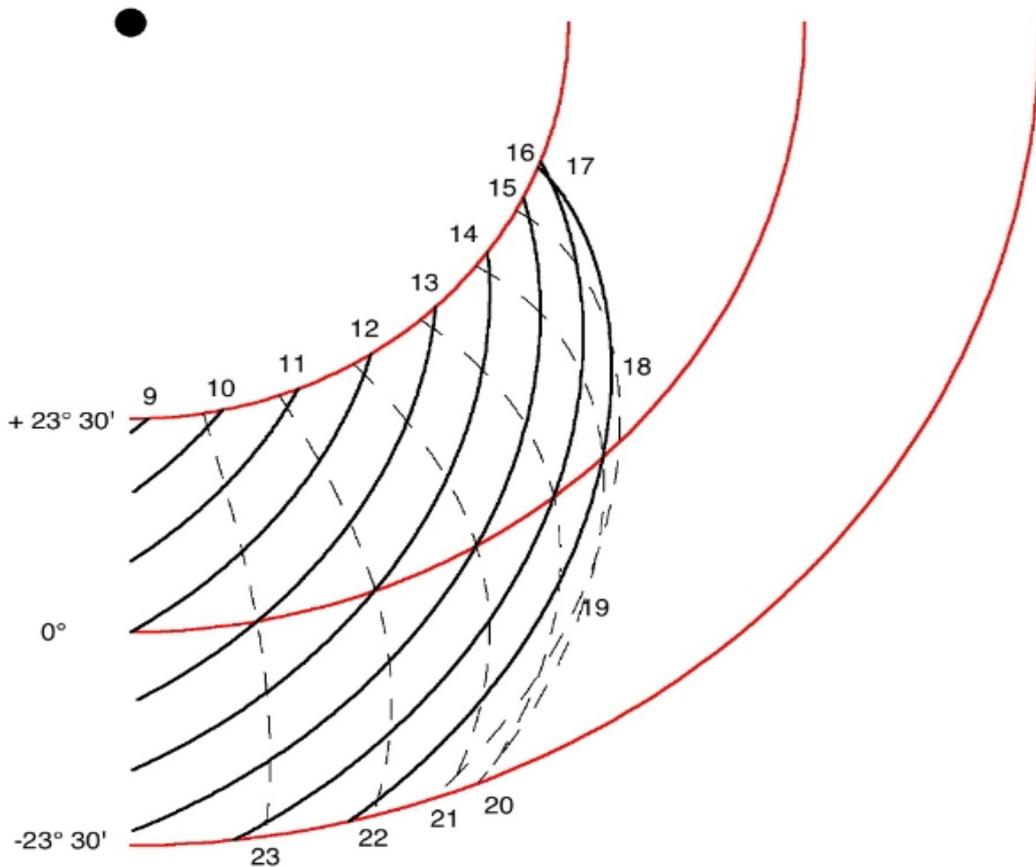


Fig. 5

Le système moderne de lecture du Volpaia de temps solaire vrai, où l'heure est lue directement par intersection de l'ombre, est beaucoup plus pratique à utiliser que celui du XVI<sup>e</sup> siècle muni d'un fil et d'une perle. On pourrait d'ailleurs imaginer un Volpaia d'heures italiques en utilisant une lecture directe.

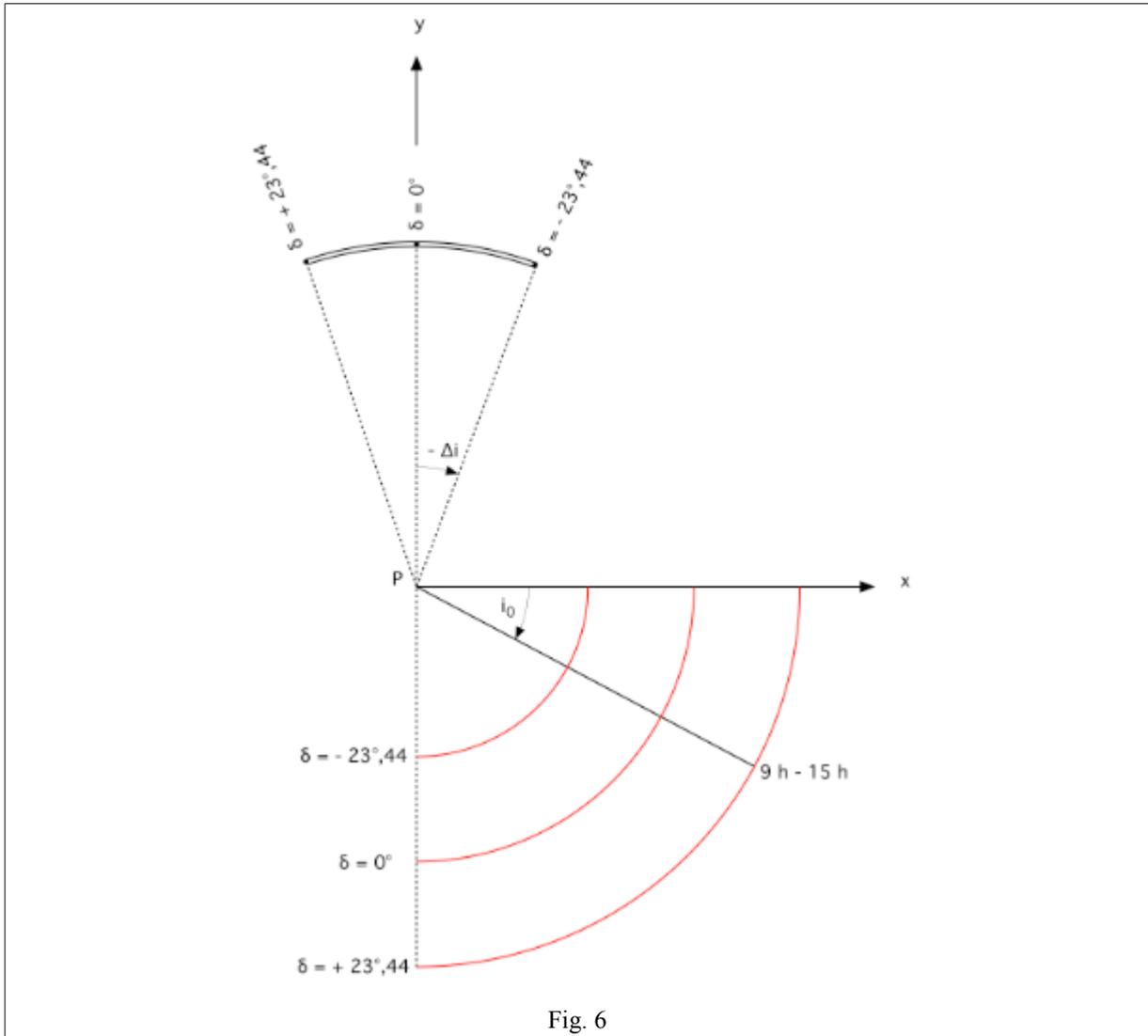
## 2 – Le Volpaia basculé

En faisant basculer le Volpaia de temps solaire vrai, on peut modifier astucieusement

le tracé en le rendant moins compact, avec des lignes horaires moins courbées. On prend ici pour point de départ le Volpaia de temps solaire vrai.

Pour cela, il faut que la bélière puisse coulisser dans le cadran puisque le cadran va fonctionner incliné. On prend ensuite une ligne horaire intermédiaire – plus exactement celle qui se trouve *grosso modo* au milieu de l'éventail horaire –, et on la transforme en droite en lui donnant une pente. On conserve, bien entendu, le système des cercles de dates concentriques.

Le plus simple est de prendre la courbe horaire 9 h – 15 h ( $H_0 = 45^\circ$ ) et de l'incliner d'un angle  $i_0$  en fonction de la hauteur du Soleil aux équinoxes (fig. 6).



On a :

$$\sin i_0 = \cos \phi \cos H_0$$

Par exemple pour une latitude de  $48^\circ$ , on obtient  $i_0 = 28^\circ,24$ . La ligne horaire 9 h – 15 h devient donc une droite qui passe par le pied du gnomon. Pour que cette inclinaison soit valable à une date quelconque, et pas seulement aux équinoxes, on bascule l'ensemble du

cadran d'un angle  $\Delta i$  égal à la différence entre l'inclinaison aux équinoxes et l'inclinaison à une autre déclinaison :

$$\Delta i = i - i_0$$

avec

$$\sin i = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

L'inclinaison est comptée négativement vers la gauche (son signe est celui de la déclinaison du Soleil). Par exemple au solstice d'hiver ( $\delta = -23^\circ,44$ ,  $H = 45^\circ$ ), on obtient  $i = 7^\circ,96$  d'où  $\Delta i = -20^\circ,28$ . Pour le solstice d'été,  $\Delta i = +18^\circ,62$ . Donc la bélière doit être déplacée sur l'échelle supérieure des dates ; on note que les valeurs extrêmes ne sont pas égales.

Pour les autres lignes horaires, on pratique de la façon suivante : on se sert de la ligne droite de référence et l'on calcule les différences de hauteur entre le point considéré et le point de la ligne de référence. Appelons  $h_0$  la hauteur du Soleil pour la droite de référence  $H_0 = 45^\circ$ , et  $h$  la hauteur du Soleil pour un angle horaire quelconque. On a :

$$\sin h_0 = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H_0$$

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

Appelons  $H'$  la différence des hauteurs :  $H' = h_0 - h$ . Si  $H'$  est positif, cela signifie que la courbe est au-dessus de la ligne de référence. Faisons passer par P un système d'axes, les x étant dirigés vers la droite, les y vers le haut (dans la position aux équinoxes). On calcule une courbe horaire par :

$$x = R \cos H' \cos i_0 + R \sin H' \sin i_0$$

$$y = -R \cos H' \sin i_0 + R \sin H' \cos i_0$$

$R$  étant le rayon calculé par  $R = R_e + \frac{d \cdot \frac{n}{e}}$  (rappel :  $n$  = largeur échelle des dates,  $R_e$  = rayon aux équinoxes). Bien entendu, on limitera les courbes aux hauteurs positives du Soleil<sup>3</sup>.

Exemple (fig. 7) : prenons  $\phi = 48^\circ$ ,  $R_e = 6,5$  cm,  $n = 5$  cm. On a  $i_0 = 28^\circ,24$ .

Pour  $H = 45^\circ$ , on a  $H' = 0^\circ$  :

$$\delta = +23^\circ,44 \quad R = 9 \text{ cm} \quad x = 7,929 \text{ cm} \quad y = -4,258 \text{ cm}$$

$$\delta = 0^\circ \quad R = 6,5 \text{ cm} \quad x = 5,726 \quad y = -3,075$$

$$\delta = -23^\circ,44 \quad R = 4 \text{ cm} \quad x = 3,524 \quad y = -1,893$$

Pour  $H = 15^\circ$  :

$$\delta = +23^\circ,44 \quad R = 9 \text{ cm} \quad H' = -15^\circ,836 \quad x = 6,466 \text{ cm} \quad y = -6,260 \text{ cm}$$

$$\delta = 0^\circ \quad R = 6,5 \text{ cm} \quad H' = -12^\circ,027 \quad x = 4,960 \quad y = -4,201$$

$$\delta = -23^\circ,44 \quad R = 4 \text{ cm} \quad H' = -9^\circ,340 \quad x = 3,170 \quad y = -2,439$$

Pour  $H = 60^\circ$  :

$$\delta = +23^\circ,44 \quad R = 9 \text{ cm} \quad H' = 9^\circ,808 \quad x = 8,538 \text{ cm} \quad y = -2,845 \text{ cm}$$

$$\delta = 0^\circ \quad R = 6,5 \text{ cm} \quad H' = 8^\circ,693 \quad x = 6,125 \quad y = -2,175$$

<sup>3</sup> Le cadran obtenu est celui qui était vendu comme pendentif il y a de nombreuses années par la société Artissime.

$$\delta = -23^{\circ},44 \quad R = 4 \text{ cm} \quad H' = 7^{\circ},310 \quad x = 3,736 \quad y = -1,429$$

Pour utiliser le cadran, le gnomon étant en P, on ajuste la bélière en fonction de la date ; on place le cadran dans le plan du Soleil : l'ombre du gnomon coupe alors le réseau horaire de l'abaque où on lit l'heure solaire.

