

L'ASTROLABE

A detailed, ornate astrolabe, likely of Persian origin, featuring intricate engravings of celestial patterns and figures. The instrument is circular with a pointed top and a central pivot point. It is surrounded by concentric rings of text and symbols, and is set against a white background.

**De l'étude d'un astrolabe perse
aux principes, équations, tracés
et usages de l'instrument**

Sommaire

Préambule.....	6
Avertissement.....	7
CHAPITRE 1 : DESCRIPTION DETAILLEE DE L'ASTROLABE, IDENTIFICATION DU FACTEUR ABD-AL-A-IMMAH ET DATATION	8
1.1. L'araignée en forme de « 88 »	9
1.2. Les étoiles sur l'araignée.....	10
1.3. Table des étoiles (01)	11
1.4. Les tympan.....	12
1.5. Un tympan détaillé	13
1.6. Table des tympan (02)	14
1.7. La mère (la face)	15
1.8. La mère (le fond).....	16
1.9. La mère (le dos).....	17
1.10. Quadrant des sinus	18
1.11. Quadrant des hauteurs du soleil à midi et des azimuts de la Qibla	19
1.12. Table des villes et de la Qibla (03).....	20
1.13. Alidade et accessoires	21
1.14. L'alidade.....	22
1.15. Détermination de la hauteur du soleil à midi à l'aide de l'astrolabe.....	23
1.16. Carré des ombres et échelle des cotangentes	24
1.17. Tables astrologiques	25
1.18. Table des châteaux lunaires (04)	26
1.19. Identification du facteur	27
1.20. Tests astronomiques d'authenticité	28

1.21. Datation d'un astrolabe selon les longitudes célestes (1ere partie).....	29
1.22. Table des longitudes célestes pour datation (05)	30
1.23. Datation d'un astrolabe selon les longitudes célestes (2eme partie)	31
1.24. Datation d'un astrolabe selon les longitudes célestes (3eme partie)	32
1.25. Datation d'un astrolabe selon les ascensions droites et table des taux d'augmentation des ascensions droites (06)	33
1.26. Datation d'un astrolabe selon les médiations	34
1.27. Table des médiations pour datation (07)	35
1.28. Datation d'un astrolabe : table de comparaison des ascensions droites avec une autre araignée (08).....	36
1.29. Analyse statistique de la datation et conclusion du chapitre 1	37

CHAPITRE 2 : PRINCIPES, EQUATIONS ET TRACES DE L'ASTROLABE 38

2.1. Principaux mécanismes et repères de la voûte céleste	39
2.2. Les saisons (1ere partie)	40
2.3. Les saisons (2eme partie)	41
2.4. Systèmes de coordonnées	42
2.5. Coordonnées horizontales	43
2.6. Coordonnées équatoriales, écliptiques et obliques	44
2.7. Principe de base de l'astrolabe	45
2.8. Projection stéréographique	46
2.9. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (1ere partie)	47
2.10. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (2eme partie)	48
2.11. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (3eme partie)	49
2.12. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (4eme partie)	50
2.13. Propriété de conservation des angles : propriété fondamentale	51
2.14. Corollaire 1 du théorème fondamental	52
2.15. Corollaire 2 du théorème fondamental	53
2.16. Principe du destour	54
2.17. Table de calcul des points sur la ligne des tangentes du destour (10).....	55
2.18. Abaque du destour.....	56
2.19. Tracés sur le tympan à l'aide du destour	57
2.20. Tracés et équations des almucantarats (1ere partie).....	58
2.21. Tracés et équations des almucantarats (2eme partie)	59
2.22. Table des almucantarats (11).....	60
2.23. Tracés des azimuts	61

2.24. Graphe des azimuts	62
2.25. Equations des azimuts	63
2.26. Table des azimuts, horizon 38° (12).....	64
2.27. Graphe des centres des azimuts.....	65
2.28. Récapitulation des équations du tympan.....	66
2.29. Tympan des horizons	67
2.30. Graphe des arcs d'horizon.....	68
2.31. Table du tympan des horizons (13)	69
2.32. Réseaux d'heures inégales et égales (durée du jour).....	70
2.33. Graphe des heures inégales et égales (1ere partie).....	71
2.34. Graphe des heures inégales et égales (2eme partie)	72
2.35. Graphe de l'angle horaire	73
2.36. Table des angles horaires (14) et durée du jour	74
2.37. Tracé complet d'un tympan.....	75
2.38. Tympan des coordonnées écliptiques.....	76
2.39. Table des azimuts (horizon $66^\circ 30'$)	77
2.40. Table des almucantarats (horizon $66^\circ 30'$)	78
2.41. Coordonnées écliptiques	79
2.42. Coordonnées équatoriales	80
2.43. Relations géométriques dans le plan des solstices	81
2.44. Equations de conversion des coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales	82
2.45. Déclinaison du soleil en entrée dans les 12 signes du Zodiaque.....	83
2.46. Table de déclinaison du soleil (15)	84
2.47. Equations et tracés relatifs à l'araignée de l'astrolabe	85
2.48. Tracé de l'araignée et des 12 signes du Zodiaque.....	86
2.49. Les arcs des signes du Zodiaque	87
2.50. Epure du quadrant des arcs des signes du Zodiaque	88
2.51. Hauteur du soleil à midi	89
2.52. Graphe des hauteurs du soleil à midi selon les saisons (1ere partie)	90
2.53. Graphe des hauteurs du soleil à midi selon les saisons (2eme partie).....	91
2.54. Azimut de la Qibla (1ere partie).....	92
2.55. Azimut de la Qibla (2eme partie).....	93
2.56. Azimut de la Qibla (3eme partie).....	94
2.57. Azimut de la Qibla (4eme partie).....	95
2.58. Carré des ombres et Echelle des cotangentes.....	96

2.59. Carré des ombres : principe et équations	97
2.60. Epure carré des ombres	98
CHAPITRE 3 : QUELQUES USAGES DE L'ASTROLABE	99
3.1. Régler l'astrolabe	100
3.2. Heure égale de jour	101
3.3. Heure égale de jour l'après midi (1ere partie).....	102
3.4. Heure égale de jour l'après midi (2eme partie).....	103
3.5. Heure égale de jour le matin	104
3.6. Heure de coucher du soleil	105
3.7. Heure de lever du soleil et durée du jour	106
3.8. Durée du jour le plus long à 38° de latitude	107
3.9. Coucher du soleil le 21 juin.....	108
3.10. Lever du soleil le 21 juin.....	109
3.11. Table des durées des jours les plus longs en fonction de la latitude	110
3.12. Usage du carré des ombres (hauteur d'un édifice).....	111
3.13. Usage du carré des ombres (hauteur du soleil et latitude d'un lieu)	112
3.14. S'orienter vers la Mecque	113
3.15. Calcul des lignes trigonométriques	114
BIBLIOGRAPHIE	115
REPERTOIRE DES TABLES.....	116

Préambule

J'ai fait l'acquisition d'un astrolabe terrestre au magasin de Dominique Brieux , 48, rue Jacob à Paris, en décembre 1990. Cet astrolabe n'était ni daté, ni signé, ni répertorié dans aucun des dictionnaires d'astrolabes connus (ni Gunther, ni Price, ni King). Il a aiguisé ma curiosité notamment en raison de la beauté esthétique de son araignée et j'en ai commencé l'expertise. Au cours de cette expertise, j'ai découvert que cette forme d'araignée en « 88 » devait être l'œuvre de l'atelier d'ABD-AL-A-IMMAH et que sa date de fabrication se situait aux alentours de 1661. Compte tenu de mon ignorance de l'époque sur ce type d'instrument, il a fallu que j'accompagne cette expertise d'une recherche théorique sur les principes qui régissaient la construction d'un astrolabe, ce qui m'a obligé à redécouvrir certains mécanismes astronomiques.

Cette expertise s'est concrétisée en Mai 1991 par un rapport manuscrit que j'ai déposé à l'Institut du Monde Arabe et qui doit toujours se trouver dans leur bibliothèque. La validité du contenu de ce rapport m'a été confirmée par une lettre du Professeur Owen Gingerich. Un revers de fortune m'a obligé à me dessaisir de cet astrolabe mais j'en ai conservé tous les éléments sur des documents papier, des photographies ou des photocopies.

Ma passion pour les instruments scientifiques du XVe, XVIe, XVIIe et XVIIIe siècles et l'informatique aidant m'ont conduit à rédiger cet ouvrage abondamment illustré et qui comprend trois parties :

- Chapitre 1 : Description détaillée de l'astrolabe, identification du facteur ABD-AL-A-IMMAH et datation ,
- Chapitre 2 : Principes, équations et tables de construction d'un astrolabe,
- Chapitre 3 : Quelques usages de l'astrolabe.

Je tiens à remercier les auteurs dont les ouvrages sont cités dans la bibliographie et tout particulièrement Messieurs Henri Michel et Raymond d'Hollander pour l'aide que leurs ouvrages m'ont apportée et auxquels j'ai beaucoup emprunté et Madame Dominique Brieux pour les documents rédigés par son mari Alain Brieux qu'elle a bien voulu me confier ou me permettre de consulter.

Je tiens également à témoigner à ma femme toute mon affection pour la patience qu'elle a manifestée lors de la rédaction de cet ouvrage.

Guy Doriot
Juin 2004

N.B : Cet ouvrage est accompagné d'une disquette qui contient toutes les tables de calcul sous EXCEL que j'ai créées et utilisées pour certains chapitres et un astrolabe virtuel et stylisé sous Powerpoint dont l'araignée pivote sur un tympan de 38° de latitude pour certaines manipulations sur l'instrument.

Avertissement

Les titres des tables dans le corps du texte se terminent par un code à 2 chiffres entre parenthèses qui renvoie au n° de la table sous EXCEL dans la disquette qui contient ces tables.

Exemple : Table des tympan (02).

Ces tables comportent souvent des paramètres tels que le rayon de l'équateur de l'astrolabe, de la latitude du lieu, etc.. pour lesquels elles effectuent les calculs.

Il est donc utile d'y avoir accès si l'on veut en changer les paramètres pour effectuer un calcul spécifique. Ces paramètres sont en général en caractères rouges dans la table.

Ces tables de calcul opèrent pour la plupart selon des formules et équations trigonométriques qui sont démontrées au chapitre 2.

Les renvois dans le texte aux ouvrages de la bibliographie sont indiqués par un numéro entre crochets.

CHAPITRE 1 : DESCRIPTION DETAILLEE DE L'ASTROLABE, IDENTIFICATION DU FACTEUR ABD-AL-A-IMMAH ET DATATION

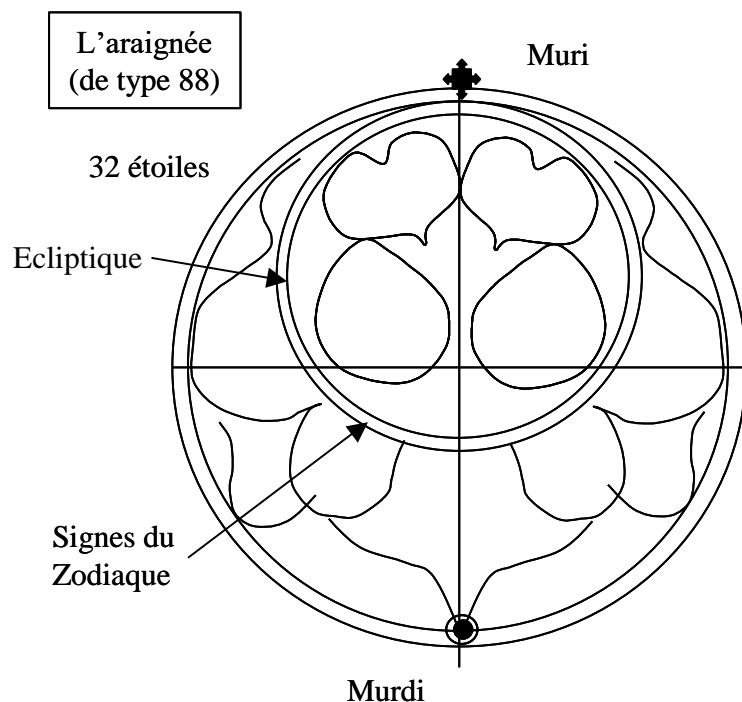
1.1. L'araignée en forme de « 88 »

Astrolabe non daté, non signé en laiton

La datation de l'araignée, attribuée à ABD-AL-A-IMMAH est estimée à 1661 (voir processus de datation).

Le diamètre extérieur de la mère est de 172 mm. La hauteur hors tout de l'astrolabe est de 228 mm. L'épaisseur est de 8 mm.

Le rayon de l'équateur est de 49 mm, celui du Tropique du Cancer de 32 mm et celui du Tropique du Capricorne de 74,7 mm.



L'araignée comporte 32 étoiles indiquées par la pointe de feuilles disposées en une harmonieuse arabesque. Le nom de chaque étoile est gravé sur chaque feuille (voir la carte des étoiles de l'araignée).

Les étoiles inscrites à l'intérieur de l'écliptique sont réparties sur un ajour en forme de « 88 », forme si particulière à ABD-AL-A-IMMAH et à l'école d'ISPHAHAN.

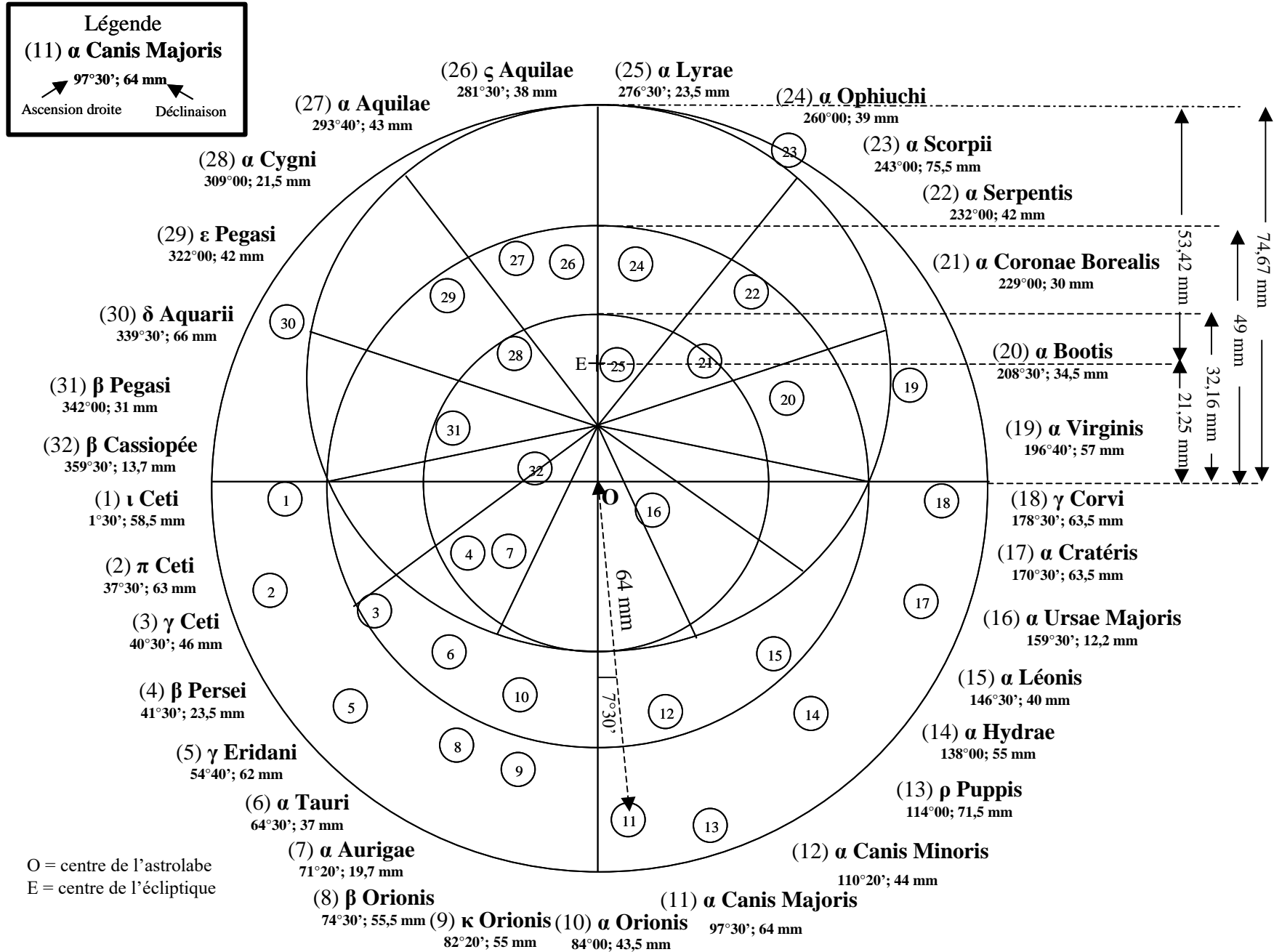
L'araignée comporte un Murdi et un Muri (ou index de l'araignée).

L'écliptique est divisée selon les douze signes du Zodiaque dont les noms sont gravés à sa périphérie. Les arcs de cercle que ces signes occupent sont chacun subdivisés en 10 divisions de 3° et numérotés en séquence dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à l'aide des 10 signes suivants.











































3°	6°	9°	12°	15°	18°	21°	24°	27°	30°
7	9	b	w	d	m	6	w	7	J

Les noms des douze signes du Zodiaque sont gravés sur un fond de rinceaux. Une guirlande de feuillage ceinture l'araignée dans sa presque totalité. Le pourtour de l'écliptique comporte une échelle de 360 divisions d'un degré sur son chanfrein qui permet de subdiviser encore degré par degré les 10 divisions de 3° de chaque signe du Zodiaque. L'araignée est d'une grande précision, ce qui a permis de la dater avec un grand degré de confiance.

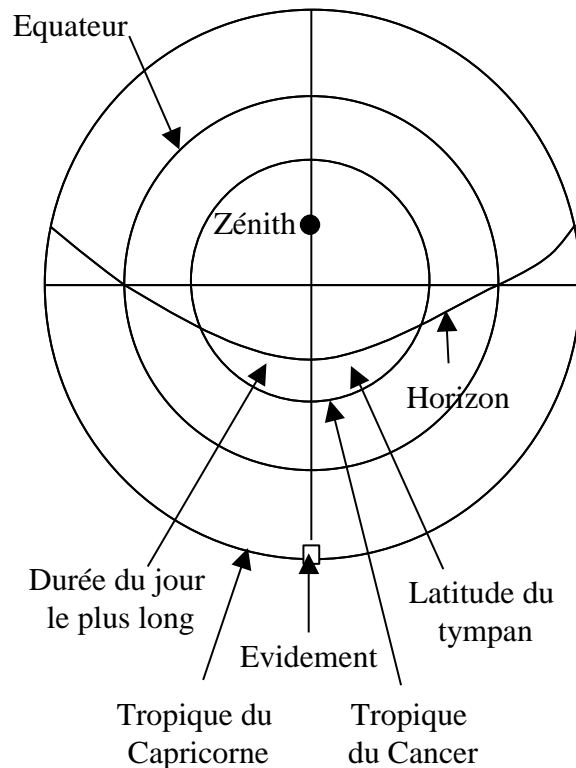
1.2. Les étoiles sur l'araignée



1.3. Table des étoiles (01)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	COORDONNEES DES ETOILES SUR L'ARAIGNEE D'ABD-AL-A-IMMAH											
2	N° de l'étoile	Nom de l'étoile	Traduction	Désignation astronomique	Coordonnées relevées sur l'astrolabe			Coordonnées extraites de tables				
3					Ascension droite	Déclinaison en mm	Médiation	Ascension droite	Déclinaison en degrés	Médiation (voir table 2)		
4							Signe degrés	(voir table 1)		Signe degrés		
5	1	Dhanab Qaytus Shamali	La queue nord de la baleine	ι Ceti	1°30'	58,50						
6	2	Sadr Qaytus	La poitrine de la baleine	π Ceti	37°30'	63,00						
7	3	Fam Qaytus	La bouche de la baleine	γ Ceti	40°30'	46,00						
8	4	Al-Ghul	La tête de la goule (monstre)	β Persei	41°30'	23,50		14°00'				13°24'
9	5	Masafat al-Nahr	Le tournant de la rivière	γ Eridani	54°40'	62,00						
10	6	Ayn al-Thaur	L'œil du taureau	α Tauri	64°30'	37,00		6°00'	68°30'	16°		5°03'
11	7	Ayyuq	Le chevreau	α Aurigae	71°20'	19,70		14°00'	78°45'	46°		13°31'
12	8	Rijl al-Yusra	Le pied gauche de Jauza	β Orionis	74°30'	55,50		15°30'	78°15'	-8°		14°38'
13	9	Rijl al-Jawza al-Yumna	Le pied droit de Jauza	κ Orionis	82°20'	55,00						
14	10	Yad Yumna	La main droite de Jauza	α Orionis	84°00'	43,50		25°00'	88°30'	7°		24°12'
15	11	Shara Yamaniyyah	Le chien yemenite	α Canis Majoris	97°30'	64,00		7°00'	101°00'	-17°		6°43'
16	12	Shami	Le chien syrien	α Canis Minoris	110°20'	44,00		18°30'	114°30'	5°		18°19'
17	13	Taraf Safinah	La poupe du navire	ρ Puppis	114°00'	71,50						
18	14	Fard al-Shuja	Le serpent solitaire	α Hydrae	138°00'	55,00		15°30'	141°30'	-9°		14°51'
19	15	Qalb al-Asad	Le cœur du lion	α Léonis	146°30'	40,00		25°00'	151°45'	12°		24°00'
20	16	Zahr al-Dubb	Le dos de l'ours	α Ursae Majoris	159°30'	12,20		7°30'	165°30'	62°		6°32'
21	17	Qaidat	Le cratère	α Cratérís	170°30'	63,50						
22	18	Janah al-Ghurab	L'aile de la corneille	γ Corvi	178°30'	63,50		28°00'	183°30'	-17°		26°55'
23	19	Al Simak al Azal	Le soutien de l'homme désarmé	α Virginis	196°40'	57,00		18°30'	201°00'	-11°		17°15'
24	20	Simak Ramih	Le porteur de harpon	α Bootis	208°30'	34,50		2°00'	213°30'	19°		1°33'
25	21	Nayyir Fakkah	Le flambeau de Fakkah	α Coronae Borealis	229°00'	30,00		22°00'	233°30'	27°		21°33'
26	22	Unq al-Hayyah	Le cou du serpent	α Serpentis	232°00'	42,00						
27	23	Qalb al-Aqrab	Le cœur du scorpion	α Scorpii	243°00'	75,50		4°50'	247°00'	-26°		3°19'
28	24	Ras al-Hawna	La tête du collecteur de serpents	α Ophiuchi	260°00'	39,00		21°00'	263°30'	13°		19°32'
29	25	Nasr Waqi	Le vautour en piqué	α Lyrae	276°30'	23,50		6°20'	279°00'	39°		4°50'
30	26	Dhanab al-Uqab	La queue de l'aigle	ς Aquilae	281°30'	38,00						
31	27	Nasr Tayir	Le vautour en vol	α Aquilae	293°40'	43,00		21°30'	297°15'	9°		20°26'
32	28	Ridfah	Le serviteur	α Cygni	309°00'	21,50		6°30'	310°00'	45°		5°01'
33	29	Fam al-Faras	La gueule du cheval	ϵ Pegasi	322°00'	42,00		19°30'	325°45'	10°		19°18'
34	30	Saq Ayman Sakib	La jambe du porteur d'eau	δ Aquarii	339°30'	66,00						
35	31	Minkab al-Faras	L'épaule du cheval	β Pegasi	342°00'	31,00		10°30'				9°26'
36	32	Kaff al-Kahdib	La main souillée	β Cassiopée	359°30'	13,70						
37												
38		Table 1 = All the Astrolabes Harold N. Saunders (édition de 1984, page 102)										
39		Table 2 (Année 1602) = Traité de l'astrolabe Henri Michel (édition de 1976, page 146)										

1.4. Les tympan



Les tympan sont au nombre de 6 gravés recto-verso pour les latitudes suivantes :
 24° et 37° ; 22° et 32° ; 30° et 34° ; 33° et 35° ; 36° et 38° ; 26° et tympan des horizons.

On trouve sur le fond de la mère les coordonnées (latitude et longitude) de 58 villes situées dans une zone (voir description de la mère) qui encadre une région du globe qui s'étend de La Mecque ($21^\circ 40'$) à Samarkand ($39^\circ 37'$).

Compte tenu à la fois des coordonnées de ces 58 villes et de l'épaisseur de la mère, il est possible qu'il manque au moins un tympan à cet instrument qui encadrerait totalement ces latitudes et par exemple dont les faces auraient pu être gravées pour 20° et 40° .

Chaque tympan possède un évidement permettant de le caler sur l'ergot du fond de la mère.

Chaque face du tympan est gravée pour une latitude donnée et comporte :

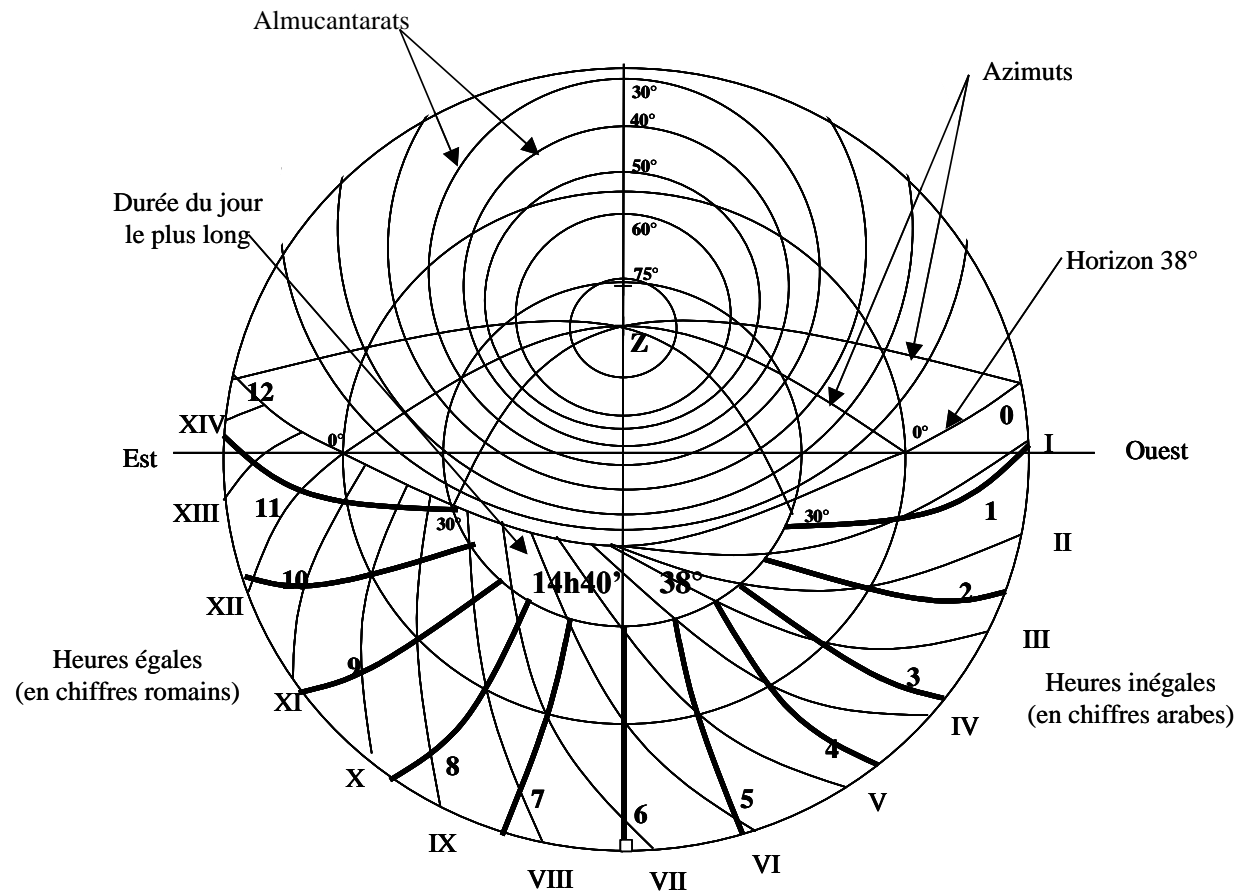
- l'équateur (rayon = 49 mm),
- le tropique du capricorne (rayon = 74,7 mm),
- le tropique du cancer (rayon = 32 mm),
- le tracé de l'horizon correspondant à la latitude pour laquelle il est gravé,
- l'indication de cette latitude,
- les axes est-ouest et nord-sud,
- le zénith de l'observateur situé à cette latitude,
- la durée du jour le plus long à cette latitude,
- un réseau de 90 almucantarats de 1° en 1° (c'est un astrolabe de 1er ordre, en arabe : tamm),
- un réseau d'azimuts de 5° en 5° ,
- le réseau des lignes d'heures inégales,
- le réseau des lignes d'heures égales.

A titre d'exemple, il a été tracé sur la figure suivante un tympan pour une latitude de 38° .

Pour des raisons de lisibilité, il ne comporte que quelques lignes d'azimuts et d'almucantarats.

Toutes les équations permettant d'en assurer le tracé sont démontrées au chapitre 2.

1.5. Un tympan détaillé



1.6. Table des tympan (02)

	A	B	C	D	E	F	G
1	TABLE DES TYMPANS						
2	r	49					
3	N° du tympan		Latitude en degrés	Oh calculée (en mm) = $r \tan(90^\circ - \Phi)$	Oh mesurée sur l'astrolabe	Φ = Latitude calculée pour vérification = $90^\circ - \arctan(Oh/r)$	Durée du jour le plus long
4	1	Recto	24	110,05	110	24°00'38"	13h32
5		Verso	37	65,02	65	37°00'38"	14h32
6	2	Recto	22	121,28	122	21°52'56"	13h21
7		Verso	32	78,41	78	32°08'14"	14h07
8	3	Recto	30	84,87	85	29°57'44"	13h57
9		Verso	34	72,64	72,5	34°03'12"	14h17
10	4	Recto	33	75,45	76	32°48'41"	14h17
11		Verso	35	69,98	70	34°59'31"	14h17
12	5	Recto	36	67,44	67	36°10'47"	14h26
13		Verso	38	62,72	63	37°52'30"	14h40
14	6	Recto	26	100,46	100	26°06'18"	13h45
15		Verso	Tympan des horizons				

Pour chaque tympan, l'équation suivante doit être vérifiée : $Oh = r \tan(90^\circ - \Phi)$, équation dans laquelle :

Φ = latitude de l'horizon pour laquelle le tympan est fabriqué,

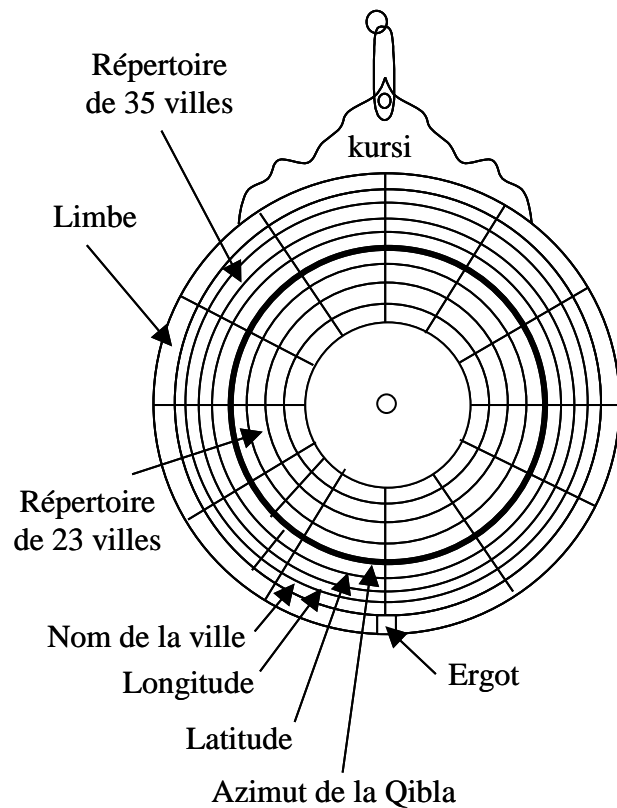
h = centre du cercle de l'horizon correspondant à cette latitude,

Oh = distance du centre du cercle de l'horizon au centre de l'astrolabe,

r = rayon de l'équateur = 49 mm sur l'astrolabe étudié.


Voir la démonstration de la formule au chapitre 2.

1.7. La mère (la face)



Le limbe, le fond et le kursi sont coulés d'une seule pièce.

Le kursi est orné sur la face comme sur le dos d'un arbuste aux rameaux portant des fleurs. Les racines sont également présentes, ce qui est rare.

Le limbe est divisé en 360° par grandes divisions de 5° , elles-mêmes subdivisées de 1° en 1° sur l'échelle intérieure. Une division de 5° sur deux porte le signe identique  pour marquer les 5° , 15° , 25° , 35° , etc..

Les autres divisions sont repérées dans l'ordre des aiguilles d'une montre et pour 10° , 20° , 30° , 40° , etc.. par la séquence des signes suivants :

10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	200°	300°
ك	س	ج	م	م	س	ع	ف	هـ	و	ف	ق

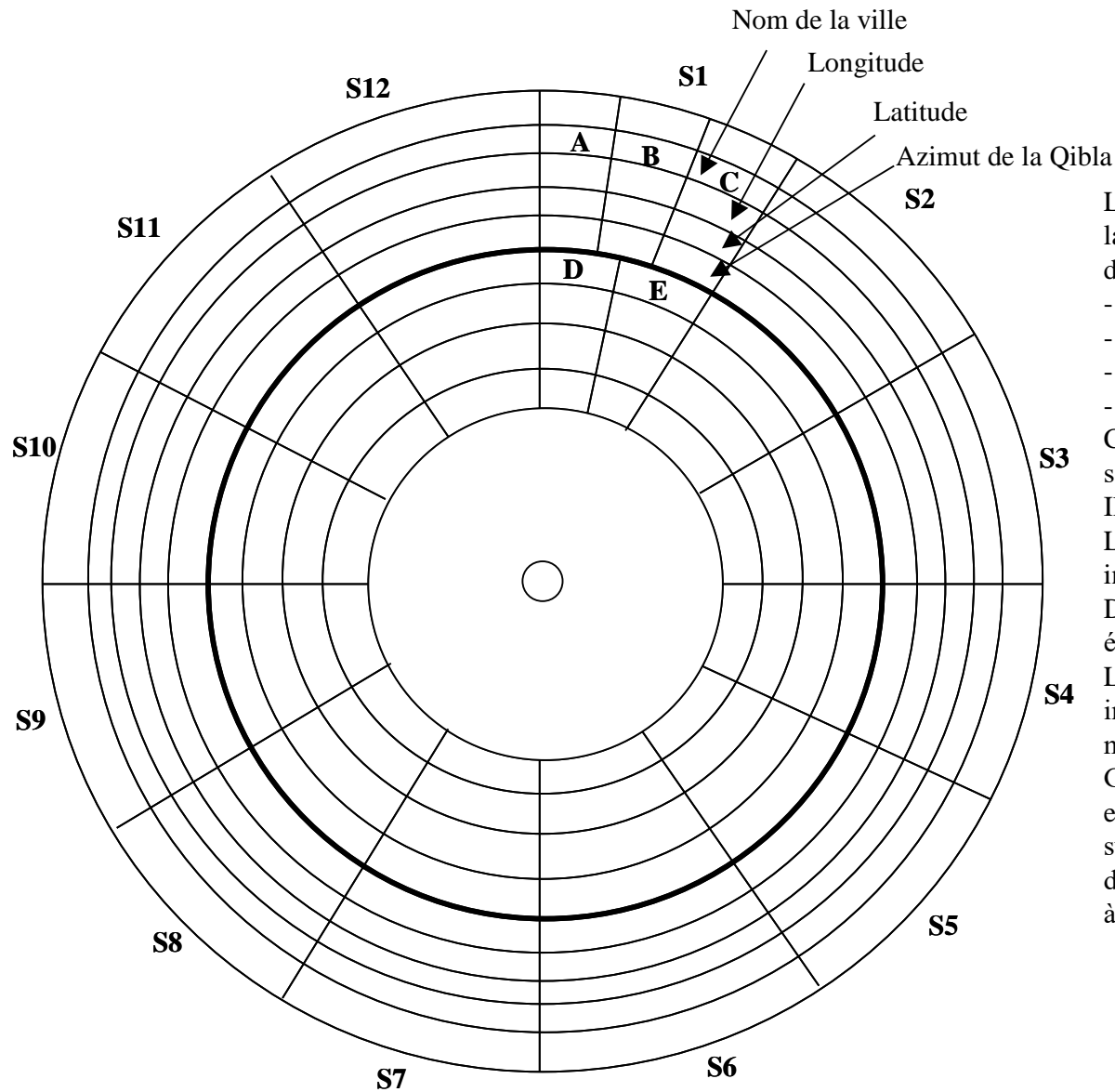
Au delà de la graduation 300° viennent s'ajouter les 6 premiers signes pour compléter la graduation du limbe jusqu'à 360° .

Le fond de la mère porte une liste de 58 noms de villes avec leur longitude, leur latitude et l'azimut de la Qibla relatif à chaque ville.

35 villes sont répertoriées sur la couronne extérieure et 23 villes sur la couronne intérieure.

Un ergot rectangulaire de blocage des tympan se trouve près du limbe.

1.8. La mère (le fond)



Les zones C et E du secteur S1 contiennent la légende des informations qui se trouvent dans les couronnes à savoir :

- nom de la ville,
- la longitude,
- la latitude,
- l'azimut de la Qibla.

Chaque secteur contient 5 villes : A, B, C, D, E, sauf le secteur S1 qui n'en contient que 3.

Il y a donc 58 villes en tout.

La table ci-après donne l'ensemble de ces informations pour les 58 villes.

Deux azimuts (KABUL et MISR) semblent avoir été l'objet d'une erreur du graveur.

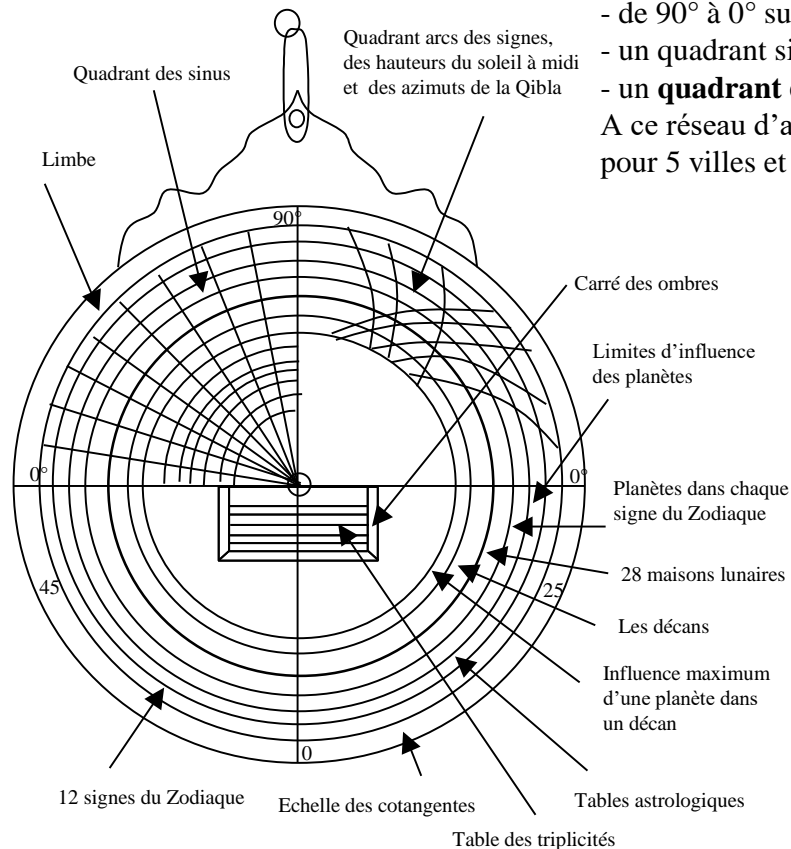
Le décalage entre les longitudes des villes indiquées sur l'astrolabe et celles actuelles est en moyenne d'environ 33° Ouest par rapport à Greenwich, ce qui situe le point zéro de l'époque et pour les Perses aux Açores et probablement sur l'île la plus à l'Ouest des Açores, c'est à dire FLORES qui n'est néanmoins qu'à $32^{\circ}40'$ à l'Ouest de Greenwich.

1.9. La mère (le dos)

Le dos comporte :

- un **limbe** gradué dans sa demi-circonférence supérieure en 2 fois x 90° :
- de 0° à 90° sur le quadrant de gauche,
- de 90° à 0° sur le quadrant de droite (il est utilisé la même notation que sur le limbe de la face).
- un quadrant situé en haut à gauche dénommé **quadrant des sinus**,
- un **quadrant du réseau des arcs du Zodiaque** situé en haut et à droite

A ce réseau d'arcs des signes du Zodiaque, se superposent un graphique des **azimuts de la Qibla** pour 5 villes et un graphique des **hauteurs du soleil à midi** pour 3 villes.



- le **carré des ombres** qui voit sa moitié de droite composée de deux côtés divisés chacun en 7 parties égales marquées « pieds », et qui voit sa moitié de gauche composée de deux côtés divisés chacun en 12 parties égales marquées « doigts ».

Le carré des ombres contient une **table des triplicités**, c'est à dire de combinaisons de 3 signes ayant les mêmes influences astrologiques.

Chaque triplicité est dirigée par une planète déterminée.

-les **tables astrologiques** qui sont disposées en demi-cercles et indiquent successivement en allant de la périphérie vers l'intérieur :

- les 12 signes du Zodiaque du Bélier aux Poissons portant des n°s repères de 1 à 12 en parcourant le ½ cercle de gauche à droite,
- le cycle des planètes à raison de 5 divisions par signe du Zodiaque et dans l'ordre de leurs limites,
- les limites, c'est à dire le nombre de degrés dans chaque signe attribué à la zone d'influence de chaque planète,
- les 28 maisons ou châteaux lunaires, c'est à dire les 28 stations de la lune dans le ciel,
- les faces des planètes, espacées de 10° (décan) dans lesquels une planète a son pouvoir maximum.