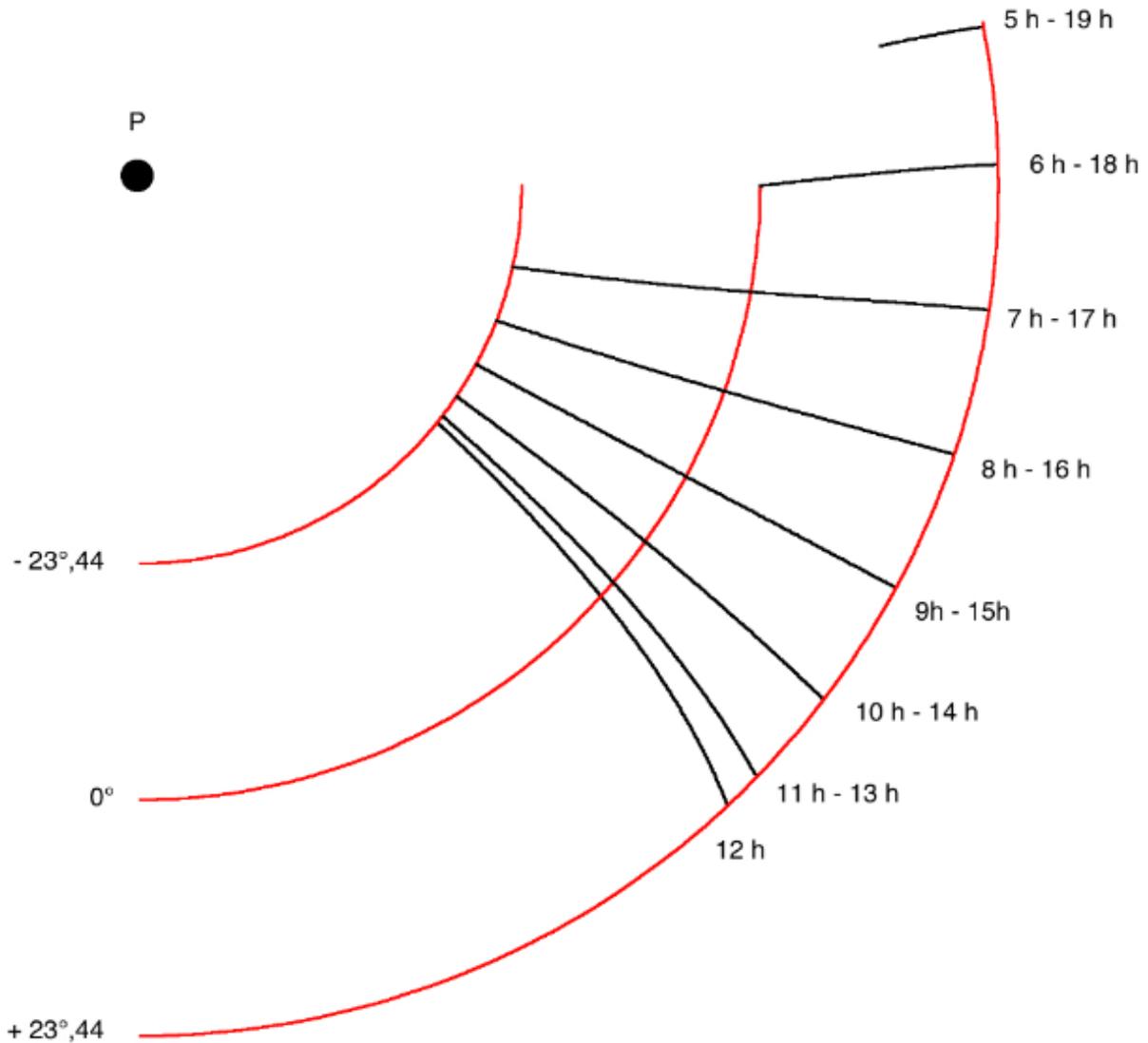


Fig. 7

On a ici gardé le principe de Volpaia de cercles concentriques ; mais rien n'empêche d'imaginer un autre abaque en remplaçant les cercles par des droites ou par un autre type de courbes. On peut également prendre une autre ligne d'heure que 9 h-15 h comme référence.

On le constate encore une fois, les cadrans de hauteur permettent une grande variété de réalisations.





## Cadrans d'Iran

Denis SAVOIE

*Cet article rapporte la réalisation, en 2005 puis en 2007, de trois cadrans solaires en Iran (Maragha, de Tabriz et de Teheran), réalisés avec la collaboration de Marc Goutaudier et de Johan Kieken du Palais de la découverte.*

Petite ville iranienne, non loin de l'immense lac Ouroumié, Maragha vécut son heure de gloire sous l'impulsion du savant Tusi au XIII<sup>e</sup> siècle. On doit à cet astronome la réalisation d'un grand observatoire sur la colline surplombant la ville où il utilisa d'immenses instruments. Le Comité de Préservation du Patrimoine Culturel de la région envisage



Fig. 1 La tour rouge de Tusi à Maragha, auquel fait face le cadran solaire.

d'ailleurs de mettre en valeur l'histoire de Maragha en érigeant un musée des sciences près des ruines de l'observatoire. Avant d'y prendre ses quartiers, Tusi utilisa une immense tour en briques rouges, nichée au cœur de la ville, où il fit des observations solaires (fig. 1). Le Comité de Préservation du Patrimoine Culturel compte parallèlement aménager en parc le terrain vague qui entoure ce vestige astronomique. Afin de redonner à cet endroit son aspect scientifique et observationnel, il fut décidé de construire un cadran solaire franco-iranien en sollicitant le Service Culturel de l'Ambassade de France à Teheran. Celui-ci nous contacta afin de réaliser les calculs et le tracé.

Situé à 100 km plus au Nord, Tabriz, troisième ville du pays, est aujourd'hui le réel centre économique et scientifique de la région. On y dénombre plusieurs universités très importantes. L'Université de Tabriz rassemble de nombreuses spécialités, son campus est situé à la périphérie de la ville. Le laboratoire de physique appliqué et d'astrophysique est perché sur une colline qui domine Tabriz ; il est accompagné d'un planétarium. Profitant de notre venue en Iran, Ali Ajabshirizade, professeur en astrophysique et directeur du planétarium, souhaitait réaliser un cadran solaire face au planétarium. L'Iran semble étonnamment pauvre en cadrans solaires et encore plus en gnomonistes, ce cadran pourrait contribuer à combler ce manque en inspirant les étudiants de l'université. Il nous apparut assez vite qu'il fallait retrouver dans les deux types de cadrans construits leur rôle respectif.

Le cadran solaire de Maragha, symbole d'un passé d'une astronomie d'observation, se devait avant tout d'être précis alors que celui de Tabriz devait laisser plus de place à la pédagogie et l'originalité.

## 1 – Deux types de cadran fondamentalement différents

Le terrain autour de la tour rouge de Tusi est bordé de longs murs dont l'un regarde quasiment plein sud (fig. 2). C'est un lieu privilégié pour y construire un cadran vertical. La lecture de l'heure s'y fera aisément et le cadran sera visible de loin. L'inconvénient est cependant que le cadran ne sera fonctionnel qu'une partie de la journée au printemps et en été. Le début de matinée et en fin de soirée, le Soleil se retrouve en effet du mauvais côté du mur. Jonglant entre les deux cadrans de Maragha et de Tabriz, il convenait d'être vigilant dans le suivi de leur réalisation. Or, l'un des points les plus délicat réside dans l'implantation du style.



Fig 2 Construction du mur en marbre gris sur lequel va être tracé le cadran solaire.

Dans ce type de cadran un choix s'impose dans son orientation. Implanté parallèlement à l'axe de rotation de la Terre (style polaire), l'ombre toute entière indique l'heure mais une mauvaise implantation aurait comme conséquence un cisaillement des lignes horaires et donc la lecture de l'heure deviendrait impossible. N'étant pas sur place lors de la mise en place définitive du style, la sagesse nous impose de choisir un style perpendiculaire au mur. Bien plus aisé à implanter, et de plus maintenu hors d'atteinte

du public, seul compte alors, dans la lecture de l'heure, l'extrémité de l'ombre sur le cadran.

L'extrémité du style devient pour le tracé des courbes du cadran le centre de la projection. A chaque arc décrit chaque jour par le Soleil dans le ciel correspond un arc d'hyperbole sur le cadran, ou une portion de droite le jour des équinoxes. Les tracés sur le cadran seront limités par les deux courbes extrêmes des solstices : l'hyperbole de décembre (la plus proche du style) et celle d'été (qui court en bas du cadran). La portion de droite décrite lors de l'équinoxe de mars revêt une importance plus particulière pour les iraniens puisqu'il annonce le début d'une nouvelle année du calendrier iranien (Norouz). Comme il est impossible de représenter tous les arcs, un choix esthétique amène à représenter uniquement certaines dates intermédiaires. Enfin, les lignes horaires, portions de droites transversales tracés pour chaque demi-heure, se répartissent autour de la ligne midi.

Le cadran solaire réalisé à Tabriz est fondamentalement différent de celui de Maragha. Il est horizontal et son style vertical est mobile. Mais surtout son principe de fonctionnement repose sur une projection orthographique des cercles de la sphère céleste. Dans la plupart des cadrans solaires, le tracé des lignes du cadran est obtenu par projection gnomonique. Sur ces cadrans, l'ombre ou son extrémité croise des droites horaires (projections de méridiens célestes) et indique ainsi directement l'heure. Dans un cadran analemmatique, la projection est orthographique. A chaque jour d'un semestre le cercle diurne décrit par le Soleil dans le ciel se projette en formant au sol une ellipse différente. Tout au long de la journée l'ombre évolue sur l'ellipse où sont repérés des points horaires. En théorie, il devrait y avoir sur le cadran autant d'ellipses qu'il y a de jours dans un semestre et sur chacune d'elles des points horaires, ce qui rendrait son utilisation ardue pour le néophyte (figure analemmatique fixe).

En 1640, Vauzelard proposa ingénieusement de rendre le style mobile afin de ne conserver qu'une seule et unique ellipse. Le cadran ainsi modifié devient d'une simplicité d'utilisation déconcertante. En plaçant le gnomon à sa position du jour, son ombre vient intercepter et décrire une ellipse où sont matérialisés des plots ou points horaires. Il faut bien noter que c'est la direction de l'ombre qui indique l'heure et non son extrémité. Le cadran étant horizontal, il permet une lecture de l'heure tout au long de la journée et, de plus, l'utilisateur peut devenir acteur en se substituant au gnomon. Derrière cette fausse simplicité se cache une théorie complexe et raffinée justifiant à elle seule, la présence de ce type de cadran au sein d'une université.

## 2 – De la théorie à la pratique : la réalisation des cadrans

Les dimensions des deux cadrans sont importantes. Le cadran vertical de Maragha s'étend sur 4 mètres de large et sur 3 mètres de haut, l'horizontal de Tabriz possède approximativement la même envergure. La première étape consiste à déterminer l'orientation des cadrans.



Fig. 3 Détermination de l'orientation du mur par la méthode de la planchette.

À Maragha elle est imposée par le mur nu en marbre, il convient de déterminer son orientation astronomique (déclinaison gnomonique), c'est-à-dire l'angle entre la perpendiculaire au mur et la direction du Sud géographique. Une telle mesure nécessite la présence du Soleil et de faire tout au long de la journée des relevés de l'ombre d'un fil à plomb, en notant précisément l'heure (fig. 3). Notons que l'usage d'un GPS s'est révélée particulièrement utile dans ce cas, non seulement pour déterminer les coordonnées géographiques du lieu mais également pour disposer du Temps Universel Coordonné avec la précision de la seconde de temps. Une fois les relevés d'ombre effectués commence le délicat travail de leur traitement mathématique afin d'en extraire l'orientation du mur. Le résultat a donné  $4^{\circ} 55'$ , ce qui signifie que le cadran « regarde » de  $4^{\circ} 55'$  du Sud vers l'Ouest. La précision future du cadran dépend essentiellement de cette orientation :  $1^{\circ}$  d'erreur entraîne 4 minutes

d'erreur dans la lecture de l'heure. Si on avait considéré que le mur était plein Sud, l'erreur aurait donc été de 20 minutes environ, ce qui est inacceptable. Un cadran correctement tracé indique l'heure à la minute près.

Dans le cas du cadran analemmatique de Tabriz, il faut matérialiser au sol l'axe Nord-Sud. En général on attend le passage au méridien du Soleil, pour tracer au sol l'ombre portée par un fil à plomb. Mais en ce début d'été et à ces latitudes, le Soleil culmine particulièrement haut dans le ciel et son azimut évolue rapidement au moment du passage au méridien. Autant

dire que la précision dans la détermination de l'axe Nord-Sud devient moins précise et risque de fausser quelque peu le bon fonctionnement du cadran. Nous décidons donc de matérialiser l'axe Est-Ouest profitant des passages du Soleil au premier et dernier vertical (direction géographique Est-Ouest). L'azimut varie à ce moment bien plus lentement ; mais notons que cette méthode n'est applicable qu'au printemps et en été (fig. 4 et fig. 4 bis). C'est par une méthode identique et après avoir déterminé le moment du passage du Soleil correspondant que nous matérialiserons aussi sur le cadran la direction de La Mecque (Qibla).



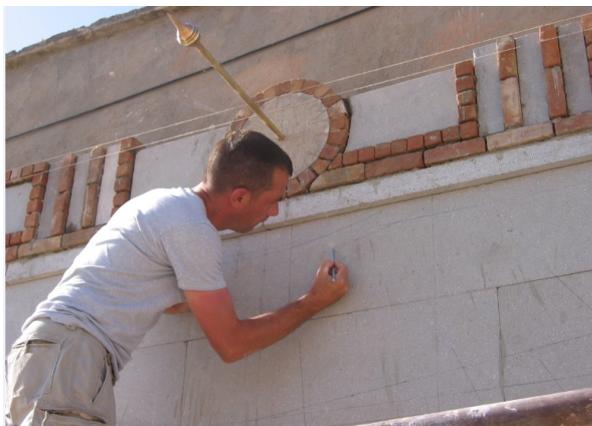
Fig. 4 Construction du socle du cadran analemmatique face au planétarium de Tabriz.



Fig. 4bis Matérialisation de l'axe Est-Ouest sur le socle à l'aide de l'ombre d'un fil à plomb. De gauche à droite : M. Goutaudier, D. Savoie, Ali Ajabshirizadeh.

Après s'être assuré de la validité de nos orientations, il faut maintenant calculer les deux cadrans. Si le nombre de points horaires à reporter sur le cadran de Tabriz est minime, celui de Maragha en comporte plus d'une centaine. Le calcul de ces points dépend de la latitude des lieux (Maragha  $\phi = 37^{\circ} 22' 54''$ , Tabriz  $\phi = 38^{\circ} 03' 05''$ ) et pour le cadran vertical, de l'orientation du mur ( $4^{\circ} 55'$ ) et de la longueur du style droit (64 cm).

Il ne reste alors plus qu'à reporter les points. Cette étape constitue la partie « fastidieuse » lors de la réalisation d'un cadran solaire. Sur une grande surface, il faut tout d'abord tracer un système d'axes orthogonaux, ce qui n'est pas forcément simple.



Heureusement, l'utilisation d'un niveau à laser a largement contribué à simplifier la tâche ; le seul impératif est d'utiliser le laser de nuit afin qu'il soit visible (fig. 5). On reporte ensuite chaque point par ses coordonnées x et y. Par exemple, dans le cas du cadran de Maragha, on obtient finalement un réseau de lignes horaires, de 30 en 30 minutes, ainsi que sept arcs hyperboliques. Avant que l'on grave définitivement le marbre, il faut s'assurer que le cadran fonctionne ; on vérifie qu'à un instant précis,

Fig. 5 Report des arcs d'hyperboles sur le cadran vertical de Maragha sous le style droit. l'extrémité de l'ombre du style tombe

exactement à l'endroit et à l'heure prévus (fig. 6). Cette opération doit être renouvelée tout au long de la journée. Ce n'est qu'à l'issue de cette ultime vérification que la place est laissée au graveur. Lorsque l'ombre du style droit tombe sur la ligne verticale de midi, il est midi au Soleil : le Soleil se trouve alors dans la direction du Sud géographique. Comme nous l'avons déjà mentionné plus haut, à ce moment l'azimut du Soleil varie vite. L'extrémité de l'ombre se déplace de façon tout à fait sensible sur le mur (fig. 7).



Fig. 6 Report des lignes horaires sur le cadran vertical de Maragha.



Fig. 7 Le cadran vertical de Maragha terminé. L'heure est indiquée par l'extrémité de l'ombre du style droit.

Et ce fut pour nous une réelle satisfaction, non seulement de voir l'extrémité de l'ombre franchir la ligne midi au moment attendu mais surtout d'entendre simultanément s'élever au-dessus des toits de Maragha l'appel à la prière (la prière de *zuhr* à midi solaire) des muezzins des mosquées environnantes.

A Tabriz, après avoir reporté sur le socle rouge les points horaires en saillie, on a scellé une échelle des dates sur une plaque rectangulaire de marbre noir, sur laquelle – au choix – un observateur ou un gnomon projette une ombre : sa direction indique l'heure solaire locale. Le cadran est gradué de 5 h à 19 h, heures extrêmes qui correspondent au lever et au coucher du Soleil le jour du solstice d'été. Le grand-axe de l'ellipse mesure 400 cm et le petit-axe 246,5 cm (fig. 8). Un texte explicatif avec un tableau de correction permet aux visiteurs de convertir l'heure solaire en heure légale iranienne.



Fig. 8 Le cadran solaire analemmatique horizontal de l'Université de Tabriz terminé. Un style droit mobile fait ici office de gnomon.

### 3 – Le cadran de la Bibliothèque Nationale

Deux ans après la réalisation des cadrans dans le Nord-Ouest de l'Iran, les autorités firent une demande pour un cadran solaire devant orner l'entrée de la nouvelle Bibliothèque

Nationale à Teheran. C'est un bâtiment de 97000 m<sup>2</sup> à côté duquel on édifia à l'été 2007 un mur orienté Sud-Ouest de 250 cm de haut sur 500 cm de large, recouvert de chaque côté de marbre de Carrare. Il fut décidé de tracer plusieurs cadrans sur les deux faces afin de bénéficier des magnifiques surfaces marbrées. Les opérations consistèrent, comme à Maragha, à déterminer en premier lieu l'orientation astronomique de chaque face (fig. 9 et fig. 10) ; les paramètres astronomiques mesurés sont les suivants :

- latitude : 35° 45' 10'' Nord
- longitude : 51° 26' 06'' Est soit – 3 h 25 m 44 s
- déclinaison gnomonique du cadran Sud-Ouest : + 42° 35'
- déclinaison gnomonique du cadran Nord-Est : – 137° 45'



Fig. 9 Au petit matin à Teheran à la Bibliothèque Nationale : on attend que le Soleil éclaire la face Nord-Est pour mesurer son orientation.



Fig. 10 Mesure de la déclinaison gnomonique de la face Nord-Est avec des ombres très longues.

Etant donné la surface très importante, reporter les coordonnées des nombreuses courbes nécessitait d'abord de tracer un quadrillage sur l'ensemble du mur. Là encore, l'usage d'un niveau à laser fut une aide incontestable, car rien n'est plus difficile que de tracer des carrés de 50 cm par 50 cm, avec des droites verticales et horizontales parfaites. C'est évidemment le report de milliers de points à la surface des faces qui a pris le plus de temps, sans compter les nombreuses vérifications effectuées à l'aide de styles droits fictifs (fig. 11).



Fig. 11 Report des coordonnées des arcs et des courbes sur la face Sud du cadran vertical de la Bibliothèque sous l'œil vigilant d'une iranienne.

Sur le mur Sud (fig. 12), on a tracé deux cadrans « islamiques » et un classique :

- celui de gauche, fonctionnant avec un style droit de 25 cm, indique *zuhr*, *asr* et *magrib*
- celui du milieu indique les crépuscules de *isha* (nuit totale dans 3 h) et *fajr* (aube dans 13 h 20 m). Le style mesure 20 cm.
- quant à celui de droite, il indique le temps solaire vrai avec en plus une courbe de Temps Universel. Les arcs des solstices et des équinoxes figurent également. Son style mesure 25 cm.

Notons que Teheran se trouve dans le fuseau 3 h 30 m Est ; en conséquence, on passe du midi solaire vrai au midi Temps Universel par la relation :

$$\begin{aligned} 12 \text{ h TU} &= 12 \text{ h} + E + 3 \text{ h } 30 \text{ m} - 3 \text{ h } 25 \text{ m } 44 \text{ s} \\ \text{soit} \quad 12 \text{ h TU} &= 12 \text{ h} + E + 4 \text{ m } 16 \text{ s} \end{aligned}$$

E étant l'équation du temps calculée pour 8 h 30 m TU.



Fig. 12 Tracé terminé (avant installation des styles) des trois cadrans de la face Sud.

Cette courbe en huit, en 2007, est la seule qui existe dans le pays (fig. 13).

Le cadran de la face Nord-Est (fig. 14) indique l'heure solaire de 8 h à 10 h, avec un style droit de 15 cm. On a ajouté la droite des équinoxes ainsi que l'arc hyperbolique d'été.



Fig. 13 : Les cadrans de la face Sud en hiver au matin : le Soleil vient de franchir le plan du cadran, les ombres des styles sont très longues.

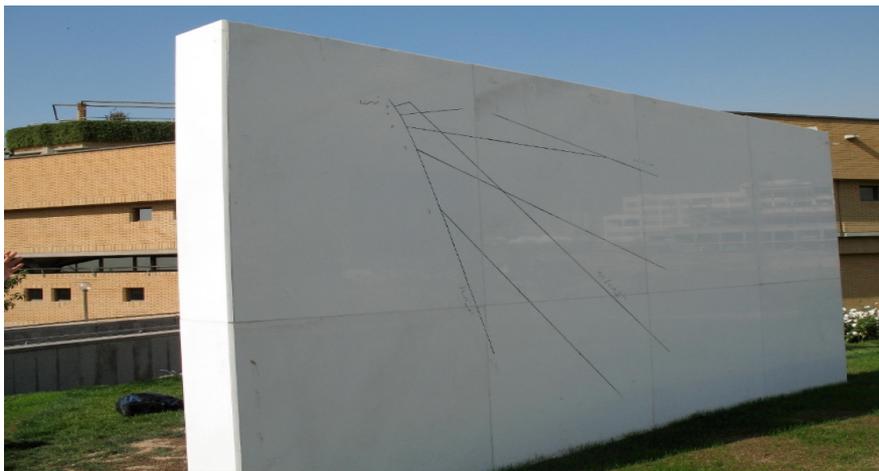


Fig. 14 : Le cadran de la face Nord-Est.