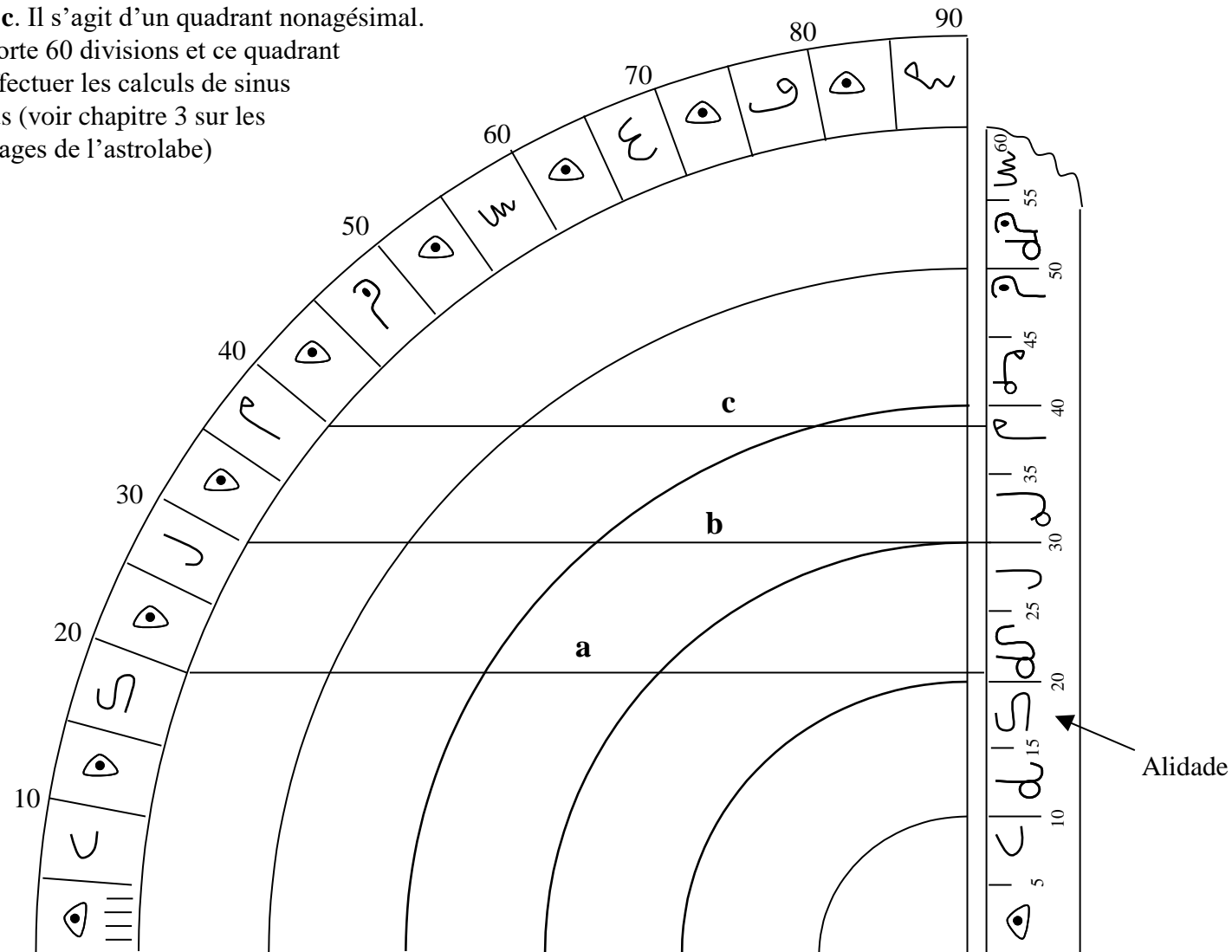
- l'**échelle des cotangentes** qui occupe la demi-circonférence inférieure du limbe et est située en périphérie. Elle est divisée en deux parties :

- à droite de l'axe vertical où elle porte les graduations 5, 10, 15, 20 et 25,
- à gauche de l'axe vertical où elle porte les graduations 10, 20, 30, 40 et 45.

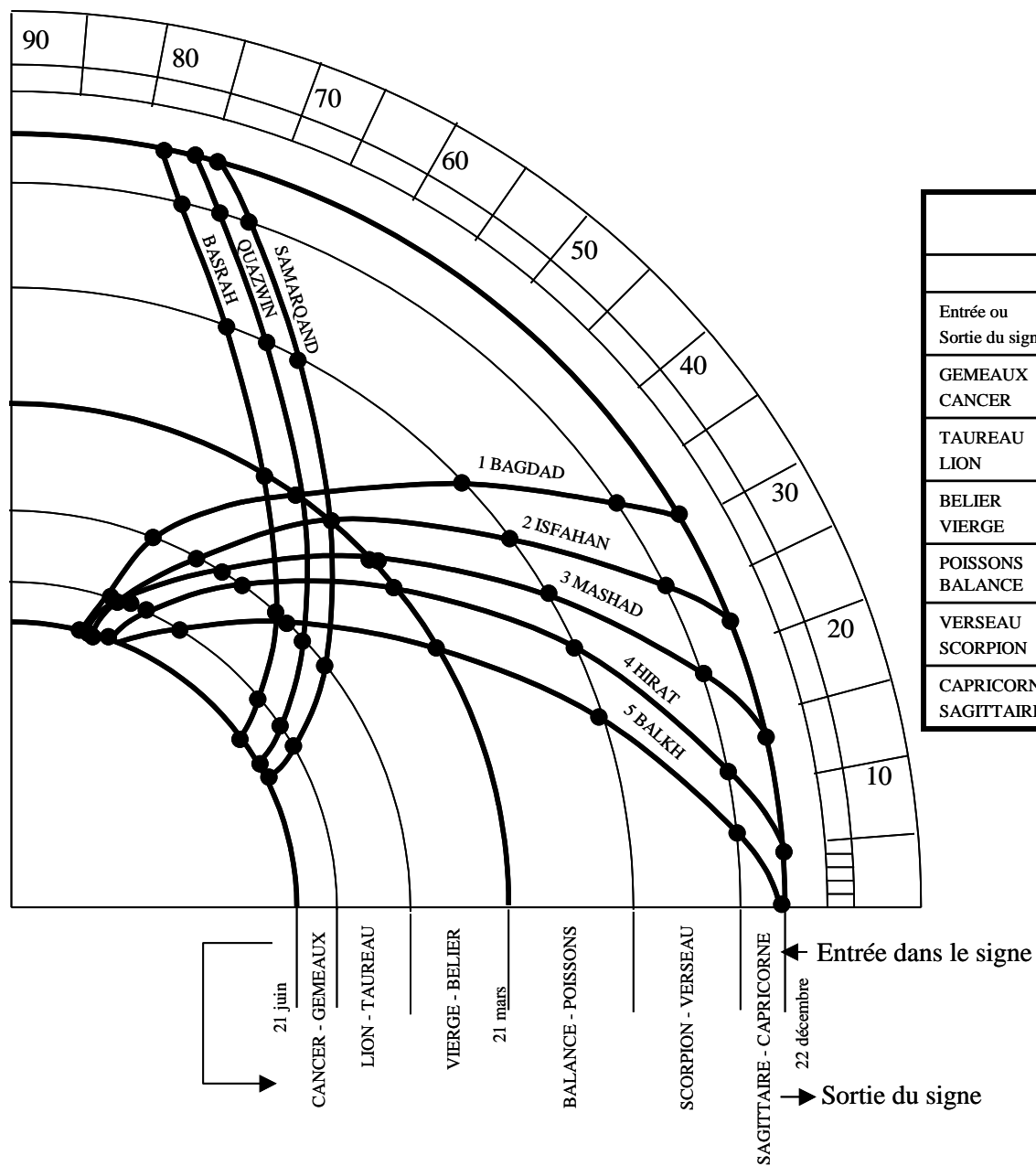
Ces graduations utilisent les mêmes notations que la demi-circonférence du limbe supérieur.

1.10. Quadrant des sinus

Le limbe est gradué de 0° à 90° de degré en degré.
90 horizontales sont tracées de degré en degré telles que **a**, **b** ou **c**. Il s'agit d'un quadrant nonagésimal.
L'alidade porte 60 divisions et ce quadrant permet d'effectuer les calculs de sinus et de cosinus (voir chapitre 3 sur les quelques usages de l'astrolabe)



1.11. Quadrant des hauteurs du soleil à midi et des azimuts de la Qibla



	Valeurs des almucantarats relevées sur l'astrolabe pour le tracé des courbes d'azimuts de la Qibla				
	N°s et latitudes des Villes				
Entrée ou Sortie du signe	1	2	3	4	5
	33°25'	32°25'	37°00'	34°35'	36°41'
GEMEAUX CANCER	76°00'	74°00'	74°00'	71°00'	69°00'
TAUREAU LION	72°30'	69°00'	71°30'	65°30'	56°00'
BELIER VIERGE	69°30'	60°00'	58°00'	57°30'	46°00'
POISSONS BALANCE	55°00'	50°00'	45°00'	40°00'	32°00'
VERSEAU SCORPION	43°30'	37°00'	31°00'	25°00'	18°30'
CAPRICORNE SAGITTAIRE	34°30'	26°30'	19°00'	11°30'	6°30'
	31°00'	22°00'	14°00'	4°30'	0°00'

1.12. Table des villes et de la Qibla (03)

	A	B	C				D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O				P	Q	R	S	T	U	W	X			
1	TABLE DES VILLES POUR LE CALCUL DE L'AZIMUT PAR RAPPORT A LA QIBLA																														
2	L2 = Longitude de la Mecque				77°	10'	1,35	L1 = Longitude de la ville				cotang A = (sin l1cos (L2-L1)-cosl1tangl2)/(sin (L2-L1))																			
3	l2 = Latitude de la Mecque				21°	40'	0,38	l1 = Latitude de la ville																							
4																															
5	Secteur	Zone	Nom de la ville				Longitude		Latitude		Azimut gravé		A = Azimut calculé		Secteur	Zone	Nom de la ville				Longitude		Latitude		Azimut gravé		A = Azimut calculé				
6							°	mn	°	mn	°	mn	°	mn						°	mn	°	mn	°	mn	°	mn				
7	Secteur 1	A	TARABLUS				45	0	32	0	78	17	78	9	Secteur 7	A	BASRA				84	0	30	20	37	59	-36	-53			
8		B	QAYRAWAN				41	0	31	40	81	42	81	44		B	SHAMAKHI				84	30	40	50	20	11	-17	-35			
9		C														C	TIFLIS				83	0	43	0	14	11	-14	-41			
10		D	TABRIZ				82	0	38	0	15	40	-15	-40		D	TABAS				92	0	33	0	53	2	-52	-57			
11		E														E	SABZAWAR				91	30	36	5	44	46	-42	-44			
12	Secteur 2	A	AGRA				114	0	27	13	91	0	-88	-47	Secteur 8	A	BARDA				83	0	40	30	16	17	-16	-28			
13		B	BIJAPUR				105	30	17	20	76	5	75	42		B	GANJAH				83	0	41	20	15	49	-15	-49			
14		C	KABUL				104	40	34	30	80	36	-68	-21		C	ARDABIL				82	30	38	0	17	13	-14	-8			
15		D	KASHMIR				108	0	35	0	71	51	-71	-57		D	BASTAM				89	30	36	10	39	4	-37	-32			
16		E	QANDAHAR				107	40	33	0	75	10	-74	-24		E	ASTERABAD				89	35	36	50	38	47	-36	-6			
17	Secteur 3	A	BALKH				101	0	36	41	60	36	-60	-35	Secteur 9	A	MARAGHEH				82	0	37	20	16	17	-16	-17			
18		B	BUKHARA				97	30	39	50	49	38	-48	-15		B	WASIT				81	30	32	20	20	54	-16	-24			
19		C	MARW				97	0	37	40	52	30	-52	-30		C	BAGHDAD				80	0	33	25	12	45	-12	-45			
20		D	MULTAN				107	35	29	40	79	30	-80	-31		D	YAZD				89	0	32	0	48	27	-48	-27			
21		E	SAMARQAND				99	16	39	37	52	33	-52	-14		E	SHIRAZ				88	0	29	36	53	20	-53	-23			
22	Secteur 4	A	KHWARIZM				94	2	42	17	40	16	-39	-33	Secteur 10	A	KUFA				79	30	31	30	12	31	-7	-14			
23		B	KIRMAN				92	30	29	50	62	11	-61	-22		B	ARBIL				77	20	34	30	0	42	2	5			
24		C	TURSHIZ				92	0	35	0	48	0	-48	-11		C	HALAB				72	10	35	50	18	29	19	36			
25		D	HERAT				94	20	34	35	53	14	-52	-51		D	ISFAHAN				86	40	32	25	40	29	-36	-18			
26		E	BORUJERD				93	0	34	0	52	0	-52	-36		E	KASHAN				86	0	34	0	34	33	-34	-32			
27	Secteur 5	A	MARW AL-ROUDH				92	0	35	30	47	0	-47	-6	Secteur 11	A	MAUSIL (MOSUL)				77	0	34	30	0	42	0	42			
28		B	DAMGHAN				88	55	36	20	38	5	-33	-31		B	MECCA				77	10	21	40	0	0	0	0			
29		C	SAMNAN				88	0	36	0	36	17	-36	-18		C	MEDINAH				75	20	24	50	27	27	36	22			
30		D	QAYEN (KAIN)				93	20	33	40	54	4	-52	-57		D	QOM				85	40	34	45	31	55	-27	-44			
31		E	NISHAPUR				92	30	36	21	46	26	-44	-32		E	SAWAH				85	0	35	0	29	18	-29	-18			
32	Secteur 6	A	RAYY				86	20	35	0	33	26	-31	-32	Secteur 12	A	DIMASHQ				70	0	33	15	30	31	30	30			
33		B	TALAQAN				85	45	36	10	29	33	-25	-8		B	MISR				63	20	30	20	18	38	59	30			
34		C	SHUSTAR				84	30	31	30	35	25	-31	-34		C	FAS : TANJAH				17	0	22	0	78	24	-78	-9			
35		D	TÜN				92	30	34	30	50	24	-48	-31		D	QAZVIN				85	0	36	0	27	34	-27	-35			
36		E	MASHAD (MESHAD)				92	30	37	0	45	0	-43	-15		E	HAMADAN				83	0	35	10	22	16	-22	-16			

1.13. Alidade et accessoires

L'alidade a une longueur de 156 mm et une largeur de 11 mm.

Elle est équipée de deux pinnules permettant d'utiliser deux lignes de visée :

- une consacrée à la visée du soleil,
- une consacrée à la visée des étoiles.

Elle comporte deux échelles :

- une échelle sexagésimale utile pour le calcul des sinus,
- une échelle d'heures inégales.

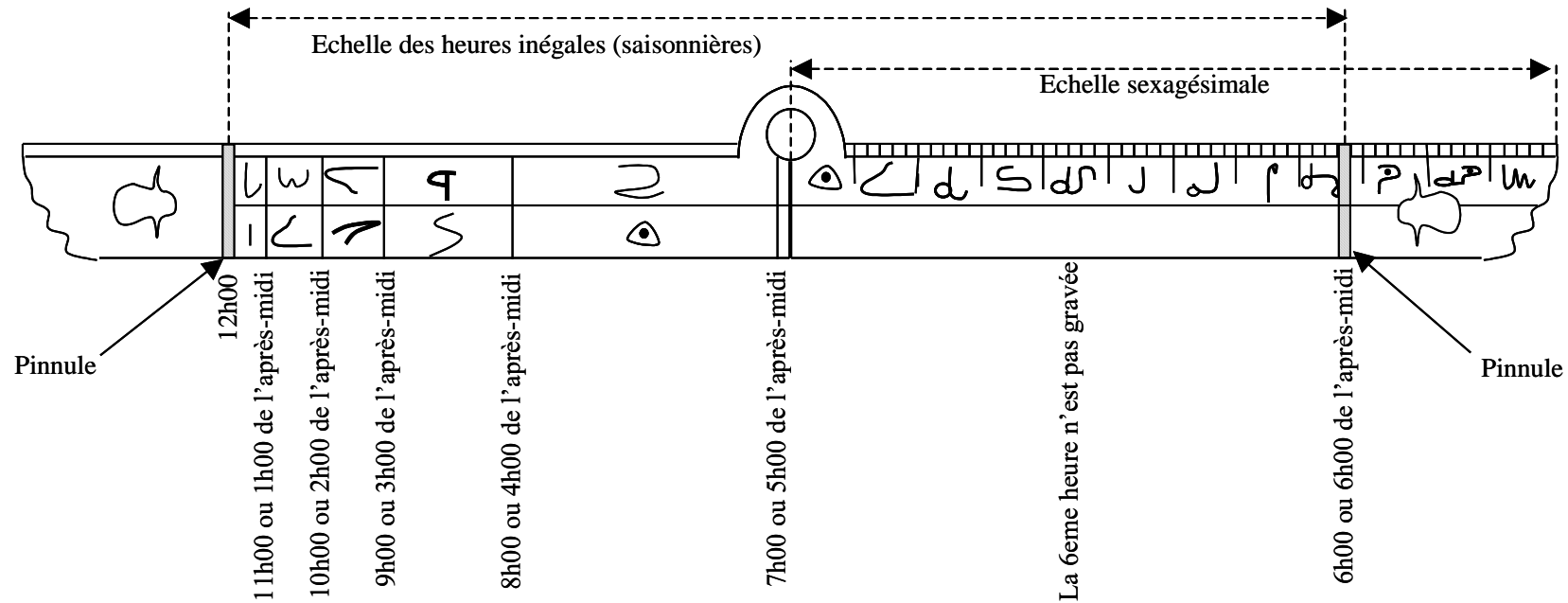
La bélière et l'anneau de suspension semblent d'origine.

Le cheval a probablement été refait et, à cette occasion, est venue s'ajouter une rondelle de serrage.

Le pivot est d'origine.

L'astrolabe n'est pas muni d'un « ostensor » mais compte tenu de la taille du pivot, il est possible qu'il en fût doté à l'origine.

1.14. L'alidade



L'alidade comprend deux échelles :

- une échelle sexagésimale utile pour les calculs liés au quadrant des sinus,
- une échelle des heures saisonnières permettant à l'astrolabe d'avoir une fonction de cadran solaire du type de ceux trouvés près de Bratislavia, Rome ou Aphrodisias et dont le principe est connu depuis l'antiquité Gréco-Romaine. L'heure, sur cette échelle, est indiquée par la position de l'ombre projetée sur l'alidade par le sommet de la pinnule de visée lorsque l'astrolabe et l'alidade sont simultanément orientés dans la bonne direction.

Quelle est la bonne direction ?

Pour l'astrolabe : il doit être orienté dans le plan du méridien, c'est à dire tenu verticalement.

Pour l'alidade : son extrémité doit être positionnée sur le limbe en regard de la graduation correspondant à la hauteur hm du soleil à midi sachant que $hm = 90^\circ - \Phi + \delta$ dépend à la fois de la latitude Φ du lieu et de la date dans l'année par l'intermédiaire de la déclinaison δ du soleil sur l'écliptique (le graphe des hauteurs du soleil à midi au fond de la mère permet par lecture directe d'obtenir cette information pour 3 villes, à savoir : BASRAH, QAZWIN et SAMARQAND). Il existe une autre façon de déterminer cette hauteur à l'aide du carré des ombres (voir chapitre 3).

1.15. Détermination de la hauteur du soleil à midi à l'aide de l'astrolabe

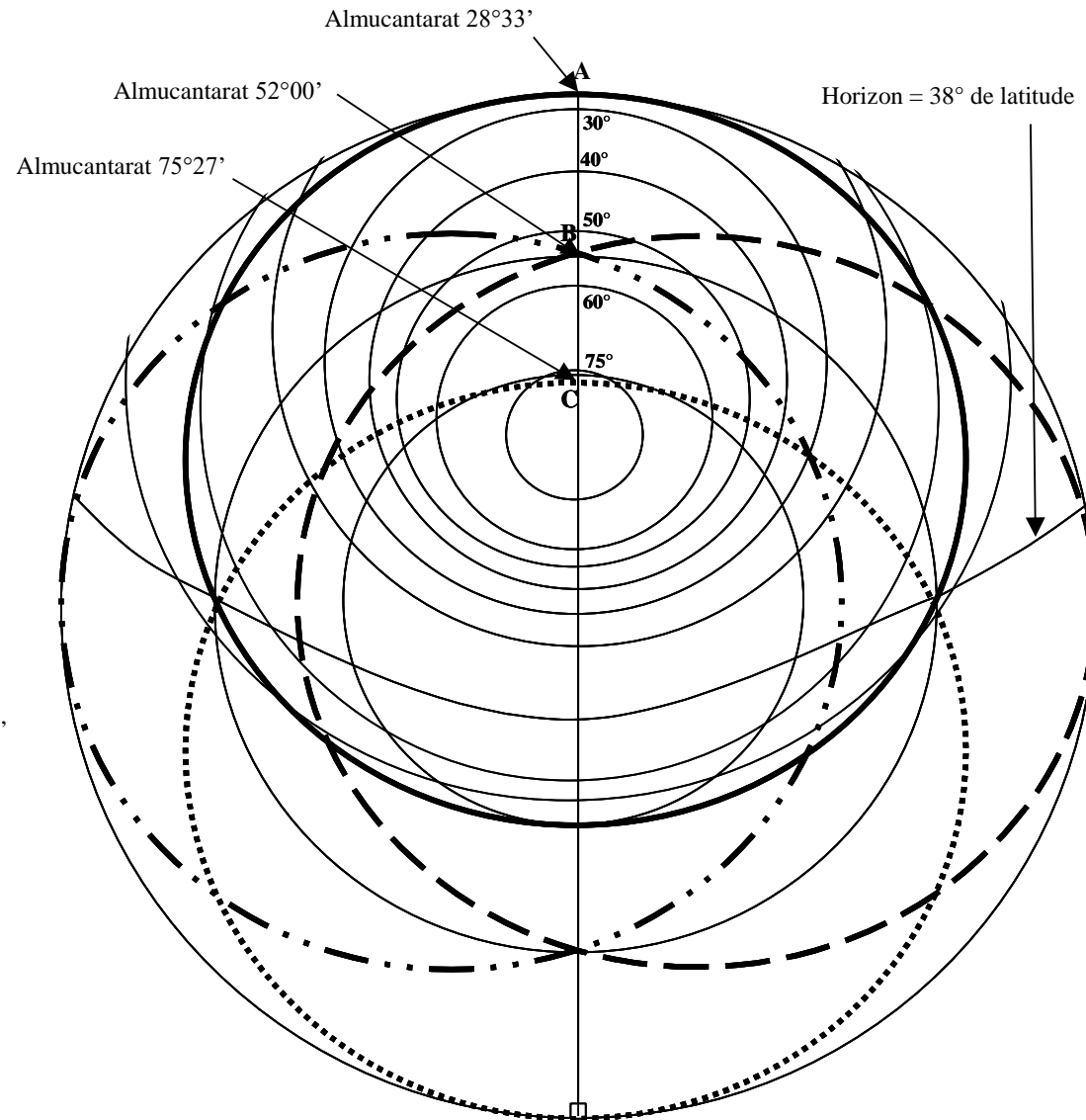
Au point A, le méridien N-S intercepte sur l'écliptique le début du signe du Capricorne ce qui correspond à la date du **22 décembre**. La hauteur du soleil à midi est lue sur l'almucantarat passant par le point d'intersection du méridien N-S et de l'écliptique. Le degré de cet almucantarat est de $28^{\circ}33'$.

Au point B, l'écliptique ayant pivoté de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, nous sommes le **21 mars**. Le méridien N-S intercepte l'écliptique sur l'almucantarat de 52° .

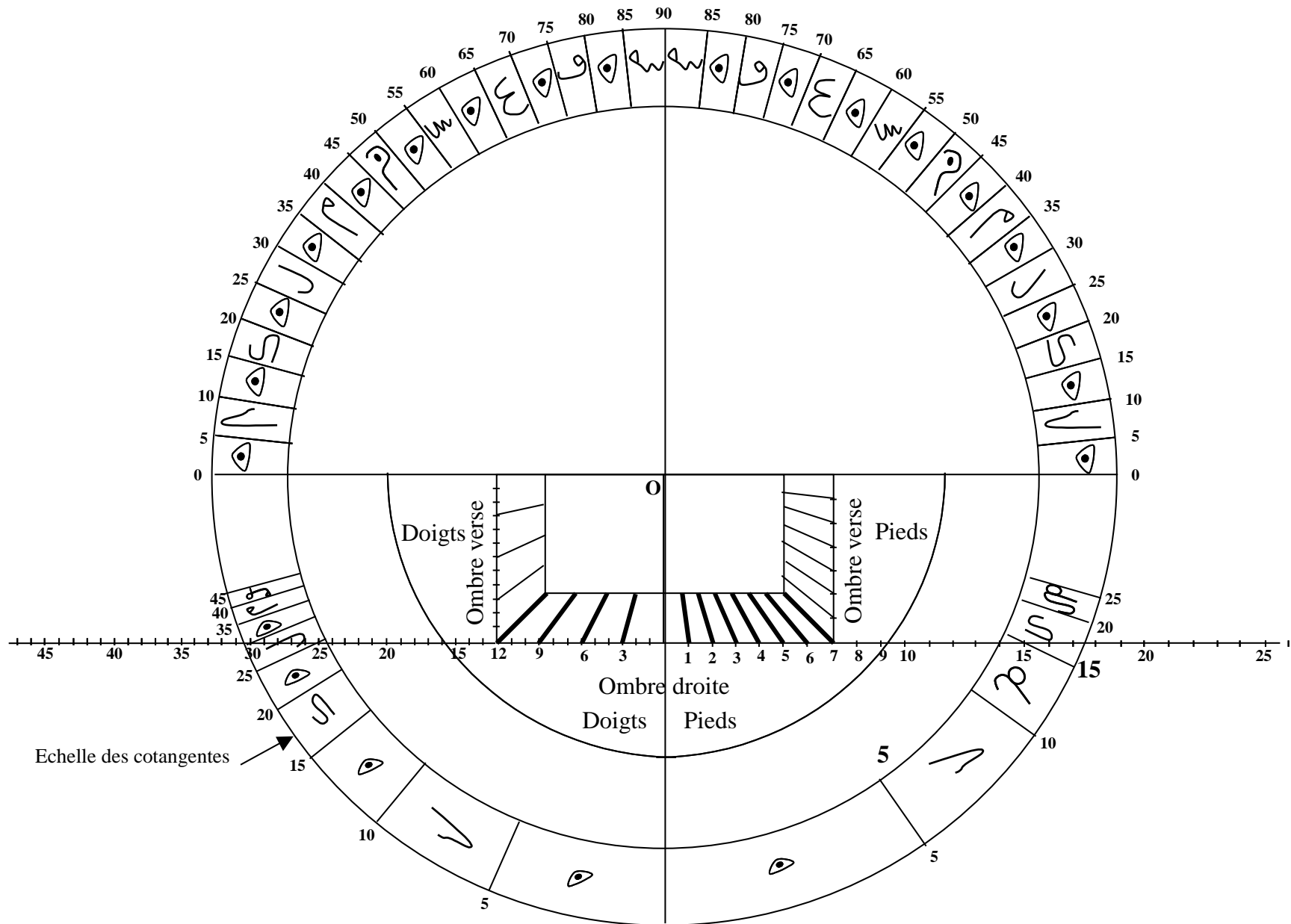
Au point C, l'écliptique a pivoté de 180° et nous sommes le **21 juin**. Le point de rencontre du méridien et de l'écliptique se situe sur l'almucantarat de $75^{\circ}27'$ (à la précision près de la gravure de l'astrolabe).

Au point B de nouveau, l'écliptique a pivoté de 270° et nous sommes le **23 septembre**. Le point de rencontre du méridien et de l'écliptique se situe de nouveau sur l'almucantarat de 52° .

En opérant de la même façon pour toute date intermédiaire, il est possible de déterminer la hauteur du soleil à midi au lieu correspondant à la latitude du tympan installé dans la mère.

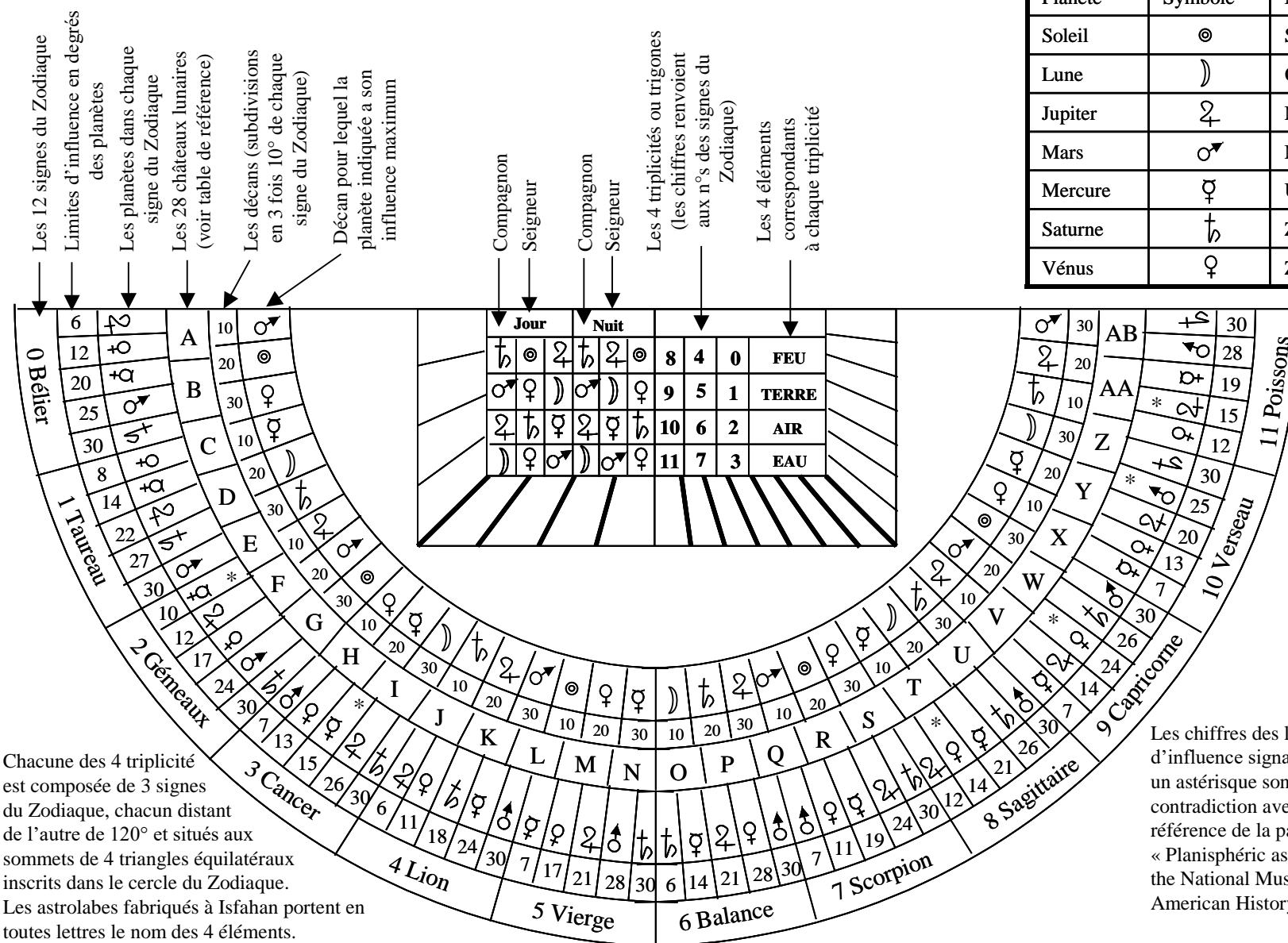


1.16. Carré des ombes et échelle des cotangentes



1.17. Tables astrologiques

Planète	Symbole	Nom arabe
Soleil	☉	Shams
Lune	☾	Qamar
Jupiter	♃	Mushtari
Mars	♂	Mirrikh
Mercure	☿	Utarid
Saturne	♄	Zuhal
Vénus	♀	Zuharah



1.18. Table des châteaux lunaires (04)

	A	B	C	D
1	TABLE DES 28 CHATEAUX LUNAIRES			
2	Code lettre sur l'astrolabe	Nom	Traduction	Désignation
3	A	SHARATAN	Les deux signaux	β et γ Arietis
4	B	BUTAIN	Le petit ventre	δ , ϵ et ξ Arietis
5	C	THURAYYA	Le diamant	Les Pleïades
6	D	DABARAN	Le serviteur	α Tauri
7	E	HAQAH	Les 3 étoiles brillantes	λ , $\phi 1$ et $\phi 2$ Orionis
8	F	HANAH	La marque au fer rouge dans le cou du chameau	γ et ξ Géminorum
9	G	DHIRA	L'avant bras	α et β Géminorum
10	H	NATHRAN	L'espace entre les moustaches et le nez du lion	δ et γ Canceris
11	I	TARFAH	Le clin d'œil	ξ Canceris et λ Léonis
12	J	JABHAH	Le front	α , ξ , γ et η Léonis
13	K	ZUBRAH	La crinière du lion	δ et θ Léonis
14	L	SARFAH	Les vicissitudes du hasard	β Léonis
15	M	AWWA	L'aboiement du chien	β , η , γ , δ et ϵ Virginis
16	N	SIMAK	Le soutien	α Virginis
17	O	GHAFR	La révocation	ϕ , ι et χ Virginis
18	P	ZUBANA	Les 2 crocs du scorpion	α et β Librae
19	Q	IKLIL	La couronne	β , δ et π Scorpïi
20	R	QALB	Le cœur	α Scorpïi
21	S	SHAULAH	La queue du scorpion	λ et ν Scorpïi
22	T	NAAIM	Les autruches	γ , δ , ϵ , η , β , σ , ϕ , ι et ζ Sagittarii
23	U	BALDAH	La ville	ξ , σ , π , d , ζ et ν Sagittarii
24	V	DHABIH	Le bourreau	α et β Capricorni
25	W	BULA	Le glouton	μ , ν et ϵ Aquarii
26	X	SUUD	La chance	β et ξ Aquarii
27	Y	AKHBIYYA	Les tentes	γ , ζ , π et η Aquarii
28	Z	MUQADDAM	Le premier	α et β Pegasi
29	AA	MUAKHKHAR	Le dernier	γ Pegasi et α Andromède
30	AB	RISHSHA	La corde	β Andromède

1.19. Identification du facteur

L'araignée est attribuée à ABD-AL-A-IMMAH (ou ABDULLAH A'IMMAH) actif de 1660 à 1722 à l'école d'ISPHAHAN durant la dynastie SAFAVIDE.

C'est le fabricant (auteur et graveur) perse le plus connu et vraisemblablement le plus prolifique. On connaît d'ailleurs un nombre important de contrefaçons de ses astrolabes.

Il fabriquait complètement ses instruments ou en décorait d'autres qui pouvaient être étudiés ou fabriqués par Muhammad Khalil, Muhammad Tahir, Muhammad Amin (fils de Muhammad Tahir ou de Hasan Ali et père de Muhammad Mehdi), Abd Al Ali (fils de Muhammad Rafi Al-Juzil et frère de Muhammad Baqir).

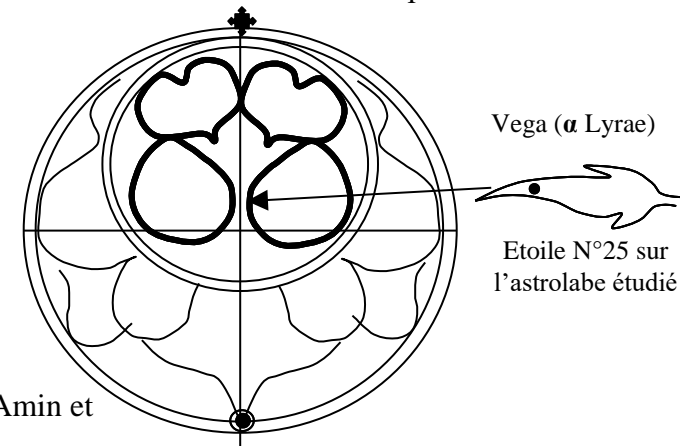
Lorsqu'il fabriquait seul, il utilisait deux types de découpe d'araignée selon le diamètre de l'astrolabe. Notre découpe en forme de « 88 » était réservée aux instruments de grand diamètre.

Ces découpes, tant soit peu standardisées, lui ont sans doute permis d'être aussi prolifique. Le support des étoiles, extérieur à l'écliptique, prend toujours l'aspect d'une liane de la forme ci-contre sur laquelle sont parsemées des feuilles qui portent le nom des étoiles dont elles repèrent les coordonnées par leur pointe. L'astrolabe répertorié le plus ancien connu à ce jour est référencé dans Price et aussi dans Gunther sous le n°21. Sa date de fabrication est estimée à 1675. Il est l'œuvre conjointe de Muhammad Tahir et AB-AL-A-IMMAH et se trouve au Museum de l'histoire des sciences d'OXFORD ($\Phi = 74$ mm). Un autre astrolabe ($\Phi = 186$ mm) situé aussi vers l'époque de 1675 se trouve à l'Indian Museum de Calcutta sous le n°32. Il est attribué à la collaboration de Muhammad Amin et d'ABD-AL-A-IMMAH.

Les araignées gravées par ABD-AL-A-IMMAH traitent l'étoile VEGA (α Lyrae) de façon particulière : la feuille qui la supporte est découpée en forme de tête d'aigle et comporte pratiquement toujours un point qui indique l'œil de l'aigle selon le dessin ci-dessus.

C'est le cas pour l'araignée de l'astrolabe étudié.

Pour ce qui concerne l'araignée, il ne fait aucun doute qu'elle ait été réalisée par ABD-AL-A-IMMAH; pour la mère, c'est une autre question. Néanmoins, il paraît utile de la comparer avec la mère de l'astrolabe cité par PRICE sous le n° 1183 surtout pour la gravure du kursî qui présente les racines de l'arbuste. Cet astrolabe 1183 a sa photo dans le catalogue de la vente FINDLAY (planche XXVI) faite par Sotheby en 1962 et a été acquis par le Musée d'Edimburgh. On en ignore l'auteur et la date mais il pourrait être intéressant d'en réaliser l'expertise. Il existe également une araignée de type « 88 » au National Maritime Museum de Greenwich d'un diamètre de 161 mm.



1.20. Tests astronomiques d'authenticité

1) Ratios invariants sur le tympan

- a) Rayon du tropique du Capricorne (x) / Rayon de l'Equateur (r) = 1,524
- b) Rayon du tropique du Cancer (y) / Rayon de l'Equateur (r) = 0,656

2) Ratio invariant sur l'écliptique

$$x/y = 2,33 = \text{Rayon du tropique du Capricorne} / \text{Rayon du tropique du Cancer}$$

C'est une vérification identique à la précédente effectuée sur l'écliptique au lieu d'être effectuée sur le tympan.

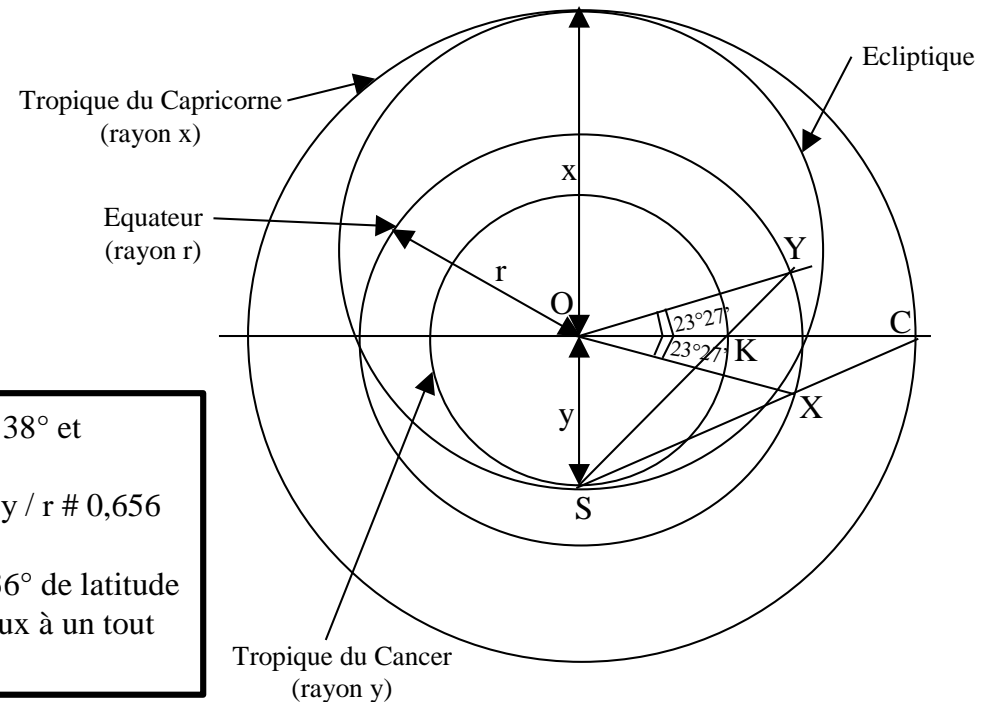
3) Test de l'obliquité de l'écliptique sur un tympan

Tracer au crayon une ligne qui passe par les points S et C et une ligne qui passe par les points S et K.

La première ligne coupe l'équateur au point X et la seconde ligne coupe l'équateur au point Y.

Tracer OX et OY.

Les angles XOC et YOC doivent être égaux chacun à l'obliquité de l'écliptique, soit $23^{\circ}27'$ et ce quel que soit le tympan.



Les tests 1) et 2) ont été effectués sur le tympan de latitude 38° et se sont révélés corrects.

$r = 49 \text{ mm}$; $x = 74,7 \text{ mm}$; $y = 32 \text{ mm}$, d'où : $x / r \# 1,524$; $y / r \# 0,656$ et $x / y = 2,344 \# 2,33$.

Quant au troisième test, il a été effectué sur le tympan de 36° de latitude et a permis de vérifier que les deux angles étaient bien égaux à un tout petit peu plus de 23° .

1.21. Datation d'un astrolabe selon les longitudes célestes (1ere partie)

La datation d'un astrolabe ne peut pas se faire en utilisant une seule méthode. Il faut croiser les résultats obtenus par plusieurs méthodes si l'on veut avoir un certain degré de confiance sur le résultat obtenu pour la date de fabrication.

Beaucoup de méthodes peuvent être utilisées. Parmi elles, il nous a semblé que les plus fiables étaient les 4 qui ont été retenues, à savoir :

- selon les longitudes célestes,
- selon les ascensions droites,
- selon les médiations,
- selon la comparaison des médiations, lorsque c'est possible, avec une araignée du même facteur dont on connaît la date.

Une fois ces méthodes mises en œuvre, elles conduisent à une série de résultats qui doit être traitée statistiquement pour obtenir un résultat final avec un certain degré de confiance sur la date de fabrication.

Ce processus a été utilisé pour dater l'astrolabe qui sert d'exemple à ce traité. Nous vous proposons de le suivre pas à pas.

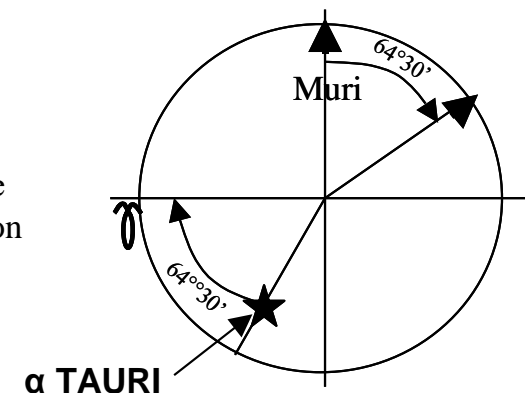
Comparaison des longitudes célestes

Les longitudes célestes des étoiles suivent le mouvement de précession des équinoxes.

Cette méthode fait appel à la table de calcul des longitudes célestes (voir page suivante). Cette table est composée de colonnes numérotées de 1 à 10. Le processus de mise en œuvre se déroule en plusieurs étapes décrites ci-dessous et fait référence aux colonnes de cette table.

Colonne 1

Cette valeur est l'ascension droite relevée sur l'astrolabe selon la manipulation suivante : en faisant tourner l'araignée, amener l'extrémité de la flamèche de l'étoile en coïncidence avec l'axe de l'équateur Est-Ouest du côté du point vernal. Dans ce mouvement de rotation de l'araignée, son index le « muri » se sera déplacé d'un angle égal à l'ascension droite de l'étoile. La position de cet index sur le limbe indiquera donc l'ascension droite cherchée. (voir figure ci-contre : exemple $64^{\circ}30'$ pour α TAURI).