Ces cadrans solaires sont un exemple de la coopération scientifique entre l'Iran et la France, qui ont chacun en commun une longue tradition historique dans ce domaine particulier de l'astronomie<sup>1</sup>.



---

<sup>1</sup> La réalisation des deux cadrans solaires franco-iraniens de Maragha et de Tabriz n'aurait pu se faire sans l'aide et le soutien de Ali Ajabshirizadeh, Professeur d'astrophysique à l'Université de Tabriz, directeur de l'Institut d'Astrophysique de Maragha. Sa gentillesse, la qualité de son accueil et son efficacité ont été déterminants pour réaliser en un laps de temps très court ces deux cadrans. Nous tenons également à remercier Monsieur Taghizadeh, qui dirige le Comité de Préservation du Patrimoine Culturel de la région, qui a mis à disposition toutes les équipes et le matériel nécessaire.

Toute notre reconnaissance va également au Service de Coopération et d'Action Culturel de l'Ambassade de France en Iran, en particulier son Conseiller Culturel Vincent Grimaud, l'attaché de Coopération Scientifique et Technique Sixte Blanchy, et enfin Danièle Wozny, attachée culturelle.



## Canoniaux « au-delà du temps »

Denis SCHNEIDER

*L' « au-delà du temps » de quelques canoniaux, témoins d'un autre temps dans le sens métaphysique de l'expression.*

Un des nombreux dessins humoristiques du regretté gnomoniste italien Giacomo Agnelli a pour objet une discussion animée entre spécialistes sur la nature d'une heure balayée par l'ombre du style droit d'un cadran canonial (Ph.1).

Comme la traduction du titre l'indique, il y a *celui qui sait* et *celui qui a le sens pratique*. Quatre experts ont des points de vue différents; le premier affirme que c'est l'heure canonale de Tierce, le deuxième que c'est la fin de la troisième heure temporaire, le troisième que les heures canonicales ne peuvent coïncider avec les heures temporaires aux lignes couchées à 45°, le quatrième que les heures canonicales sont la réunion de trois heures temporaires. Le frère, lui, regarde sa montre et conclut que ça va être l'heure de la prière et qu'il lui faut sonner la cloche!

La sixième personne que je suis aimerais bien intervenir aujourd'hui pour dépasser ces querelles d'experts et aller au-delà du pragmatisme du moine.

Bien sûr, la chronométrie reste la formule universelle du temps comme réalité objective et neutre mais, pour le chrétien, l'existence temporelle de Dieu dans le Christ modifie la façon de vivre le cours du temps.

Je vais donc présenter une tout autre vision, susceptible de décontenancer un peu plus encore nos quatre experts mais avec l'espoir que vous reconsidériez le cadran canonial, ce témoin d'un *autre temps* dans le sens métaphysique de l'expression.

Au temps rationnel d'Aristote se substituait la perspective augustinienne offrant au croyant l'expérience d'un temps spirituel. Loin du temps destructeur, tous les Pères de l'Eglise



Primo esperto: E' l' < Ora terza Canonica >.  
Secondo esperto: No! E' il termine della terza < Ora Temporaria > ...  
Terzo esperto: Le < Ore Canoniche > non possono coincidere con le < Ore Temporarie >, messe a 45° con la verticale.  
Quarto esperto: Ma le < Ore Canoniche > sono gruppi di tre < Ore Temporarie >..  
Il cappuccino guarda l'orologio da polso e conclude: E' l' < Ora della Preghiera >, vado a suonare la campana...

Ph 1

croient que le temps est finalement bénéfique parce que l'Incarnation a transformé toutes choses et racheté le temps.

Rassurez-vous, je ne vais pas développer ce chapitre de théologie relatif au temps qu'on appelle sotériologie qui n'est autre que celui du temps du salut.

Rappelons tout d'abord que le temps chrétien qui s'impose lentement au Moyen Âge combine trois sortes de temps :

1) Le temps circulaire de la liturgie rythmé par le cadran canonial qui ouvre au temps du rite échappant aussi à la mesure uniforme. Le fidèle accède à ces « moments favorables » où hier, aujourd'hui et demain se nouent dans le présent éternel. La prière manifeste notre condition de créature jetée dans le temps, à la recherche de Celui qui est « en dehors du temps »

2) Le temps linéaire du temps historique créé par Dieu au moment de la Création, temps historique partagé par l'Incarnation. Selon saint Augustin, la seule façon d'échapper au flux temporel, c'est de se tenir au Christ qui s'est fait temporel afin que l'homme devienne éternel. L'homme, pour y parvenir, doit s'aider du temps liturgique circulaire.

3) enfin, le temps sacré et orienté, eschatologique, qui emporte les deux autres vers l'éternité.

C'est de la spécificité de ce dernier dont je vais vous parler, certains cadrans canoniaux, ayant des marques, des inscriptions ou des sculptures, paraissent ouvrir à autre chose qu'à un devoir pieux. Nous tenterons de percevoir ce que nous savons de l'essence du temps chrétien médiéval à travers ces rares spécimens.

- Le *chrisme* est le premier monogramme du Christos, abrégé en *XP* (Chi et Rho) de l'alphabet grec (Ph.2, à Murillo el Cuende en Navarre). Le chrisme est souvent inscrit dans un cercle, signe géométrique de la perfection divine. Il est né de la volonté de l'empereur Constantin de trouver une représentation du Christ et de la figurer sur l'étendard de ses soldats pour leur assurer protection. Il devint le signe de toute la communauté chrétienne avant de se transformer en *IHS*, initiales latines de **J**esus **H**ominum **S**alvator (Ph.3, abbaye St Marcel de Fontfouillose aux Plantiers, Gard) ou, en terre byzantine, en



Ph. 2

lettres grecques *IC XC NIKA*, **J**esus **C**hristos **V**AINC (Ph.4, à Taurisano en terre byzantine d'Italie du sud). Par l'Incarnation, le temps de Dieu s'est ancré dans celui des hommes. Ces monogrammes peuvent être accompagnés de la première et de la dernière lettre de l'alphabet grec, *α* et *ω*, principe et fin de la Création. Centrée sur le Christ, l'*alpha* et l'*oméga*, la liturgie recueille en chaque célébration la totalité du temps.

- Quand la *Croix* apparaît sur un canonial (Ph.4), c'est en prolongement de l'heure de Sexte, heure de la crucifixion, la dialectique chrétienne du temps et de l'éternité se résolvant dans le mystère de la Croix.

- A Orchomenos en Grèce, deux *paons*, symboles d'éternité, regardent l'un vers l'*avant*, l'autre vers l'*après* (Ph.5); nos physiciens parleraient de *big bang* et de *big crunch* !

- A Bouleternère (Pyrénées Orientales), sur le côté sud de l'église de la fin XII<sup>e</sup>–début XIII<sup>e</sup> utilisée actuellement comme presbytère de l'église St Sulpice, se trouve un canonial historié sculpté sur une clé de voûte (Ph.6) ! Dans la moulure en creux, le rapprochement entre la tête de cochon (symbole de débauche) et l'étoile à 5 branches (symbole de la

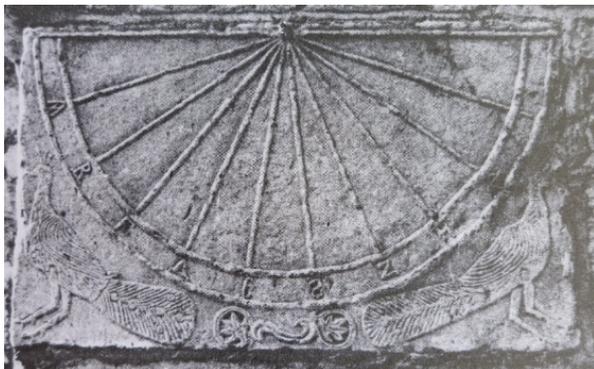
connaissance spirituelle) est un raccourci saisissant entre les pôles extrêmes que sont la chair et la grâce dans la vie humaine. Au-dessus de la moulure, une rosace ou étoile à 6 branches (symbole de la perfection céleste) et un ange aux ailes déployées calent le bord circulaire festonné du cadran qui donne au temps l'épanouissement d'une floraison. Le porche d'entrée d'une église est déjà un franchissement ; la moulure du porche sépare en outre ici, en élévation, deux mondes, le terrestre et le divin. Le cadran, clé de voûte de ce porche, en marquant, par cette moulure, la voûte céleste, indique la voie à suivre. Cette sculpture offre une pastorale du temps qui déborde le temps de la liturgie pour continuer dans le temps de l'existence quotidienne. Paradis et enfer étaient alors localisés au-delà de la sphère des fixes.



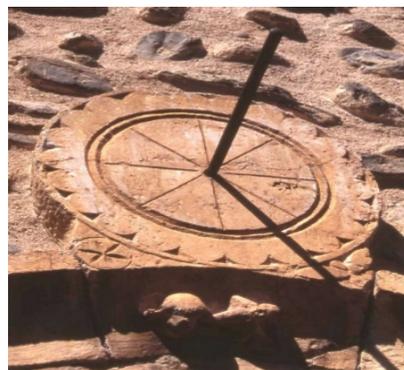
Ph. 3



Ph. 4



Ph. 5



Ph. 6

- *Horologium viatorum* (Ph.7). Cette expression latine (l'*horloge des voyageurs*), qui doit être comprise au premier degré sur des cadrans portatifs, me semble devoir être reconsidérée dans le seul cas connu où elle figure sur le cadran anglo-saxon de Great Edstone en Yorkshire du nord.

L'*Homo viator* est invité à mettre ses pas dans ceux du Christ qui a instauré un nouvel âge, celui du pèlerinage chrétien. La communauté des croyants qui est en route vers l'éternité promise apporte la véritable mesure du temps à la façon de saint Augustin qui l'évalue à son poids d'éternité, le seul temps qui compte étant celui de l'au-delà.

- Aux temps médiévaux, la Terre passait pour occuper la position centrale entourée des huit sphères sur les deux premières desquelles tournaient d'abord la Lune puis le Soleil. A Gigondas, dans le Vaucluse, (Ph.8, chapelle St Gabriel), le *Soleil* et la *Lune*, chronocrates immémoriaux, ont été repris par la symbolique chrétienne ; les deux grands luminaires sont les témoins du drame universel et plus particulièrement de la Passion du Christ. Si le temps de la liturgie est un temps «étranger» au temps que comptent les astres, son déclenchement en dépend ; on touche là à l'articulation entre différents temps.



▲ Ph. 7

Ph. 8 ►



- Sur le canonical de l'église S.Stephanos à Tanahativank, en Arménie (Ph.9) *deux colombes se désaltérant dans une coupe*, symbole de la participation des fidèles à la Divine Communion, montrent que les canoniaux pouvaient aussi indiquer l'heure de la messe, servant ainsi de déclencheurs aux deux liturgies liées, celle des Heures et l'eucharistique.

J'ai eu l'occasion en mai 2003 de présenter la « mystérieuse » dalle de *Cruis* ainsi qu'une interprétation. Y étant retourné depuis, Félix Moroso, maire de Cruis et délégué à la culture des Alpes de Haute-Provence, m'avait demandé d'écrire un texte sur cette pierre exposée dans l'église. Un spécialiste, et non des moindres, consulté depuis, était resté sans



Ph. 9

voix. Jérôme Bonnin a eu la gentillesse de soumettre une photo à Jean-Paul Deremble, maître de conférences à Lille 3 ; cet historien de l'art médiéval en a proposé une lecture iconographique. J'avais bien vu une partition entre deux moitiés superposées : en bas à gauche, l'agneau crucifère, image du Christ crucifié, est désigné par l'ombre du style au soleil levant et, à droite, le basilic est pointé, lui, par l'ombre au couchant. Très probablement (de par la position de la croix), l'agneau crucifère était orienté comme le basilic, avançant, ainsi que l'ombre du style droit, de gauche à droite. Je m'étais par contre mépris sur la nature de l'arbre que touche le basilic ; il ne s'agit pas de l'arbre de vie mais au contraire de l'arbre sec, desséché à son contact. Nous aurions là l'illustration du choix, lors de notre passage sur terre, entre le Bien qui fait naître et le Mal mortifère. Le registre supérieur offrirait, lui, le triomphe

céleste sous la forme de l'aigle et du lion, animaux symbolisant la résurrection, tout comme le palmier naissant de la patte arrière gauche du lion ; sous l'aigle, un demi-cercle (réplique inversée du cadran terrestre ?) voit ses rayons irradier vers le haut peut-être comme un soleil d'éternité... L'aigle et le lion, triomphants, ont leur tête réunies au milieu du registre. Si ces interprétations s'avéraient justes, nous serions en présence d'un message assez semblable à celui du cadran de Bouleternère mais sous une forme théologique plus élaborée parce qu'il s'adressait à des chanoines et non à des paroissiens. Il s'agirait quand même sans doute moins ici de choisir entre le Bien et le Mal que d'assister, sous les symboles d'éternité, à la victoire de la lumière sur les ténèbres.

Alors que la grande majorité des cadrans canoniaux n'indiquaient que le début des Heures canoniales, quelques rares spécimens semblent ouvrir à un *autre temps*, propre au temps religieux. Aujourd'hui, avec le concept d'espace-temps, la physique moderne rêve d'une théorie complète de l'Univers. Personnellement, j'ai déjà du mal à émerger du trou noir des canoniaux !





## INFORMATIONS DIVERSES



### ° Dernières réalisations ou découvertes

#### - A La Mothe Achard (Vendée):

Gilles Bouteville nous informe de la présence d'un cadran multiple situé dans "le potager extraordinaire » de La Grange des Mares à La Mothe-Achard. Daté de 2004, il porte la mention : *Cadran solaire, modèle de Weikersheim (Allemagne) L'heure du soleil, en bleu avant midi, en rouge après-midi. JC Moreau.*

Ce cadran ne figurait pas dans notre inventaire.



## - A Poussan :

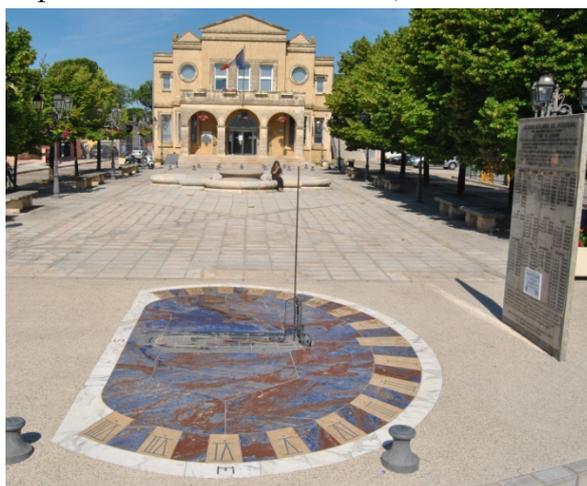
Patrick Robo, nous fait découvrir « ce cadran analemmatique ou cadran d'azimut tracé par monsieur Roger Tognetti.

Il a été édifié en 2003 et inauguré en 2012 après une opération de rénovation.

Il a d'abord été créé chez le tailleur de pierre, M. Vincent Gascon dans ses ateliers de Poussan, découpé et ajusté par des artisans compagnons, testé, démonté et remonté sur un socle de béton place de la Mairie. Ce cadran a été commandé par la municipalité, après avoir pris connaissance et approuvé le projet que leur avait soumis Roger Tognetti..

La table est constituée de SIDOLITE bleue, pierre semi précieuse de Bolivie ; la pierre centrale est en ardoise des Pyrénées ; le contour de l'ellipse est en marbre de Carrare. Les heures sont marquées sur de la pierre jaune de Jérusalem.

Toutes les inscriptions sont incrustées, remplies de résines et surfacées, donc ineffaçables.



Les dimensions de l'ensemble hors tout sont de 6 m x 4,60 m. La pierre centrale de positionnement mesure 2 m x 0,80 m. Le tracé de la courbe en huit par rapport à la ligne centrale des équinoxes passe par 0,786 m NORD et 0,786 m SUD ( les solstices ).

Un style constitué d'un trépied est à la disposition du public à la Mairie toute proche. Un tableau en marbre se dresse devant le cadran ; il porte les indications pour son utilisation.

Ce cadran a été testé le 2 juin 2012 en présence de plus de 100 personnes. La précision de lecture avec ses corrections correspondantes a été, sur plusieurs heures, de + 1 à 2 minutes.

Ce cadran est devenu la fierté de tout un village.

Vous pourrez en savoir plus en cliquant sur... <http://blog.ville-poussan.fr/> à la date du 3 juin ».

⇒ Dans la version CDrom de Cadran Info vous trouverez en annexe:

Le discours rédigé par P. Robo, à la demande R. Tognetti.



« Photo des deux compères... une inauguration dans la bonne humeur et le sérieux... avant l'inauguration républicaine de la plaque par M. Le Maire de Poussan »

**- A Chatillon Coligny (Loiret) :**

De Jean-Louis Labaye : « j'ai visité le château de Chatillon Coligny (45) où je pensais qu'il y avait un cadran sur un puits attribué à Jean Goujon. Ce bloc en dodécaèdre comporte au moins cinq cadrans. Il ne figure pas dans le répertoire.

L'historien qui commente la visite sous estimait ce cadran s'attachant plus au puits lui même. Je lui ai signalé que ce cadran a un intérêt et qu'il mérite sans doute une petite étude. Il est très intéressé et je dois reprendre contact avec lui pour lui fournir des explications complémentaires.

Je vais étudier les tracés (aucun style n'est en place) et éventuellement je pourrais faire une présentation lors d'une prochaine réunion.

Le domaine est privé, mais l'office du tourisme organise des visites l'été.



**- En Corrèze :**

De Brigitte Alix, « un cadran armillaire vient d'être installé en Corrèze. (latitude 45° 12' - longitude 1° 49' 4").

Il a été réalisé par Philippe Neige, artisan forgeron à Magny-les -Hameaux, aidé par un ouvrage de Denis Savoie qu'il a découvert à l'occasion de son projet. Il est ravi d'aller lire l'heure avec ses enfants !!! »

**- Dans les Bouches-du-Rhône :**

« Il y a bien longtemps, sous l'égide de Mr Sagot, en 1986, j'ai mis en place un cadran solaire du midi à Ensues-la-Redonne, 28, Ch. des Rompides 13820

J'ai transmis à Mr Sagot quelques photos pour la collection de votre bibliothèque.

Je viens de refaire le crépi de ma

maison et modifier ainsi la présentation du cadran (photo n° 2384).

J'ai profité de ces travaux de façade pour mettre en place un cadran du soir par incrustation dans le crépi (J'ai fait un moule en relief en bois (du cadran inversé) que j'ai enfoncé dans le crépi.(photo 2380 à 2386)

En espérant répondre à votre quête du recensement des cadrans solaires, je vous prie d'agréer Monsieur mes plus sincères salutations.

Mr. Olive J-Claude



▲ Photos de J.C Olive ▲

**- A Amiens :**

Cadran solaire vu par Pierre Schmit, au musée de Picardie à Amiens, 48 rue de la République, 80000 AMIENS avec sa fiche explicative.



Poids de 14,92 g

**81 CADRAN SOLAIRE**  
Fin du II<sup>e</sup> siècle après J.-C.

Tôle de cuivre  
Provenance : Vignacourt, Somme, sur une villa  
Inventaire : 90.8.1

*Cadran solaire portatif et universel permettant d'apprécier grossièrement l'heure à différents lieux de l'Empire romain. Au centre du disque, un trou permettait à un boîtier et son aiguille d'y être fixés.*

*Les noms de 20 provinces romaines et d'une métropole LVGDVN (um), Lyon, sont donnés au génitif dans l'ordre croissant des latitudes. Sur le disque 7 courbes donnent des indications pour les 12 mois et les 12 heures du jour.*

**- Musée des sciences :**

Cadrans solaires présentés au musée des sciences de Londres et photographiés par Jean-Pierre Martin lors de son dernier voyage.

De gauche à droite : cadran de poche par Johann Martin de Augsberg vers 1700 ; anneau par Richard Glynn 1720 ; cadran coréen avec un mélange de caractères chinois et

romains pour les heures.



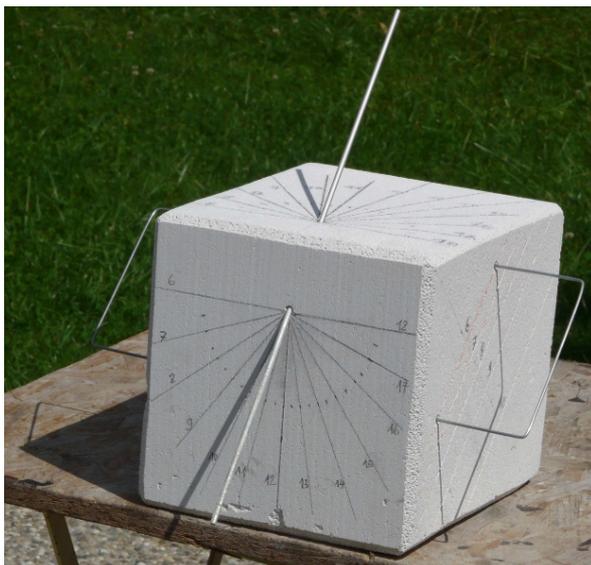
- de JJ Ludwig :

« Je suis membre de la SAF, j'habite en Alsace et je suis responsable du club "Astroaspach" (<http://astroaspach.fr>).

Je m'intéresse de plus en plus aux cadrans et méridiennes et j'en ai construit deux exemplaires ( voir photos ci-dessous).

Dans le cadre de mon club, j'ai organisé une "mini-formation" aux cadrans vendredi dernier ; les participants sont repartis avec leur petit cadran (photo de droite. Ils ont été enchantés.