1.22. Table des longitudes célestes pour datation (05)

	A	B	C	E	F	H	J	N	Q	R	S	T
1	TABLE DES LONGITUDES CELESTES L POUR DATATION											
2	ϵ	23,27	0,40928									
3	r = rayon de l'équateur		49	$L = \text{arc tang}[(\sin \alpha \cos \epsilon + \text{tang } \delta \sin \epsilon) / \cos \alpha]$								
4			Coordonnées équatoriales relevées sur l'astrolabe d'ABD AL-A-IMMAH			Cordonnées équatoriales du Nautical Almanach 1982		L = Longitude céleste				
5	Etoile N°	Désignation astronomique	α (degrés et mn)	δ (mm)	δ (degrés et mn)	α (degrés et mn)	δ (degrés et mn)	Calculée sur l'astrolabe	Calculée sur la table de 1982	Ecart en degrés et 100e de degré	Ecart en années 71,64 ans par degré	Date de l'astrolabe
6			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	6	α TAURI	64,30	37,0	15,53	68,30	16,0	65,01	68,57	3,93	282	1700
8	7	α AURIGAE	71,20	19,7	46,12	78,45	46,0	75,49	81,11	5,36	384	1598
9	8	β ORIONIS	74,30	55,5	-7,07	78,15	-8,0	71,53	76,13	4,34	311	1671
10	10	α ORIONIS	84,00	43,5	6,48	88,30	7,0	83,46	88,07	4,35	312	1670
11	11	α CANIS Majoris (Sirius)	97,30	64,0	-15,07	101,00	-17,0	-81,09	-76,14	4,92	353	1629
12	12	α CANIS Minoris (Procyon)	110,20	44,0	6,09	114,30	5,0	-69,10	-64,50	4,33	310	1672
13	14	α HYDRAE	138,00	55,0	-6,36	141,30	-9,0	-37,31	-33,19	4,20	301	1681
14	15	α LEONIS	146,30	40,0	11,33	151,45	12,0	-35,21	-30,56	4,42	316	1666
15	16	α URSAE Majoris	159,30	12,2	62,02	165,30	62,0	-48,60	-45,29	3,51	252	1730
16	18	γ CORVI	178,30	63,5	-14,41	183,30	-17,0	4,07	9,48	5,69	408	1574
17	19	α VIRGINIS (Spica)	196,40	57,0	-8,38	201,00	-11,0	18,07	23,31	5,39	386	1596
18	20	α BOOTIS	208,30	34,5	19,42	213,30	19,0	18,28	23,34	5,11	366	1616
19	21	α CORONAE BOREALIS	229,00	30,0	27,03	233,30	27,0	36,44	41,35	4,85	348	1634
20	23	α SCORPII	243,00	75,5	-24,02	247,00	-26,0	65,28	69,23	3,92	280	1702
21	24	α OPHIUCHI	260,00	39,0	12,58	263,30	13,0	77,59	81,45	3,76	269	1713
22	25	α LYRAE	276,30	23,5	38,45	279,00	39,0	-79,48	-75,00	4,80	344	1638
23	27	α AQUILAE (Altair)	293,40	43,0	7,28	297,15	9,0	-63,33	-58,52	4,68	336	1646
24	28	α CYGNI	309,00	21,5	42,37	310,00	45,0	-29,12	-25,22	3,84	275	1707
25	29	ϵ PEGASI	322,00	42,0	8,48	325,45	10,0	-32,45	-28,50	3,91	280	1702
26												
27											MOYENNE	1661

1.23. Datation d'un astrolabe selon les longitudes célestes (2eme partie)

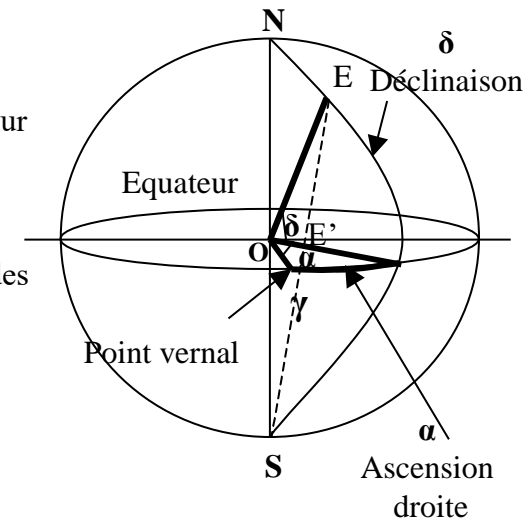
Colonne 2

Cette valeur correspond en mm à la projection de la déclinaison de l'étoile sur le plan de l'équateur et sur le rayon de son ascension droite. Elle peut être mesurée sur l'araignée à partir du centre de l'astrolabe avec un compas à pointes sèches dont on reporte l'ouverture sur une règle graduée.

Sur la figure ci-contre, la projection de cette déclinaison est le segment OE'.

Sur un astrolabe septentrional, les étoiles qui sont repérées au dessous du plan de l'équateur ont des projections stéréographiques de leurs déclinaisons qui sont supérieures au rayon de l'équateur.

Les étoiles qui sont situées dans le plan de l'équateur ont une déclinaison nulle et une projection de leur déclinaison égale au rayon de l'équateur et enfin, celles situées au-dessus ont une projection inférieure au rayon de l'équateur.



Colonne 3

En faisant une coupe de la sphère par le plan de l'ascension droite contenant E, on obtient la coupe ci-contre. On a : angle NOE = $90^\circ - \delta$ et angle OSE' = $\frac{1}{2}(90^\circ - \delta)$ car par construction c'est la moitié de l'angle au centre NOE. D'où : $OE'/OS = \tan(1/2(90^\circ - \delta))$

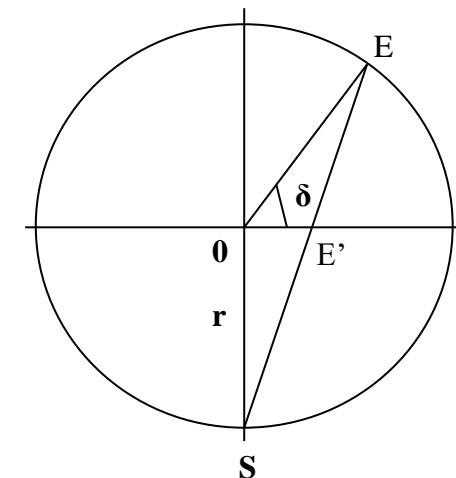
et $OE' = r \tan(1/2(90^\circ - \delta))$ soit $\delta = 90^\circ - 2 \arctan(OE'/r)$.

C'est la formule utilisée pour calculer δ en degrés à partir du relevé de la distance OE' sur l'astrolabe.

Si OE' est inférieure à r, la déclinaison δ est positive,

Si OE' est supérieure à r, la déclinaison δ est négative,

Si OE' = r, la déclinaison δ est nulle.



Colonnes 4 et 5

Il s'agit simplement du report des valeurs trouvées pour l'ascension droite et la déclinaison dans le **Nautical Almanach de 1982** auquel on va se référer.

1.24. Datation d'un astrolabe selon les longitudes célestes (3eme partie)

Colonnes 6 et 7

La longitude céleste **L** (mesurée le long de l'écliptique et non de l'équateur) suit le mouvement de précession des équinoxes qui provient du fait que le point d'entrée du soleil dans le signe du Bélier se décale de 50'' et 25 centièmes de seconde tous les ans, soit environ 1° tous les 71,64 ans.

Il suffit donc de calculer cette longitude céleste à partir des coordonnées équatoriales (ascension droite et déclinaison) relevées sur l'astrolabe d'une part (colonne 6) puis d'en effectuer le calcul à partir des coordonnées équatoriales données par la table de référence d'autre part (colonne 7).

La formule de calcul de la longitude céleste est : $L = \arctan \left[\frac{(\sin \alpha \cos \varepsilon + \tan \delta \sin \varepsilon)}{\cos \alpha} \right]$
avec ε = angle de l'écliptique avec l'équateur = 23°27', α = ascension droite et δ = déclinaison.

La démonstration de cette formule se trouve au chapitre 2.

La comparaison des deux valeurs ainsi obtenues pour chaque étoile permet de calculer un écart en années et d'en déduire une date de fabrication de l'astrolabe.

Colonnes 8, 9 et 10

La colonne 8 indique la valeur absolue de l'écart en degrés et minutes entre les valeurs situées dans les colonnes 6 et 7 et calculées précédemment. La colonne 9 donne la conversion de cet écart en années sachant qu'à un degré d'angle correspond 71,64 ans et la colonne 10 donne la date de fabrication de l'astrolabe en faisant l'opération (1982 - valeur de la colonne 9).

En prenant la moyenne des années, on obtient une date approximative de la fabrication de cet astrolabe.

C'est une date approximative compte tenu de la précision des tables qui servaient de référence à la construction des astrolabes de l'époque. Néanmoins, comme ce calcul porte sur 19 étoiles, sa validité statistique peut être retenue.

Dans l'exemple, ce processus de datation par les longitudes célestes donne l'année 1661 pour l'astrolabe d'ABD-AL-A-IMMAH.

Cette date doit être corroborée par d'autres méthodes que nous allons décrire.

1.25. Datation d'un astrolabe selon les ascensions droites et table des taux d'augmentation des ascensions droites (06)

Comparaison des ascensions droites

4 étoiles ont été retenues dont on possédait les taux d'augmentation des ascensions droites. Ces taux sont en effet différents selon les étoiles et correspondent au temps nécessaire en années pour une augmentation de 1° de leur ascension droite.

Ce sont ceux connus en faisant référence à la table de 1937 du Nautical Almanach et dont les extraits sont indiqués page 144 de H. Michel [3].

La table (06) ci-dessous en donne les valeurs.

La date de fabrication moyenne selon ce processus d'analyse est égale à 1656.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	(06)TAUX D'AUGMENTATON DES ASCENSIONS DROITES									
2	N° de l'étoile	Désignation astronomique	Nom commun	Ascension droite en 1937	Ascension droite relevée sur l'astrolabe	Ecart en degrés et mn		Taux (temps nécessaire pour une augmentation de 1° en années)	Ecart en années	Année de fabrication de l'astrolabe
3						degrés	mn			
4	11	α Canis Majoris	SIRIUS	100°30'	97°30'	3	0	92,3	277	1 660
5	12	α Canis Minoris	PROCYON	114°00'	110°20'	3	40	77,4	284	1 653
6	19	α Virginis	SPICA	200°30'	196°40'	3	50	75	288	1 650
7	27	α Aquilae	ALTAÏR	297°00'	293°40'	3	20	82,8	276	1 661
8										
9									Moyenne	1 656

1.26. Datation d'un astrolabe selon les médiations

Comparaison des médiations

Colonne 1

La médiation suit le mouvement de précession des équinoxes comme la longitude céleste à raison de 50'' et 25 centièmes de seconde par an.

La médiation est le degré de l'écliptique par lequel passe le plan du méridien de l'étoile. Elle est mesurée par un angle calculé à partir du point 0° du signe du Zodiaque dans lequel s'effectue l'intersection du plan méridien avec l'écliptique. Ce point d'intersection a la même ascension droite que l'étoile. Pour faire le relevé de la médiation sur l'astrolabe, il suffit de tracer sur une photographie ou photocopie de l'araignée une ligne fictive qui passe par le centre de l'araignée et par l'extrémité de la flamèche qui porte l'étoile considérée. Cette ligne fictive coupe l'écliptique sur une graduation d'un des signes du Zodiaque qui indique la médiation cherchée. Si cette ligne est prolongée jusqu'au limbe, elle indique également l'ascension droite de l'étoile au point où elle coupe le limbe.

Ici, l'étoile considérée a une médiation égale à 18° dans le signe du Lion (angle AOB) et son ascension droite est de 138° (voir figure ci-contre).

En pratique, si l'on ne possède pas de photocopie ou photographie précise de l'araignée, le relevé peut se faire de la manière suivante :

amener le repère de l'étoile sur le diamètre est-ouest de l'équateur gravé sur le tympan et, dans cette position, repérer sur l'écliptique la graduation du signe du Zodiaque interceptée par le diamètre est-ouest de l'équateur.

C'est la médiation.

Colonne 2 (cf table des médiations)

C'est le report de la valeur de la médiation extraite de la table de F. Saminati reproduite dans H. Michel page 146. Cette table a été établie pour l'année 1602.

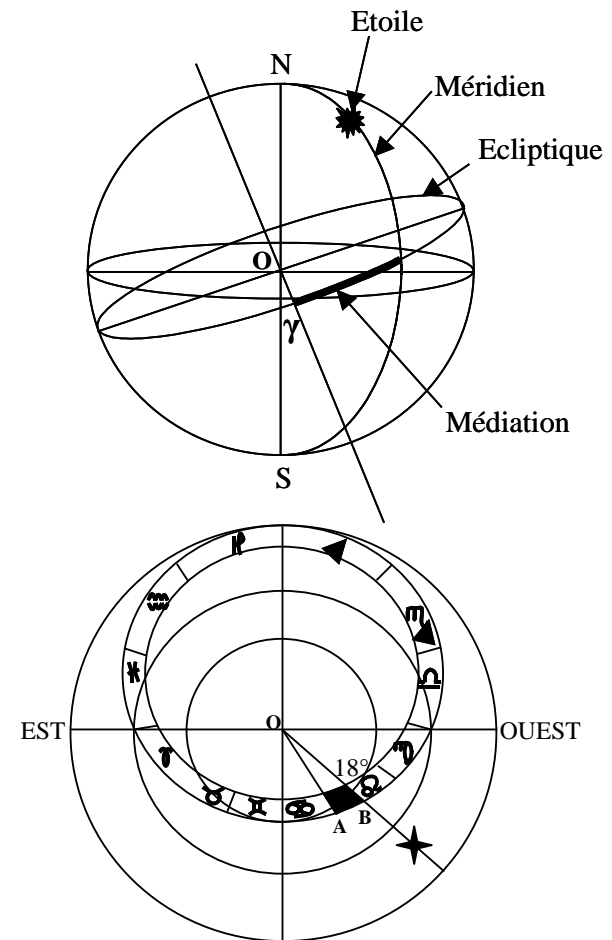
Colonnes 3 et 4

Ces colonnes indiquent pour chaque étoile les écarts entre les colonnes 1 et 2 en degrés, minutes et en années.

Colonne 5

A partir de l'écart de la colonne 4, il est possible de calculer la date de la fabrication de l'astrolabe en ajoutant à cet écart l'année 1602.















La moyenne situe la date de fabrication en année 1662.



1.27. Table des médiations pour datation (07)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	TABLE DES MEDIATIONS POUR DATATION									
2										
3	N° de l'étoile	Désignation astronomique	Médiation relevée sur l'astrolabe		Médiation donnée par la table de 1602		Ecart en degrés et mn		Ecart en années	Date de fabrication de l'astrolabe
4			1		2		3		4	5
5			Signe	Degrés	Signe	Degrés	Degrés	mn		
6	4	β Persei		14°00'		13°24'	0	36	43	1645
7	6	α Tauri		6°00'		5°03'	0	57	68	1670
8	7	α Aurigae		14°00'		13°31'	0	29	35	1637
9	8	β Orionis		15°30'		14°38'	0	52	62	1664
10	10	α Orionis		25°00'		24°12'	0	48	57	1659
11	11	α Canis Majoris		7°00'		6°43'	0	17	20	1622
12	12	α Canis Minoris		18°30'		18°19'	0	11	13	1615
13	14	α Hydrae		15°30'		14°51'	0	39	47	1649
14	15	α Léonis		25°00'		24°00'	1	0	72	1674
15	16	α Ursae Majoris		7°30'		6°32'	0	58	69	1671
16	18	γ Corvi		28°00'		26°55'	1	5	78	1680
17	19	α Virginis		18°30'		17°15'	1	15	90	1692
18	20	α Bootis		2°00'		1°33'	0	27	32	1634
19	21	α Coronae Borealis		22°00'		21°33'	0	27	32	1634
20	23	α Scorpïi		4°30'		3°19'	1	11	85	1687
21	24	α Ophiuchi		21°00'		19°32'	1	28	105	1707
22	25	α Lyrae		6°20'		4°50'	1	10	84	1686
23	27	α Aquilae		21°30'		20°26'	1	4	76	1678
24	28	α Cygni		6°30'		5°01'	1	29	106	1708
25	29	ε Pegasi		19°30'		19°18'	0	12	14	1616
26	31	β Pegasi		10°30'		9°26'	1	4	76	1678
27										
28									Moyenne	1662

1.28. Datation d'un astrolabe : table de comparaison des ascensions droites avec une autre araignée (08)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	(08) TABLE DES MEDIATIONS COMPAREES AVEC CELLES D'UNE AUTRE ARAIGNEE									
2										
3	N° de l'étoile	Désignation astronomique	Médiation relevée sur l'astrolabe		Médiation relevée sur la photocopie de l'araignée de 1715		Ecart en degrés et mn		Ecart en années	Date de fabrication de l'astrolabe
4			Signe	Degrés	Signe	Degrés	Degrés	mn		
5	16	α Ursae Majoris		7°30'		8°00'	0	30	36	1679
6	18	γ Corvi		28°00'		28°40'	0	40	48	1667
7	21	α Coronae Borealis		22°00'		23°00'	1	0	72	1643
8	23	α Scorpii		4°30'		5°30'	1	0	72	1643
9	24	α Ophiuchi		21°00'		21°30'	0	30	36	1679
10	27	α Aquilae		21°30'		22°20'	0	40	48	1667
11	29	ε Pegasi		19°30'		20°20'	0	50	60	1662
12										
13									Moyenne	1663

La photocopie de l'araignée dont nous disposons est celle présentée dans les ouvrages ([6] page 189 et 190) et ([9] page 369, N° 1039). Elle date de 1715 et est quasiment identique à celle de l'astrolabe étudié. Seules manquent les étoiles n°s 9 et 13. Son diamètre est de 161 mm et elle est au Musée National Maritime de Greenwich.

L'analyse de la position des étoiles sur cette photocopie indique un décalage moyen dans leur médiation de l'ordre de 30' à 1° par rapport à celle de l'astrolabe étudié (voir table ci-dessus), c'est à dire environ (45'/60') x 71,64 ans ce qui en situe la date de fabrication 52 à 53 ans plus tôt. **La moyenne calculée sur les années donne de nouveau une date proche de 1663.**

Nous n'avons retenu dans cette comparaison que les étoiles pour lesquelles la médiation était clairement identifiable sur la photocopie de l'araignée présentée dans l'article de Mrs King, Gingerich et Saliba. Ces étoiles sont au nombre de 7.

1.29. Analyse statistique de la datation et conclusion du chapitre 1

Les 4 méthodes utilisées pour dater l'araignée de l'astrolabe ont permis de calculer 51 valeurs :

19 valeurs par les longitudes célestes, 4 valeurs par les ascensions droites, 21 valeurs par les médiations et 7 valeurs par la comparaison des médiations avec une autre araignée.

La moyenne m de cet échantillon donne : 1661.

L'écart type σ de cette distribution ressort à 32 années

(voir table de calcul de la moyenne et de l'écart type des dates de fabrication (09)).

La précision de la mesure est : $y\% = (2 \sigma) / (m \times (n)^{1/2}) = 0,53 \%$.

35 valeurs sur 51 tombent entre 1629 et 1693, soit 68 % d'entre elles.

43 valeurs sur 51 tombent avant 1693, soit 84 % d'entre elles.

La conclusion est :

- a) que l'araignée est authentique et très précisément gravée et résulte du travail d'un expert,**
- b) qu'elle a été calculée et gravée par l'atelier d'ABD-AL-A-IMMAH,**
- c) qu'il existe 68% de chances pour que la date de fabrication soit située entre 1629 et 1693,**
- d) qu'il existe 84% de chances pour que la date de fabrication soit antérieure à 1693,**
- e) que cette araignée est probablement l'une des plus anciennes connues d'ABD-AL-A-IMMAH.**

CHAPITRE 2 : PRINCIPES, EQUATIONS ET TRACES DE L'ASTROLABE

2.1. Principaux mécanismes et repères de la voûte céleste

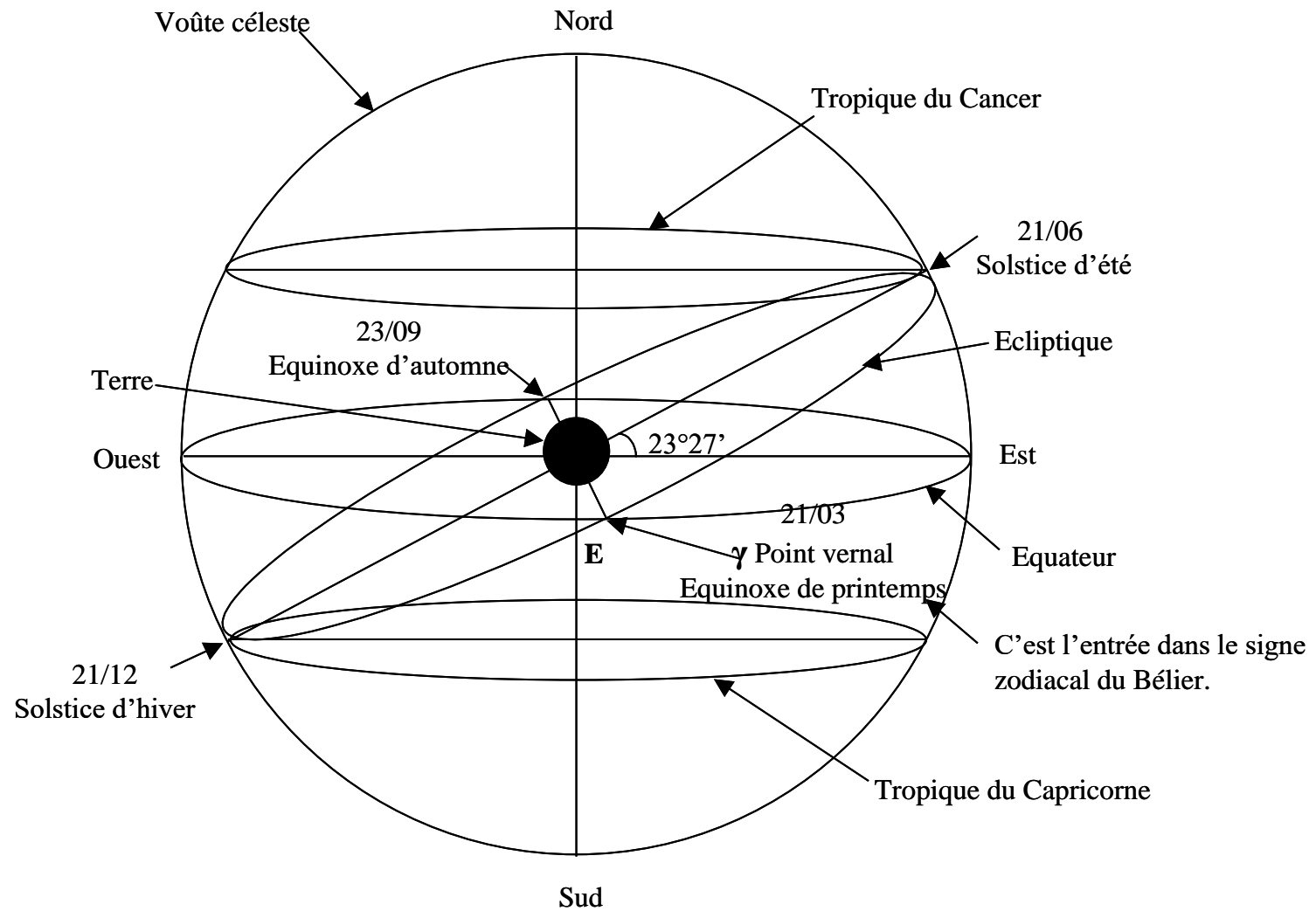
La terre effectue une révolution en un an autour du soleil selon une orbite ellipsoïdale dont le mouvement est illustré sur les schémas qui suivent. En même temps que la terre effectue cette révolution dans les sens inverse des aiguilles d'une montre autour du soleil, elle tourne aussi sur elle même en 24 heures.

Un observateur situé à la surface de la terre voit le soleil décrire un mouvement apparent selon une trajectoire annuelle appelée écliptique.

L'axe de rotation de la terre qui joint les pôles Nord et Sud est incliné de $23^{\circ}27'$ par rapport au plan de sa révolution.

C'est cette inclinaison constante qui est la cause du changement des saisons et de la longueur variable du jour comme le montre l'une des figures suivantes.

2.2. Les saisons (1ere partie)



2.3. Les saisons (2eme partie)

A = 21 Mars

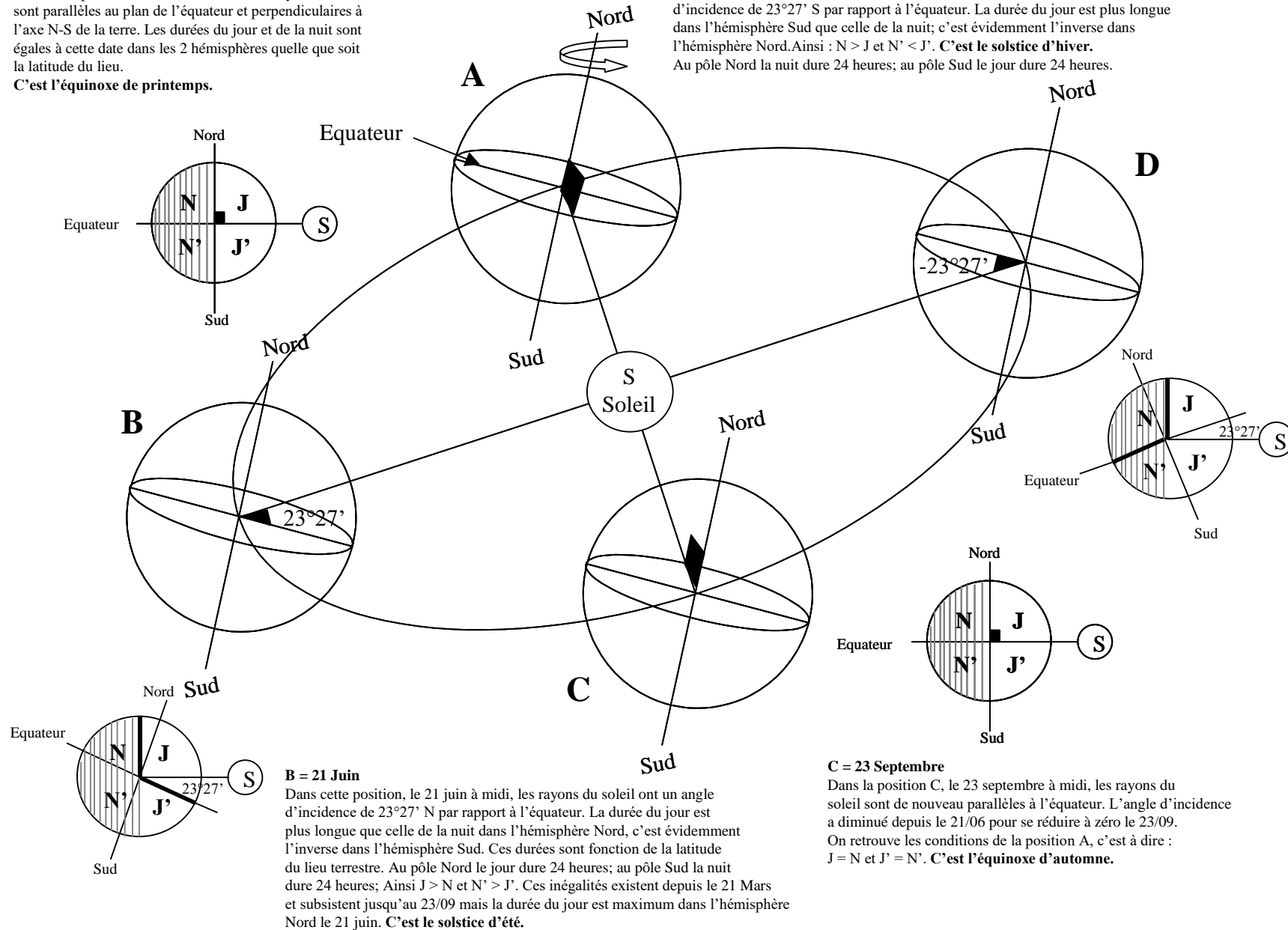
Dans cette position, le 21 Mars à midi, les rayons du soleil sont parallèles au plan de l'équateur et perpendiculaires à l'axe N-S de la terre. Les durées du jour et de la nuit sont égales à cette date dans les 2 hémisphères quelle que soit la latitude du lieu.

C'est l'équinoxe de printemps.

D = 21 Décembre

Dans cette position, le 21 Décembre à midi, les rayons du soleil ont un angle d'incidence de $23^{\circ}27'$ S par rapport à l'équateur. La durée du jour est plus longue dans l'hémisphère Sud que celle de la nuit; c'est évidemment l'inverse dans l'hémisphère Nord. Ainsi : $N > J$ et $N' < J'$. **C'est le solstice d'hiver.**

Au pôle Nord la nuit dure 24 heures; au pôle Sud le jour dure 24 heures.



2.4. Systèmes de coordonnées

COORDONNEES HORIZONTALES

Ce sont les coordonnées repères de la voûte céleste liées à l'horizon de l'observateur, observateur situé à la surface de la terre et qui regarde vers le zénith.

Ces coordonnées sont l'almucantar (parallèle à l'horizon) et l'azimut (méridien). Almucantar vient de l'arabe al-moghantarah qui signifie « Arche de pont » et Azimut de l'arabe azimuth-al-samte qui signifie le « grand cercle de direction ».

Almucantar : cercle d'égale altitude parallèle à l'horizon. L'angle SOB donne la mesure de l'altitude de l'almucantar (angle donnant la hauteur de l'astre).

Azimut : cercle d'égale longitude passant par l'axe zénith-nadir (angle donnant la direction de l'astre). La mesure de l'azimut dans le plan de l'horizon est faite à partir du point dit « Midi », point où le méridien du lieu d'observation coupe l'horizon.

Ici, c'est le point M. Sa mesure est l'angle MOB.

Ces deux réseaux de cercles sont projetés stéréographiquement pour une latitude donnée sur le tympan et servent de point de départ aux mesures effectuées avec l'astrolabe et ce sont les coordonnées qu'ils représentent qui sont les seules directement accessibles à l'observateur.

L'une des difficultés est que ces coordonnées pour un même astre changent avec le lieu d'observation. En effet, si deux observateurs sont placés en des points différents de la surface du globe terrestre, ils observeront des horizons différents et mesureront donc des azimuts et des almucantars différents.

Ces deux observations ne sont comparables entre elles que si nous savons ramener leurs mesures à des repères communs.

Il a été choisi comme coordonnées universelles les coordonnées équatoriales : ascension droite et déclinaison de l'astre mesurées dans le plan de l'équateur.

COORDONNEES EQUATORIALES

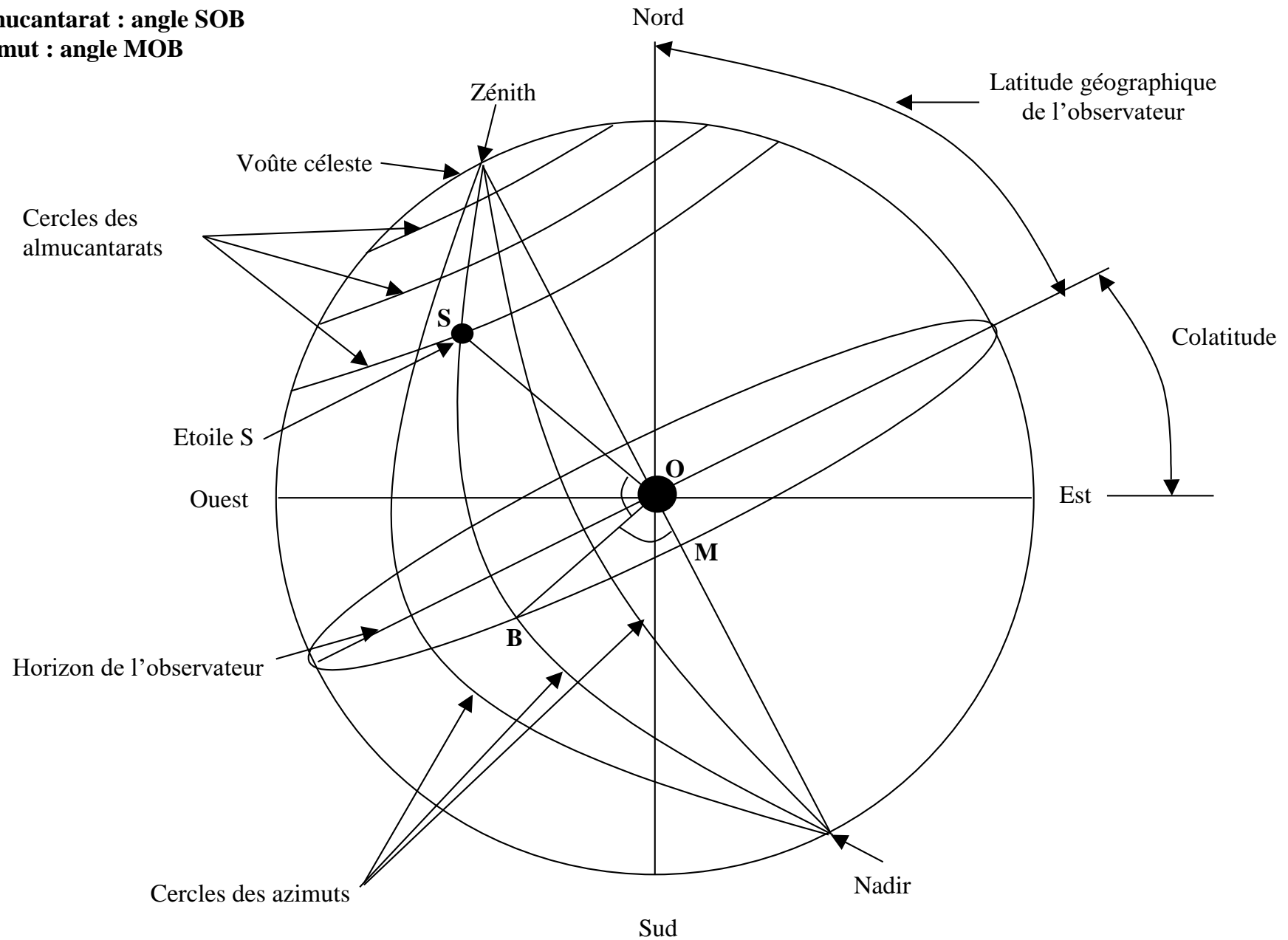
δ = déclinaison : elle est mesurée sur le méridien qui passe par l'astre (>0 au nord de l'équateur, <0 au sud de l'équateur). Ici, il s'agit de l'angle SOA.

α = ascension droite : elle se mesure le long de l'équateur à partir du point vernal dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens direct). Ici, il s'agit de l'angle γOA .

2.5. Coordonnées horizontales

Almucantarats : angle SOB

Azimut : angle MOB



2.6. Coordonnées équatoriales, écliptiques et obliques

Coordonnées équatoriales (système utilisé du XVII^{ème} siècle à nos jours, depuis les lunettes astronomiques)

Déclinaison : angle **AOS** dans le plan du méridien

Ascension droite : angle **γ OA** dans le plan de l'équateur

Coordonnées écliptiques

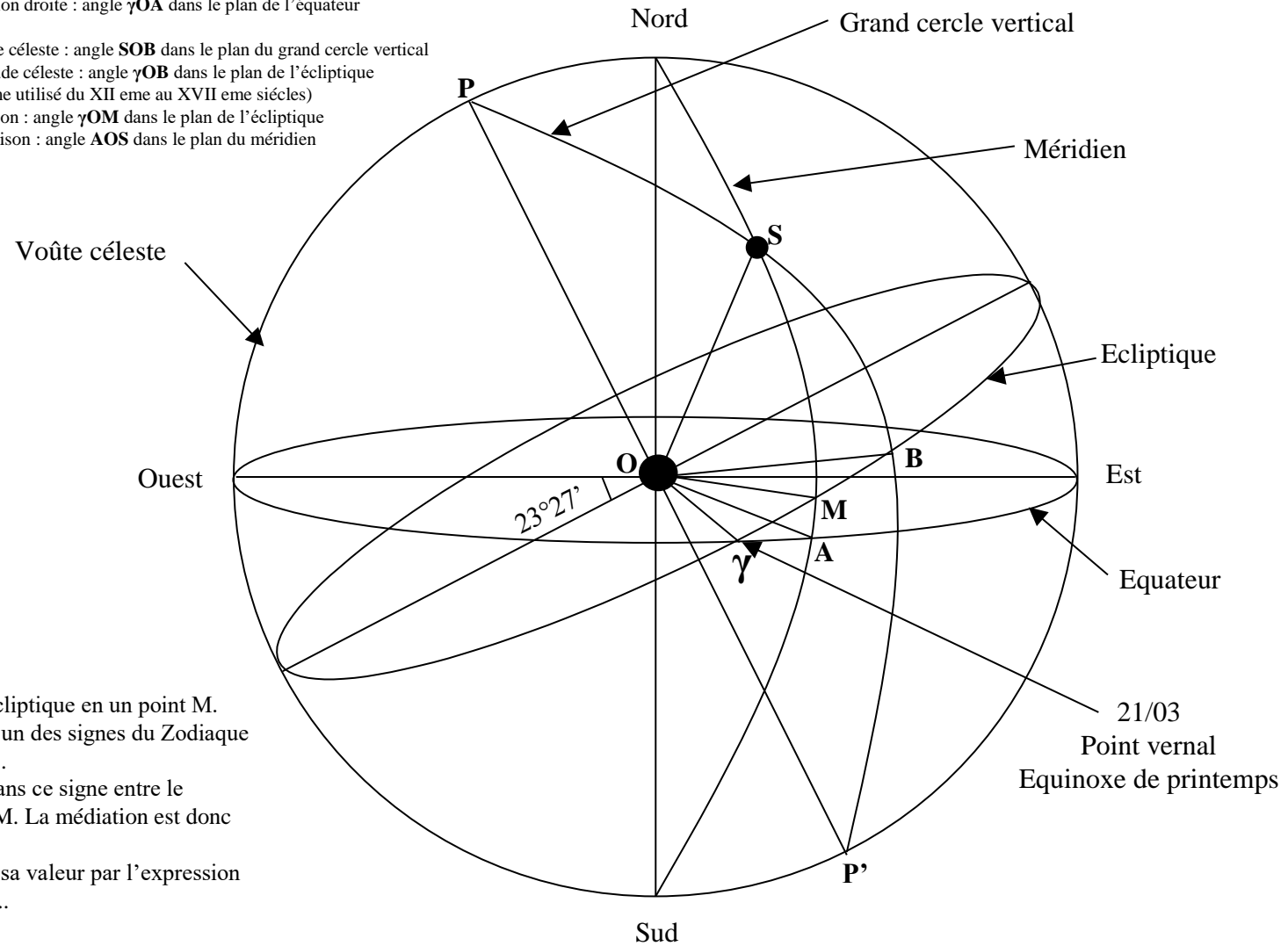
Latitude céleste : angle **SOB** dans le plan du grand cercle vertical

Longitude céleste : angle **γ OB** dans le plan de l'écliptique

Coordonnées obliques (système utilisé du XII^{ème} au XVII^{ème} siècles)

Médiation : angle **γ OM** dans le plan de l'écliptique

Déclinaison : angle **AOS** dans le plan du méridien



Le méridien intercepte l'écliptique en un point M.
Ce point M se situe dans l'un des signes du Zodiaque dont les angles sont de 30° .
La médiation est l'angle dans ce signe entre le début du signe et le point M. La médiation est donc toujours inférieure à 30° .
On indiquera par exemple sa valeur par l'expression Bélier 18° ou Lion 15° etc..

P et P' : pôles de l'écliptique

2.7. Principe de base de l'astrolabe

Comme il a été indiqué, le problème à résoudre consiste à transformer les coordonnées horizontales en coordonnées équatoriales. C'est le problème majeur que permet de résoudre l'astrolabe à l'aide de la projection stéréographique qui préside à sa construction.

La projection stéréographique va permettre de projeter les repères de coordonnées horizontales et équatoriales sur un même plan, celui de l'équateur, en conservant le rapport des angles et ainsi en créant un repère commun.

Le système de coordonnées horizontales est lié à la latitude de l'observateur à la surface du globe terrestre.

Il faudra donc créer autant de projections que de latitudes auxquelles on souhaite utiliser l'astrolabe.

Pour chaque latitude est donc créée une plaque (un tympan) sur laquelle sont projetés et gravés, dans le plan de l'équateur, les réseaux d'almucantarats et d'azimuts qui sont les coordonnées horizontales. C'est l'ensemble de ces tympan qui détermine la zone géographique dans laquelle l'astrolabe est utilisable. Certains astrolabes en possèdent jusqu'à 12. Rien n'empêchait d'ailleurs certains facteurs d'en fabriquer plusieurs jeux que l'on pouvait remplacer dans l'astrolabe en fonction de la latitude à laquelle l'observateur se situait au cours de ses déplacements, mais il est très rare de trouver des astrolabes doté de plusieurs jeux de tympan.

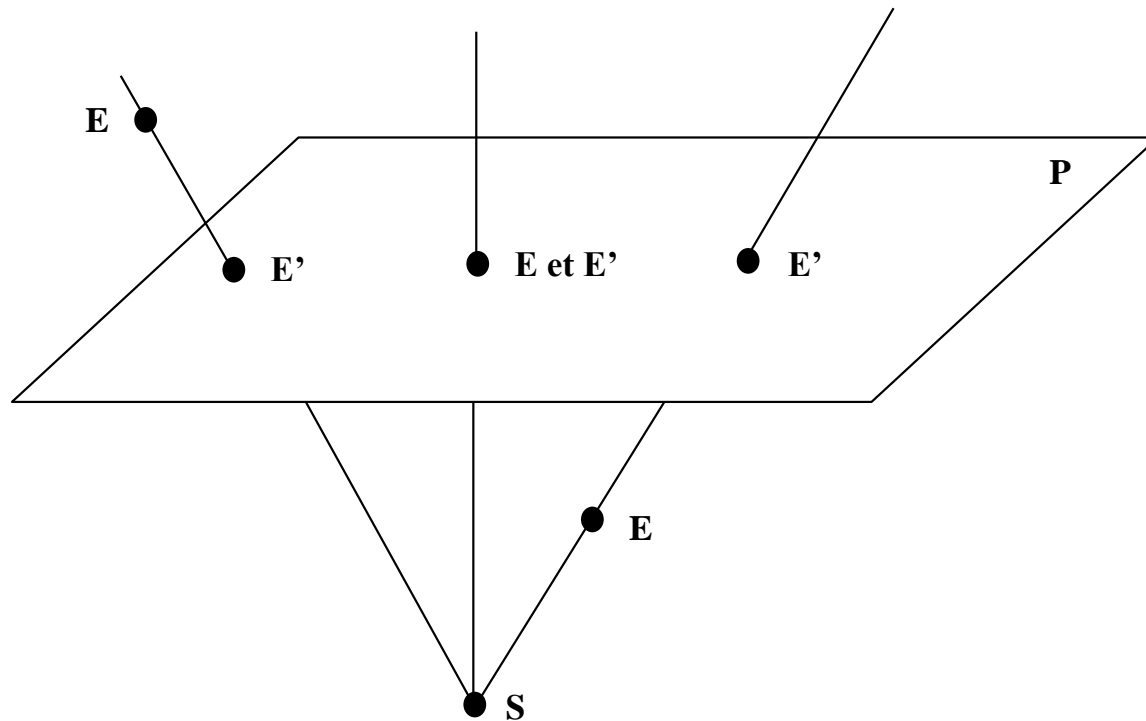
Par ailleurs, les points de la voûte céleste et notamment les étoiles de brillance significative sont projetés sur le plan de l'équateur et rendus solidaires de l'écliptique qui, elle-même, est projetée sur ce plan.

Ainsi, le soleil qui parcourt virtuellement l'écliptique entraîne dans sa course tous les points de la voûte céleste qui vont se déplacer par rapport au système de coordonnées horizontales de l'observateur situé à une latitude donnée.

La projection de l'écliptique est inscrite dans l'araignée qui supporte les repères des étoiles et qui pivote au dessus du tympan.

2.8. Projection stéréographique

La projection stéréographique d'un point sur un plan s'obtient de la manière indiquée par le graphique ci-dessous. Soient S le centre de projection, P le plan de projection et E le point à projeter sur le plan P . La projection stéréographique E' de E sur le plan P est le point d'intersection de la droite ES avec le plan P .



Trois cas peuvent se présenter comme l'illustre le graphique ci-dessus selon les positions respectives du point E par rapport au plan P . Les pages suivantes montrent comment opère la projection stéréographique pour l'astrolabe.

Dans le cas particulier qui nous intéresse, celui de l'astrolabe septentrional, le plan de projection P est celui de l'équateur, le centre de projection est le pôle Sud de la voûte céleste.

2.9. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (1ere partie)

Les points et cercles remarquables dans cette projection de la voûte céleste sur le plan de l'équateur sont les suivants :

- les extrémités E1 et E2 du diamètre de l'écliptique se projettent en E'1 et E'2,
- les extrémités E1 et K du diamètre du tropique du Capricorne se projettent en E'1 et K'. Le tropique du Capricorne projeté constitue le cercle limite de la zone utile de l'astrolabe. Ceci signifie que les étoiles situées entre le tropique du Capricorne et le pôle Sud ne seront pas représentées sur l'araignée d'un astrolabe septentrional. Ces étoiles ont une déclinaison située au-delà de $-23^{\circ}27'$,
- les extrémités C et E2 du diamètre du tropique du Cancer se projettent en C' et E'2.