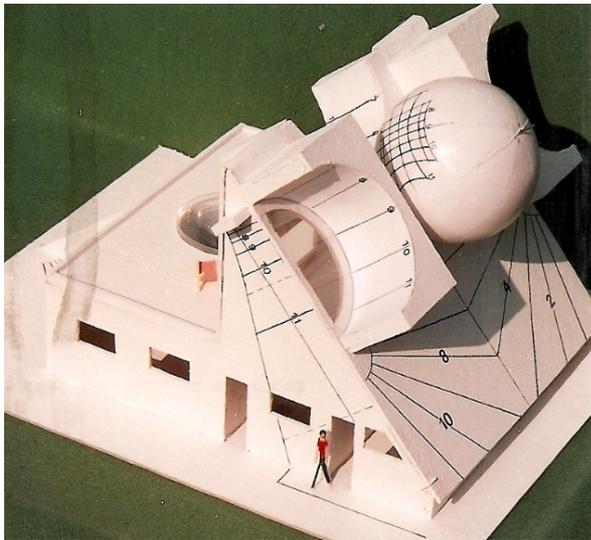
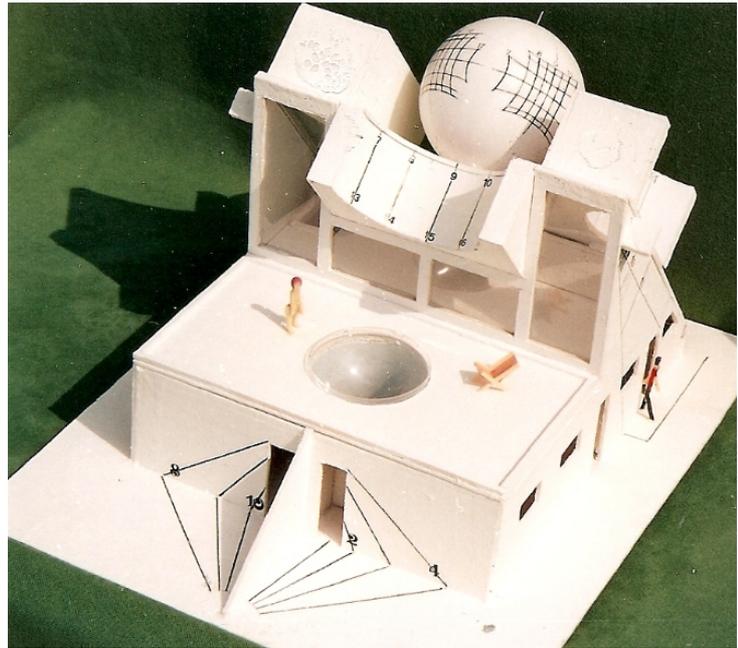
C'était une "mini-formation" car mes connaissances actuelles ne me permettent pas de faire beaucoup plus.... »



### - La maison du gnomoniste :

Notre collègue André Marchal a construit (pour le moment à l'échelle de maquette), le «rêve du cadranier». Il s'agit d'une maison à flanc de colline, plein Sud et bien sûr face à la mer.

Celle-ci est dotée de panneaux solaires, d'une réserve d'eau pourquoi pas, d'un solarium et d'une terrasse. Les nombreux cadrans solaires diversement répartis permettent de se positionner au cours de la journée.



### - Exposition à Châteaufort -En-Yvelines :

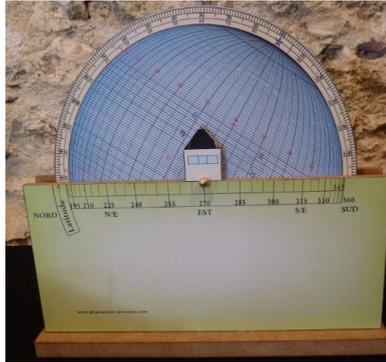
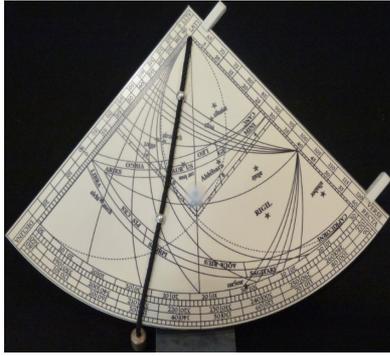
Le dimanche 13 mai notre collègue Brigitte Alix présentait ses dernières réalisations pédagogiques, artistiques et toujours fonctionnels



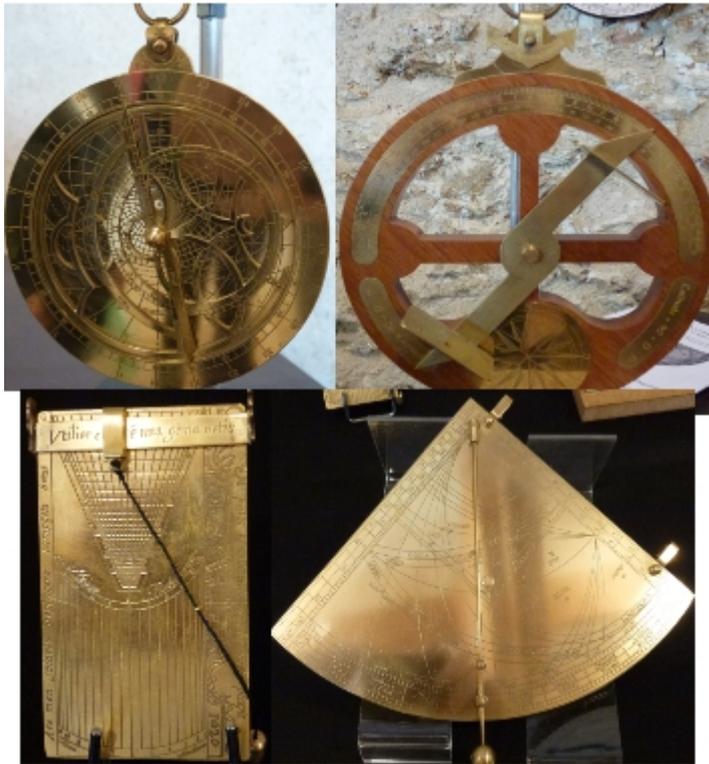
Chaque objet est accompagné d'un livret "descriptif et d'utilisation" d'une vingtaine de pages.

Objets à caractère pédagogique :





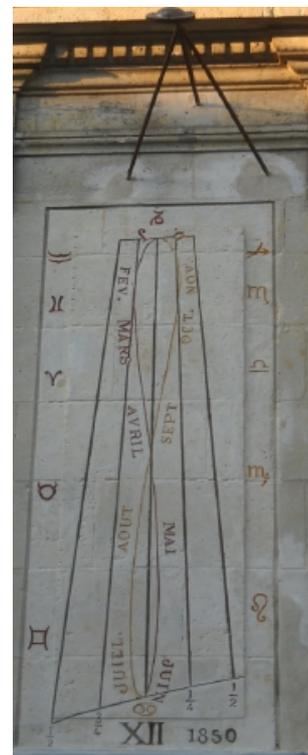
Objets artistiques et fonctionnels



*L'astrolabe quadrant est un instrument inventé au 14<sup>ème</sup> siècle qui peut être utilisé sur terre mais surtout sur mer. La face avant reproduit l'ensemble des tracés de la face avant de l'astrolabe planisphérique, mais ramenés dans un quart de disque, d'où son nom de quadrant. La face arrière est constituée d'un calendrier solaire, du calendrier civil, d'un calendrier lunaire et d'une table pascale (table pascale destinée à déterminer la date de Pâques). Grâce au calendrier lunaire, le repérage en longitude va devenir possible (mesure angulaire lune/étoiles, puis comparaison/calculs par rapport à un méridien de référence). Cet instrument, de conception ingénieuse, n'a pas bénéficié d'une grande popularité car assez complexe d'utilisation. Il ne reste au monde que 2 instruments de cette époque. L'exemplaire présenté ici est une copie de l'original conservé par le Musée des Antiquités de Rouen. Pour en savoir plus : [www.astrolabes.fr](http://www.astrolabes.fr)*

**- Restauration de Y. Guyot :**

Un architecte laonnais a trouvé sur une maison une méridienne datant de 1839. Y.Guyot l'a restaurée ►



Pour figurer dans la rubrique réalisations ou découvertes

adressez vos photos et informations à Ph. Sauvageot [sauvageotph@wanadoo.fr](mailto:sauvageotph@wanadoo.fr)



## ° Informations diverses

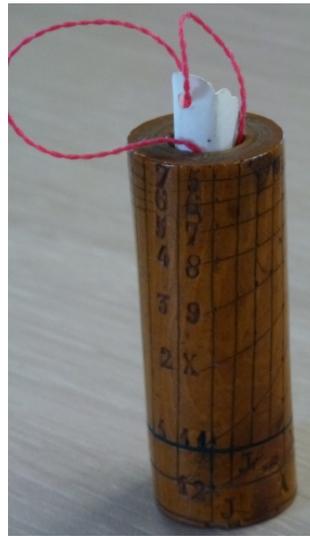
### - Les secrets du château-Observatoire d'Abbadia

Lors de notre réunion de mai dernier au château d'Abbadia à Hendaye, Céline Davadan (chargé de mission à l'académie des sciences et responsable du château-observatoire) nous a fait découvrir trois secrets.

#### Un cadran de berger

Non présenté au public, la collection du château possède un petit cadran de hauteur, dit de « berger ».

Celui-ci, en bois, est dépourvu de son chapeau et de son style.



#### Le grenier

Sur des étagères, côtoyant de vieux livres, des centaines de revues *L'Astronomie* de la Société Astronomique sont ficelées et

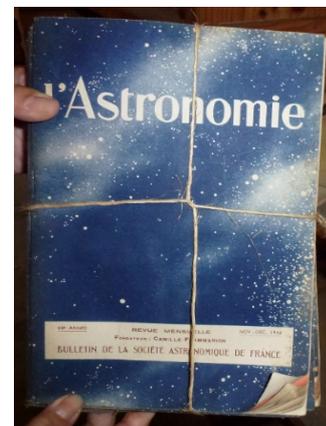
rangées soigneusement à l'abri des regards.



Archivage de *L'Astronomie*



*L'Astronomie* années 1904 et 1910



*L'Astronomie* 60<sup>e</sup> année : 1946

#### Le trou

Le XIX<sup>e</sup> siècle est marqué par la recherche sur le phénomène de la « réfraction ». Celui-ci "modifie" la hauteur d'un astre, il permet de voir "au-delà de l'horizon". En février 1808, le baron de Zach, astronome, géodésiste et physicien déclara avoir vu le « Canigo » depuis Marseille situé à 253 km de là.

Adeptes et sceptiques vont se livrer polémique durant trois quarts de siècle.

Antoine d'Abbadie (1810-1897) voulu lui aussi étudier le phénomène. Pour cela il souhaitait utiliser le sommet de la Rhune (altitude 905 m) situé à une douzaine de km de son château dressé à proximité de la pointe Sainte-Anne à Hendaye.