Quant aux extrémités Q et Q' du diamètre de l'équateur céleste, elles sont elles-mêmes leurs propres projections puisqu'elles appartiennent au plan de projection.

Les 3 cercles - équateur et les deux tropiques - sont concentriques.

Le cercle de l'écliptique est excentrique et est tangent au point E'1 du cercle du tropique du Capricorne et au point E'2 du cercle du tropique du Cancer.

Les projections stéréographiques des cercles sont des cercles (c'est une des propriétés fondamentale de la projection stéréographique).

La projection stéréographique conserve les angles (voir démonstration de cette propriété ci-dessous).

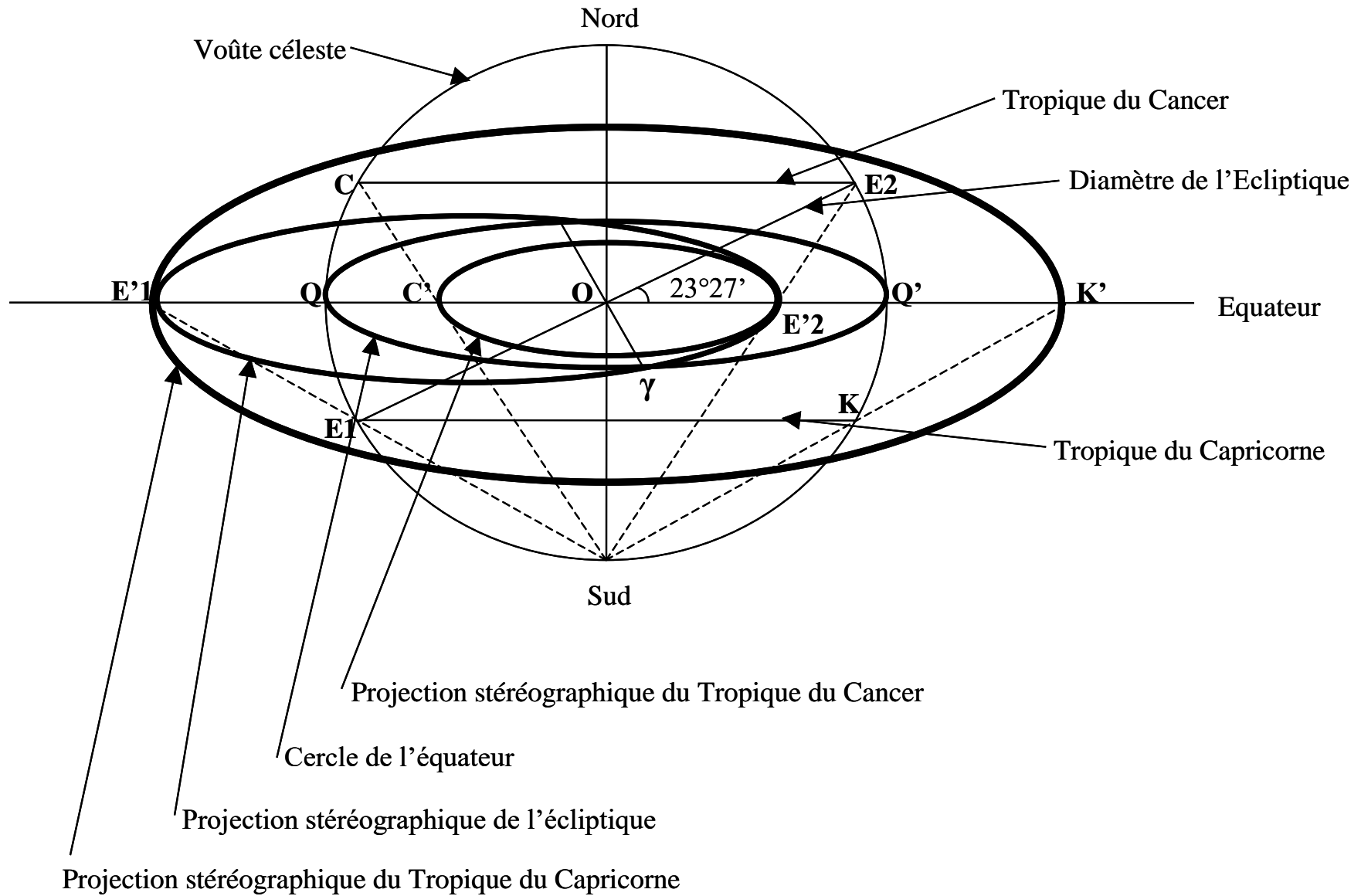
Les **4 cercles fondamentaux** qui sont à la base de la construction de l'astrolabe sont :

L'**écliptique** qui est supportée par l'araignée et 3 autres cercles, à savoir :

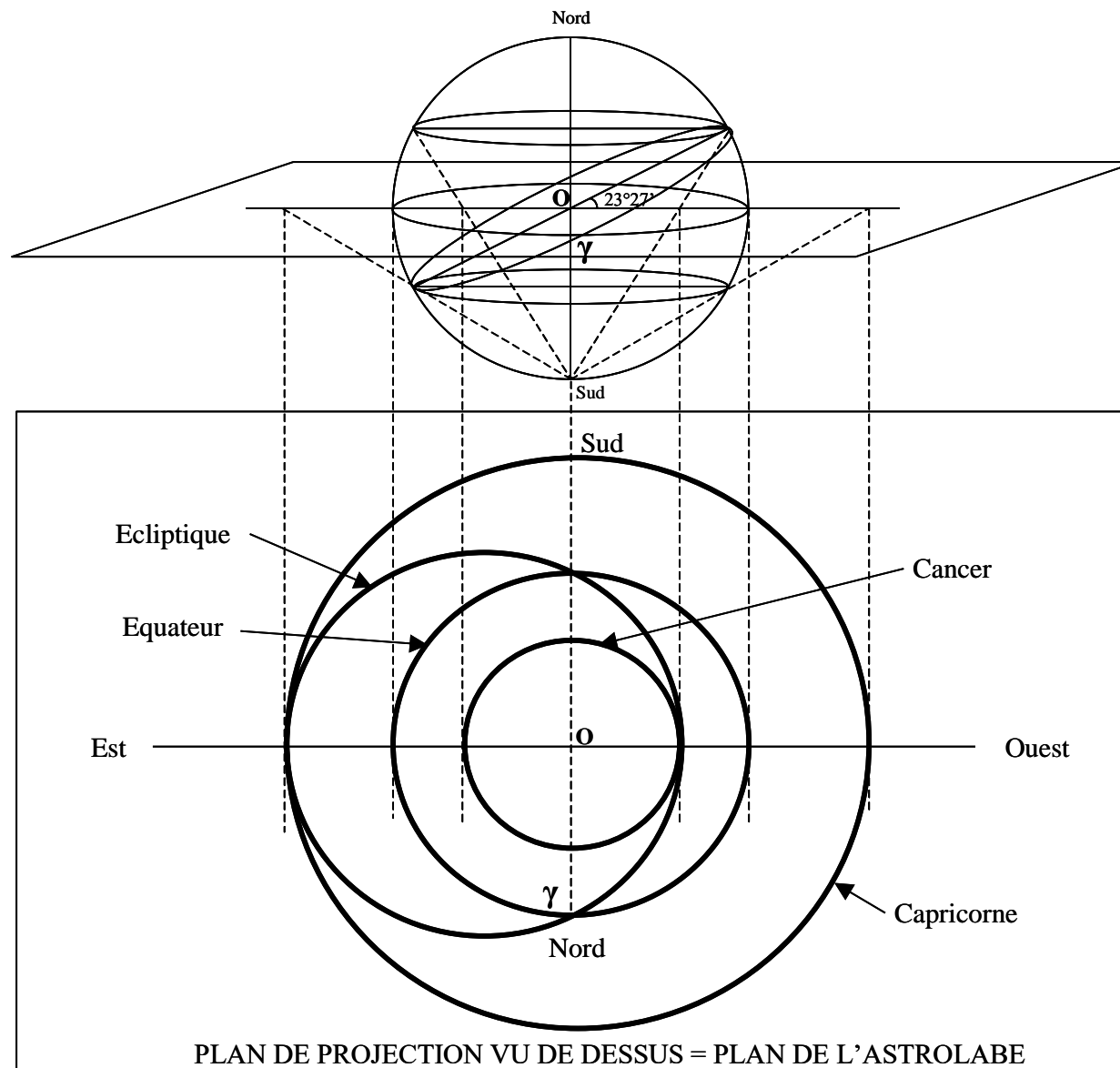
- celui du **tropique du Capricorne**,
- celui du **tropique du Cancer**,
- celui de l'**Equateur**.

Ces 3 derniers cercles sont gravés sur chacun des tympans qui supporteront aussi les réseaux d'almucantarats et d'azimuts calculés en fonction de la latitude pour laquelle est créé le tympan.

2.10. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (2eme partie)



2.11. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (3eme partie)



2.12. Projection stéréographique appliquée à l'astrolabe (4eme partie)

Une fois la projection stéréographique effectuée, l'araignée représente la voûte céleste aplatie par sa projection sur le plan de l'équateur. Par conséquent, lorsqu'un utilisateur regarde l'astrolabe posé à plat, tout se passe comme s'il voyait la voûte céleste de l'extérieur (du dessus) et non pas de l'intérieur comme le verrait un observateur à la surface de la terre.

Sur l'astrolabe, les étoiles sont donc dans une position exactement symétrique et inverse de celle qu'elles occupent sur une carte céleste. Ainsi l'Ouest est à droite, l'Est est à gauche, le Sud près de l'anneau de suspension de l'astrolabe.

Par ailleurs, le mouvement apparent du ciel sur l'astrolabe s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre.

Les longitudes célestes et les ascensions droites progressent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Quant à la projection des réseaux de coordonnées horizontales « almucantarats et azimuts » sur les tympan, la figure de la page 11 montre un tympan ayant reçu cette projection pour une latitude de 38° Nord de manière à illustrer comment se transforment ces réseaux une fois projetés sur le plan de l'équateur. Pour la clarté du dessin, le nombre d'almucantarats et d'azimuts a été limité à 3 de chaque sorte. Les tympan de l'astrolabe étudié dans l'exemple comportent un réseau de 90 almucantarats gradué d' 1° en 1° et un réseau d'azimuts gradué de 5° en 5° . Les facteurs avaient mis au point un abaque de traçage (le destour) donnant les points des courbes d'almucantarats et d'azimuts en coordonnées équatoriales. Le principe de fonctionnement de cet abaque est indiqué plus loin.

2.13. Propriété de conservation des angles : propriété fondamentale

Soit A un point de la sphère céleste. Menons en ce point deux droites tangentes à la sphère. Elles sont dans un plan tangent à la sphère qui coupe le plan de l'équateur P selon l'intersection BC. Soit A' la projection stéréographique du point A sur le plan P. Les tangentes BA et CA se projettent évidemment selon BA' et CA' et l'on doit démontrer que les angles CAB et CA'B sont égaux.

Si l'on considère le plan ABS, il coupe le plan P selon BA'. Indiquons par les lettres D et E les points où la droite BA' coupe le cercle de l'équateur. Ce même plan ABS coupe la sphère céleste selon un petit cercle qui passe par les points A, D, E, S et qui est tangent en A à la droite AB.

On sait que l'angle BAS fait par une corde issue de l'une des extrémités S du diamètre d'un cercle avec la tangente à ce cercle menée par l'autre extrémité A de cette corde est égal à la moitié de l'arc intérieur sous-tendu par cette corde.

Ainsi $\text{angle BAS} = \frac{1}{2} \text{arc AS} = \frac{1}{2}(\text{arc AD} + \text{arc DS})$

Par ailleurs, l'angle BA'A fait par deux cordes (DE et AS) est égal à la demi-somme des arcs interceptés par ces deux cordes.

Ainsi $\text{l'angle BA'A} = \frac{1}{2}(\text{arc AD} + \text{arc SE})$.

Or, les cordes SD et SE sont égales; il en est donc de même des arcs SD et SE, d'où $\text{angle BAS} = \text{angle BA'A}$.

Le triangle ABA' est donc isocèle et $BA=BA'$. De même, on démontrerait que $CA=CA'$.

Par conséquent, les triangles CAB et CA'B sont égaux puisque leurs trois côtés sont égaux. Donc $\text{angle CAB} = \text{angle CA'B}$ (c.q.f.d.).

THEOREME FONDAMENTAL : L'angle formé par deux droites issues d'un même point de la sphère céleste est égal à l'angle formé par leurs projections stéréographiques.

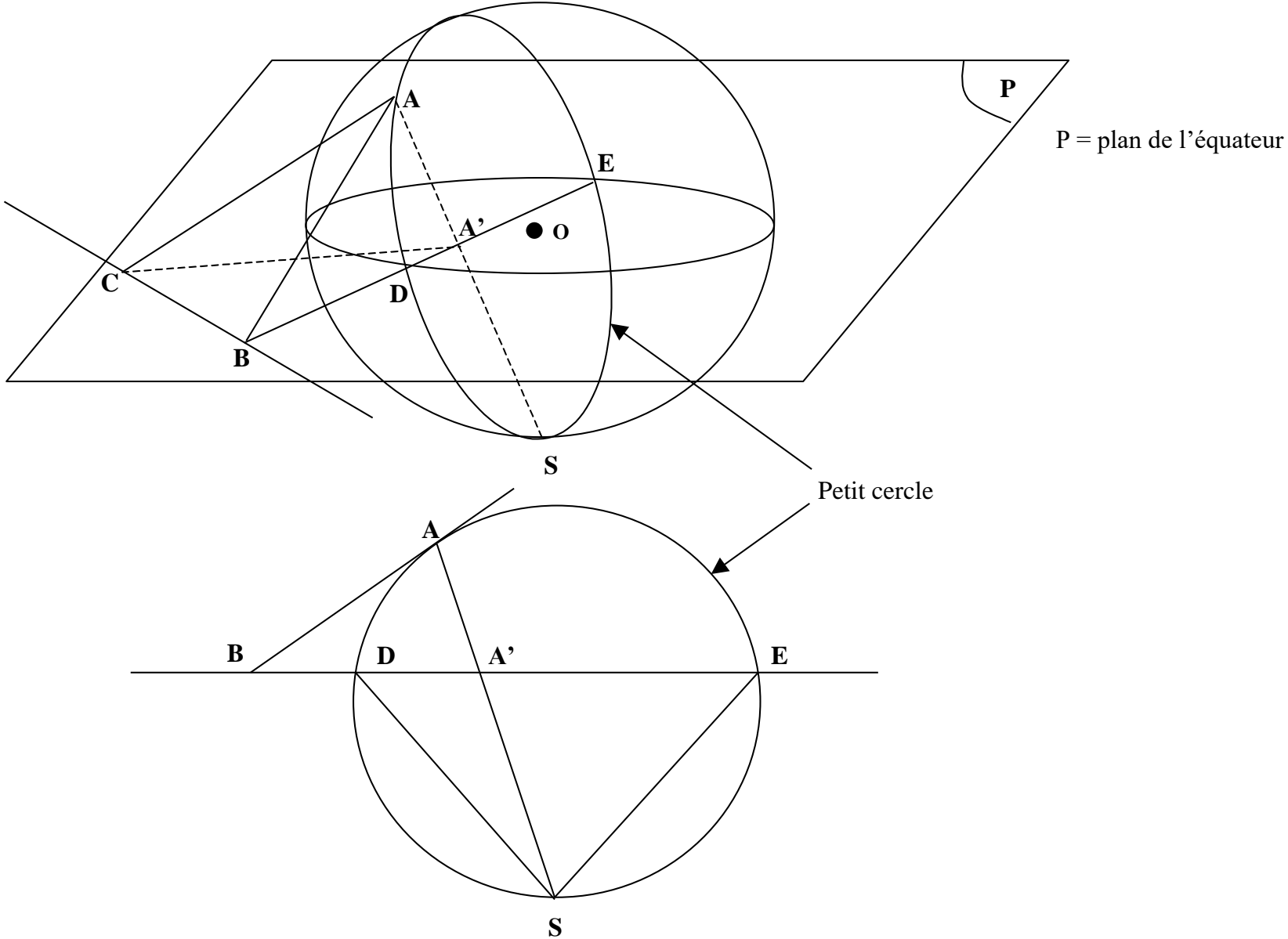
Deux corollaires du théorème fondamental

I La projection stéréographique d'un petit cercle est un cercle qui a pour centre la projection du sommet du cône circonscrit à la sphère le long du petit cercle considéré. **Les almucantarats sont des petits cercles.**

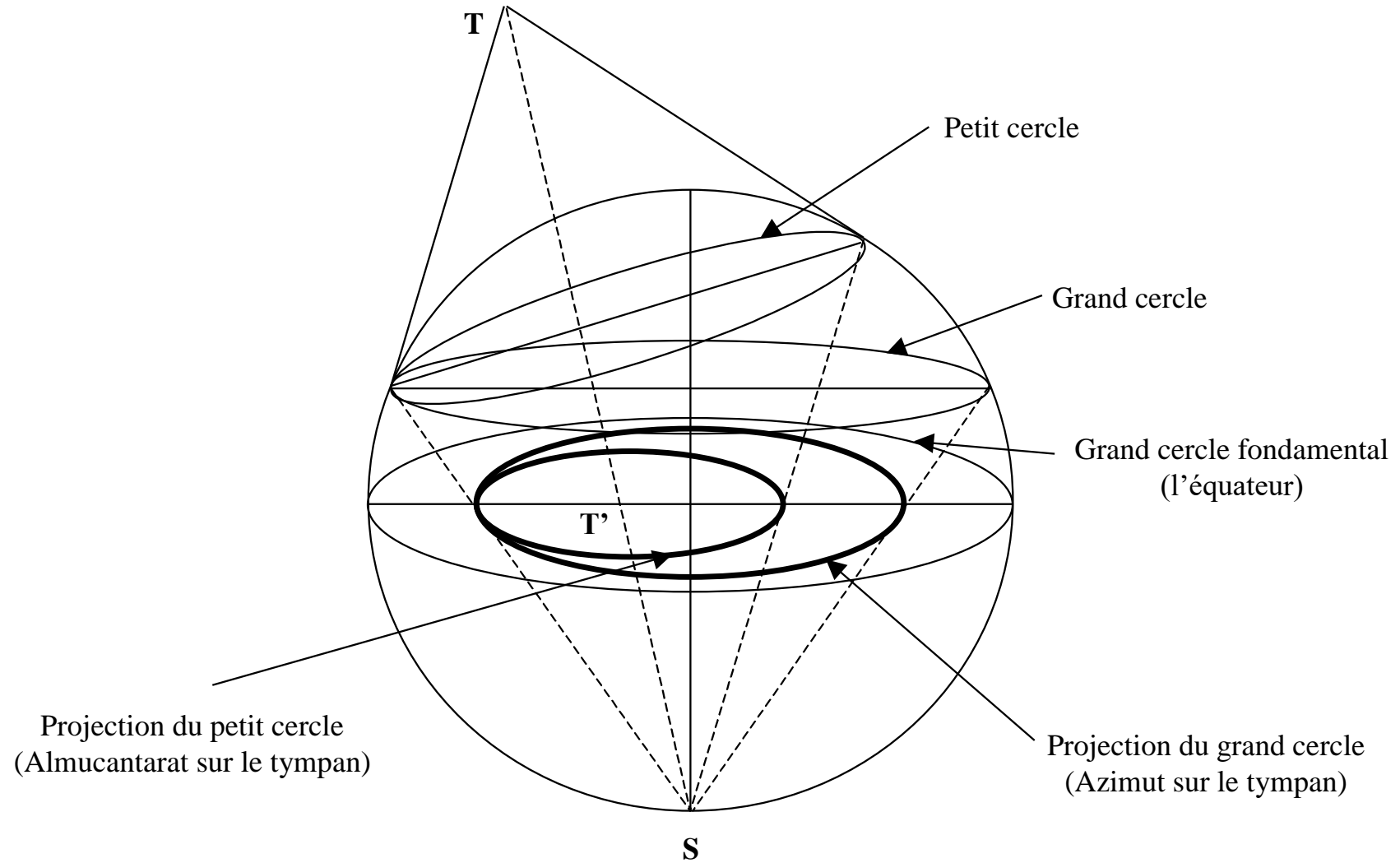
II La projection stéréographique d'un grand cercle est un cercle ayant pour centre le point où la perpendiculaire menée par le centre de projection au plan du grand cercle perce le plan de projection. **Les azimuts sont des grands cercles.**

La projection d'un grand cercle situé dans un plan perpendiculaire au plan de projection est un diamètre du grand cercle fondamental.

2.14. Corollaire 1 du théorème fondamental



2.15. Corollaire 2 du théorème fondamental



2.16. Principe du destour

Pour éviter pratiquement toute épure de construction sur l'astrolabe lui-même, les artisans perses avaient imaginé un instrument auxiliaire appelé DASTUR qui permettait de relever les mesures nécessaires aux tracés. CHARDIN évoque cet instrument lorsqu'il décrit les ateliers des facteurs d'astrolabes lors de son voyage en Perse. Ce DASTUR ou DESTOUR n'est autre qu'un rapporteur spécial d'une trentaine de cm de hauteur sur une dizaine de centimètres de largeur. Un exemple et son calcul sont reproduits aux deux pages suivantes

C'est de la précision de cet instrument que résulte la précision de la gravure de l'astrolabe.

Sa partie supérieure est graduée de 0° à 180° de 5° en 5° . Il n'a été reproduit, pour la clarté du dessin, que les graduations de 10° en 10° .

Sa partie inférieure est graduée de 0° à 90° , (nous avons limité sa graduation à la surface utile compte tenu de l'espace disponible). Les valeurs des angles graduées sur les deux parties du destour sont multipliées par 2 par rapport aux valeurs normales pour améliorer la précision de lecture.

Cet abaque porte plusieurs lignes remarquables dont la ligne dite « ligne des tangentes » perpendiculaire à la ligne angulaire 0° à une distance r du point Q (r = rayon de la projection du cercle de l'équateur).

Cette ligne sert à repérer la position des points A tels que la relation $OA = r \times \tan(\text{angle } AQO)$ soit vérifiée.

Si l'on considère les équations permettant de calculer les distances des points remarquables, elles sont très nombreuses à revêtir cette forme trigonométrique (les artisans perses le savaient !!!).

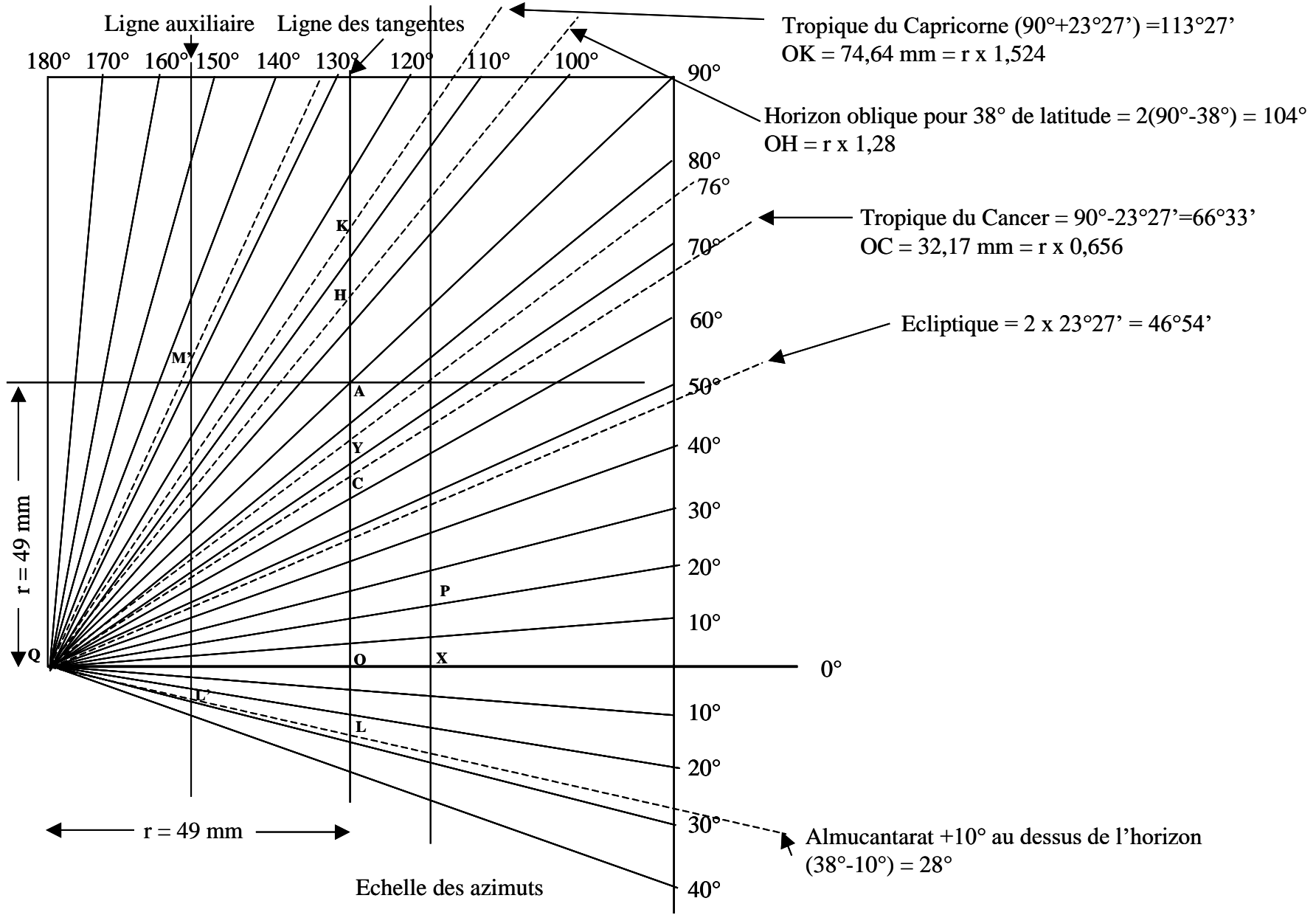
Dans l'exemple que nous considérons, $r = 49$ mm est le rayon du cercle de l'équateur qui a été choisi par ABD AL-A IMMAH lors de la construction de l'astrolabe décrit au chapitre 1 du présent ouvrage. Il est très rare sur les astrolabes que les mesures de base soient des valeurs rondes.

On conçoit également que le rayon des astrolabes était relativement limité à quelques centimètres car au delà d'une certaine valeur de ce rayon, il fallait des destours d'une surface importante.

2.17. Table de calcul des points sur la ligne des tangentes du destour (10)

	A	B	C	D	E	F	G
1	TABLE DE CALCUL DES POINTS A SUR LA LIGNE DES TANGENTES DU DESTOUR						
2	Rayon r de l'équateur = QO (en mm)			49			
3	Angle réel en degrés et minutes		Angle en radians	Tangentes	Angle gradué sur le destour en degrés et minutes (double de l'angle réel)	Distance OA en mm par rapport à O sur la ligne des tangentes	Lignes remarquables du destour
4	degrés	minutes					
5	85		1,484	11,430	170,00	560,07	
6	80		1,396	5,671	160,00	277,89	
7	75		1,309	3,732	150,00	182,87	
8	70		1,222	2,747	140,00	134,63	
9	65		1,134	2,145	130,00	105,08	
10	60		1,047	1,732	120,00	84,87	
11	56	43	0,990	1,523	113,26	74,64	Tropique du capricorne (90°+23°,27')
12	55		0,960	1,428	110,00	69,98	
13	52		0,908	1,280	104,00	62,72	Horizon oblique pour 38° de latitude 2(90°-38°)=104°
14	50		0,873	1,192	100,00	58,40	
15	45		0,785	1,000	90,00	49,00	
16	40		0,698	0,839	80,00	41,12	
17	38		0,663	0,781	76,00	38,28	
18	35		0,611	0,700	70,00	34,31	
19	33	17	0,581	0,656	66,34	32,17	Tropique du cancer (90°-23°27')
20	30		0,524	0,577	60,00	28,29	
21	25		0,436	0,466	50,00	22,85	
22	23	27	0,409	0,434	46,54	21,25	Ecliptique
23	20		0,349	0,364	40,00	17,83	
24	15		0,262	0,268	30,00	13,13	
25	10		0,175	0,176	20,00	8,64	
26	5		0,087	0,087	10,00	4,29	
27	0		0,000	0,000	0,00	0,00	
28	-10		-0,175	-0,176	-20,00	-8,64	
29	-15		-0,262	-0,268	-30,00	-13,13	
30	-20		-0,349	-0,364	-40,00	-17,83	
31	-25		-0,436	-0,466	-50,00	-22,85	
32	-28		-0,489	-0,532	-56,00	-26,05	Almucantar de +10° au dessus de l'horizon (38°-10°)
33	-30		-0,524	-0,577	-60,00	-28,29	
34	-35		-0,611	-0,700	-70,00	-34,31	
35	-40		-0,698	-0,839	-80,00	-41,12	
36	-45		-0,785	-1,000	-90,00	-49,00	

2.18. Abaque du destour



2.19. Tracés sur le tympan à l'aide du destour

L'exemple qui va servir de guide est l'un des tympan de l'astrolabe du chapitre 1 tracé pour une latitude de 38°N . Il va être reconstruit au fur et à mesure des explications.

Tracé de l'équateur

Du centre O du tympan et avec un rayon r égal à QO, on trace un cercle qui sera la projection de l'équateur. Ici $r = 49\text{mm}$.

Tracé du tropique du Capricorne

Sur le destour, la ligne angulaire $113^\circ 27'$ ($90^\circ + 23^\circ 27'$) coupe la ligne des tangentes au point K. Sur le tympan, on trace un cercle de centre O avec un rayon égal à OK qui sera la projection du tropique du Capricorne.

Ce tracé respecte l'équation $OK = r \times \tan \frac{1}{2} (90^\circ + 23^\circ 27') = 74,64 \text{ mm}$.

Tracé du tropique du Cancer

Sur le destour, la ligne angulaire $66^\circ 33'$ ($90^\circ - 23^\circ 27'$) coupe la ligne des tangentes au point C. Sur le tympan, on trace un cercle de centre O avec un rayon égal à OC qui sera la projection du tropique du Cancer.

Ce tracé respecte l'équation $OC = r \times \tan \frac{1}{2} (90^\circ - 23^\circ 27') = 32,17 \text{ mm}$

Tracé du méridien du lieu et de la ligne de 6 heures

La ligne méridienne se projette sur le tympan suivant une droite passant par O et verticale lorsque l'astrolabe est suspendu à son anneau. Le diamètre perpendiculaire à la ligne méridienne et passant par O s'appelle la ligne de 6 heures.

Tracé de l'horizon de l'observateur

La distance polaire correspondante est de $90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$ pour une latitude géographique de 38°N .

On cherche sur le destour le point H où la ligne angulaire $2 \times 52^\circ = 104^\circ$ coupe la ligne des tangentes

et on porte sur la ligne méridienne du tympan

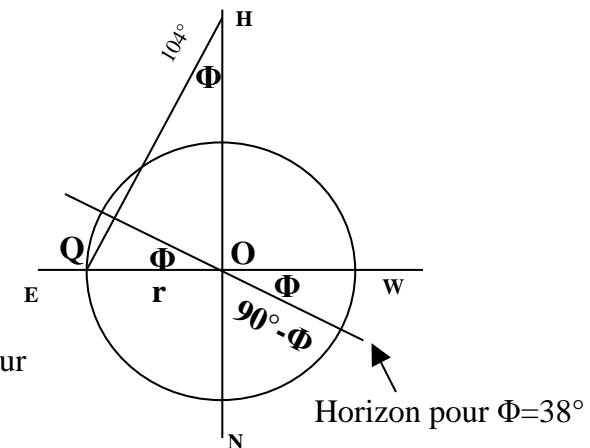
à partir de O la distance OH mesurée sur le destour.

Ce tracé respecte l'équation $OH = r \times \cotg \Phi$ ou $OH = r \times \tan (90^\circ - \Phi)$.

Ici $OH = 62,72 \text{ mm}$.

De H comme centre avec un rayon HE ou HW (E et W étant les points d'intersection du cercle de l'équateur avec la ligne de 6 heures), on trace l'arc de cercle qui coupe l'équateur en E et W. Cet arc est la projection de l'horizon de l'observateur.

Ce tracé respecte l'équation $HE = r / \sin \Phi = r \operatorname{cosec} \Phi$. Ici $HE = HW = 79,58 \text{ mm}$.



2.20. Tracés et équations des almucantarats (1ere partie)

Soit à tracer, par exemple, l'almucantarar dont la hauteur est de 10° au dessus de l'horizon de 38° qui vient d'être tracé. On cherche dans le demi-quadrant inférieur du destour le point L où la ligne angulaire $38^\circ - 10^\circ = 28^\circ$ coupe la ligne des tangentes. On porte sur le tympan cette distance OL. Le point L sera le point où la projection cherchée coupe la ligne méridienne.

On trace sur le destour une droite parallèle à la ligne des tangentes en un point situé au milieu de QO.

Cette droite s'appelle la ligne auxiliaire.

On cherche les points où les lignes angulaires $38^{\circ}-10^{\circ}=28^{\circ}$ et $180^{\circ}-38^{\circ}-10^{\circ}=132^{\circ}$ coupent cette ligne auxiliaire. Soient L' et M' ces points.

L'M' sera le rayon cherché de la projection de l'almucantar;

Il est égal à : $r \cos a / (\sin \Phi + \sin a)$ (voir démonstration ci-dessous)

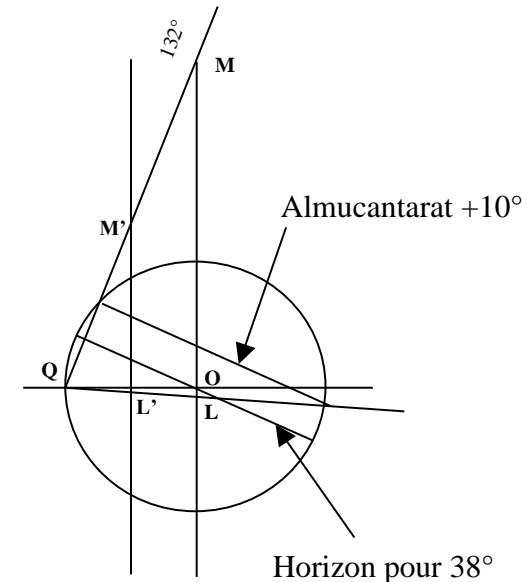
avec a = hauteur de l'almucantarât au dessus de l'horizon.

Dans l'exemple, $L'M' = 61,13$ mm.

Il suffit de reporter cette distance à partir du point L sur la ligne méridienne pour obtenir le centre de la projection de l'almucantar $+10^{\circ}$. La figure de la page 57 résume les tracés effectués pour construire l'astrolabe jusqu'à ce stade de la construction.

Il y aura évidemment autant de tracés de cercles que d'almucantarats souhaités. La table de la page 58 donne, pour les almucantarats de 5° en 5° , leur rayon et la position de leur centre pour un horizon de 38°N .

La démonstration de la distance R du rayon du cercle d'un almucantarat d'altitude a au dessus de l'horizon d'un lieu de latitude Φ est supportée par la figure de la page 57.



Ainsi $R = ML/2 = (MO+OL)/2$.

Dans le triangle rectangle MQO, on a : $\text{tg} ((\Phi+a)/2) = r/\text{MO}$ ou $\text{MO} = r \cotg ((\Phi+a)/2)$

Dans le triangle rectangle QOL, on a : $\text{tg} ((\Phi-a)/2) = \text{OL}/r$ ou $\text{OL} = r \text{tg} ((\Phi-a)/2)$, d'où :

$$R = r/2 [\cotg ((\Phi+a)/2) + \tg ((\Phi-a)/2)] \text{ et en simplifiant } R = r \cos a / (\sin \Phi + \sin a).$$

Par ailleurs, le centre du cercle de l'almucantarat est à une distance O' de O telle que : $OO' = r \cos \Phi / (\sin \Phi + \sin a)$.

2.21. Tracés et équations des almucantarats (2eme partie)

Pour que le schéma puisse tenir dans la surface de la diapositive, toutes les distances ont été divisées par 2 (échelle 1/2).

Ainsi :

$$r = OQ = 49 \text{ mm} / 2 = 24,5 \text{ mm}$$

$$OK = 74,64 \text{ mm} / 2 = 37,32 \text{ mm}$$

$$OC = 32,17 \text{ mm} / 2 = 16,08 \text{ mm}$$

$$OH = 62,72 \text{ mm} / 2 = 31,36 \text{ mm}$$

$$HE = 79,58 \text{ mm} / 2 = 39,79 \text{ mm}$$

$$L'M' = 61,13 \text{ mm} / 2 = 30,56 \text{ mm}$$

$$O'L = 61,13 \text{ mm} / 2 = 30,56 \text{ mm}$$

$$OO' = 48,92 \text{ mm} / 2 = 24,46 \text{ mm}$$

$$OL = (61,13 - 48,92) \text{ mm} / 2 = 6,11 \text{ mm}$$

$$OY = 38,78 \text{ mm} / 2 = 19,39 \text{ mm}$$

Angles par construction

$$WOH''' = \Phi = 38^\circ$$

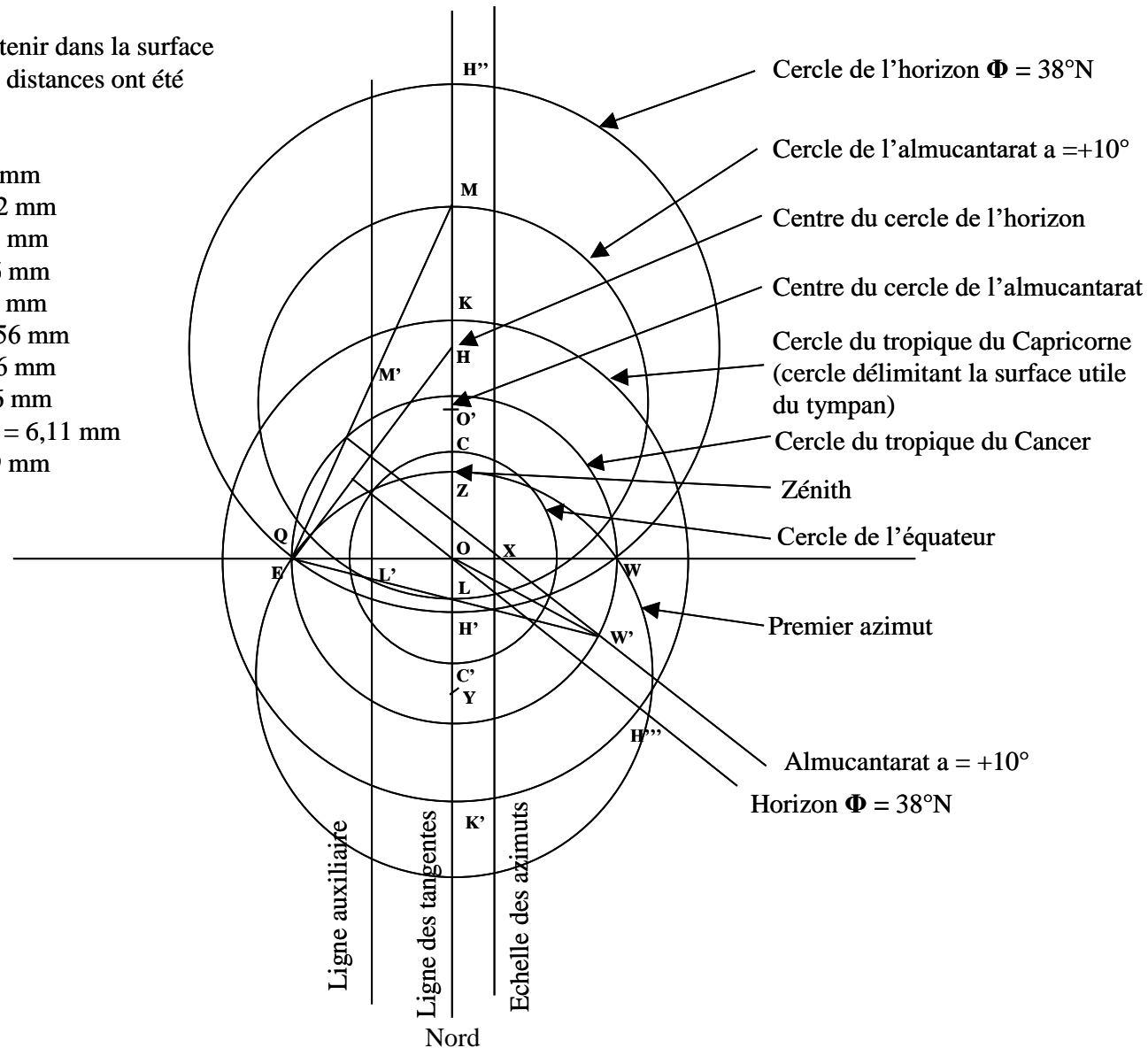
$$W'OH''' = a = 10^\circ$$

$$WOW' = \Phi - a = 28^\circ$$

$$OEL = (\Phi - a)/2 = 14^\circ$$

$$QMO = (\Phi + a)/2 = 24^\circ$$

$$OHQ = \Phi = 38^\circ$$



2.22. Table des almucantarats (11)

	A	B	C
1	TABLE DES ALMUCANTARATS		
2	Φ = Horizon en degrés	38	
3	r = Rayon de l'équateur en mm	49	
4			
5	a = hauteur de l'almucantarats en degrés	$R = \text{Rayon en mm} = (r \times \cos a) / (\sin \Phi + \sin a)$	$OO' = \text{Distance en mm du centre de l'almucantarats au centre de l'astrolabe} = (r \times \cos \Phi) / (\sin \Phi + \sin a)$
6	-6	95,34	75,54
7	0	79,59	62,72
8	5	69,45	54,94
9	10	61,14	48,92
10	15	54,12	44,15
11	20	48,08	40,32
12	25	42,77	37,19
13	30	38,04	34,61
14	35	33,75	32,47
15	40	29,83	30,68
16	45	26,19	29,19
17	50	22,80	27,95
18	55	19,59	26,91
19	60	16,54	26,06
20	65	13,61	25,37
21	70	10,78	24,83
22	75	8,02	24,41
23	80	5,32	24,13
24	85	2,65	23,96
25	90	0,00	23,90

Pour $a = 0^\circ$, on retrouve $OO' = 49 \times \cotg 38^\circ$, c'est à dire le cercle de l'horizon (O' et H sont confondus)

Pour $a = -6^\circ$, c'est la ligne du crépuscule.

Pour $a = 90^\circ$, l'almucantarats se réduit au point du zénith de l'observateur et $R = 0$.

2.23. Tracés des azimuts

Tracé du premier azimut

Soit à tracer le premier azimut pour un lieu de latitude $\Phi = 38^\circ$. Cet azimut est celui dont le plan est perpendiculaire au plan du méridien du lieu d'observation. Considérons sur le destour la ligne angulaire qui correspond au double de cette latitude, soit la ligne 76° . Elle coupe la ligne des tangentes en Y.

On porte sur le tympan, au dessous de O, cette distance OY.

Le point Y est le centre de projection du premier azimut.

Le rayon de cette projection est égal à QY. Il est clair que le cercle de chaque azimut passe par le zénith Z.

Cet azimut est tracé à la figure de la page 60.

Tracé des autres azimuts

Soit par exemple à tracer l'azimut dont le plan fait un angle de 10° avec le plan du premier azimut.

On reporte sur le destour et sur la ligne angulaire 0° une distance QX égale à QY et on élève en X une perpendiculaire qui s'appelle échelle des azimuts.

Cherchons sur le destour le point P où la ligne angulaire $2 \times 10^\circ$ coupe cette échelle.

On porte ensuite sur le tympan à partir de Y et sur une perpendiculaire à la ligne méridienne une distance XP. Cette perpendiculaire est la ligne des centres des azimuts. Le point P sera le centre de la projection de l'azimut cherché et son rayon sera PZ.

Le schéma de la page 60 illustre le résultat obtenu. Les équations démontrées et le tableau qui suivent permettent de tracer les autres azimuts.

Il existe une autre méthode de construction des azimuts qui est issue des traités occidentaux.

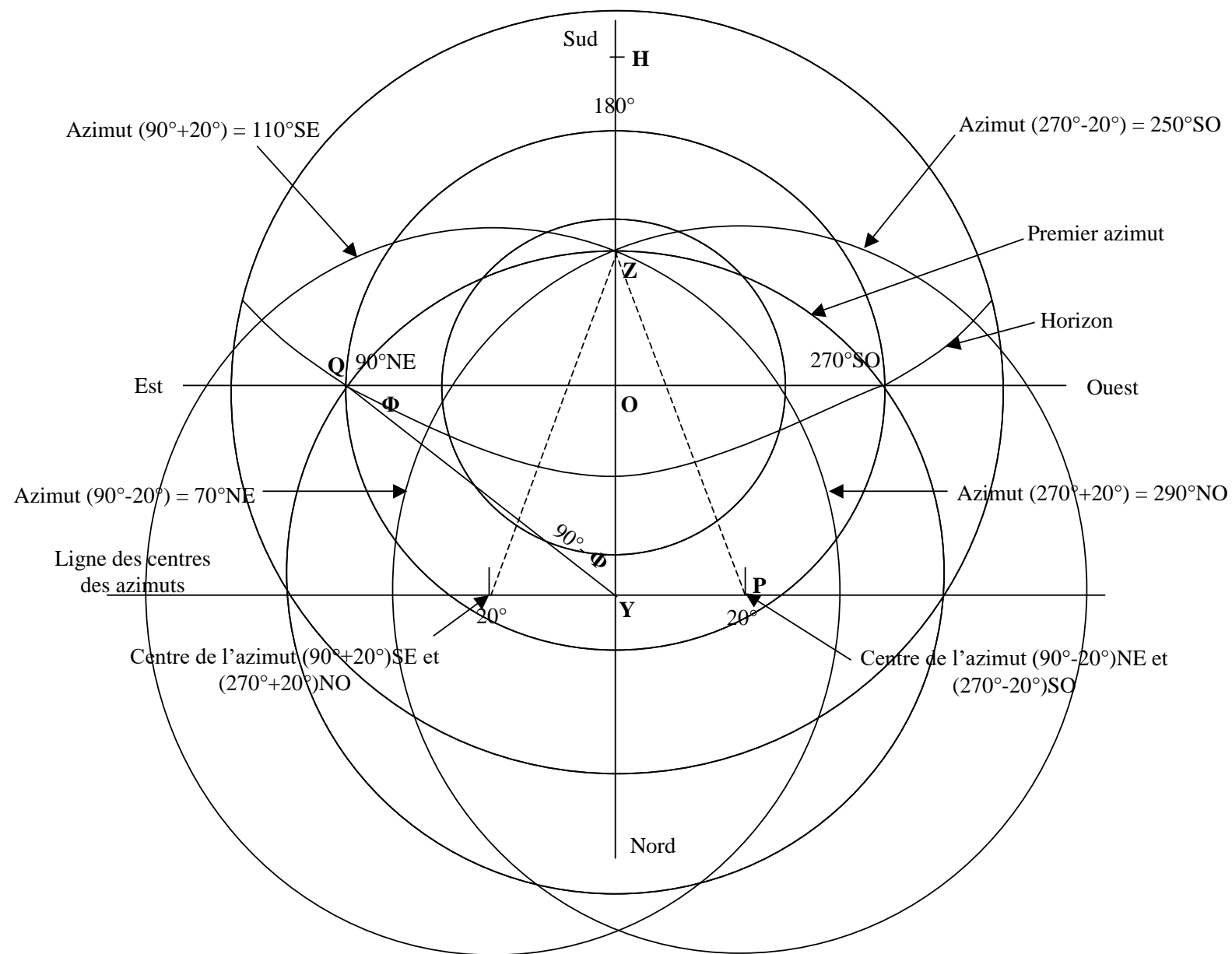
Elle consiste à tracer entièrement le cercle du premier azimut ayant pour centre Y et pour rayon YZ et à marquer sur sa circonférence de 10° en 10° par exemple en partant de la projection du nadir les points 1, 2, 3, 4, etc.. jusqu'à 35.

Menons alors les droites reliant la projection du zénith Z à ces points.

Ces droites coupent la ligne des centres aux points P1, P2, P3, P4, ..., P35 qui sont les centres cherchés des cercles des azimuts.

Cette méthode évite d'avoir à reporter successivement à partir du point Y les distances destinées à positionner ces centres sur la ligne des centres.

2.24. Graphe des azimuts



2.25. Equations des azimuts

Premier azimut

Dans le triangle rectangle QOY : $OY/r = \tan \Phi$. Par ailleurs, $QY^2 = QO^2 + OY^2$ d'où : $QY = r \times (1 + \tan^2 \Phi)^{1/2}$.

Or : $1 + \tan^2 \Phi = 1 + \sin^2 \Phi / \cos^2 \Phi = (\cos^2 \Phi + \sin^2 \Phi) / \cos^2 \Phi = 1 / \cos^2 \Phi$

d'où $QY = \text{rayon du premier azimut} = r / \cos \Phi$

et $OY = \text{distance du centre du premier azimut au centre du tympan} = r \tan \Phi$

Dans l'exemple qui sert de guide : $QY = 62,18 \text{ mm}$ et $OY = 38,28 \text{ mm}$

Autres azimuts

Soit A l'angle fait entre la ligne méridienne et le rayon de l'azimut qui passe par le zénith.

Lorsque A est choisi, il détermine en fait 4 azimuts, 2 à 2 symétriques selon les directions NE-SO et NO-SE, à savoir $(90^\circ - A)$, $(270^\circ - A)$ et $(270^\circ + A)$, $(90^\circ + A)$. (voir exemple à la page 60 où ont été tracés les 4 azimuts correspondant à $A = 20^\circ$).

Dans le triangle rectangle ZYP, on a : $YP = ZY \times \tan A$ or ZY est égal par construction au rayon du premier azimut, donc $ZY = QY = r / \cos \Phi$ ce qui entraîne :

$YP = \text{distance du centre de l'azimut à la ligne méridienne sur la ligne des centres des azimuts} = (r / \cos \Phi) \times \tan A$

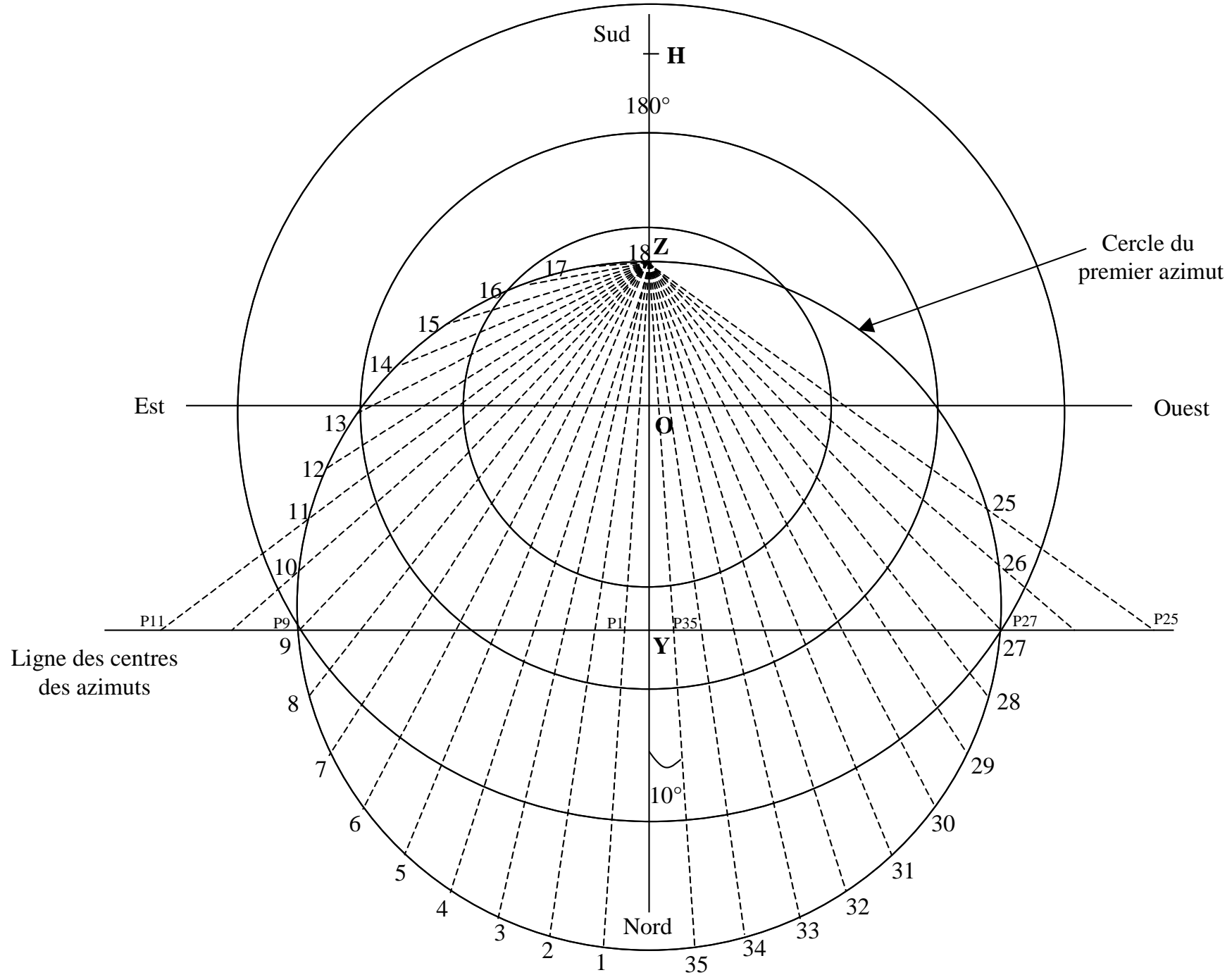
Quant au rayon de l'azimut $ZP = (ZY^2 + YP^2)^{1/2}$, d'où : $ZP = [(r^2 / \cos^2 \Phi + (r^2 / \cos^2 \Phi) \times \tan^2 A)]^{1/2} = r / \cos \Phi (1 + \sin^2 A / \cos^2 A)^{1/2}$
et $ZP = \text{rayon de l'azimut} = (r / \cos \Phi) \times (1 / \cos A)$.

Dans l'exemple qui sert de guide pour $\Phi = 38^\circ$ et $A = 20^\circ$, $YP = 22,63 \text{ mm}$ et $ZP = 66,17 \text{ mm}$.

2.26. Table des azimuts, horizon 38° (12)

	A	B	C	D	E	G	H	I
1	TABLE DES AZIMUTS							
2								
3	Φ = Horizon en degrés	38						
4	r = Rayon de l'équateur en mm	49						
5								
6	Angle A en degrés entre l'azimut et le méridien du lieu d'observation	SE	NO	SO	NE	Distance en mm du centre de l'azimut à la méridienne sur la ligne des centres $YP = r \operatorname{tg} A / \cos \Phi$	Rayon de l'azimut $ZP = r / (\cos \Phi \times \cos A)$ en mm	
7	0	90	270	270	90	0,00	62,18	1er azimut
8	5	95	275	265	85	5,44	62,42	
9	10	100	280	260	80	10,96	63,14	
10	15	105	285	255	75	16,66	64,38	
11	20	110	290	250	70	22,63	66,17	
12	25	115	295	245	65	29,00	68,61	
13	30	120	300	240	60	35,90	71,80	
14	35	125	305	235	55	43,54	75,91	
15	40	130	310	230	50	52,18	81,17	
16	45	135	315	225	45	62,18	87,94	
17	50	140	320	220	40	74,11	96,74	
18	55	145	325	215	35	88,80	108,41	
19	60	150	330	210	30	107,70	124,36	
20	65	155	335	205	25	133,35	147,13	
21	70	160	340	200	20	170,84	181,81	
22	75	165	345	195	15	232,07	240,25	
23	80	170	350	190	10	352,65	358,09	
24	85	175	355	185	5	710,74	713,46	
25	90	180	360	180	0	infini	infini	ligne méridienne

2.27. Graphe des centres des azimuts



2.28. Récapitulation des équations du tympan

Données

r = rayon du cercle de l'équateur

ε = déclinaison de l'écliptique = $23^{\circ}27'$

Φ = latitude du lieu d'observation = latitude géographique

a = altitude de l'almucantar au-dessus de l'horizon

A = angle de l'azimut avec le méridien du lieu d'observation

O = centre de l'astrolabe

Z = zénith de l'observateur

H = centre de l'arc d'horizon de l'observateur

O' = centre du cercle de l'almucantar considéré

K, K' = points d'intersection du cercle du tropique du Capricorne avec la ligne méridienne

C, C' = points d'intersection du cercle du tropique du Cancer avec la ligne méridienne

Y = point d'intersection de la ligne des centres des azimuts avec la ligne méridienne

P = centre du cercle de l'azimut considéré sur la ligne des centres

H', H'' = points d'intersection du cercle de l'horizon avec la ligne méridienne

M, L = points d'intersection de l'almucantar considéré avec la ligne méridienne

N = nadir de l'observateur

Equations

$OC = OC' =$ rayon du tropique du Cancer $= r \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90^{\circ} - \varepsilon)$

$OK = OK' =$ rayon du tropique du Capricorne $= r \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90^{\circ} + \varepsilon)$

$OZ =$ distance du zénith $= r \operatorname{tg} ((90^{\circ} - \Phi)/2)$

$ON =$ distance du nadir $= r \operatorname{tg} ((90^{\circ} + \Phi)/2)$

$OH =$ distance du centre de l'arc d'horizon de l'observateur $= r \cotg \Phi = r \operatorname{tg} (90^{\circ} - \Phi)$

$HH' = HH'' =$ rayon de l'arc d'horizon de l'observateur $= r / \sin \Phi$

$OO' =$ distance du centre de l'almucantar considéré $= r \cos \Phi / (\sin \Phi + \sin a)$

$O'M = O'L =$ rayon de l'almucantar considéré $= r \cos a / (\sin \Phi + \sin a)$

$OY =$ distance du centre du premier azimut $= r \operatorname{tg} \Phi$

$YZ =$ rayon du premier azimut $= r / \cos \Phi$

$YP =$ distance du centre de l'azimut à la ligne méridienne $= (r / \cos \Phi) \times \operatorname{tg} A$

$ZP =$ rayon de l'azimut $= r / (\cos \Phi \times \cos A)$

2.29. Tympan des horizons

Ce tympan sert à répondre aux questions pour lesquelles seules les projections de l'horizon et du méridien sont utilisées.

Au chapitre 3 sont indiqués les principes de recherche des heures du lever, du coucher du soleil ou d'une étoile ainsi que la durée du jour qui sont de cette nature.

Ce tympan servait aussi à repérer la latitude d'un lieu où se trouvait l'observateur en ayant au préalable identifié la déclinaison du soleil au jour de l'observation à l'aide de l'alidade.

Le tracé des arcs d'horizon ne présente aucune difficulté. La table (12) qui suit indique leurs centres et leurs rayons pour les différentes latitudes.

Sur les astrolabes perses, les horizons sont distribués selon les 4 quadrants en général de 4° en 4° par quadrant et ne sont tracées que les moitiés gauches des arcs d'horizon.

Le graphe reproduit en partie le tympan des horizons de l'astrolabe exemple d'ABD AL-A-IMMAH

(en partie seulement car les outils numériques de dessin utilisés ne permettaient pas de le reproduire en intégralité).

3 arcs d'horizon y apparaissent 45° , 60° et 65° . Les cercles d'horizon dont la latitude est inférieure à 45° sortent trop des limites de l'épure pour qu'ils y soient reproduits.

2.30. Graphe des arcs d'horizon

Tracé des arcs d'horizon $\Phi = 45^\circ, 60^\circ, 65^\circ$ (voir table des horizons)

Ce tympan était utilisé pour repérer la latitude d'un lieu où se trouvait l'observateur en ayant au préalable identifié la déclinaison du soleil correspondant au jour de l'observation. Sur l'astrolabe d'ABD-AL-A-IMAH, les horizons, pour rester lisibles, sont distribués selon les quatre quadrants.

Trois échelles d'horizons progressent de 4° en 4° . Il s'agit des échelles supportées par les rayons OB, OC et OD.

Curieusement, l'échelle portée par le rayon OA progresse de 4° en 4° de 16° à 40° et passe à une progression de 5° en 5° à compter de la graduation 40° pour aller jusqu'à 70° .

OA comporte 13 horizons :

16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 55, 60, 65 et 70° ,

OB comporte 14 horizons :

15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59, 63 et 67° ,

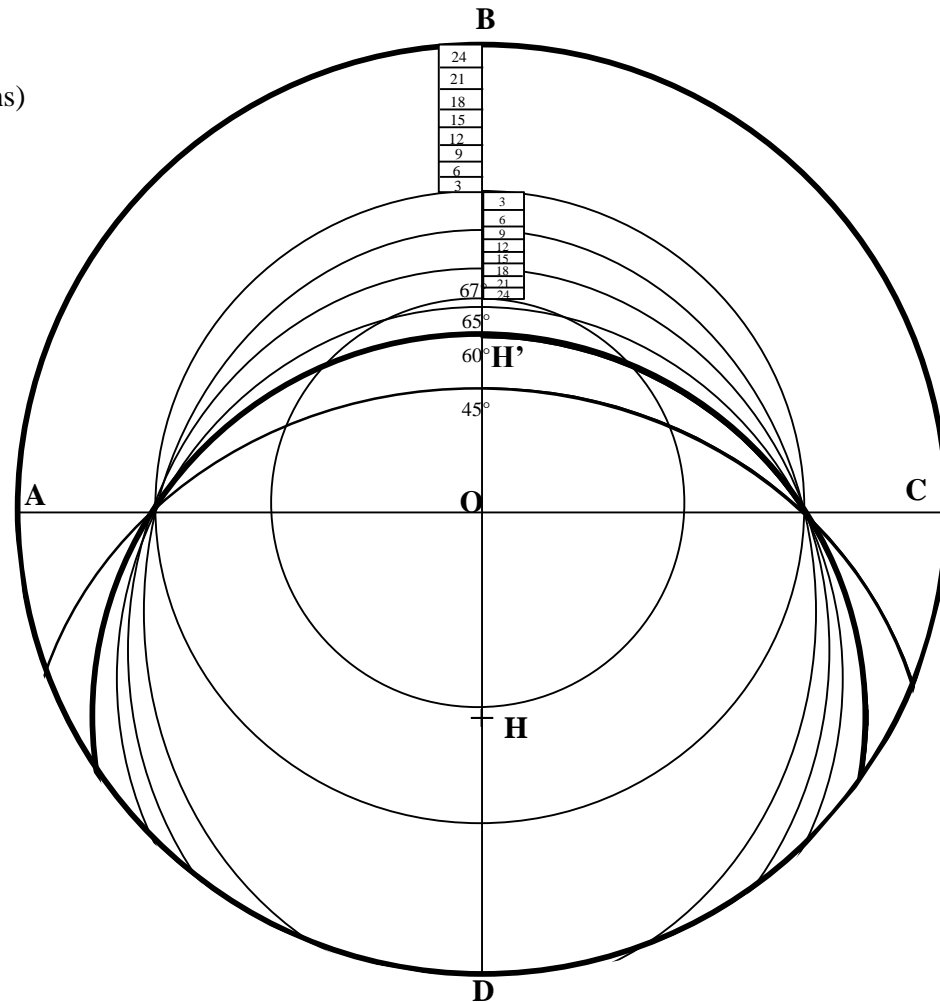
OC comporte 15 horizons,

14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62, 66 et 70° ,

OD comporte 14 horizons,

17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65 et 69° .

Par ailleurs, chaque rayon supporte une double échelle de déclinaison de l'écliptique dont la graduation va de 0° à $23^\circ 30'$ de l'équateur aux deux tropiques. Pour respecter la projection stéréographique, les intervalles entre les graduations vont en croissant de l'équateur au capricorne et en décroissant de l'équateur au cancer. Les échelles situées entre l'équateur et le cancer sont désignées par la locution : « Obliquité totalement Nord », celles situées entre l'équateur et le capricorne sont désignées par la locution « Obliquité totalement Sud ».



2.31. Table du tympan des horizons (13)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	TABLE DU TYMPAN DES HORIZONS							
2	r = Rayon de l'équateur en mm		49					
3	Angle Φ en degrés	Angle en radians	HH' = rayon de l'arc de l'horizon = $r / \sin \Phi$	OH = distance du centre de l'horizon au centre de l'astrolabe = $r \cotg \Phi$	Angle Φ en degrés	Angle en radians	HH' = rayon de l'arc de l'horizon = $r / \sin \Phi$	OH = distance du centre de l'horizon au centre de l'astrolabe = $r \cotg \Phi$
4	14	0,244346095	202,54	196,53	43	0,750491578	71,85	52,55
5	15	0,261799388	189,32	182,87	44	0,767944871	70,54	50,74
6	16	0,27925268	177,77	170,88	45	0,785398163	69,30	49,00
7	17	0,296705973	167,59	160,27	46	0,802851456	68,12	47,32
8	18	0,314159265	158,57	150,81	47	0,820304748	67,00	45,69
9	19	0,331612558	150,51	142,31	48	0,837758041	65,94	44,12
10	20	0,34906585	143,27	134,63	49	0,855211333	64,93	42,60
11	21	0,366519143	136,73	127,65	50	0,872664626	63,96	41,12
12	22	0,383972435	130,80	121,28	51	0,890117919	63,05	39,68
13	23	0,401425728	125,41	115,44	52	0,907571211	62,18	38,28
14	24	0,41887902	120,47	110,06	53	0,925024504	61,35	36,92
15	25	0,436332313	115,94	105,08	54	0,942477796	60,57	35,60
16	26	0,453785606	111,78	100,46	55	0,959931089	59,82	34,31
17	27	0,471238898	107,93	96,17	56	0,977384381	59,10	33,05
18	28	0,488692191	104,37	92,16	57	0,994837674	58,43	31,82
19	29	0,506145483	101,07	88,40	58	1,012290966	57,78	30,62
20	30	0,523598776	98,00	84,87	59	1,029744259	57,17	29,44
21	31	0,541052068	95,14	81,55	60	1,047197551	56,58	28,29
22	32	0,558505361	92,47	78,42	61	1,064650844	56,02	27,16
23	33	0,575958653	89,97	75,45	62	1,082104136	55,50	26,05
24	34	0,593411946	87,63	72,65	63	1,099557429	54,99	24,97
25	35	0,610865238	85,43	69,98	64	1,117010721	54,52	23,90
26	36	0,628318531	83,36	67,44	65	1,134464014	54,07	22,85
27	37	0,645771823	81,42	65,03	66	1,151917306	53,64	21,82
28	38	0,663225116	79,59	62,72	67	1,169370599	53,23	20,80
29	39	0,680678408	77,86	60,51	68	1,186823891	52,85	19,80
30	40	0,698131701	76,23	58,40	69	1,204277184	52,49	18,81
31	41	0,715584993	74,69	56,37	70	1,221730476	52,14	17,83
32	42	0,733038286	73,23	54,42	71	1,239183769	51,82	16,87

2.32. Réseaux d'heures inégales et égales (durée du jour)

Heures inégales

Elles sont repérées par des N°s écrits en chiffres arabes. Ces heures dites inégales divisent en 12 parties d'égale amplitude l'intervalle de temps qui sépare le lever du coucher du soleil (heures inégales de jour) ou le coucher du lever du soleil (heures inégales de nuit).

Ces heures sont donc inégales parce que la longueur totale du jour et donc celle de la nuit varie au fur et à mesure que les saisons s'écoulent. C'est seulement au moment des équinoxes que les durées du jour et de la nuit sont égales (2 fois par an).

En Orient, les heures inégales sont comptées à partir du coucher du soleil. La première heure débute donc à l'horizon OUEST et la douzième se termine à l'EST de l'horizon.

Pour en tracer le réseau, il suffit de diviser en 12 parties égales les arcs du tropique du Cancer, de l'équateur et du tropique du Capricorne compris sous la ligne d'horizon et de joindre ces points 3 à 3 par des arcs curvilignes.

Ces arcs curvilignes sont les lignes horaires inégales.

Heures égales

Elles sont repérées par des N°s écrits en chiffres romains.

Il y a quatre façons de compter les heures égales :

- à partir de minuit : c'est l'heure civile que l'on connaît aujourd'hui,
- à partir de midi : c'est l'heure des astronomes,
- à partir du coucher du soleil : c'est l'heure italique et aussi l'heure de Bohême (horae ab occasu),
- à partir du lever du soleil : c'est l'heure babylonique (horae ab ortu).

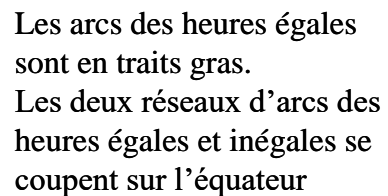
L'heure civile : cette convention s'explique aisément; il convient que deux faits dont l'un se passe le matin et l'autre l'après-midi d'une même journée portent la même date.

L'heure des astronomes : pour les astronomes qui observent généralement de nuit, il fallait au contraire que deux observations faites au début et à la fin d'une même nuit aient une date commune. Cette convention a été abrogée.

En Orient, c'est à partir du lever du soleil que se comptaient les heures égales de jour. Mais, pour la clarté du dessin du tympan, les lignes horaires sont gravées sous l'horizon; elles sont donc à l'antipode des lignes horaires devant lesquelles le soleil se déplace pendant le jour (cet antipode s'appelle le Nadir du soleil).

Ainsi le nadir du soleil passe à l'horizon Ouest au moment où le soleil se lève (tout au moins aux équinoxes) et l'origine de la graduation des heures « ab ortu » sera donc l'horizon Ouest alors que celle des heures « ab occasu » est l'horizon Est.

2.33. Graphe des heures inégales et égales (1ere partie)



2.34. Graphe des heures inégales et égales (2eme partie)

Pour tracer les lignes des heures égales, les cercles des 2 tropiques et celui de l'équateur sont divisés en 24 parties égales de 15° . Les centres des arcs horaires, qui cette fois sont des cercles et non plus des arcs curvilignes, sont disposés de 15° en 15° sur une circonférence de rayon OH et de centre O. Le rayon de chacun de ces arcs de cercles horaires est égal à celui de l'horizon oblique, c'est à dire à HE.

Le centre de l'arc correspondant à la fin de la 1ere heure est compté à partir de l'horizon Ouest.

Les lignes des réseaux d'heures égales et inégales se coupent à l'équateur (voir figure page 69).

Durée du jour le plus long

Pour calculer la durée du jour, il nous faut d'abord définir l'angle horaire d'un astre (voir figure page 71).

Dans cette figure, on reconnaît dans le cercle PSP' le cercle horaire de l'astre S. L'angle horaire de cet astre S est l'angle que fait son cercle horaire avec le cercle PZP', c'est à dire avec le méridien.

Cet angle horaire **h** mesuré sur l'équateur sera donc l'angle QOS', S' étant le point d'intersection du cercle horaire PSP' avec l'équateur.

Il est mesuré dans le sens rétrograde (celui des aiguilles d'une montre) et ne cesse de croître lorsque l'astre a dépassé le méridien. Or, nous savons que toute étoile fixe met 23h56' environ, c'est à dire un jour sidéral, pour faire augmenter son angle horaire de 0 à 360° .

En une heure, l'angle horaire augmente donc environ de 15° . Ceci nous donne le moyen de mesurer les angles horaires en heures et minutes.

La trigonométrie sphérique indique que l'on a la relation : $\cos h = (\sin a - \sin \Phi \sin \delta) / (\cos \Phi \cos \delta)$.

Venons en maintenant à la durée du jour le plus long de l'année sous une latitude Φ .

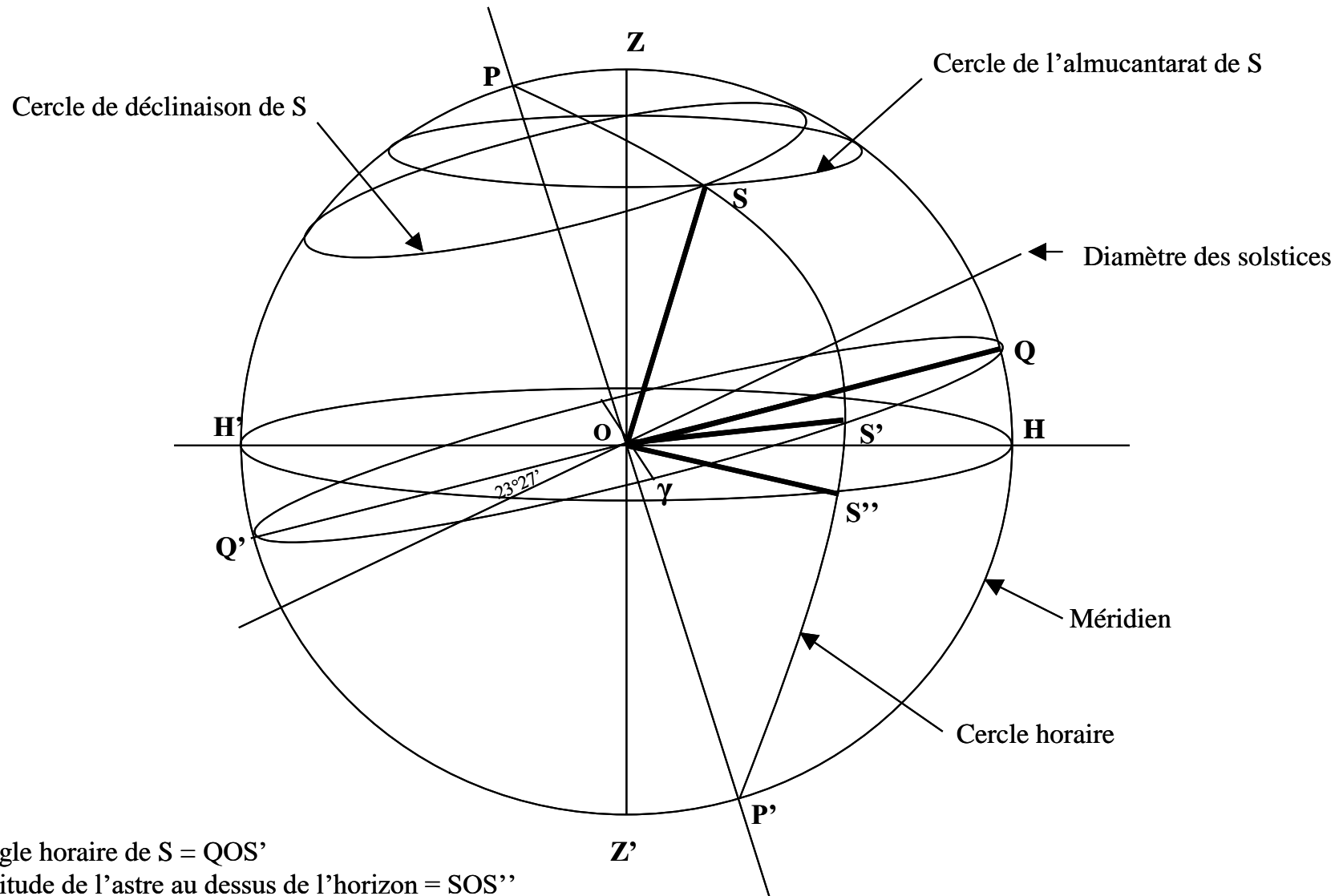
On sait déjà que dans l'hémisphère Nord, ce jour correspond au jour du solstice d'été et que sa durée dépend évidemment de la latitude du lieu d'observation. Plus ce lieu est proche du pôle Nord et plus la durée du jour du solstice d'été (21 juin) est longue. Cette durée est l'intervalle de temps qui sépare l'heure de lever du soleil de celle de son coucher. L'astre à considérer est donc le soleil. Dans ce cas particulier et aux moments de son coucher et de son lever, l'altitude **a**, au dessus de l'horizon, = 0 puisque le soleil franchit l'horizon à ces deux moments, donc $\sin a = 0$.

Par ailleurs, δ = angle de déclinaison du soleil sur l'écliptique par rapport à l'équateur = $23^\circ 27'$ au solstice d'été, d'où :

$h = \arccos [(-\sin \Phi \sin 23^\circ 27') / (\cos \Phi \cos 23^\circ 27')] = \arccos [\text{tg } \Phi \text{ tg } 23^\circ 27']$ car $\cos(-x) = \cos(x)$.

Ainsi, on peut dresser la table des heures de lever et de coucher du soleil au solstice d'été en fonction de la latitude Φ et en déduire par différence la durée du jour le plus long. La table de la page 72 donne ces valeurs. L'astrolabe permet d'en faire une mesure directe sans utiliser l'équation bien évidemment.

2.35. Graphe de l'angle horaire



h = Angle horaire de $S = QOS'$

a = Altitude de l'astre au dessus de l'horizon = SOS''

δ = Déclinaison de l'astre = SOS'

Φ = latitude du lieu d'observation

2.36. Table des angles horaires (14) et durée du jour

	A	B	F	I	J	K	N	R
1	TABLE DES ANGLES HORAIRES DU SOLEIL ET DES DUREES DU JOUR EN FONCTION DE LA LATITUDE ET DE LA DATE							
2	Déclinaison δ		23	27				
3	Latitude Φ en degrés et mn		Angle horaire $h = \arccos(\operatorname{tg} \Phi \times \operatorname{tg} \delta)$			Durée du jour à date de déclinaison		
4	degrés	minutes	en degrés	h	mn	heure de coucher	heure de lever	durée du jour
5	0		90,00	6	0	18,00	6,00	12,00
6	4		91,74	6	7	18,07	5,53	12,14
7	8		93,50	6	14	18,14	5,46	12,28
8	12		95,29	6	21	18,21	5,39	12,42
9	16		97,15	6	29	18,29	5,31	12,57
10	20		99,08	6	36	18,36	5,24	13,13
11	23		100,61	6	42	18,42	5,18	13,25
12	24		101,14	6	45	18,45	5,15	13,29
13	28		103,33	6	53	18,53	5,07	13,47
14	32		105,73	7	3	19,03	4,57	14,06
15	33		106,36	7	5	19,05	4,55	14,11
16	34		107,01	7	8	19,08	4,52	14,16
17	35		107,68	7	11	19,11	4,49	14,21
18	36		108,37	7	13	19,13	4,47	14,27
19	37		109,08	7	16	19,16	4,44	14,33
20	38		109,81	7	19	19,19	4,41	14,38
21	39		110,56	7	22	19,22	4,38	14,45
22	40		111,34	7	25	19,25	4,35	14,51
23	41		112,15	7	29	19,29	4,31	14,57
24	42		112,99	7	32	19,32	4,28	15,04
25	43		113,86	7	35	19,35	4,25	15,11
26	44		114,76	7	39	19,39	4,21	15,18
27	45		115,71	7	43	19,43	4,17	15,26
28	46		116,69	7	47	19,47	4,13	15,34
29	47		117,72	7	51	19,51	4,09	15,42
30	48		118,80	7	55	19,55	4,05	15,50
31	49		119,93	7	60	19,60	4,00	15,59
32	50		121,13	8	5	20,05	3,55	16,09
33	51		122,39	8	10	20,10	3,50	16,19
34	52		123,72	8	15	20,15	3,45	16,30
35	56		130,02	8	40	20,40	3,20	17,20
36	60		138,70	9	15	21,15	2,45	18,30
37	64		152,79	10	11	22,11	1,49	20,22
38	66		166,98	11	8	23,08	0,52	22,16
39	66	33	180,00	12	0	24,00	0,00	24,00

A titre d'exemple, calculons les éléments de la ligne de latitude 38° pour le 21 juin date à laquelle la déclinaison est de $23^\circ 27'$.

$$h = \arccos(\operatorname{tg} 38^\circ \times \operatorname{tg} 23^\circ 27') = 70^\circ + (19/100)^\circ$$

$$180^\circ - (70^\circ + (19/100)^\circ) = 109^\circ + (81/100)^\circ.$$

A raison d'une heure tous les 15° , cet angle horaire correspond à 7h et (32/100)ème d'heure soit 7h 19 mn.

A cet angle horaire qui correspond au midi vrai, c'est à dire à l'instant où le soleil passe au méridien, il faudra ajouter 12h00 pour avoir l'heure du coucher et il faudra retrancher cette heure de 12h00 pour avoir l'heure du lever.

En clair, le zéro de l'angle horaire est à 12h00.

Ainsi dans l'exemple :

$$\text{heure du coucher} : 7\text{h}19' + 12\text{h}00' = 19\text{h}19'$$

$$\text{heure du lever} : 12\text{h}00 - 7\text{h}19' = 4\text{h}41'$$

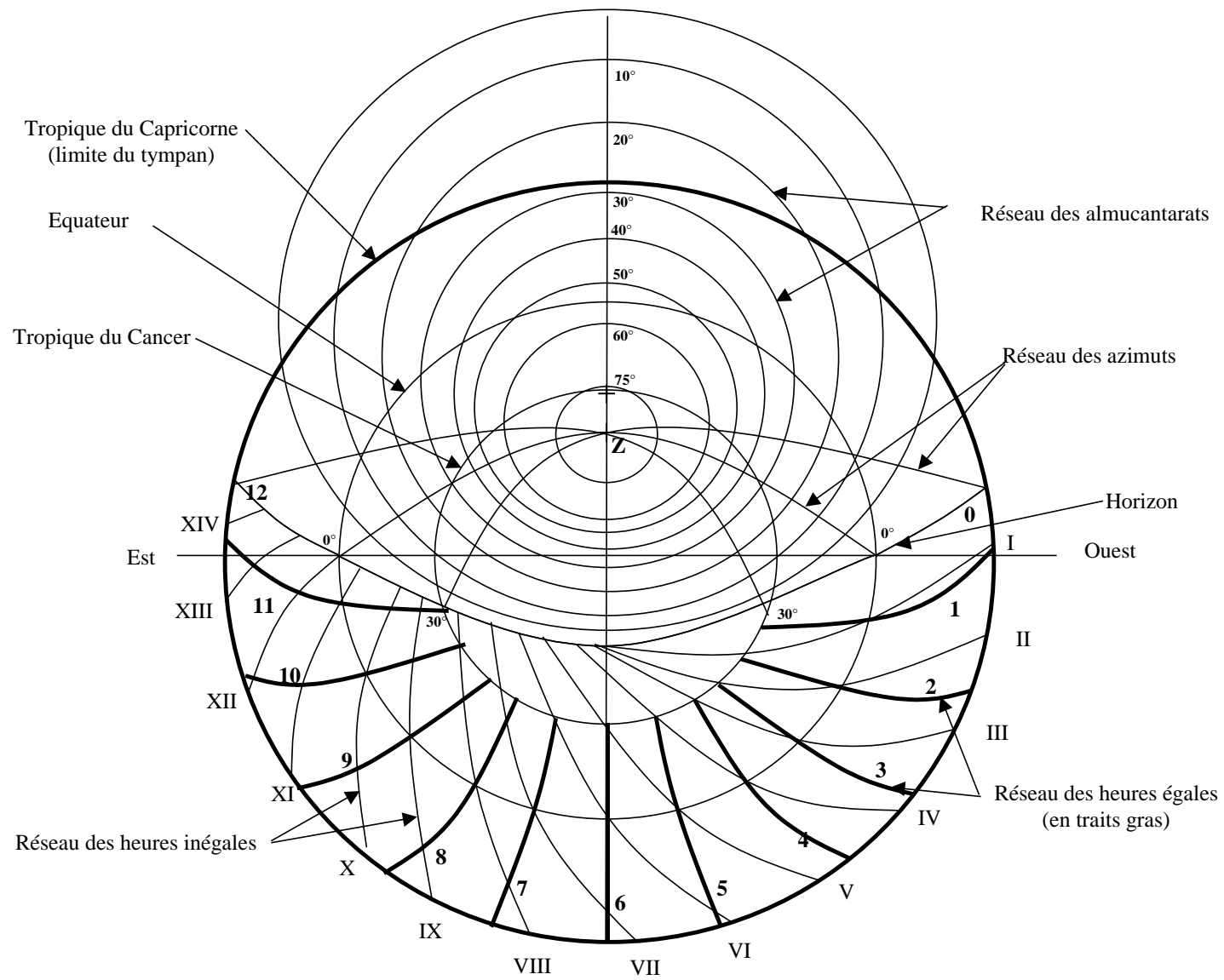
$$\text{durée du jour le plus long} : 19\text{h}19' - 4\text{h}41' = 14\text{h}38'.$$

C'est aussi évidemment le double de l'angle horaire.

Sur le tympan 38° de l'astrolabe étudié, il est gravé une durée pour le jour le plus long de 14h40'.

A partir de la latitude $\Phi = 66^\circ 33'$, nous sommes dans le cercle polaire arctique, le soleil ne se couche pas et la durée du jour est de 24 heures.

2.37. Tracé complet d'un tympan



2.38. Tympan des coordonnées écliptiques

L'écliptique peut être considérée comme un horizon particulier de latitude géographique égale à $66^{\circ}33'$ ($90^{\circ}-23^{\circ}27'$).

Pour cette latitude, les coordonnées écliptiques ou célestes (longitude et latitude célestes) se confondent respectivement avec les azimuts et almucantarats relatifs à cet horizon. Si donc on trace ces réseaux de coordonnées horizontales correspondant à un horizon de $66^{\circ}33'$, on obtient là le moyen de repérer directement la position d'un astre par ses coordonnées célestes sur ce tympan.

Ce tympan existe parfois dans les astrolabes persans au dos du tympan des horizons mais son usage est limité à la construction de l'astrolabe. C'est en effet à partir de lui qu'il était possible de repérer sur l'araignée la position des étoiles en reportant les coordonnées célestes qui étaient indiquées dans des tables correspondantes de l'époque.

C'était donc un auxiliaire précieux pour le découpage de la tôle de l'araignée.

De la précision de ces tables et de celle de la main du facteur dépendait la précision de l'astrolabe.

On a dessiné sur la diapo N°42 un tel tympan pour les étoiles de l'astrolabe d'ABD-AL-A-IMMAH par simple pointage.

Il peut être intéressant de comparer les longitudes célestes relevées ainsi sur ce tympan et celles calculées par la table des longitudes célestes du Nautical Almanach 1982. Cette comparaison, en raison de la précession des équinoxes, sera utile pour la datation de l'astrolabe. Elle sera exploitée dans le chapitre sur la datation d'un astrolabe.

Ce tableau de comparaison de la position des étoiles sur l'araignée et les tables donnant les valeurs des rayons et des distances nécessaires aux tracés des azimuts et des almucantarats du tympan d'horizon $66^{\circ}33'$ sont indiquées ci-après.