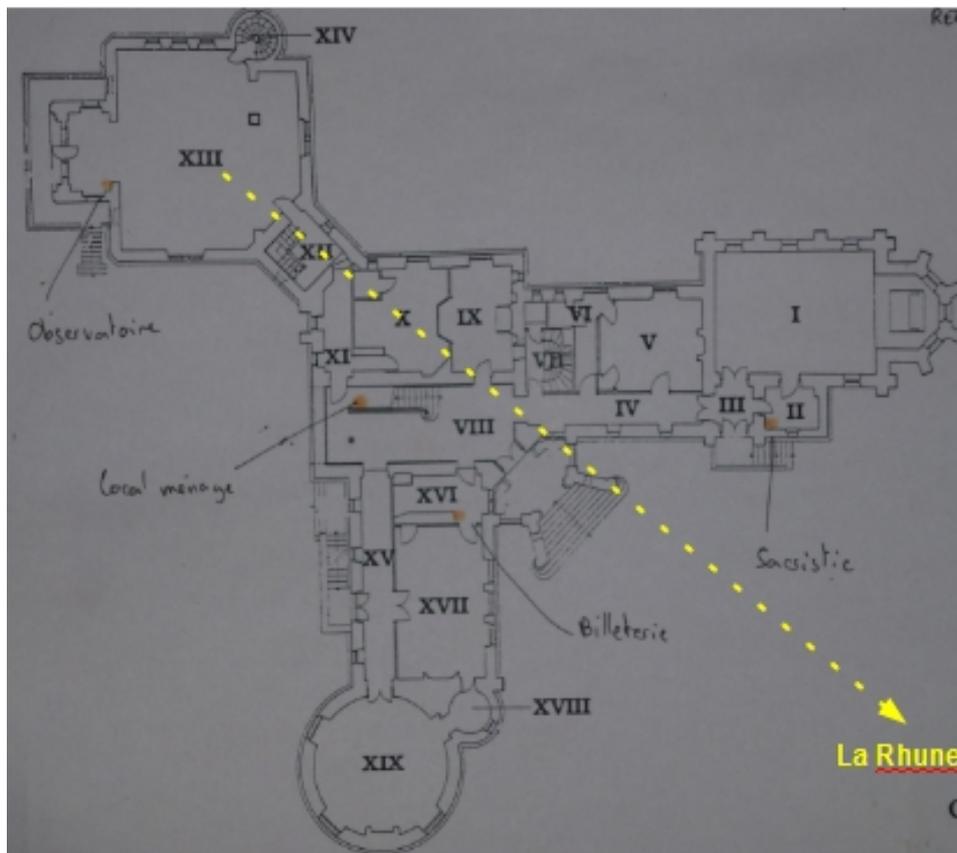


Vue de la Rhune, accès Sud-Est ►

Mais il voulait placer sa lunette dans son observatoire lui-même, hors cette salle est à l'opposée de la cible visée.

Que faire?

Il chargea son architecte de percer d'un trou (diamètres progressifs et parfaitement alignés vers le sommet de la Rhune) tous les murs et obstacles depuis son observatoire jusqu'à la façade Sud-Est (entrée principale) de son château donnant sur la montagne.



Ainsi il fallait, percer :

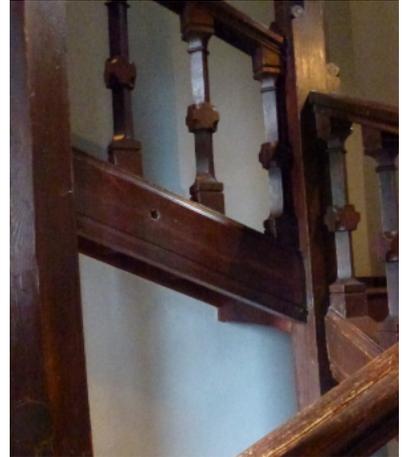
- le mur de l'observatoire (XIII) donnant sur la tour (XII),
- l'escalier de la tour et le mur contiguë au couloir (XI)
- le mur du couloir donnant sur la chambre (X) devenu un bureau (plus de trou visible dans cette pièce).
- les murs du Hall (VIII)
- le mur de la façade
- le pilier de l'avancée.



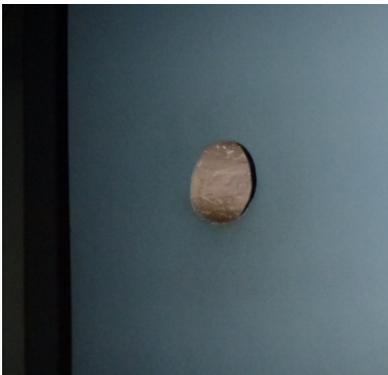
A- Trou entre l'observatoire (XIII) et la tour (XII)



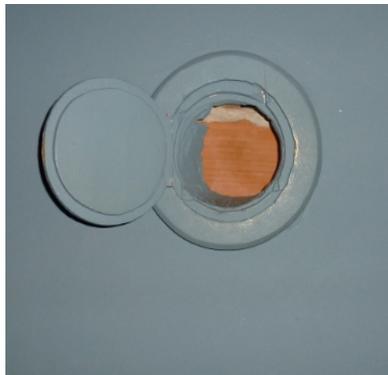
B- Prolongement dans une marche de l'escalier



C- Trou dans la volée, côté couloir (XI)



D- Trou entre la tour (XII) et le couloir (XI)



E- Trou entre le couloir (XI) et la chambre (X).  
On voit que celui-ci est bouché côté chambre (X)



F- Trou sortant de la chambre (X) et débouchant sur le hall (VIII)



G- Trou dans le hall (VIII) en opposition de celui de la photo F, perçant la façade à gauche de la porte (en sortant)



H- Sortie du trou G, vue de l'extérieur, à droite de la porte (en entrant)

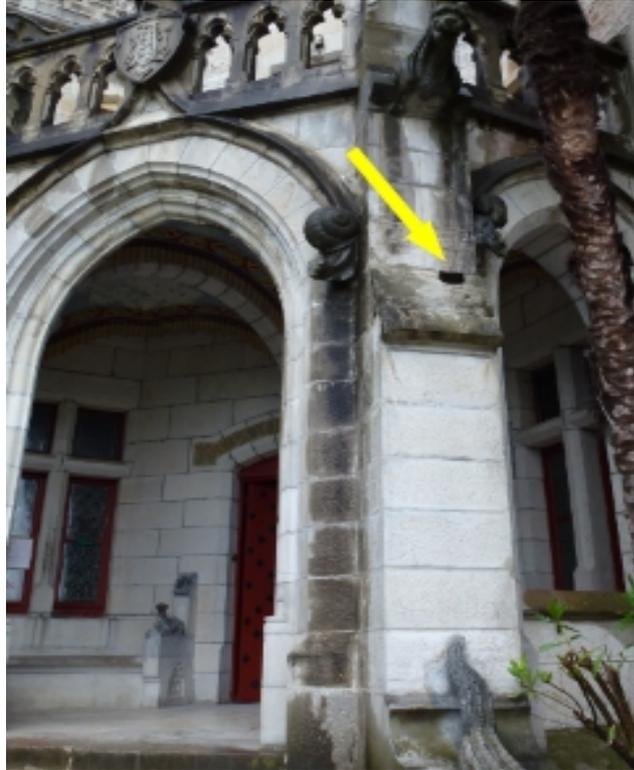
L'entrée étant pourvue d'une avancée, il fallait également percer le pilier de celle-ci .



I- Trou dans le pilier de l'avancée. Il est dans le prolongement de celui de la photo H

J- Sortie du trou de la photo I,

Le trou (J) donnant enfin "sur" la Rhune, les observations sur la réflexion de la lumière pouvaient enfin débuter.



Hélas... c'était sans compter sur un autre phénomène lumineux : la "diffraction" \*. De ce fait « la lumière se perdait dans cette sorte de tunnel » et tout ce travail exemplaire de part son ampleur et sa qualité, ne servit à rien. « Antoine d'Abbadie voulu regarder avec sa lunette, mais il ne vit... qu'un trou noir ».

Assumant son échec, il conserva toutes ces ouvertures et fit graver autour du trou à droite de l'entrée (photo H) la devise en basque : EZ IKUSI, EZ IKASI signifiant : Je n'ai rien vu, je n'ai rien appris.

\* La diffraction caractérise les déviations subies par la direction de propagation des ondes (lumineuse, acoustique, radio, rayon X...) lorsqu'elles rencontrent un obstacle.

Ce phénomène semble avoir été observé pour la première fois avant 1500 par Léonard de VINCI. Les premières descriptions précises ont été écrites par le père jésuite GRIMALDI (1618 - 1663) dans un traité publié après sa mort. Le physicien HUYGENS (1629 - 1695) fut le premier à proposer une théorie ondulatoire de la lumière qui traitait notamment de la diffraction. C'est en 1815 et 1818 qu'Augustin FRESNEL présenta ses deux mémoires sur sa théorie des propriétés de la lumière dans lesquels il donna une interprétation des phénomènes de diffraction. (d'après le site de Serge BERTORELLO, se reporter à celui-ci)



## ° Courriers gnomoniques

### - Documents à disposition

Suite à nos échanges lors de notre réunion du mois de mai, M. Hervé de Barbeyrac, a communiqué, concernant :

- la réfraction et le massif du Canigou :

° extrait (4 pages) de la revue *Marseille Revue Culturelle : Les Pyrénées vues de Marseille* de Y.Georgelin et S.Arzano(1998).

° extrait (15 pages) de *Histoire du Canigo : Une première Astronomique*, suivit de commentaire sur des photos prises du Canigou et de relevés par Michel Aperio (1998...2002).

- Le cadran de la cathédrale de Bayonne :

° *Le cadran de la cathédrale Sainte-Marie de Bayonne* (4 pages) "Document Astronomique Côte Basque JA-juillet 2007".

° *A propos du cadran solaire de la cathédrale* (8 pages) de A.Saint-Vanne.

### - Tableau pour le calcul des angles tabulaires

Pour tracer un cadran solaire vertical, il convient de relever les coordonnées du lieu et de mesurer l'orientation du mur. Vient ensuite:

- Le calcul des angles positionnant le style :

° Angle (f) entre le style et la sous-stylaire (angle du style polaire avec la table)

$$\text{Arc sin } f = - \cos \Phi \cos D$$

° Angle tabulaire (S') de la sous-stylaire par rapport à la ligne de midi

$$\text{Arc tan } S' = \sin D / \tan \Phi$$

Avec :  $\Phi$  = latitude du lieu, D = déclinaison du mur.

- Le calcul des angles tabulaires (H') entre une ligne horaire quelconque et la ligne de midi verticale. Soit :  $\text{Arc tan } H' = \cos \Phi / \cos D \cotan H + \sin D \sin \Phi$ .

Avec : H = angle horaire du soleil à raison de 15° par heure. Exemple : 10h = H = -30°; 11h = H = -15°; 12h = H = 0°; 13h = H = 15°; 14h = H = 30°; 15h = H = 45°...

Notre collègue Jean-Jacques Ludwig nous propose un calcul automatique des angles tabulaires :

« Néophyte dans le domaine je suis tout content d'avoir pu faire un tableau "Excel" permettant de calculer automatiquement les angles horaires d'un cadran vertical sachant la latitude et la déclinaison gnomonique du mur; je vous le joins!

Je l'ai fait à partir des formules données par Denis Savoie et mon tableau m'a l'air correct.

J'imagine que je ne suis pas le premier à avoir fait cela mais peut-être cela intéressera-t-il quand même mes collègues gnomonistes? »

Calculs angles cadran déclinant						
(ne changer que les chiffres rouges)			latitude $\phi$ en °	47	décl. Mur en °	-26
sinus $\phi$	0,73	sinus D	-0,44			
cosinus $\phi$	0,68	cosinus D	0,9			
Heure	angle H en °	tan H	tan H'	H' en °	Message	H' corrigé
4	-120	1,73	3,44	73,79	à corriger	-106
5	-105	3,73	-8,55	-83,33		-83
6	-90	infini	-2,13	-64,82		-65
7	-75	-3,73	-1,21	-50,54		-51
8	-60	-1,73	-0,81	-39,09		-39
9	-45	-1,00	-0,56	-29,22		-29

⇒ Dans la version CD-ROM de ce Cadran Info vous trouverez en annexe

Le dossier « Angles CS verticaux » comprenant : le tableau de J-J Ludwig ainsi que les mêmes calculs effectués par P-J Dallet avec son logiciel AlgoSola.

Nota : pour plus de précisions sur les calculs d'un cadran vertical, se reporter au livre de D. Savoie *Gnomonique Moderne* page 77.

**- Correction Cadran Info n° 25**

Dans l'article « Cadrons solaires à réflexion » paru dans le numéro 25 de mai 2012 de la revue *CadranInfo*, une faute de frappe a rendu erroné un résultat : un signe « + » est devenu un signe « - » .