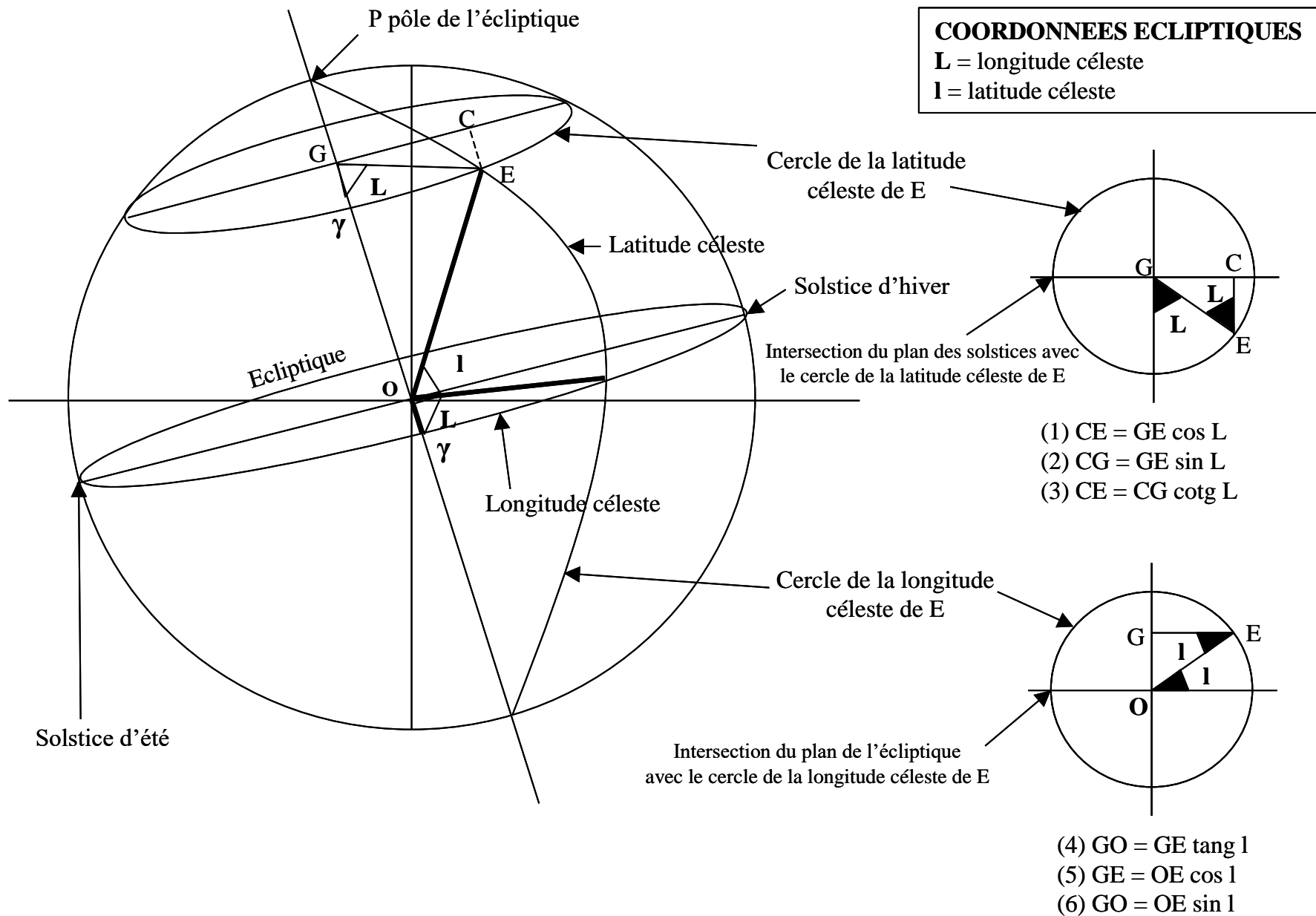
2.39. Table des azimuts (horizon 66°30')

	A	B	C	D	E	G	H	I
1	TABLE DES AZIMUTS							
2								
3	Φ = Horizon en degrés et minutes	66	33					
4	r = Rayon de l'équateur en mm	49						
5								
6	Angle A en degrés entre l'azimut et le méridien du lieu d'observation	SE	NO	SO	NE	Distance en mm du centre de l'azimut à la méridienne sur la ligne des centres $YP = r \operatorname{tg} A / \cos \Phi$	Rayon de l'azimut $ZP = r / (\cos \Phi \times \cos A)$ en mm	
7	0	90	270	270	90	0,00	123,13	1er azimut
8	5	95	275	265	85	10,77	123,60	
9	10	100	280	260	80	21,71	125,03	
10	15	105	285	255	75	32,99	127,48	
11	20	110	290	250	70	44,82	131,03	
12	25	115	295	245	65	57,42	135,86	
13	30	120	300	240	60	71,09	142,18	
14	35	125	305	235	55	86,22	150,32	
15	40	130	310	230	50	103,32	160,74	
16	45	135	315	225	45	123,13	174,13	
17	50	140	320	220	40	146,74	191,56	
18	55	145	325	215	35	175,85	214,67	
19	60	150	330	210	30	213,27	246,26	
20	65	155	335	205	25	264,06	291,35	
21	70	160	340	200	20	338,30	360,01	
22	75	165	345	195	15	459,53	475,74	
23	80	170	350	190	10	698,31	709,09	
24	85	175	355	185	5	1407,40	1412,78	
25	90	180	360	180	0	infini	infini	ligne méridienne

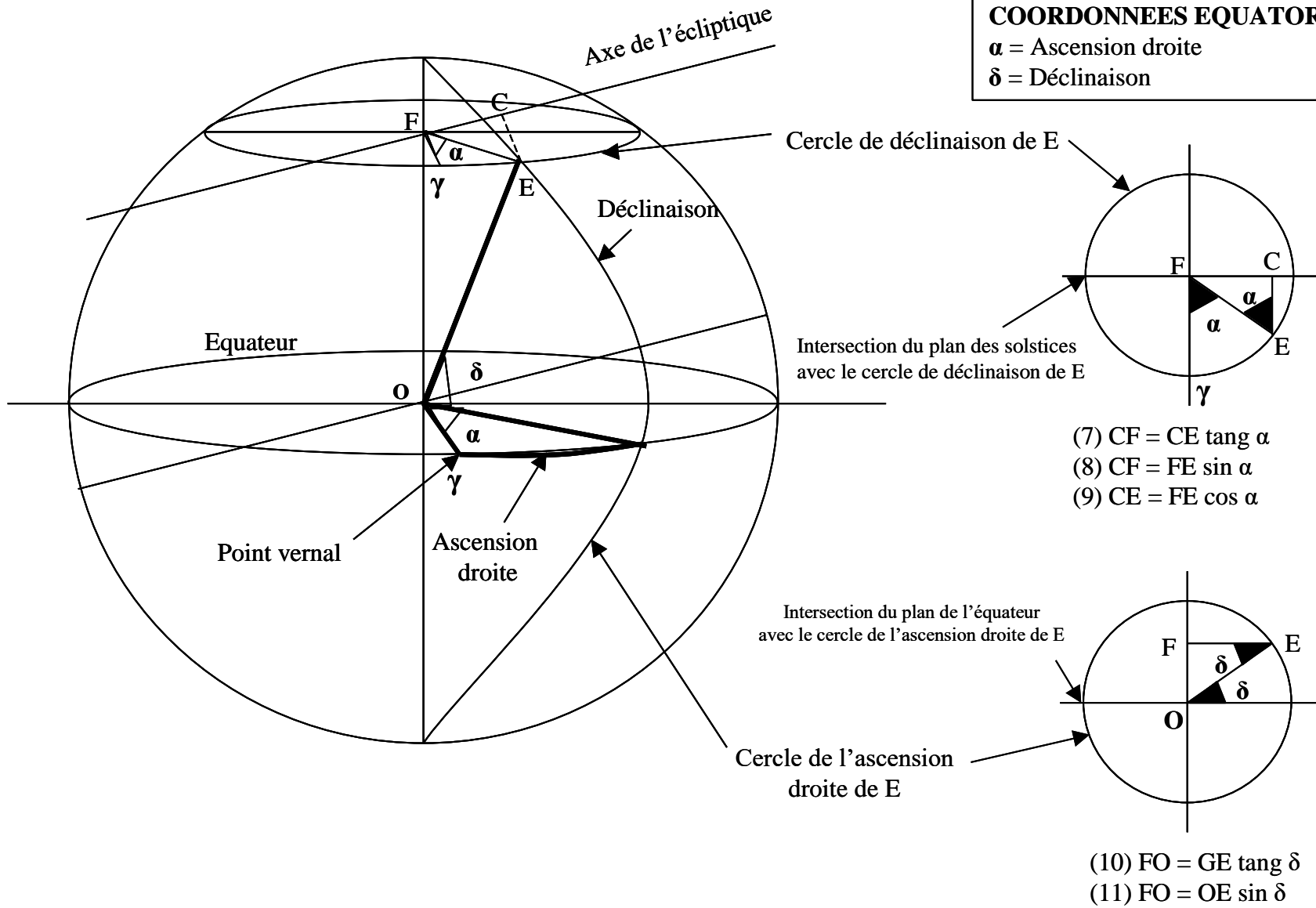
2.40. Table des almucantarats (horizon 66°30')

	A	B	C
1	TABLE DES ALMUCANTARATS		
2	Φ = Horizon en degrés et minutes	66	33
3	r = Rayon de l'équateur en mm	49	
4			
5	a = hauteur de l'almucantarats en degrés	$R = \text{Rayon en mm} = (r \times \cos a) / (\sin \Phi + \sin a)$	$OO' = \text{Distance en mm du centre de l'almucantarats au centre de l'astolabe} = (r \times \cos \Phi) / (\sin \Phi + \sin a)$
6	0	53,41	21,25
7	5	48,59	19,41
8	10	44,23	17,87
9	15	40,24	16,58
10	20	36,56	15,48
11	25	33,14	14,55
12	30	29,94	13,76
13	35	26,92	13,08
14	40	24,06	12,50
15	45	21,33	12,00
16	50	18,71	11,58
17	55	16,18	11,23
18	60	13,74	10,93
19	65	11,36	10,69
20	70	9,02	10,50
21	75	6,73	10,35
22	80	4,47	10,25
23	85	2,23	10,19
24	90	0,00	10,17
25	-5	58,79	23,49
26	-10	64,88	26,22
27	-15	71,87	29,61
28	-20	80,02	33,89
29	-25	89,75	39,41
30	-30	101,66	46,72
31	-35	116,74	56,71
32	-40	136,68	71,01
33	-45	164,76	92,72
34	-50	208,09	128,83
35	-55	286,04	198,46

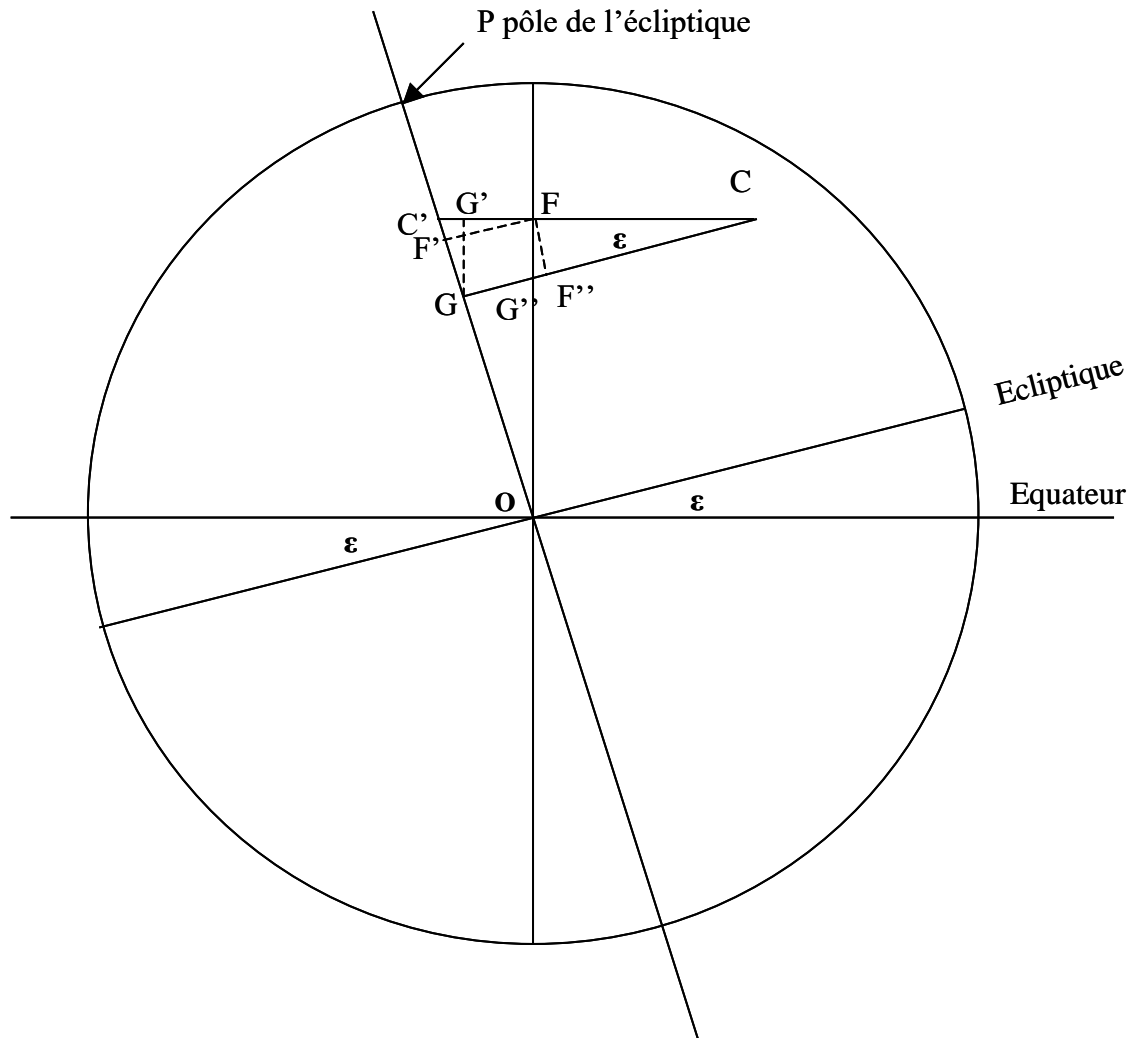
2.41. Coordonnées écliptiques



2.42. Coordonnées équatoriales



2.43. Relations géométriques dans le plan des solstices



Dans le plan des solstices, on a également la figure ci-contre (au dessus de la feuille de papier, se trouvent situés E et le point vernal), d'où :

$$(12) \cos \varepsilon = CG'/CG = CF''/CF$$

$$(13) \sin \varepsilon = FG'/GO = FF'/FO$$

En partant des relations existantes dans cette figure et en utilisant les équations (1) à (13), il est possible de démontrer les équations qui permettent de changer de systèmes de coordonnées pour passer des coordonnées écliptiques aux coordonnées équatoriales et inversement.

Les équations A et B qui vont être démontrées permettent de calculer L et l connaissant α et δ , les équations C et D permettent de calculer α et δ connaissant L et l .

2.44. Equations de conversion des coordonnées écliptiques en coordonnées équatoriales

Equation donnant **L** pour **α** et **δ** connus

On a $CF'' = CG - GF''$ et $CF'' = CG - FF''$, d'où avec (12) et (13) : $CF \cos \epsilon = CG - FO \sin \epsilon$

En divisant les 2 membres de cette équation par FE, on obtient $(CF/FE) \cos \epsilon = (CG/FE) - (FO/FE) \sin \epsilon$, soit avec (8) et (10) :

$\sin \alpha \cos \epsilon = (CG/FE) - \tan \delta \sin \epsilon$ et en multipliant les deux membres de l'équation par $(CE/CG) = \cotg L$ (3), on a :

$CE/FE = \cotg L \times (\sin \alpha \cos \epsilon + \tan \delta \sin \epsilon)$, d'où avec (9), $\cos \alpha = \cotg L \times (\sin \alpha \cos \epsilon + \tan \delta \sin \epsilon)$.

Donc $\tan L = (\sin \alpha \cos \epsilon + \tan \delta \sin \epsilon) / \cos \alpha$ et finalement :

$$L = \arctan [(\sin \alpha \cos \epsilon + \tan \delta \sin \epsilon) / \cos \alpha]$$

Equation donnant **l** pour **α** et **δ** connus

On a $OG'' = FO - FG''$ or, $OG'' = GO / \cos \epsilon$ et $FG'' = CF \tan \epsilon$ soit avec (11) : $GO / \cos \epsilon = OE \sin \delta - CF \tan \epsilon$ et avec (6) et (8)

$OE \sin l / \cos \epsilon = OE \sin \delta - FE \sin \alpha \tan \epsilon$, d'où $\sin l = \sin \delta \cos \epsilon - (FE/OE) \sin \alpha \sin \epsilon$, or $FE/OE = \cos \delta$, il vient donc :

$$l = \arcsin [\sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \alpha \sin \epsilon]$$

Equation donnant **δ** pour **L** et **l** connus

On a $GO = C'O - C'G$ et avec (6) $OE \sin l = C'O - C'G$ or $C'O = FO / \cos \epsilon$ et $C'G = CG \tan \epsilon$, d'où : $OE \sin l = (FO / \cos \epsilon) - CG \tan \epsilon$

et avec (11) et (2), $OE \sin l = (OE \sin \delta / \cos \epsilon) - GE \sin L \tan \epsilon$ et en multipliant les 2 membres par $\cos \epsilon$, on a :

$OE \sin l \cos \epsilon = OE \sin \delta - GE \sin L \sin \epsilon$, d'où : $\sin \delta = \sin l \cos \epsilon + (GE/OE) \sin L \sin \epsilon$ et avec (5) $GE/OE = \cos l$, donc :

$$\delta = \arcsin [(\sin l \cos \epsilon + \cos l \sin L \sin \epsilon)]$$

Equation donnant **α** pour **L** et **l** connus

On a $CF = CG' - FG'$ et avec (7) et (13), $CE \tan \alpha = CG \cos \epsilon - GO \sin \epsilon$ puis avec (1), (2) et (4),

$GE \cos L \tan \alpha = GE \sin L \cos \epsilon - GE \tan l \sin \epsilon$, soit :

$$\alpha = \arctan [(\sin L \cos \epsilon - \tan l \sin \epsilon) / \cos L]$$

2.45. Déclinaison du soleil en entrée dans les 12 signes du Zodiaque

C'est un cas particulier des équations que l'on vient de mettre au point.

En effet, en utilisant la formule générale donnant la déclinaison δ d'un astre en fonction de L et de l , on a :

$$\delta = \arcsin [(\sin l \cos \varepsilon + \cos l \sin L \sin \varepsilon)].$$

Dans le cas particulier du soleil, $l = 0$ par rapport à l'écliptique puisque l'écliptique est précisément sa trajectoire.

Donc $\sin l = 0$ et $\cos l = 1$, ce qui entraîne $\delta = \arcsin[\sin L \sin \varepsilon]$. Par ailleurs L à l'entrée dans chaque signe est un multiple n de 30° .

Ainsi : $\delta = \arcsin[(\sin 30^\circ n) \times (\sin 23^\circ 27')]$ avec $n = 0$ à 11 . On trouvera dans la table correspondante les valeurs de cette déclinaison à l'entrée dans les 12 signes du Zodiaque.

Par ailleurs, l'équation qui donne l'ascension droite, à savoir : $\alpha = \arctan [(\sin L \cos \varepsilon - \tan l \sin \varepsilon)/\cos L]$

se transforme pour les mêmes raisons en : $\alpha = \arctan [(\sin L \cos \varepsilon)/\cos L]$ car $\tan l = 0$.

D'où $\alpha = \arctan [(\tan 30^\circ n) \times (\cos 23^\circ 27')]$ avec $n = 0$ à 11 .

Cette dernière formule donne évidemment α à $+$ ou $-k\pi$ près selon la valeur de n .

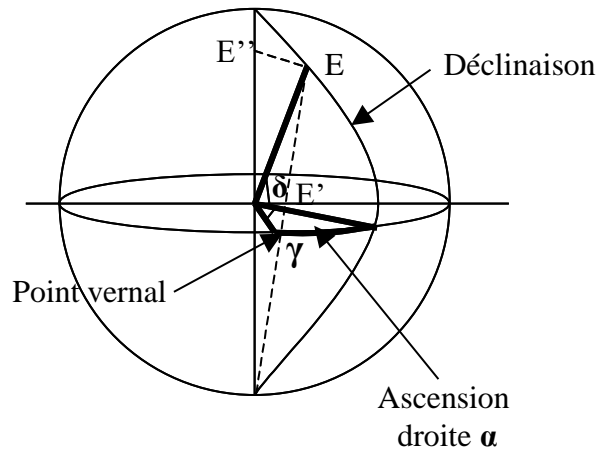
2.46. Table de déclinaison du soleil (15)

	A	B	G	H	I
1	TABLE DE DECLINAISON DU SOLEIL EN ENTREE DANS LES 12 SIGNES DU ZODIAQUE				
2	ε	23°27'			
4	n° du signe	L = Longitude céleste en degrés	Déclinaison = arcsin(sin L .sin 23°27') en degrés et minutes d'arc	Date	Entrée dans le Signe
5	0	0	0,00	21 Mars	Bélier
6	1	30	11,29	20 Avril	Taureau
7	2	60	20,10	20 Mai	Gémeaux
8	3	90	23,27	22 Juin	Cancer
9	4	120	20,10	24 Juillet	Lion
10	5	150	11,29	24 Août	Vierge
11	6	180	0,00	23 Septembre	Balance
12	7	210	-11,29	19 Octobre	Scorpion
13	8	240	-20,10	22 Novembre	Sagittaire
14	9	270	-23,27	22 Décembre	Capricorne
15	10	300	-20,10	20 Janvier	Verseau
16	11	330	-11,29	19 Février	Poissons

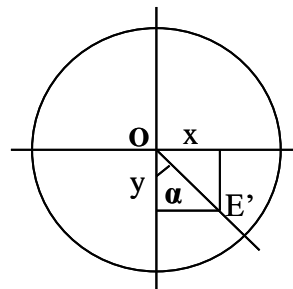
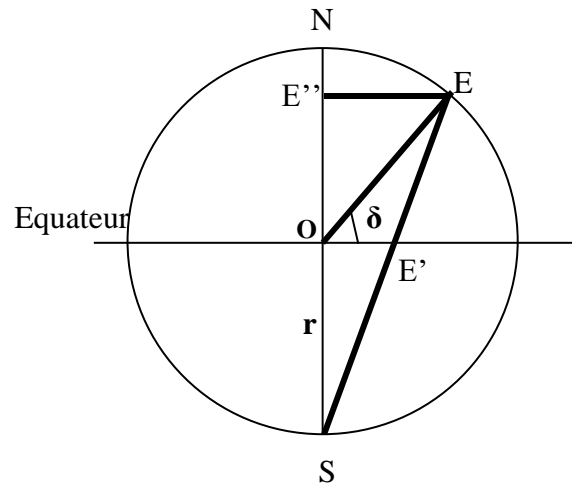
2.47. Equations et tracés relatifs à l'araignée de l'astrolabe

La position d'une étoile sur l'araignée

Depuis le XVII^{ème} siècle, époque à laquelle se sont développées les lunettes astronomiques, les étoiles sont repérées par leurs coordonnées équatoriales α (ascension droite) et δ (déclinaison) telles qu'elles sont rappelées sur le 1^{er} graphique ci-dessous.



Si l'on fait une section de la sphère par le plan de la déclinaison de l'étoile E, on obtient le deuxième graphique ci-dessous. En raison de la projection stéréographique, l'étoile E sera représentée sur l'araignée par le point E'. L'angle $\text{NOE} = 90^\circ - \delta$. L'angle OSE' est par construction égal à la moitié de l'angle au centre, c'est à dire : $\text{OSE}' = (90^\circ - \delta)/2$. Si r est le rayon de l'équateur choisi sur l'astrolabe, on a : $\text{OE}' = r \tan((90^\circ - \delta)/2)$ d'où $\text{OE}'/r = \tan((90^\circ - \delta)/2)$ et donc $(90^\circ - \delta)/2 = \arctan(\text{OE}'/r)$, d'où : $\delta = 90^\circ - 2 \arctan(\text{OE}'/r)$. En mesurant sur le tympan le rayon r de l'équateur et sur l'araignée la distance OE' séparant l'étoile du centre de l'astrolabe, il est donc possible d'obtenir sa déclinaison. C'est de cette façon qu'ont été mesurées les déclinaisons des étoiles figurant sur l'astrolabe exemple d'ABD AL-A-IMMAH. Par ailleurs, si l'on considère le plan de l'équateur, on a la figure ci-dessous :



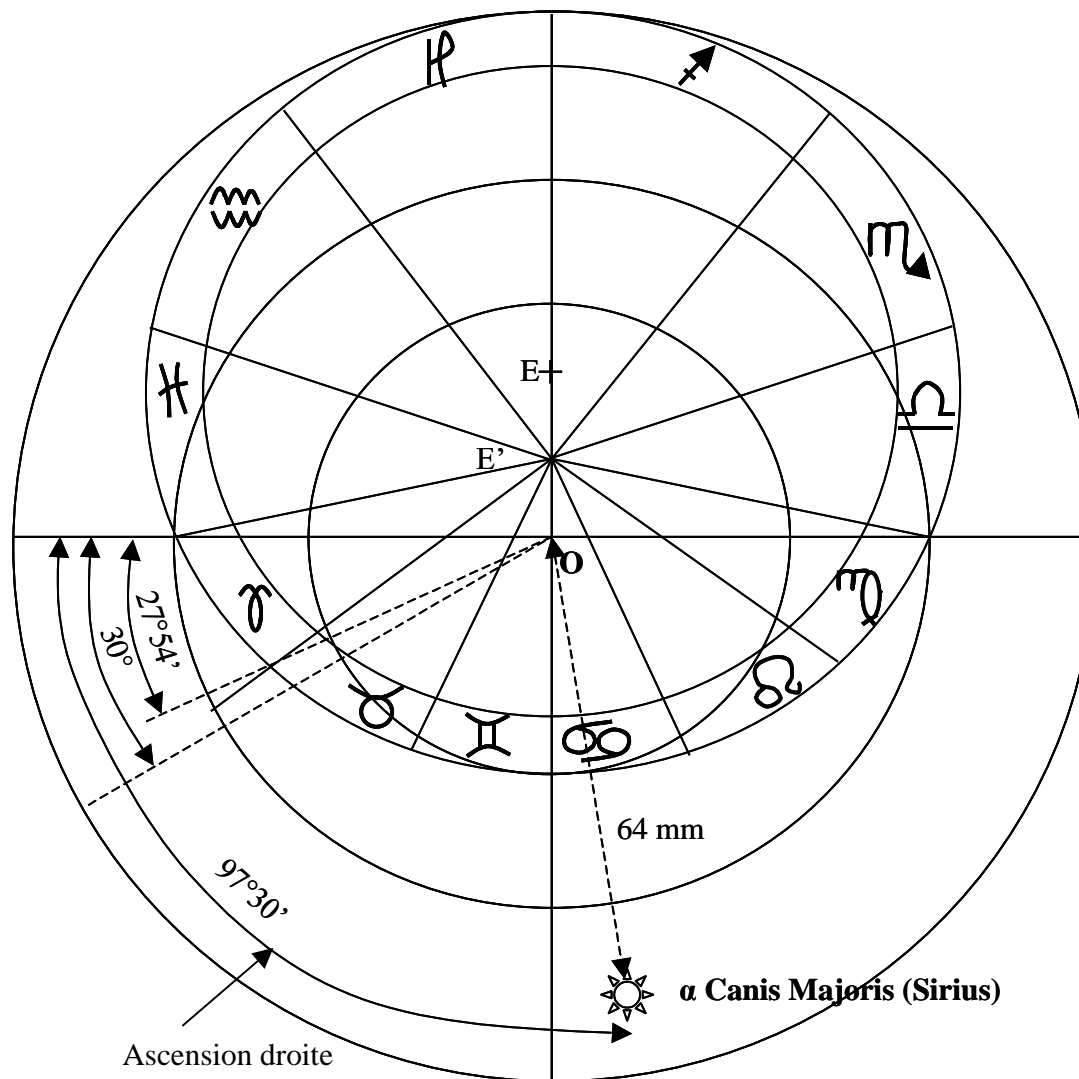
D'où $\text{OE}' = (x^2 + y^2)^{1/2}$ et $\tan \alpha = x / y$ et ainsi :

$$\delta = 90^\circ - 2 \arctan((x^2 + y^2)^{1/2}/r) \text{ et } \alpha = \arctan(x/y)$$

C'est également un moyen de relever les coordonnées d'une étoile en relevant ses coordonnées cartésiennes x et y et en passant aux coordonnées polaires ensuite.

La figure de la diapo N°55 représente le positionnement de l'étoile α **Canis Majoris (Sirius)** selon les coordonnées équatoriales : $\alpha = 97^\circ 30'$; $\text{OE}' = 64 \text{ mm}$ ce qui correspond à une déclinaison δ de $90^\circ - 2 \arctan(64/49) = -15^\circ 07'$.

2.48. Tracé de l'araignée et des 12 signes du Zodiaque



L'écliptique est un grand cercle dont le plan est incliné de 23°27' sur le plan de l'équateur. C'est un horizon particulier de latitude 66°33'. Deux points de sa projection sont connus, ce sont les points où les Tropiques du Cancer et du Capricorne coupent la ligne méridienne. D'autre part, le centre de projection de l'écliptique est au point où la perpendiculaire abaissée du centre de projection S sur le plan de l'écliptique passe par le plan de l'équateur. Cette perpendiculaire qui fait un angle de 23°27' avec l'axe SO est la ligne angulaire $2 \times 23^\circ 27' = 47^\circ$ sur le destour. Le segment OE qu'elle intercepte sur la ligne des tangentes du destour donne la distance du centre de projection de l'écliptique au centre O de l'astrolabe.

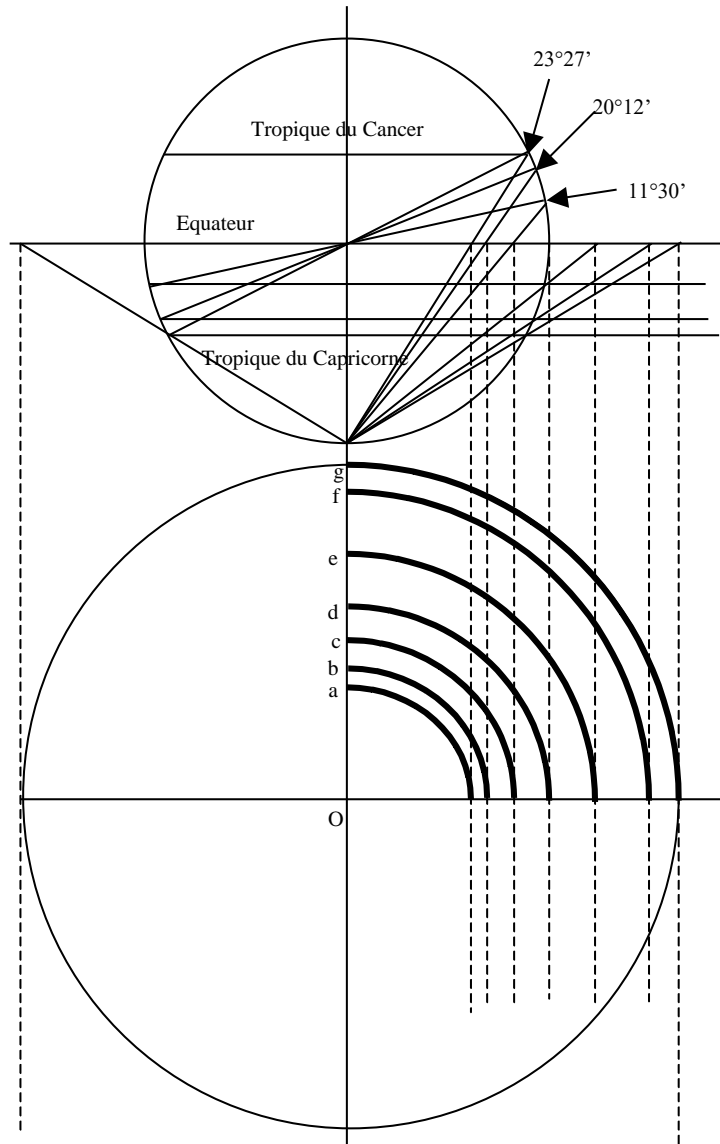
$OE = r \tan 23^\circ 27' = 21,5 \text{ mm}$ pour $r = 49 \text{ mm}$.

Par ailleurs, le pôle de l'écliptique E' sur la ligne méridienne est situé à une distance telle que :

$OE' = r \tan (23^\circ 27' / 2) = 10,16 \text{ mm}$.

On trace l'écliptique et l'équateur et on divise l'équateur en 360 degrés. On joint chacun de ces degrés au point E' par une droite qui coupera la projection de l'écliptique au degré correspondant du Zodiaque, degré qui exprimera la longitude céleste. Ainsi l'entrée dans le signe du Taureau est à 30° de longitude céleste alors qu'elle n'est qu'à 27°54' d'ascension droite.

2.49. Les arcs des signes du Zodiaque



La projection stéréographique des signes du Zodiaque sur le cadran Nord-Est est illustrée par la figure ci-contre.

Compte tenu de la symétrie de la déclinaison du soleil sur l'écliptique, les constructeurs d'astrolabe ont eu l'intelligence de regrouper deux à deux les cercles de déclinaison en les superposant.

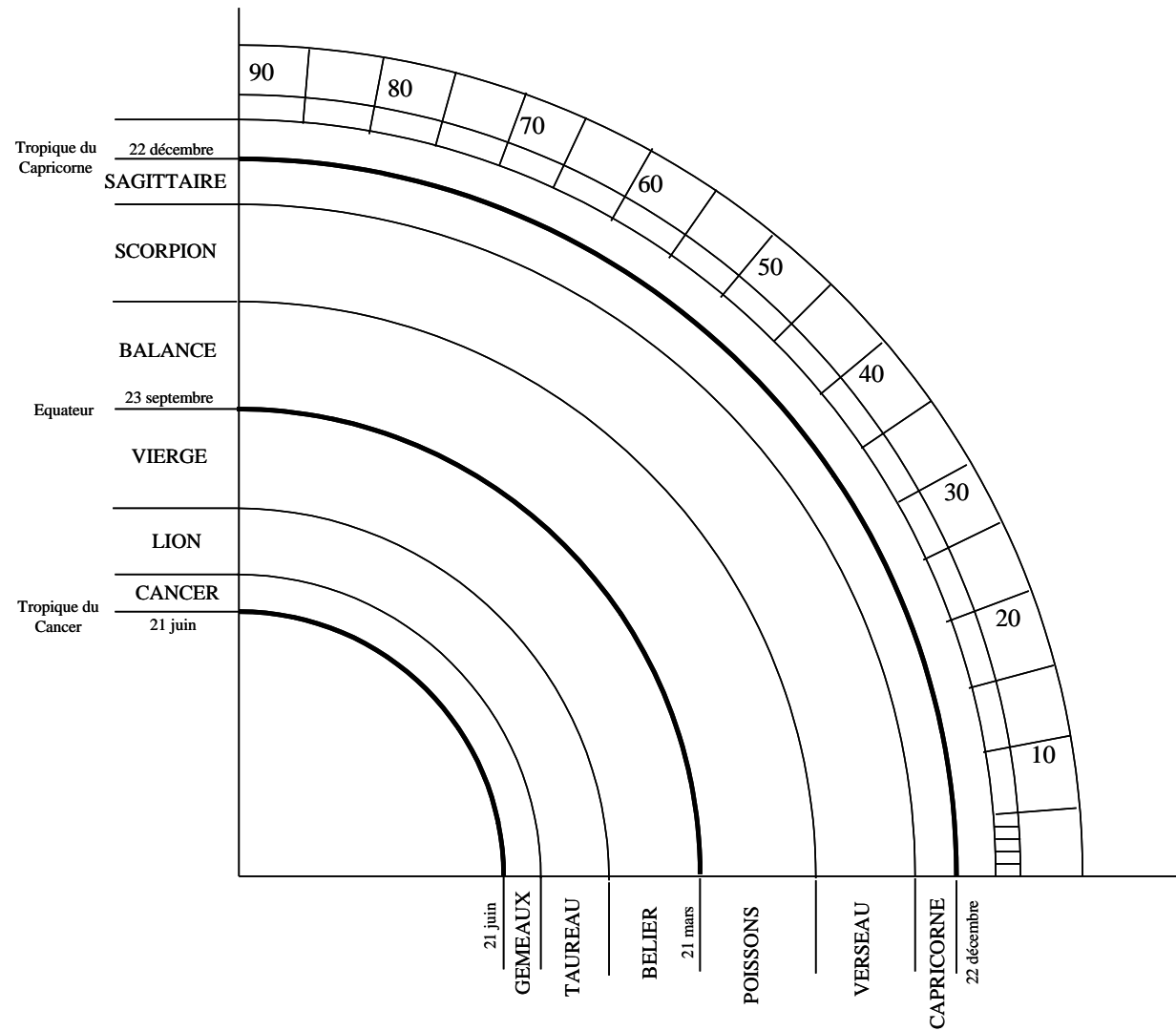
Ainsi, n'apparaissent sur le tracé que 7 arcs de cercle qui délimitent les 12 signes du Zodiaque regroupés deux à deux.

La construction peut également se faire en utilisant la formule qui donne le rayon de la projection d'un cercle dont la déclinaison δ par rapport à l'équateur est connue. Cette formule, rappelons-le, est : $r \tan \frac{1}{2}(90^\circ + \text{ou} - \delta)$, formule dans laquelle r est le rayon choisi pour la projection de l'équateur.

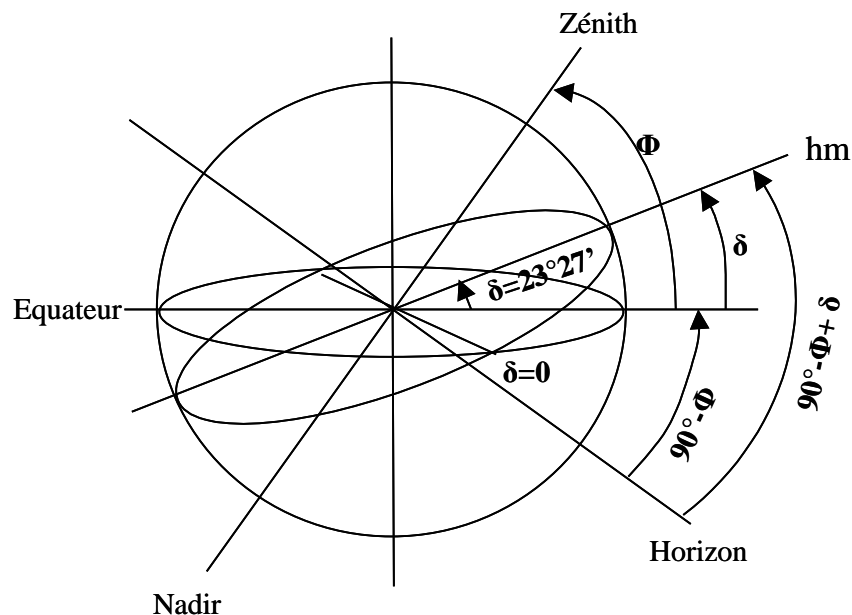
Le tableau ci-dessous indique la valeur du rayon Ox de chaque arc de signe ($r = 49$ mm dans l'astrolabe exemple).

	A	B	C	D	E
1	TABLE DES RAYONS DES ARCS DES 12 SIGNES DU ZODIAQUE				
2					
3	r = rayon de l'équateur en mm		49		
4	Arc	Déclinaison δ		Déclinaison en radians	Rayon = $Ox = r \tan \frac{1}{2}(90^\circ + \text{ou} - \delta)$ en mm
5		°	mn		
6	Cancer-Gémeaux	23	27	0,40927971	32,16
7	Lion-Taureau	20	12	0,35255651	34,18
8	Vierge-Bélier	11	30	0,20071286	40,03
9	Balance-Poissons	0	0	0	49,00
10	Scorpion-Verseau	-11	-30	-0,2007129	59,97
11	Sagittaire-Capricorne	-20	-12	-0,3525565	70,24
12	Tropique du Capricorne	-23	-27	-0,4092797	74,67

2.50. Epure du quadrant des arcs des signes du Zodiaque



2.51. Hauteur du soleil à midi



	A	B	C	D	E	F	G
1	TABLE DES HAUTEURS DU SOLEIL A MIDI						
2	Latitude du lieu Φ						
3	Degrés	Minutes					
4	38	0					
5	Date d'entrée dans le signe	Signe	δ = déclinaison en entrée		$hm = 90^\circ - \Phi + \delta$		Extrema de hm
6			degrés	minutes	degrés	minutes	
7	21-juin	CANCER	23	27	75	27	maximum
8	24-juil	LION	20	12	72	12	
9	24-août	VIERGE	11	30	63	30	
10	23-sept	BALANCE	0	0	52	0	
11	19-oct	SCORPION	-11	-30	40	30	
12	22-nov	SAGITTAIRE	-20	-12	31	48	
13	22-déc	CAPRICORNE	-23	-27	28	33	minimum
14	20-janv	VERSEAU	-20	-12	31	48	
15	19-févr	POISSONS	-11	-30	40	30	
16	21-mars	BELIER	0	0	52	0	
17	20-avr	TAUREAU	11	30	63	30	
18	20-mai	GEMEAUX	20	12	72	12	

La hauteur du soleil à midi hm par rapport à l'horizon d'un lieu situé à la surface de l'hémisphère Nord du globe terrestre est égale à :
 $hm = 90^\circ - \Phi + \delta$ (Φ = latitude du lieu, δ = déclinaison du soleil en valeur algébrique par rapport à l'équateur). La figure ci-contre indique la raison de cette formule.

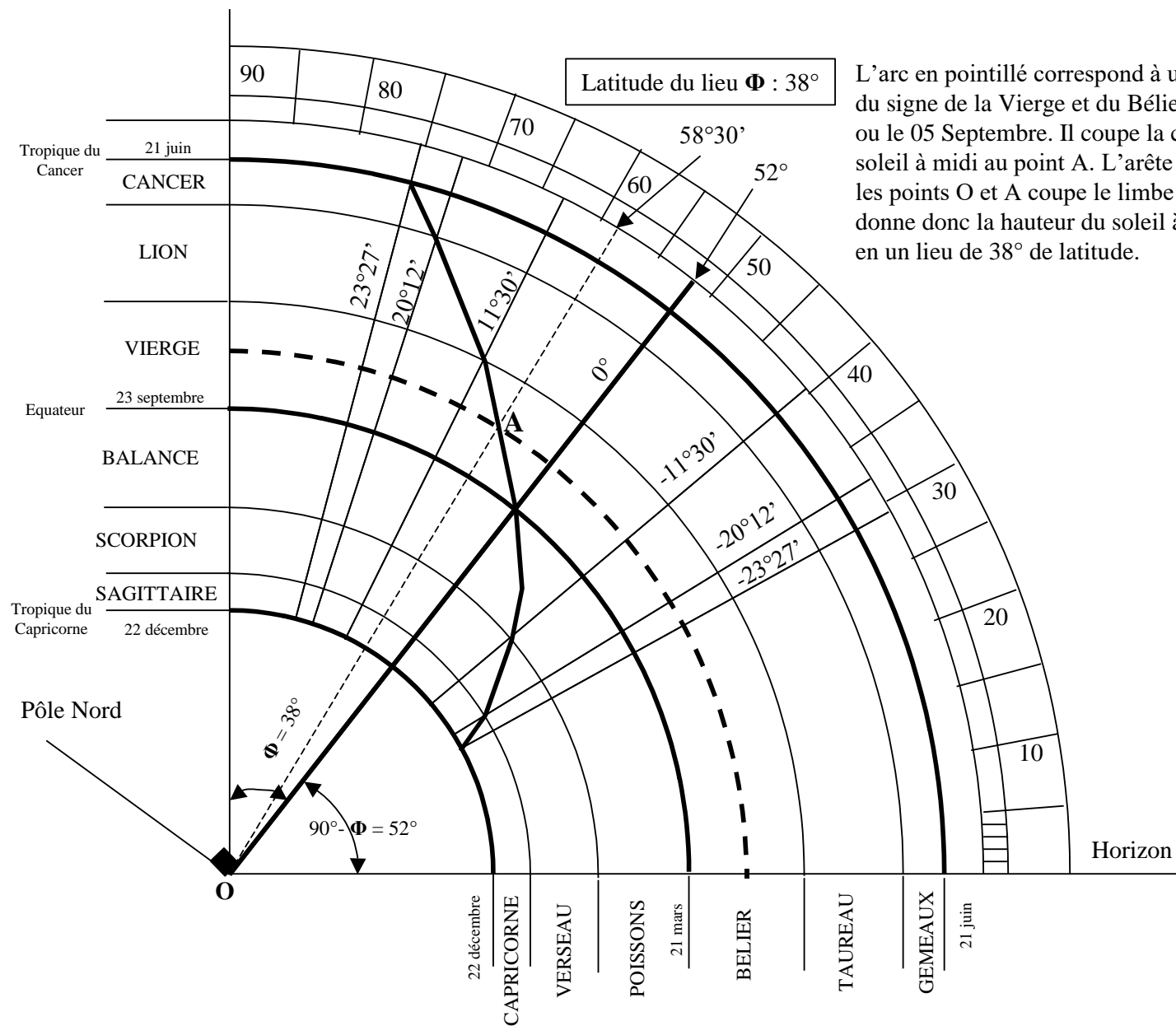
Comme δ varie en fonction de la date, il en est de même de hm et pour obtenir le graphique des hauteurs du soleil à midi pour un lieu de latitude Φ il faut opérer sur le quadrant de la manière suivante :

- Tracer les 7 arcs de signe du Zodiaque,
- Dessiner la droite OE qui fait avec l'axe du zénith un angle Φ égal à la latitude du lieu. Cette droite est donc parallèle au plan de l'équateur et s'écarte de l'horizon d'un angle égal à $(90^\circ - \Phi)$,
- Pointer de part et d'autre de cette droite sur le limbe du dos de la mère les déclinaisons remarquables + ou $-23^\circ27'$, + ou $-20^\circ12'$, + ou $-11^\circ30'$ de la position du soleil sur l'écliptique,
- Tracer les droites qui relient ces points au centre O. Chacune de ces droites coupe l'arc du signe homologue en un point,
- Joindre ces 7 points par une courbe. Cette courbe est, pour la latitude du lieu considéré, le lieu géométrique des hauteurs du soleil à midi.

Cette construction a été appliquée pour un lieu de latitude 38° à la figure suivante et dont les hm sont données par la table ci-contre.

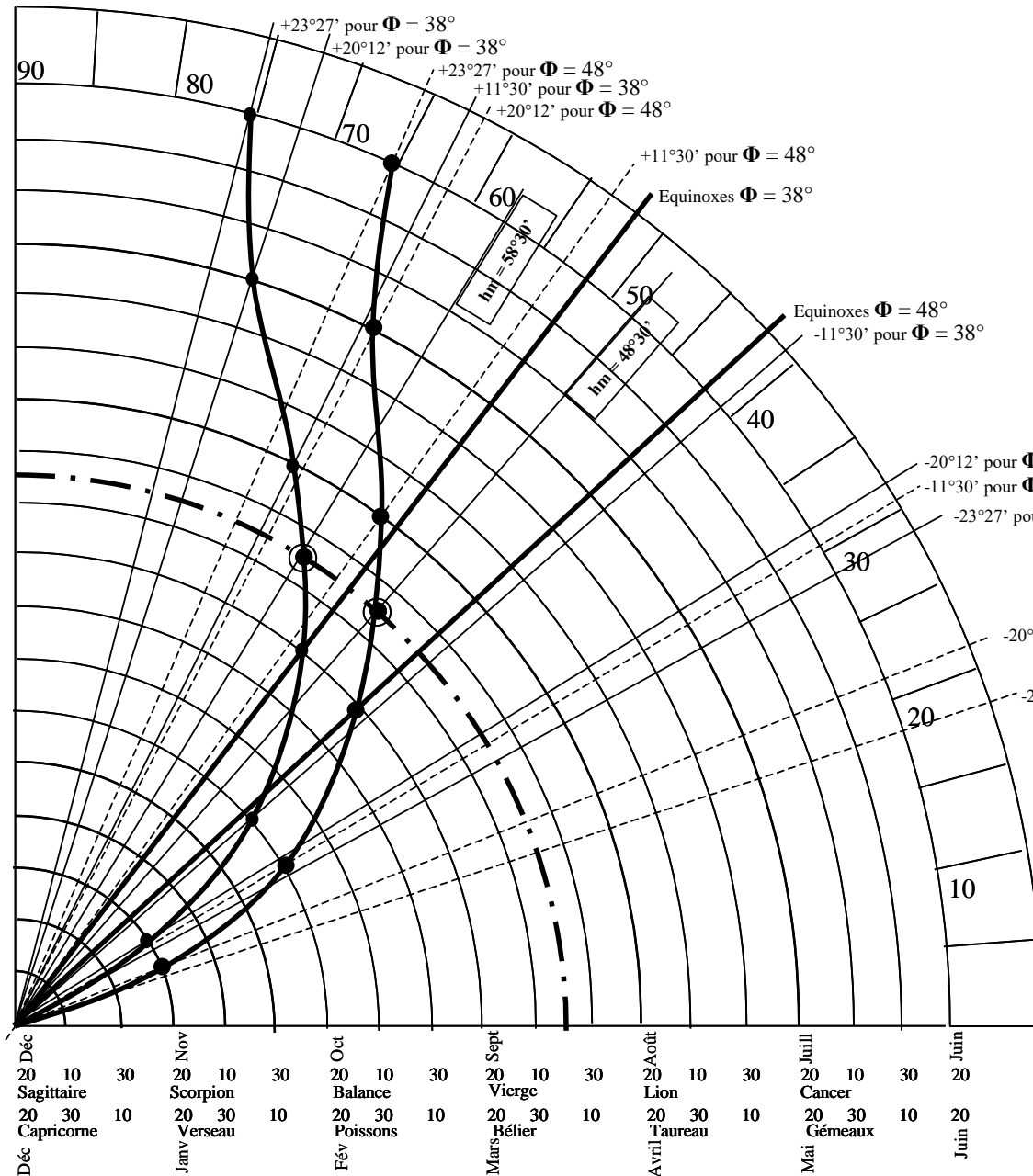
En un lieu donné, c'est à dire pour Φ constant hm est maximum lorsque δ est maximum. Ceci se produit lorsque $\delta = +23^\circ27'$, c'est à dire le 21 juin date qui correspond à l'entrée dans le signe du Cancer ou à la sortie du signe des Gémeaux. Inversement, hm est minimum lorsque $\delta = -23^\circ27'$, c'est à dire le 22 décembre date qui correspond à l'entrée dans le signe du Capricorne ou à la sortie du signe du Sagittaire. Pour respecter le sens de variation de hm , les signes du Zodiaque sont disposés sur l'astrolabe de la façon suivante : arc du signe du Cancer le plus à l'extérieur et l'arc du signe du Capricorne le plus à l'intérieur.

2.52. Graphe des hauteurs du soleil à midi selon les saisons (1ere partie)



L'arc en pointillé correspond à une date située au milieu du signe de la Vierge et du Bélier, soit environ le 05 Avril ou le 05 Septembre. Il coupe la courbe de la hauteur du soleil à midi au point A. L'arête de l'alidade passant par les points O et A coupe le limbe au point $hm = 58^\circ 30'$ qui donne donc la hauteur du soleil à midi le 05/09 ou le 05/04 en un lieu de 38° de latitude.

2.53. Graphe des hauteurs du soleil à midi selon les saisons (2eme partie)



Certains astrolabistes n'ont pas utilisé la projection stéréographique pour le tracé des arcs des signes mais les ont disposé de telle sorte qu'ils soient équidistants entre eux. Ainsi, si l'on convient de diviser l'échelle calendaire du Zodiaque de 10j en 10j, on est amené à tracer 18 arcs de cercles équidistants. En respectant le même principe que celui mentionné ci-dessus, on obtient alors un tracé pour les courbes de la hauteur du soleil à midi qui possède l'allure ci-contre (allure sigmoïdale).

Sur ce graphique ont été tracées deux courbes des hauteurs du soleil à midi pour les latitudes $\Phi = 38^{\circ}$ et $\Phi = 48^{\circ}$. Pour 38° , on retrouve évidemment $hm = 58^{\circ}30'$ au 05 septembre comme au 05 avril et $hm = 48^{\circ}30'$ pour une latitude de 48° . Les 10° d'écart entre les latitudes se répercutent évidemment sur les valeurs de hm .

2.54. Azimut de la Qibla (1ere partie)

L'un des usages importants de l'astrolabe était de guider l'orientation vers la place de la Mecque aux heures de prières lorsque le croyant se trouvait dans une ville autre que la Mecque.

Le graphique du quadrant des azimuts de la Qibla présent au dos de la mère de certains astrolabes indique la hauteur du soleil dans certaines villes au moment où l'astre déclinant (celui de l'après-midi) passe par l'azimut de la Qibla. Cette hauteur est évidemment fonction de la date.

Pour construire ce graphique, il faut donc :

a) déterminer l'azimut de la Qibla par rapport au lieu où l'on se trouve; c'est l'arc, en degrés et en minutes, intercepté sur l'horizon de la ville considérée entre le méridien de la ville en question et le cercle vertical passant par le zénith de la Mecque (voir illustration ci-après).

Cet azimut A peut se calculer à l'aide de la formule :

$\cotang A = [\sin I_1 \cos (L_2 - L_1) - \cos I_1 \tan I_2] / [\sin (L_2 - L_1)]$ formule dans laquelle L1 et I1 sont respectivement la longitude et la latitude de la ville et L2 et I2 sont la longitude et la latitude de la Mecque, ici 77°10' et 21°40'.

b) calculer la hauteur du soleil aux divers jours de l'année au moment où cet astre déclinant passe par cet azimut.

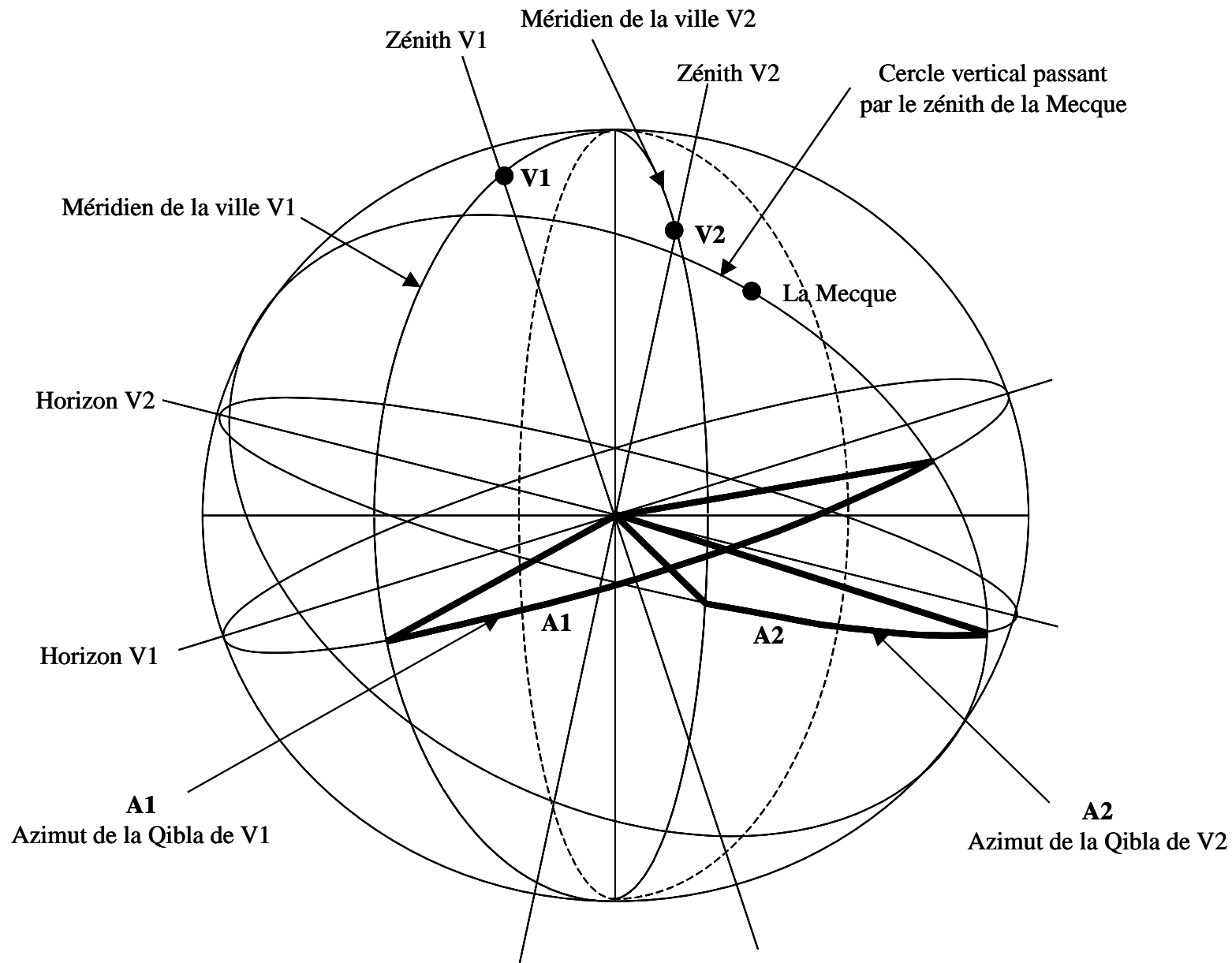
Sur l'astrolabe d'ABD-AL-A-IMMAH qui sert d'exemple, on choisira la ville de MASHAD (latitude 37°) pour montrer la construction du graphique dans le quadrant des azimuts de la Qibla. Cette ville est l'une des cinq villes de ce quadrant figurant au dos de la mère. Les 4 autres villes dont les arcs sont gravés dans ce quadrant sont : BAGDAD, ISFAHAN, HIRAT et BALKH.

Le processus de construction est le suivant :

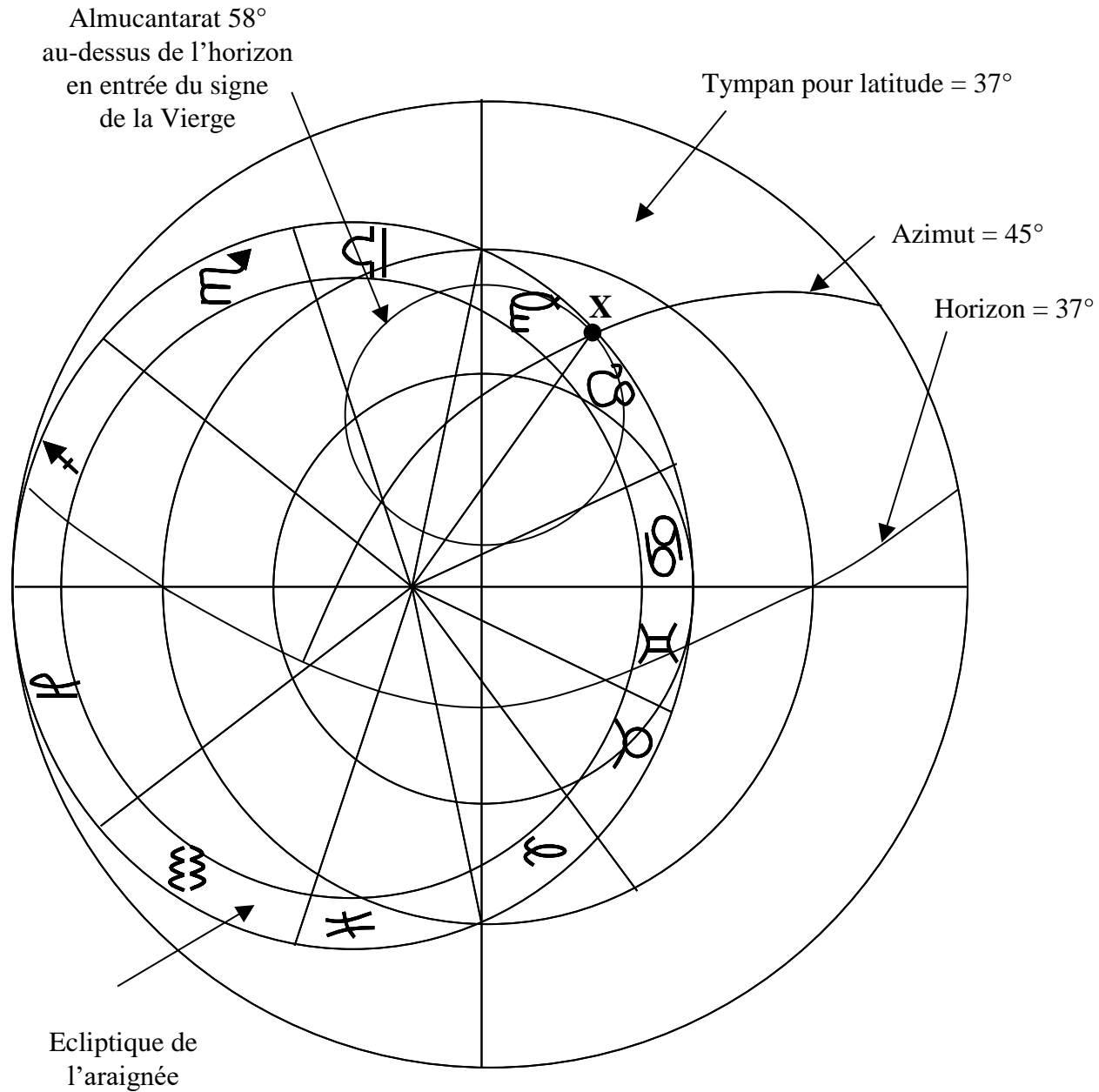
- 1) Calculer l'azimut A de la Qibla relatif à la ville considérée, soit pour MASHAD où $L_1 = 92^\circ 30'$, $I_1 = 37^\circ$,
 $\cotang A = [\sin 37^\circ \cos (77^\circ 10' - 92^\circ 30') - \cos 37^\circ \tan 21^\circ 40'] / [\sin (77^\circ 10' - 92^\circ 30')] = (0,6018 \times 0,9644 - 0,7986 \times 0,3973) / (-0,2644) = 0,2640 / (-0,2644) = -1$ ce qui entraîne $A = 45^\circ$ vers l'Ouest pour MASHAD.
- 2) Placer dans la mère le tympan correspondant à la latitude de la ville (soit le tympan de 37° pour MASHAD)
- 3) Repérer sur le tympan l'azimut de la Qibla calculé pour cette ville (45°),
- 4) Repérer sur l'écliptique de l'araignée l'entrée du soleil dans un signe quelconque du Zodiaque; soit X ce point.
- 5) Faire tourner l'écliptique jusqu'à ce que ce point vienne se superposer à l'azimut de la Qibla. Dans cette position, le point X de l'écliptique indique, sur les cercles de déclinaison, la déclinaison du soleil et, sur les almucantarats, la hauteur de cet astre au lieu choisi et à son entrée dans le signe choisi.
- 6) Relever la hauteur ainsi trouvée sur l'almucantarats correspondant,
- 7) Reporter au dos de l'astrolabe, sur l'arc du signe qui a été choisi, la hauteur ainsi relevée. Pour ce faire, orienter l'alidade sur ce degré de hauteur et pointer son intersection avec l'arc du signe choisi,
- 8) Répéter cette séquence d'opérations pour les divers signes,
- 9) Joindre les points ainsi obtenus pour l'entrée dans chaque signe et l'on obtient le graphe voulu relatif à la ville considérée, (les figures suivantes illustrent le processus de relevé pour l'entrée dans le signe de la Vierge et la construction du graphe).

2.55. Azimut de la Qibla (2eme partie)

QUIBLA = Place sacrée du temple carré (La Ka'ba) de la Mecque

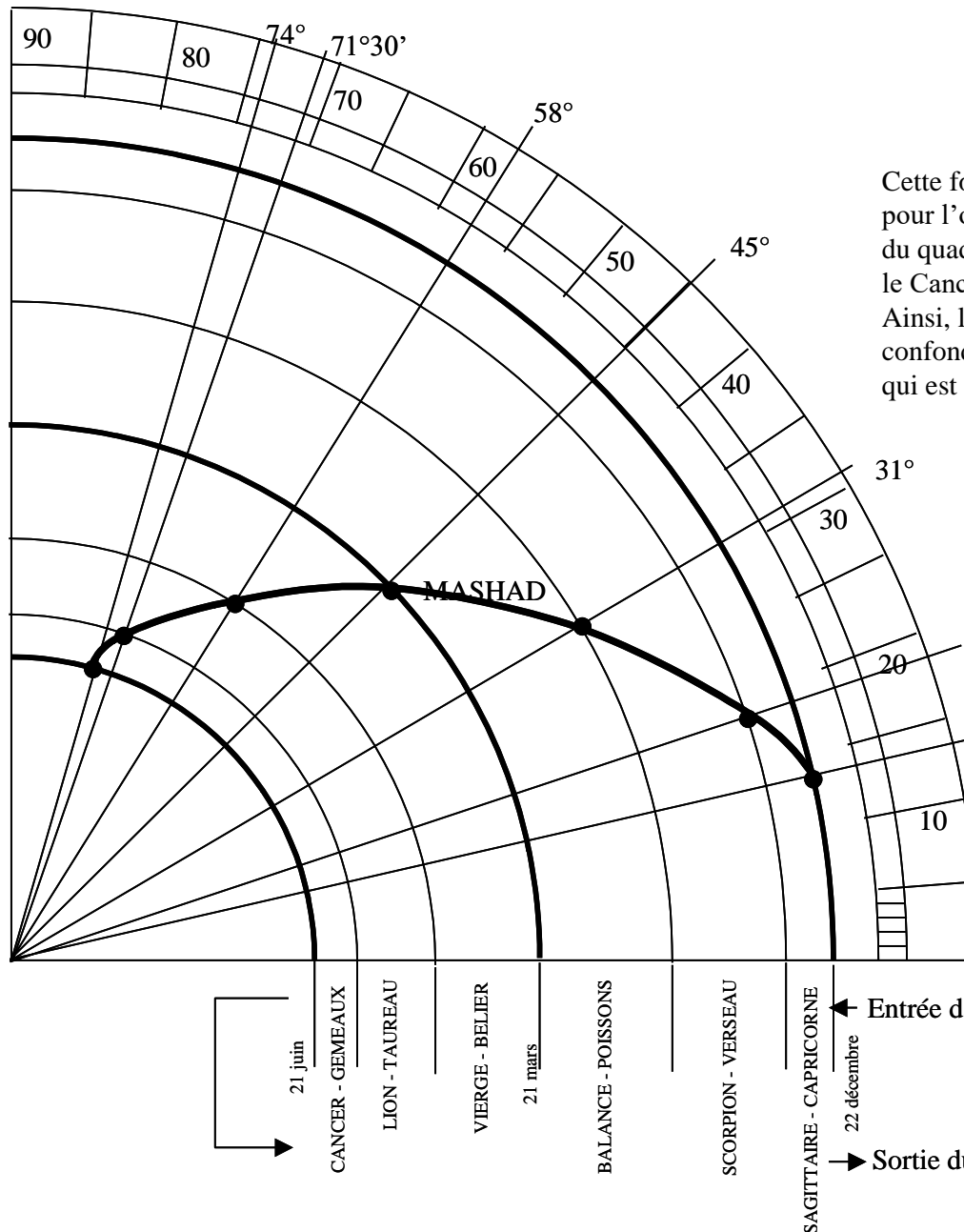


2.56. Azimut de la Qibla (3eme partie)



Entrée dans le signe	Almucantar correspondant
CANCER	74°
LION	71°30'
VIERGE	58°
BALANCE	45°
SCORPION	31°
SAGITTAIRE	19°
CAPRICORNE	14°
VERSEAU	19°
POISSONS	31°
BELIER	45°
TAUREAU	58°
GEMEAUX	71°30'

2.57. Azimut de la Qibla (4eme partie)



Cette fois-ci, on a pris soin d'adopter l'ordre inverse, pour l'ordre des signes marqués sur le rayon horizontal du quadrant Nord-Est au dos de la mère, c'est à dire que le Cancer est vers le centre et le Capricorne vers l'extérieur. Ainsi, le graphe sera dirigé de gauche à droite et ne se confondra pas avec la courbe des hauteurs du soleil à midi qui est supportée par le même quadrant.

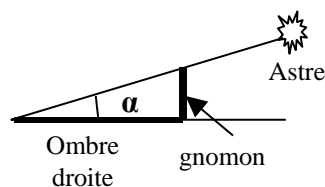
Le soleil, au cours d'une même journée, passe bien évidemment deux fois à la même hauteur. celle qui nous intéresse est celle du soleil déclinant (en raison de l'heure des prières qui sont toutes placées l'après-midi).

Le tracé du graphique s'applique donc uniquement aux villes par rapport auxquelles La Mecque est située entre le Sud et l'Ouest. C'est le cas des villes de Perse et d'Inde septentrionale.

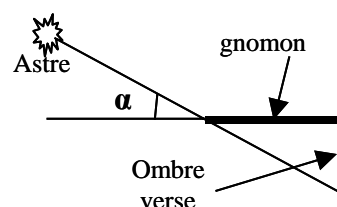
Certaines villes par rapport auxquelles La Mecque est située à l'Est sont néanmoins gravées au fond de la mère; c'est le cas notamment de KAIROUAN dans l'astrolabe exemple (voir table des villes et de la Qibla page 19).

2.58. Carré des ombres et Echelle des cotangentes

Le carré des ombres est en fait un rectangle résultant de deux carrés juxtaposés l'un à l'autre comme le montre la figure ci-dessous. Chacun des côtés de chaque carré est divisé en plusieurs parts égales. Le nombre de parts peut varier de 7 à 12 selon l'origine des astrolabes. Sur un astrolabe oriental, on trouve en général une division en 7 parties pour les deux côtés d'un carré et une division en 12 parties pour les deux autres. Sur les astrolabes européens, les quatre côtés des carrés sont uniformément divisés en 12 parties égales; Dans l'astrolabe qui nous a servi d'exemple, le carré de gauche est divisé en 2 fois 12 parties égales et le carré de droite en 2 fois 7 parties égales.



L'ombre s'appelle « Ombre droite » si elle est projetée par un gnomon vertical sur un plan horizontal.

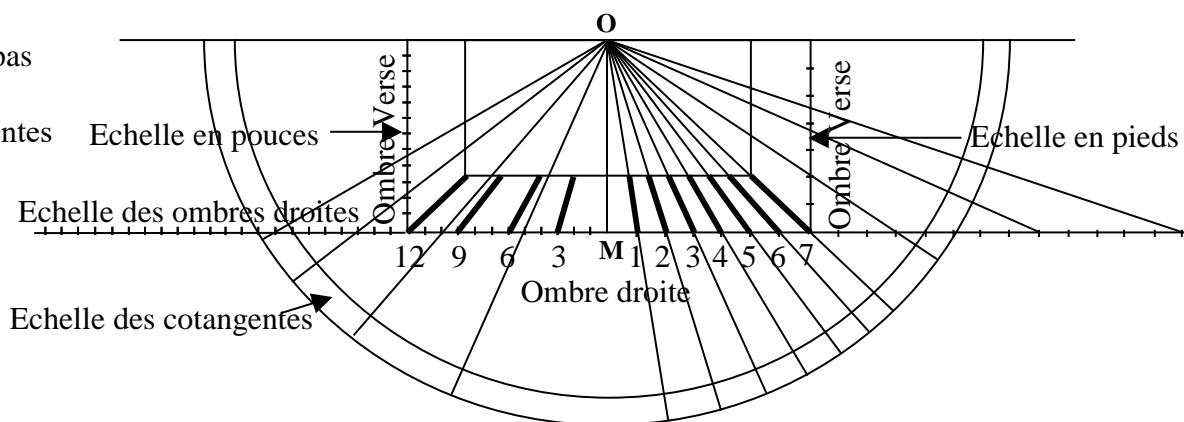


L'ombre s'appelle « Ombre verse » si elle est projetée par un gnomon horizontal sur un plan vertical.

L'ombre droite est inférieure à la hauteur du gnomon si l'angle α est supérieur à 45° et supérieure à cette hauteur si l'angle α est inférieur à 45° .

A l'inverse, l'ombre verse est inférieure à la longueur du gnomon si l'angle α est inférieur à 45° et supérieure à cette longueur si l'angle α est supérieur à 45° . OM est la hauteur de référence du gnomon sur le carré des ombres.

Les mesures en pieds et en pouces ne sont pas à rapprocher des mesures anglo-saxonnes connues aujourd'hui. L'échelle des cotangentes permet une meilleure lecture de l'ombre droite projetée par le gnomon vertical que celle obtenue en lisant directement sur le carré des ombres compte tenu des petites dimensions de ce dernier.



2.59. Carré des ombres : principe et équations

$\cotg(90^\circ - \alpha_1) = \tan \alpha_1 = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = \text{hauteur} / \text{distance} = A_1A'_1 / OA'_1 = OM / MM_1$ (triangles semblables)

$\cotg(90^\circ - \alpha_2) = \tan \alpha_2 = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = \text{hauteur} / \text{distance} = A_2A'_2 / OA'_2 = OM / MM_2$ (triangles semblables)

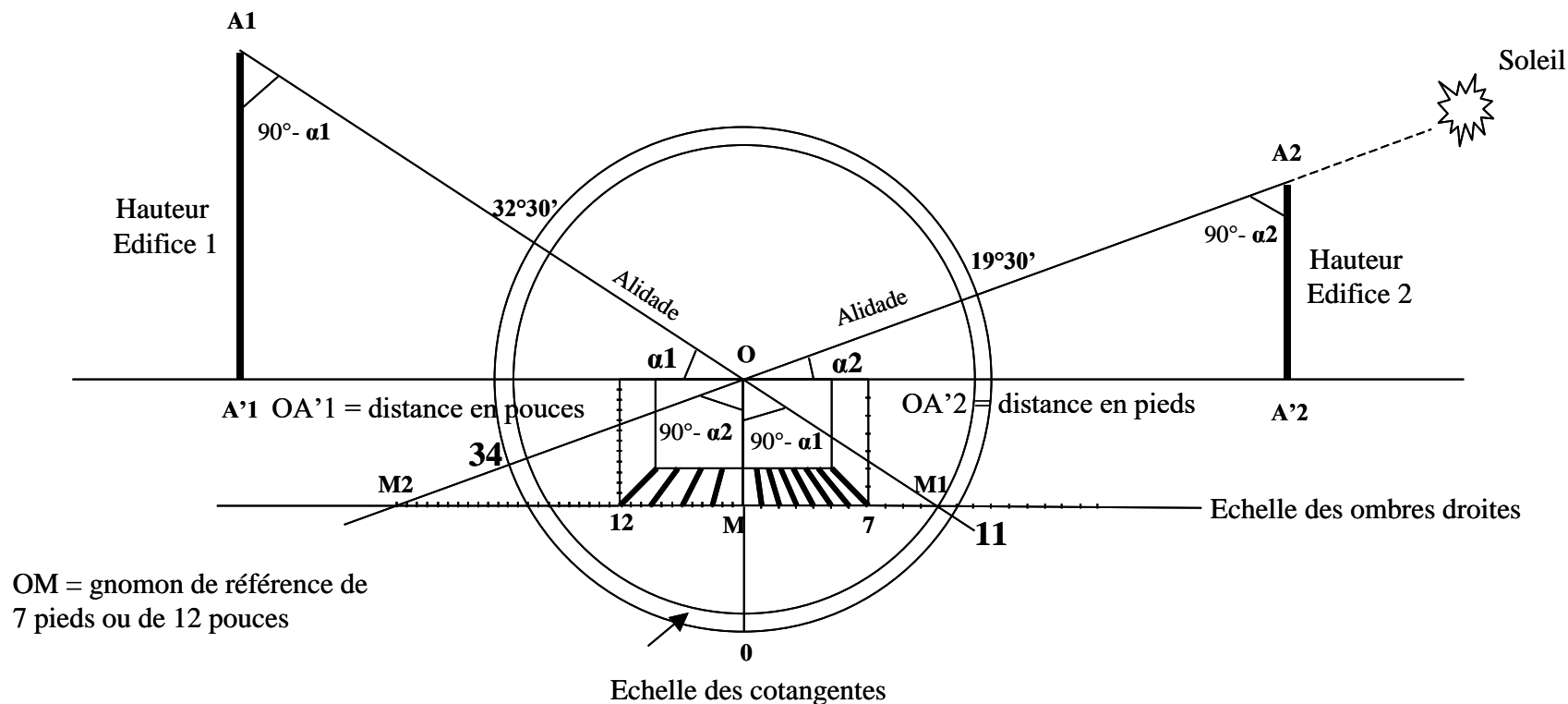
Ces formules reproduites par le carré des ombres, l'échelle des cotangentes et une visée à l'aide de l'alidade permettent de trouver :

- la hauteur d'un édifice quelconque (tour, flèche de cathédrale, etc..),
- la distance à laquelle se trouve cet édifice si l'on connaît sa hauteur,
- l'heure s'il fait soleil.

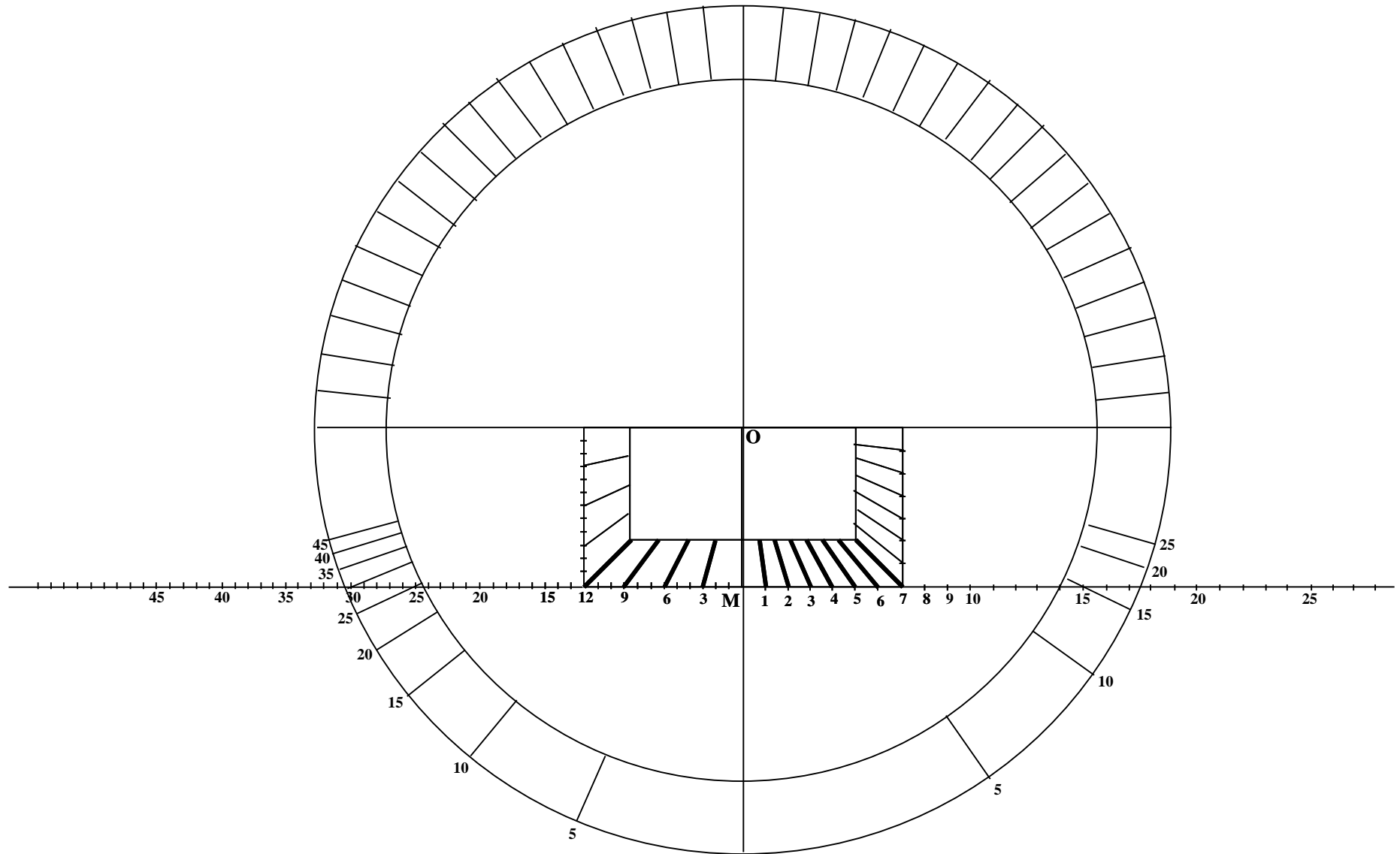
Ainsi, en assimilant un édifice à un gnomon vertical, en se plaçant à l'extrémité de l'ombre qu'il porte sur le sol, en visant son faite à l'aide de l'alidade et en relevant l'angle indiqué sur le limbe ou la graduation indiquée par l'alidade sur l'échelle des cotangentes, il est possible d'en déduire la hauteur si l'on connaît la longueur de son ombre droite.

Par exemple, en connaissant, en pouces ou en pieds, les distance OA'_1 (43 pouces) et OA'_2 (72 pieds) entre l'observateur et les édifices 1 et 2, on a : $A_1A'_1 = OA'_1 \times OM / MM_1 = 43 \times 7 / 11 = 27,36$ pouces ($7 / 11 = 0,636 = \tan 32^\circ 30'$) et

$A_2A'_2 = OA'_2 \times OM / MM_2 = 72 \times 12 / 34 = 25,4$ pieds ($12 / 34 = 0,353 = \tan 19^\circ 30'$).



2.60. Epure carré des ombres



CHAPITRE 3 : QUELQUES USAGES DE L'ASTROLABE

3.1. Régler l'astrolabe

Deux réglages de base : la latitude et l'almucantar

Pour que l'astrolabe reflète une projection correcte de la carte du ciel, il faut le régler selon la **latitude du lieu** et positionner l'araignée selon la **hauteur du soleil** (de jour) ou **d'une étoile** (de nuit) au dessus de l'horizon (l'almucantar).

Cet almucantar dépend évidemment de la date et de l'heure du jour ou de la nuit considérée.

Le réglage en fonction de la **latitude du lieu** est très simple, il suffit de placer au fond de la mère le tympan dont l'horizon correspond à ladite latitude.

Pour déterminer le bon **almucantar** de jour :

- a) tenir l'astrolabe par l'anneau en position verticale et orienter son plan dans la direction du soleil,
- b) faire pivoter l'alidade de telle sorte qu'un rayon du soleil passe par les deux pinnules prévues à cet effet sur l'alidade,
- c) lorsque cette condition est satisfaite, l'extrémité de l'alidade indique, sur le limbe gradué au dos de la mère, l'almucantar du soleil cherché.

Pour déterminer le bon **almucantar** de nuit :

- a) viser l'étoile retenue à travers les deux pinnules de l'alidade prévues à cet effet,
- b) relever son almucantar par l'angle qu'indique l'extrémité de l'alidade sur le limbe gradué au dos de la mère.

Positionner l'araignée en fonction de l'almucantar :

de jour : si le repère est le soleil, c'est le degré zodiacal de l'écliptique de l'araignée correspondant au jour de l'observation qui constitue l'index du soleil et c'est cet index qu'il faut amener sur la projection de l'almucantar dont on vient de déterminer la valeur,

de nuit : si le repère est une étoile, c'est l'extrémité de ce repère sur l'araignée qu'il faut superposer au cercle de l'almucantar dont on vient de déterminer la valeur.

Quel que soit le repère (soleil ou étoile) et dès ce placement effectué à l'instant de l'observation, l'astrolabe est en position de travail, c'est à dire qu'il reproduit sur un plan la carte du ciel par rapport à la terre.

3.2. Heure égale de jour

En un lieu de latitude donnée et à une date donnée, si l'on sait repérer la hauteur du soleil à midi (g_0 en degrés par rapport à l'horizon) et sa hauteur à l'instant t_1 d'observation (g_1 en degrés par rapport à l'horizon), on pourra utiliser cette différence de degrés ($g_1 - g_0$) pour obtenir l'heure égale. On prendra comme hypothèses pour l'exemple 38° de latitude et comme date le 20 Avril.

Deux cas se présentent de jour : avant et après midi

De jour et l'après midi du 20 Avril

- 1) Repérer sur l'araignée le degré zodiacal du jour de l'observation (en l'absence de calendrier zodiacal, ce qui est le cas sur l'astrolabe qui sert d'exemple, il faudra fixer au jugé la graduation de l'écliptique correspondant à cette date),
- 2) Faire pivoter l'araignée de telle sorte que ce degré zodiacal correspondant au jour considéré vienne sur la ligne méridienne et soit s_0 ce point qui est dénommé point solaire. Au terme de ce mouvement de rotation, l'index de l'araignée (le muri) pointe sur une graduation du limbe que l'on note g_0 et qui correspond à l'instant $t_0 = \text{midi (12h00)}$. Son opposé g'_0 sur le limbe correspond à $t'_0 = \text{minuit (0h00)}$,
- 3) Viser maintenant le soleil à l'aide de l'alidade et noter sa hauteur h_1 au dessus de l'horizon (supposons que $h_1 = 30^\circ$). En faisant pivoter l'araignée, amener le point solaire s_0 en s_1 sur l'almucantar de degré $h_1 = 30^\circ$ (côté Ouest, puisque nous sommes l'après midi).

On relève alors la graduation g_1 indiquée à cet instant t_1 par l'index de l'araignée sur le limbe.

On a alors : $t_1 - t_0 = (g_1 - g_0)/15$ (puisque $1h00 = 15^\circ$) qui permet de calculer l'heure t_1 .

Ainsi, en supposant que l'on soit le 20 Avril (1er jour de l'entrée dans le signe du Taureau) et en appliquant le processus décrit ci-dessus, on obtient (cf : figures suivantes) :

$g_0 = 110^\circ$ et $g_1 = 170^\circ$, d'où $g_1 - g_0 = 60^\circ$ et $t_1 - t_0 = 60/15 = 4h00$

L'heure égale est donc : $12h00 + 4h00' = \mathbf{16h\ 00'}$.

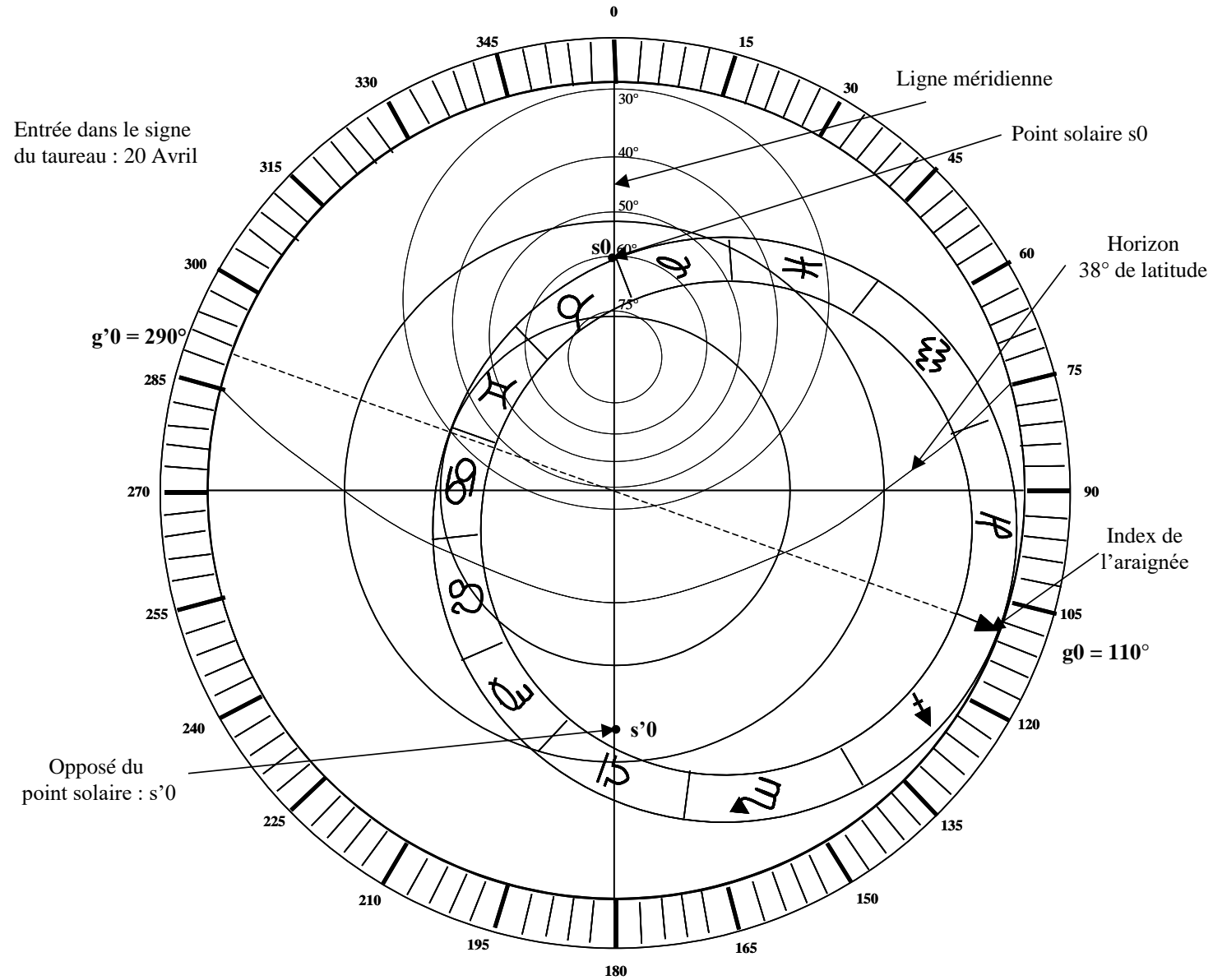
De jour et le matin du 20 Avril

Les opérations 1) et 2) restent identiques. Quant à l'opération 3), elle donne h_2 (supposons que h_2 soit égal à 50°).