Il faut lire page 77 dans le chapitre sur le cadran incliné et déclinant à réflexion :

$$y = a [\cos(A' - D) - \operatorname{tg} h' \operatorname{tg} z] / [\cos(A' - D) \operatorname{tg} z + \operatorname{tg} h']$$

En reprenant l'exemple 5, on obtient :

$$y = + 288,70033 \text{ cm [au lieu de } + 51,90078 \text{ cm]}$$

Par ailleurs, la formule donnant l'angle  $i$  entre la ligne de plus grande pente et midi n'est pas valable dans tous les cas de figure. Il est préférable de prendre celle établie par D. Collin :

$$\operatorname{tg} i = [2 \sin z \sin D' \operatorname{tg} z' + \cos z (\sin D + \sin(D - 2D') \operatorname{tg}^2 z')] / [\cos D + \cos(D - 2D') \operatorname{tg}^2 z']$$

Avec les paramètres de l'exemple, on obtient  $\alpha = - 8^\circ,58598$ .

Denis SAVOIE



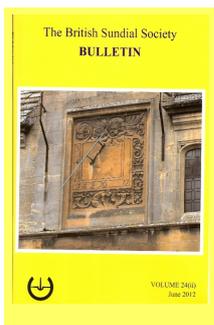
**° Gnomonique du monde**

**- Sommaires des dernières revues ou bulletins :**



**Arbeitsgruppe sonnenuhren im Österreichischen Astronomischen Verein  
N°43 Juin 2012 (sur papier) de la GNOMONICAE SOCIETAS  
AUSTRIACA GSA**

Impressum, Editorial *Peter Husty* 2 ; Dreimal Sonnenuhr-Bastelbogen: Rückblick auf eine Ausstellung im Museum Modling-Thonetschlossl *Walter Hofmann* 3 ; Eine Schulklasse bastelt Sonnenuhren *Nicolette Doblhoff* 5 ; Kartonbausätze für Sonnenuhren *Jens Schmitz-Scherzer* 6 ; Das Rheticus-Denkmal in Feldkirch *Helmut Sonderegger* 8 ; Über die Ungleichheit der Tageshalften in den Jahreszeiten *Arnold Zenkert* 11 ; Über eine Holzsonnenuhr *Peter Kunath* 12 ; Die Sonnenuhr am Tullner Karner *Walter Hofmann* 13 ; Les cadrans solaires de France - Sonnenuhren in Frankreich *Philippe Sauvageot* 14 ; Eine Äquatorial-Sonnenuhr mit Zeitgleichungsjustierung *Roger Bunce* 17 ; Was ist eine Kanonensonnenuhr? *Norbert Rainer* 20 ; Zum Nachdenken *Franz Vrabec* 21 ; Sonnenuhrweisheit in lateinischer Sprache *Walter Hofmann* 21 ; Buchbesprechung Mario Araldi: *Tempus Et Regula* *Helmut Sonderegger* : 22 ; Seattle, August 2011: Ein Preis für Helmut Sonderegger *Walter Hofmann* 23 ; Diesjährige Sonnenuhrtagung der GSA *Peter Husty, Wilhelm Weninger* 24



**VOLUME 24 (ii) - Juin 2012 (sur papier) de la BRITISH SUNDIAL SOCIETY**

1. Editorial ; 2. Gaocheng Calendrical Observatory, China - *Allan Mills* ; 8. Samuel Saunders. A study of a London sundial maker - Part 2 - *Maciej Lose* ; 12. A Very Early Description of a Horizontal Dial in English - *John Davis* ; 16. Children's Sundial Competition - *Valery Dmitriev* ; 17. The Scoreboard Sundial - *John Foad* ; 18. Sonnenkompass 41 - *Kuno Gross & Malcolm Barnfield* ; 20. Sundials in GCSE Astronomy - *Julien King* ; 21. Lego Equatorial Dial ; 22. The Brunson Universal Sun Compass - *David Le Conte* ; 24. Meccano Butlerfield Dial ; 25. Minutes of the 23rd BSS Annual

*General Meeting, Cheltenham, 15 April 2012* ; 30. Postcard Potpouri 22 - Enniskerry, Co. Wicklow - *Peter Ransom* ; 31. In the Footsteps of Thomas Ross. Pt. 1. Scotland' s Oldest Sundials - the forerunners to lectern dials? - *Dennis Cowan* ; 34. The Forsyth Sundial- Faversham - *Christopher Daniel* ; 36. Ivory Sundials of Nuremberg Incorporating a Scaphe Sundial - *Ortwin Feustel* ; 42. Latitude Determination using an Equinoctial Ring Dial - *Mike Cowham* ; 43. *Another Lego Sundial* ; 44. The Dial from the 'Palais Farnèse': Roman or Modern? - *Jérôme Bonnin* ; 46. Readers' Lettlers - *Drinkwater, Coe, Manston* ; 47. Book Review - *John Davis* ; 48. BSS Conference, Cheltenham, 13-15 April 2012 - *Chris Lusby Taylor* ; 52. New Dials - *Michael J. Harley*



**LE GNOMONISTE VOLUME XIX-2 JUN 2012 de la COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC à télécharger sur le site : ([HTTP://CADRANS\\_SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/](http://CADRANS_SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/))**

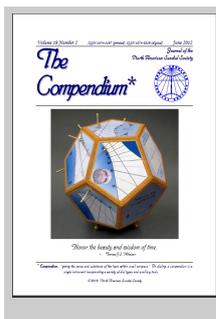
Liminaire, A.E. Bouchard 1 ; le cadran verrière de l'île Bizard (1995) et la théorie d'esthétique d'Arthur C. Danto (1981), A.E. Bouchard 4 ; la gnomonique qui s'écrit dans le monde par la CCS-SAF, la NASS et la SCG, 13 ; quelques activités de la CCSQ, G. Grenen 16 ; correspondance 18 ; astrolabe de Samuel de Champlain, controverse ou espoir d'une nation, Michel Marchand 20 ; Colaboration avec l'université de Montréal avec la bibliothèque des livres rares 24 ; les nouveaux cadrans de la CCSQ 25.



**LE GNOMONISTE VOLUME XIX-3 SEPTEMBRE 2012 de la COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC à télécharger sur le site : ([HTTP://CADRANS\\_SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/](http://CADRANS_SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/))**

Liminaire, A.E. Bouchard 2 ; Visite au Science Center de l'Université Harvard A.E. Bouchard. 4 ; Le processus de création du cadran analemmatique de Lac Mégantic; la recherche de symboles appropriés (première partie) par Geneviève Massé 6 ; Correspondance par Roger Bailey, Eric Delalande, Solange Larose, Michel Marchand, Valery Dmitriev, Geneviève Massé, J-Serge Dion, et des écrits en gnomonique 12 ; Correspondance-suite par Géraldine Grenen, R. N. Mayall et J.A. Ozanam 16 ; La perte

d'un membre éminent de notre Commission. Le décès de Monsieur Rafael Niceto Sanchez par Rock Santerre et André E. Bouchard 18 ; Un cadran solitaire dans un parc de sculptures. Le Parc Vigeland d'Oslo en Norvège. par André E. Bouchard 20 ; Dix-neuvième rencontre annuelle de la CCSQ à Trois-Rivières (1e 20 Octobre 2012) par le secrétaire de la CCSQ et Jasmin Gauthier 26.



**The COMPENDIUM vol 19-2 Juin 2012 (sur CD) de la NORTH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

Sundials for Starters – Oldest Dials, Robert L. Kellogg 1; Digital Bonus 3 ; Horizontal Layout 5, Patrick Powers 4 ; Sighting In saratoga Springs, Martin and Janet Jeznkins 6 ; Geographic Dials, Alessandro Gunella 7 ; The sundial poem, Stephen Coleridge 9 ; Polyhedral sundials, Donald Snyder 10 ; NASS at USASEF, Robert Kellogg 20 ; Shadow casting and lines on spherical sundilas pt 2, Ortwin Feustel 22 ; Inca gnomons, Arthur L. Kaufman 30 ; Horiz. Instrument. Thomas Spencer & The Sundicator, Tom Kreyche 34 ; The tove's nest, 39.



**La BUSCA de PAPER N° 71 Printemps 2012 (sur papier et CD) de la Societat Catalana de Gnomonica SCG**

Editorial 3 ; Correu de socis i amics 4 ; Manuel Pastor, ceramista gnomonista, Pedro Novella 5 ; Noverunt universi, Joan Olivares 8 ; El manuscrit d'Al-Muradi, Eduard Farré 10 ; Intentats gnomonics, Rosa Boyer 14 ; Benvingudes les collaboracions una duia 17 ; una cronologia de la cronometria (X), Eduar Farré 18 ; publicacions rebudes 20 ; les aranyes polars, Joël Robic 21 ; curiositas 22 ; taules d'insolacio, Rafael Soler Gaya 23 ; la massa Mariona, Joseph M. Puig 26 ; Textos en castellano 27; activitats 2011 en imatges 31.



**La BUSCA de PAPER N° 72 Eté 2012** (sur papier et CD) de la **Societat Catalana de Gnomonica SCG** Editorial 3 ; Correus de soeis i amics 4 ; Relloges de peus, per Joan Olivares 5 ; Miquel Piquer, monjo català del s XVI, constructor d'astrolabis, per Eduard Farré 10 ; Nous relloges fets pels nostres socis 12 ; Una historia divertida, per Lluís Tomàs 13 ; Publicacions rebudes 17 ; Francesc Clarà, entrevistat per Lluís Tomàs 18 ; Una cfronologia de la Cronometria (XI), per Eduard Farré 20 ; Textos en castellano 24 ; Relloges de sol de Torroella de Montgri (Baix Empordà) 31.



**De ZONNEWIJZERKRING voor belangstellenden in de gnomonica bulletin 2012.2 n° 109 Mai (papier)**

Errata bulletin 108, redactie 3 ; Ir.Govert Strang van Hee overleden, redactie 3 ; Koninklijke onderscheiding voor Henk Vesters seeretariaat 3 ; Exeursie 2012 Leiden, M.J.J. Spruijt 4 ; Afbeeldingen van de zon, J.P.C. Hoogenraad 7 ; De maan is als sikkkel zichtbaar aan de hemelbol, J.P.C. Hoogenraad 8 ; Kroniek 2011 van De Zonnewijzerkring, seeretariaat 11 ; De Klock van Sant Pol de Mar, Hoogenraad, redactie 11 ; De zonnwijzer van Jacob de Succa, W. Leenders 12 ; Zon, horloge, eoehtailpreikker (en wig) als kompas, J.P.C. Hppgenraad 20 ; Wat is de juiste vier in Romeinse eifers? B.P.U. Homan 23 ; Contents of bulletin 10, may 2012, R.Hooijenga 24 ; Kleurenpagina's bij B 109, redactie 27 ;

 Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire paraître des informations dans cette rubrique.

**This heading is open at every gnomonic society.**

Toutes les revues peuvent être scannées, envoyées par mails ou sur CD (si volume important) ou par courrier (Prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant poids.)

 **Articles à paraître dans le prochain Cadran Info**

**Cadran Info numéro 27 mai 2013**

- Cadran bifilaire monolithe (Jean-Miche Ansel)
- Construction d'un cadran à réflexion (traduction d'un article de José F. Capriles)
- description du "navigational instrument" (1948) (Dominique Collin)
- Différentes études gnomoniques (Paul Gagnaire)
- Le nouveau cadran de Sorède (Denis Savoie)
- L'informatique pour le calcul et le tracé de cadrans (Francis Tamarit)
- Troisième partie de l'article "l'inconnu du Queyras" (Michel Ugon)

**A vos plumes...merci**

Informations arrêtées le 4/09/2012



Exemplaire "moderne" d'un cadran Volpaia