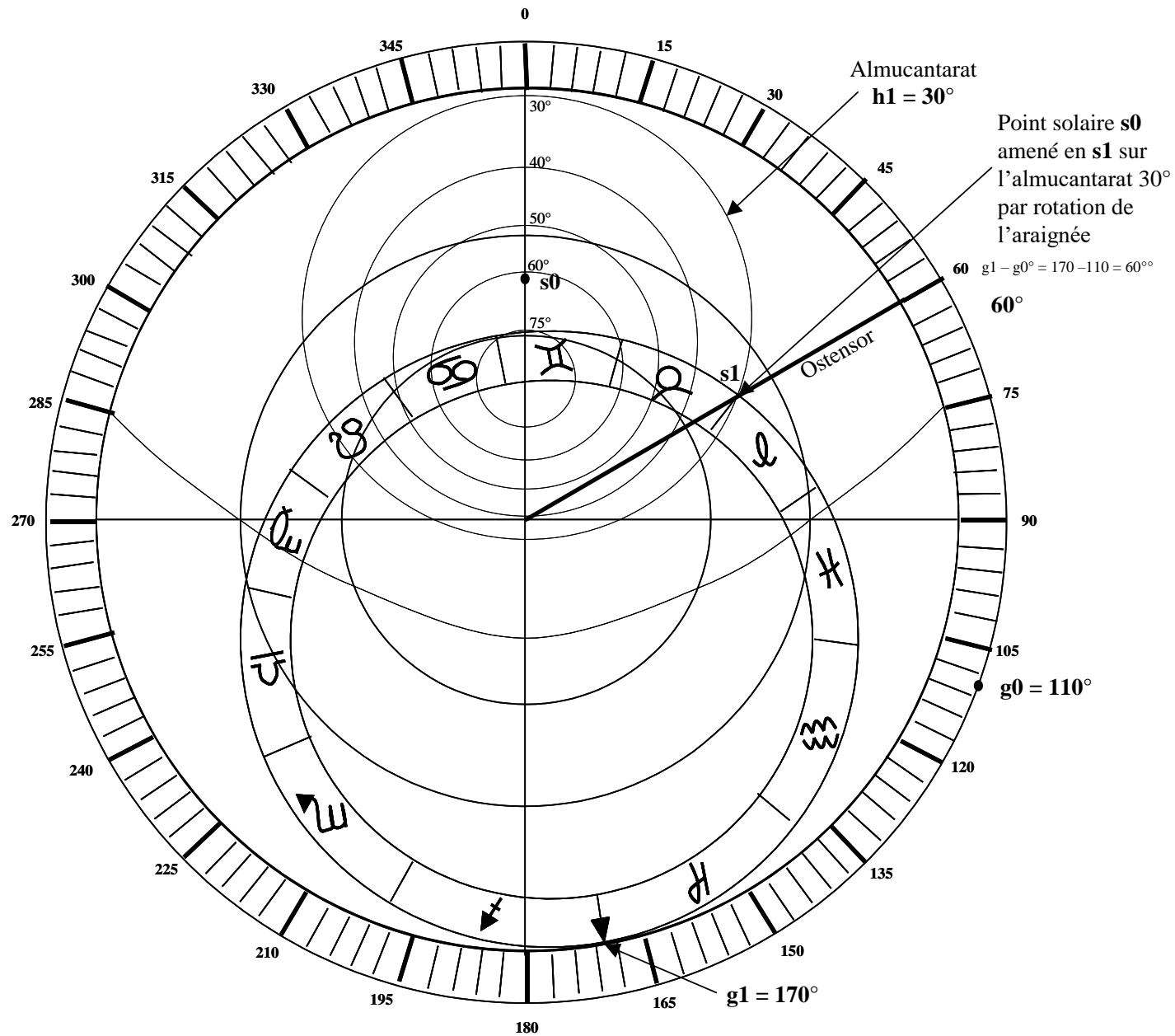
On amène le point solaire s_0 en s_2 sur l'almucantar $h_2 = 50^\circ$ mais côté Est et on relève g_2 sur le limbe. Ce pointage donne $g_2 = 79^\circ 30'$. On aura intérêt à comptabiliser les degrés à compter de la référence d'origine $g'_0 = 290^\circ$ qui correspond à $t'_0 = \text{minuit}$ pour avoir un calcul direct de l'heure du matin. Dans notre cas, g_2 compté à partir de cette origine donne un écart angulaire de $(360^\circ - 290^\circ) + 79,5^\circ = 149,5^\circ$ ce qui correspond à $149,5/15 = 9h$ et 96 centièmes d'heure, soit $\mathbf{9h58'}$.

Il existe sur la disquette un graphique en « Powerpoint » qui permet de faire pivoter l'araignée pour concrétiser ces manipulations. Il reconstitue virtuellement une partie de l'astrolabe pour un tympan de 38° .

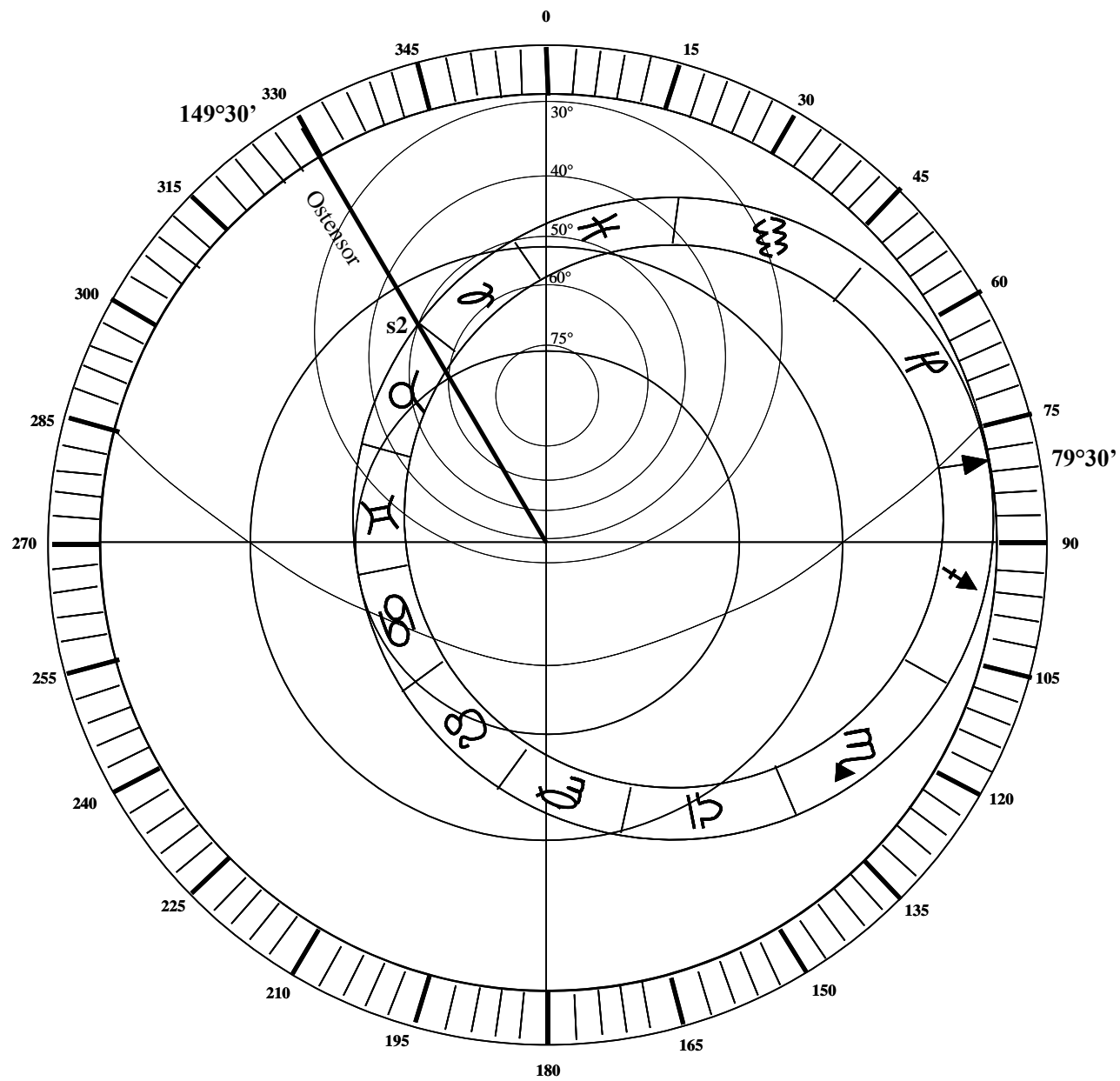
3.3. Heure égale de jour l'après midi (1ere partie)



3.4. Heure égale de jour l'après midi (2eme partie)



3.5. Heure égale de jour le matin



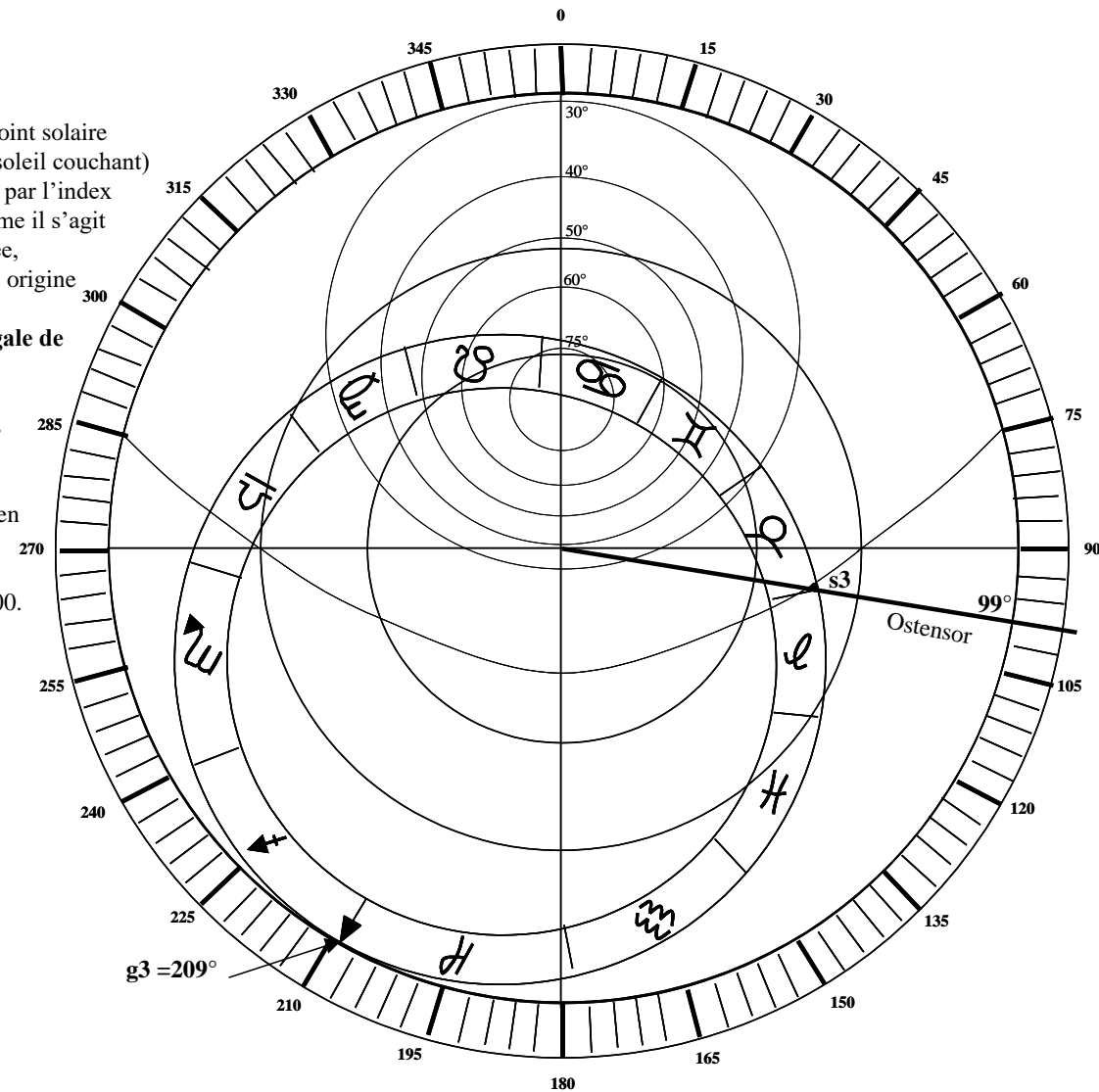
3.6. Heure de coucher du soleil

Cette fois-ci, il faut amener le point solaire en s3 sur l'horizon côté Ouest (soleil couchant) et lire la graduation g3 indiquée par l'index de l'araignée sur le limbe. Comme il s'agit d'une heure qui se situe en soirée, il faut prendre comme référence origine le point g0 = 110°.

On a $g3 = 209^\circ$, d'où **l'heure égale de coucher du soleil :**

$t3 = t0 + (209^\circ - 110^\circ)/15$,
 $t3 = 12h00 + 6h$ et 61 centièmes d'h, soit : **18h37'**.

Si l'instrument est doté d'un ostensor, celui-ci indique, en passant par s3, directement sur le limbe un angle de 99° qui correspond aux 6h61 après 12h00.



3.7. Heure de lever du soleil et durée du jour

Cette fois-ci, il faut amener le point solaire en s4 sur l'horizon côté Est (soleil levant) et lire la graduation g4 indiquée par l'index de l'araignée sur le limbe. Comme il s'agit d'une heure qui se situe en matinée, il faut prendre comme référence origine le point g'0 = 290°.

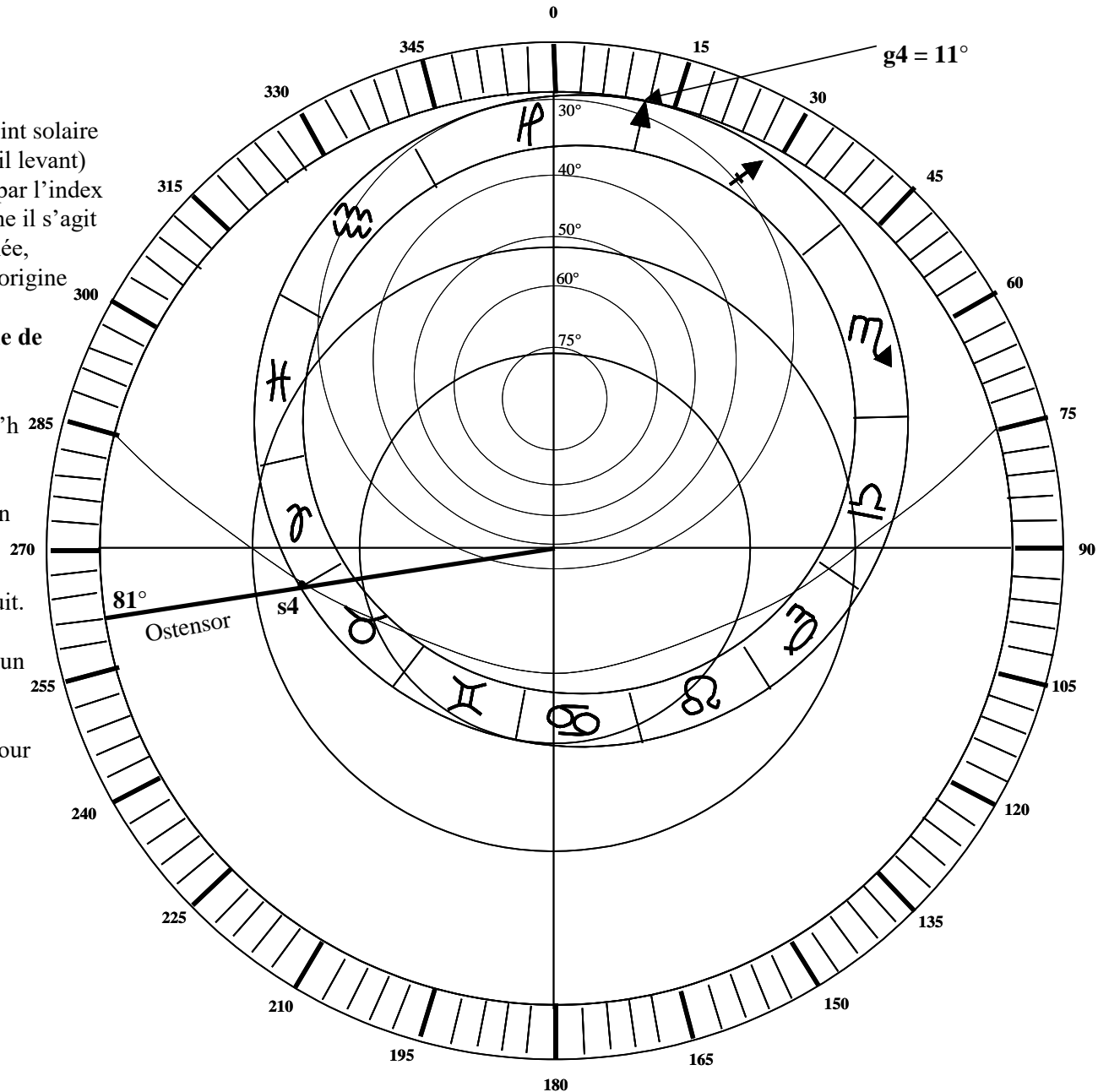
On a $g4 = 11^\circ$, d'où **l'heure égale de lever du soleil :**

$t4 = t'0 + [(360^\circ - 290^\circ) + 11^\circ] / 15$,
 $t4 = 0h00 + 5h \text{ et } 40 \text{ centièmes d'h}$
 soit : **5h23'**.

Si l'instrument est doté d'un ostensor, celui-ci indique, en passant par s4, directement sur le limbe un angle de 81° qui correspond aux 5h23' après minuit.

La **durée du jour** le 20 Avril en un lieu de latitude 38° est donc de :
 $18h37' - 5h23' = \mathbf{13h13'}$.

C'est effectivement la durée du jour que l'on retrouve par le calcul de la table correspondante.



3.8. Durée du jour le plus long à 38° de latitude

La durée du jour le plus long est celle relative au 21 juin, date d'entrée du soleil dans le signe du Cancer sur l'écliptique.

Au lever et au coucher, le soleil franchit l'horizon. A ces instants, sa hauteur au dessus de l'horizon (son almucantar) est nulle.

Il suffit donc de repérer sur la ligne d'horizon de la latitude du lieu les points d'intersection à l'Est et à l'Ouest du début du degré zodiacal du Cancer, de noter les graduations correspondantes sur le limbe indiquées par l'ostensor, d'en faire la différence en degrés pour obtenir l'écart angulaire et de convertir cette différence en heures et minutes pour obtenir la durée du jour le plus long.

Si l'astrolabe ne dispose pas d'ostensor, il faudra pratiquer comme précédemment pour calculer l'heure du lever et l'heure du coucher et d'en faire la différence.

Avec ostensor

Une fois positionné le degré zodiacal du début du signe du Cancer sur la ligne d'horizon à l'Ouest (soleil couchant), l'ostensor passant par ce point indique 110° alors que l'index de l'araignée pointe sur la graduation g5 du limbe en 290°.

Une fois positionné le degré zodiacal du début du signe du Cancer sur la ligne d'horizon à l'Est (soleil levant), l'ostensor passant par ce point indique 250° alors que l'index de l'araignée pointe sur la graduation du limbe g6 en 70°.

L'écart angulaire donné par l'ostensor est donc de : $(360^\circ - 250^\circ) + 110^\circ = 220^\circ$ ce qui correspond à : $220^\circ/15 = 14\text{h},66$ centièmes de degrés soit : **14h40' pour la durée du jour le plus long à 38° de latitude**. C'est ce qui est gravé sur le tympan de l'astrolabe exemple.

En fait, le calcul exact fait à partir de la table des angles horaires donne : 14h 38' car l'angle horaire du midi vrai n'est que de 7h19' et non pas 7h20'.

Sans ostensor

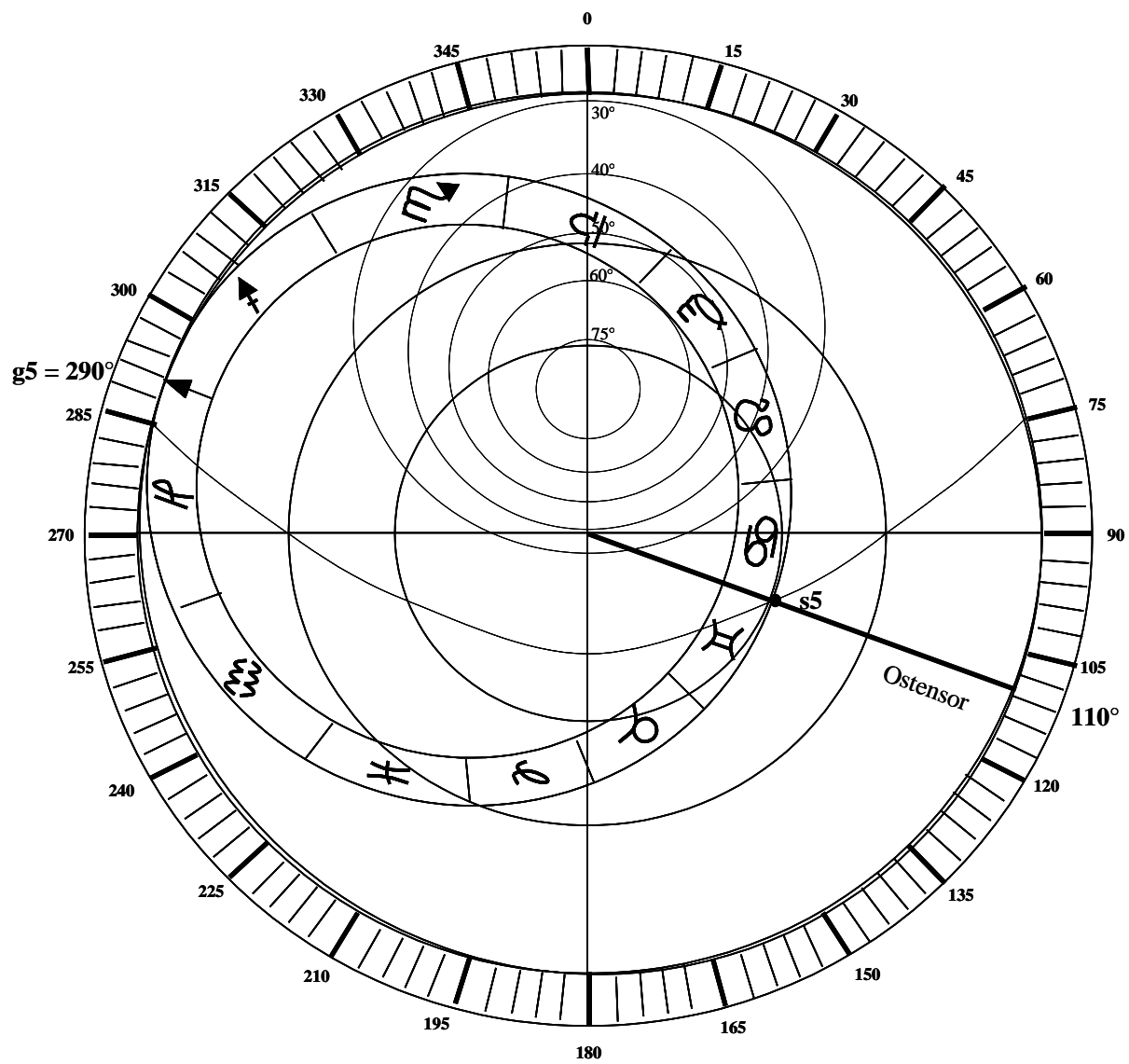
En plaçant le degré zodiacal du 21 juin sur la ligne méridienne, on note, et c'est normal, que le point solaire correspond à g0 = 180° et son opposé g'0 est donc à 0°.

Heure du coucher du soleil : $12\text{h}00 + (290^\circ - 180^\circ)/15 = 12\text{h}00 + (7\text{ h et }33\text{ centièmes d'h}) = 12\text{h}00 + 7\text{h}20' = 19\text{h}20'$

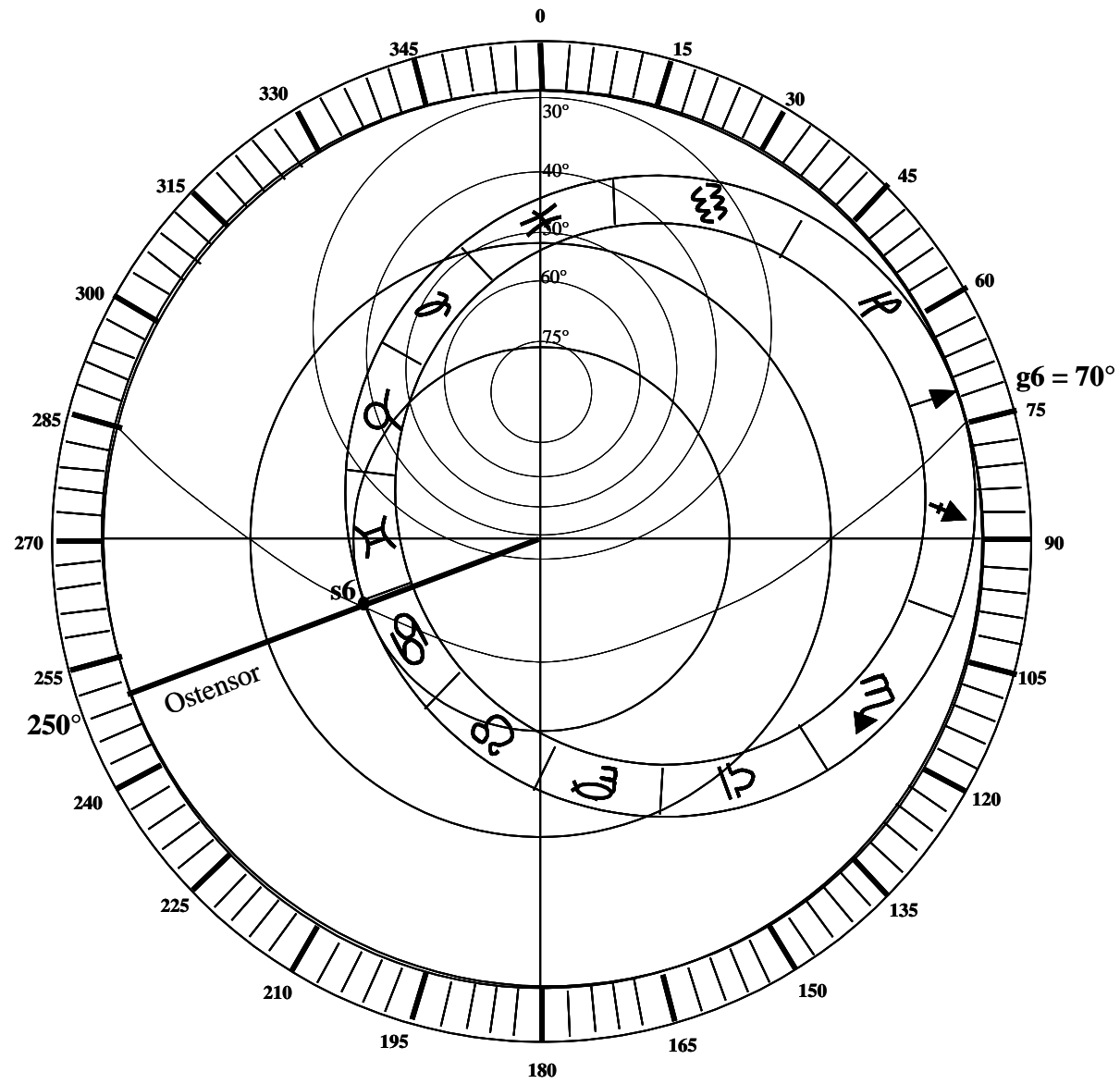
Heure du lever du soleil : $0\text{h}00 + (70^\circ - 0^\circ)/15 = 0\text{h}00 + (4\text{ h et }66\text{ centièmes d'h}) = 4\text{h}40'$.

La différence entre 19h20' et 4h40' donne encore et c'est heureux! 14h40'.

3.9. Coucher du soleil le 21 juin



3.10. Lever du soleil le 21 juin



3.11. Table des durées des jours les plus longs en fonction de la latitude

Les mêmes opérations que celles pratiquées pour le 21 juin permettent d'obtenir les durées des jours les plus longs en fonction de la latitude du tympan installé dans la mère. La table ci-dessous indique les valeurs gravées pour l'astrolabe exemple sur les différents tympans ainsi que les valeurs calculées.

Il est à remarquer que trois faces de tympans qui ne diffèrent que d'un degré (33°, 34° et 35°) portent néanmoins la même durée du jour le plus long.

La plupart des valeurs gravées sur les tympans sont très légèrement différentes (quelques minutes) de celles indiquées par la table de calcul lorsque $\delta = 23^\circ 27'$.

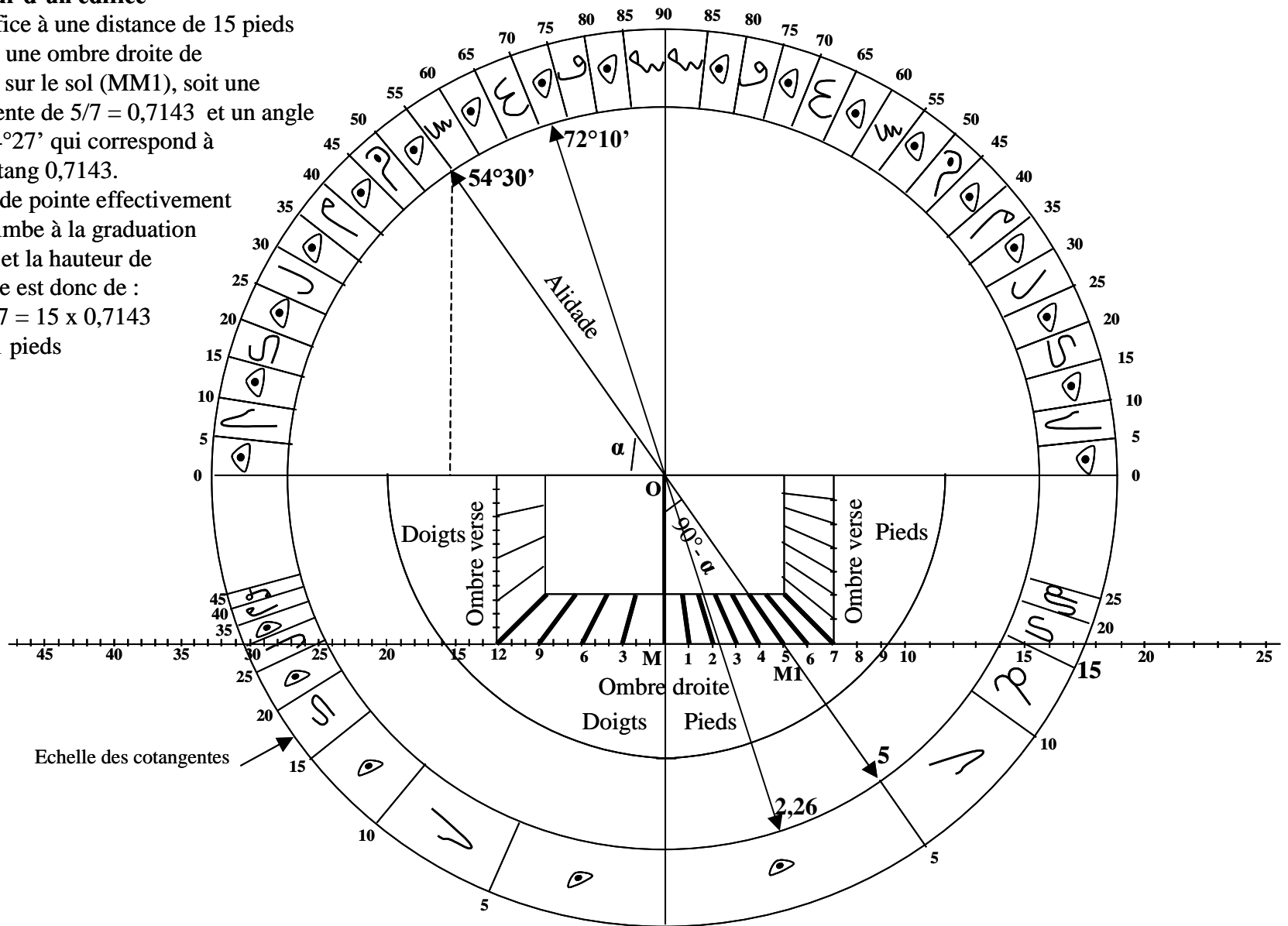
N° de tympan	Face	Latitude	Durée du jour le plus long gravée sur les tympans	Durée du jour le plus long calculée
1	Recto	24	13h 32'	13h 29'
	Verso	37	14h 32'	14h 33'
2	Recto	22	13h 21'	13h 21'
	Verso	32	14h 07'	14h 06'
3	Recto	30	13h 57'	13h 56'
	Verso	34	14h 17'	14h 16'
4	Recto	33	14h 17'	14h 11'
	Verso	35	14h 17'	14h 21'
5	Recto	36	14h 26'	14h 27'
	Verso	38	14h 40'	14h 38'
6	Recto	26	13h 45'	13h 38'

3.12. Usage du carré des ombres (hauteur d'un édifice)

Hauteur d'un édifice

Un édifice à une distance de 15 pieds
produit une ombre droite de
5 pieds sur le sol (MM1), soit une
cotangente de $5/7 = 0,7143$ et un angle
 α de $54^\circ 27'$ qui correspond à
l'arccotang $0,7143$.

L'alidade pointe effectivement
sur le limbe à la graduation
 $54^\circ 30'$ et la hauteur de
l'édifice est donc de :
 $15 \times 5/7 = 15 \times 0,7143$
 $= 10,71$ pieds



3.13. Usage du carré des ombres (hauteur du soleil et latitude d'un lieu)

Hauteur du soleil au dessus de l'horizon

Normalement cette hauteur se mesure en visant le soleil à l'aide de l'alidade et en relevant le degré qu'elle indique sur le limbe. Cette mesure peut aussi se faire à l'aide d'un gnomon planté sur le sol dont on mesurera l'ombre. La longueur de cette ombre varie, en une latitude donnée, selon la date et l'heure d'observation. Lorsque le soleil est au zénith, à midi vrai, l'ombre portée au sol par le gnomon est évidemment de longueur minimum. On retrouve là les principes sur lesquels sont fondés les cadrans solaires horizontaux et que les Grecs utilisaient.

Latitude d'un lieu

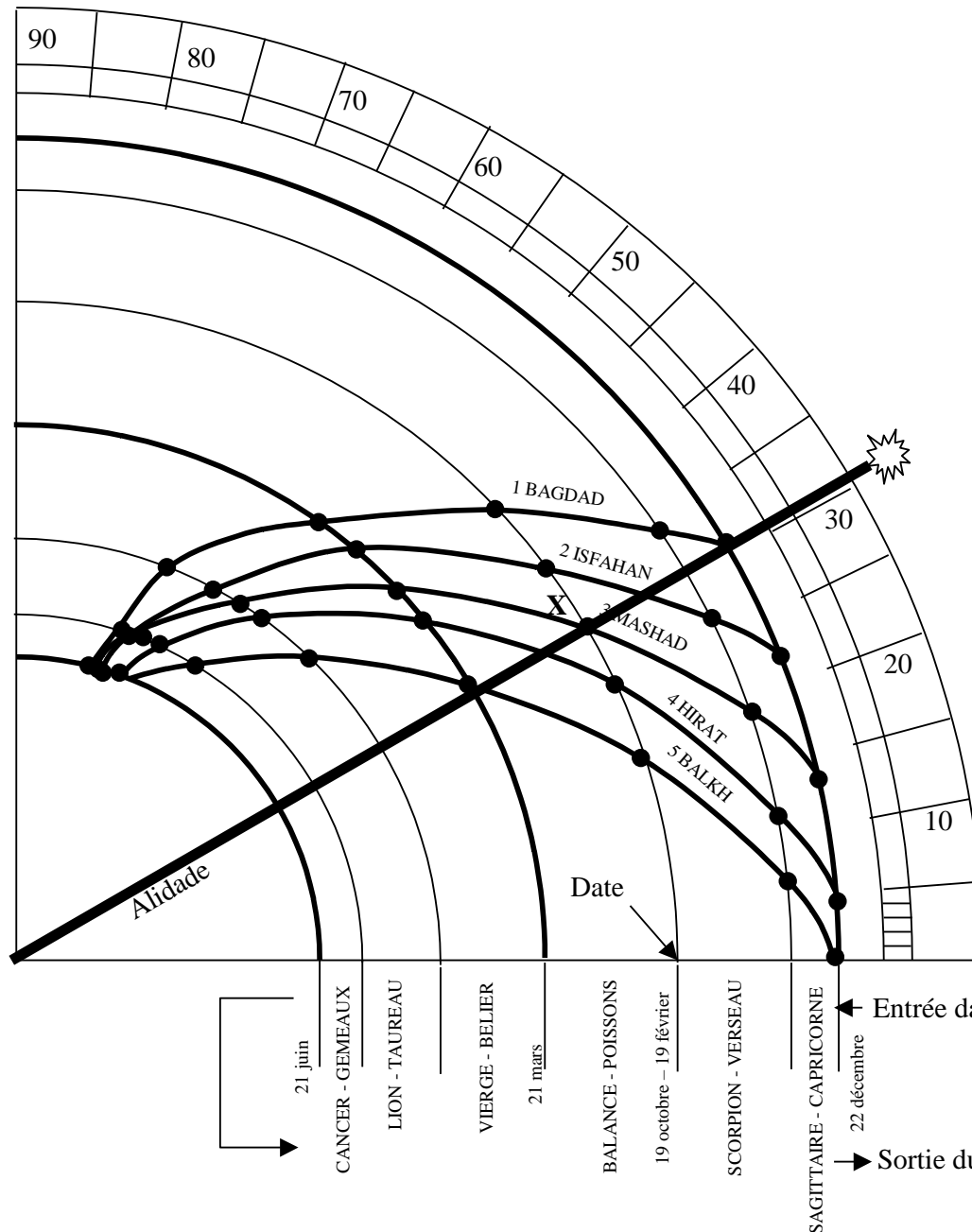
Rappelons que l'on a l'équation $hm = 90^\circ - \Phi + \delta$. Si l'on connaît hm et δ au jour de l'observation, on peut déterminer Φ . hm (hauteur du soleil à midi au dessus de l'horizon) peut être déterminée à l'aide du carré des ombres en plantant un gnomon de 7 pieds et en observant l'ombre droite minimum qu'il projette sur le sol.

Ainsi, supposons que nous soyons le 24 juillet, date à laquelle $\delta = 20^\circ 10'$ et que le gnomon renvoie une ombre minimum de 2,26 pieds sur le sol. On a un rapport de gnomon qui est de $2,26/7 = 0,3228$ et dont l'arccotang est égal à $72^\circ 10'$.

La latitude du lieu auquel on se trouve est donc égale à $\Phi = 90^\circ - 72^\circ 10' + 20^\circ 10' = 38^\circ$.

Evidemment, la précision du calcul dépend de la précision avec laquelle la mesure de l'ombre minimum est faite ce qui peut être sujet à caution.

3.14. S'orienter vers la Mecque



Repérer l'arc de déclinaison correspondant à la date à laquelle on est (ici 19 février, entrée dans le signe des Poissons),

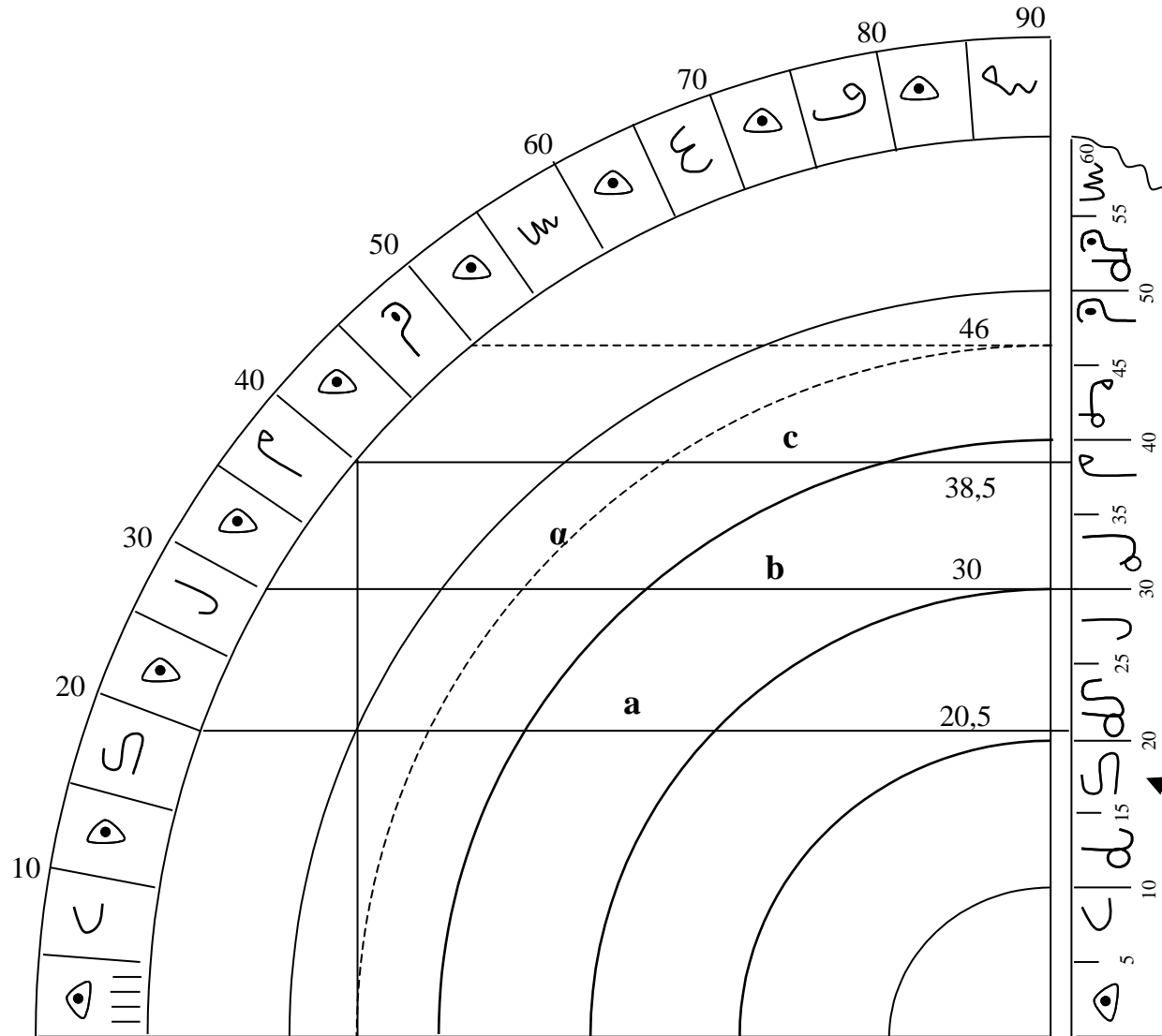
Identifier le point X de rencontre de cet arc avec l'azimut de la Qibla de la ville où l'on se trouve (ici Mashad parmi les 5 villes qui sont indiquées),

Faire pivoter l'alidade jusqu'à ce que son bord passe par le point X,

Tenir l'astrolabe par son anneau et l'orienter vers le soleil jusqu'au moment où le rayon lumineux provoqué par ce dernier passera par les deux pinnules de visée de l'alidade.

Lorsque cette condition est remplie, le plan du méridien dans lequel se trouve l'astrolabe indique la direction de la Mecque sur l'horizon, direction selon laquelle il faut s'orienter pour prier.

3.15. Calcul des lignes trigonométriques



Sinus (exemples)

Sinus 20° : l'horizontale **a** vient couper l'axe vertical à la graduation 20,5 indiquée par l'alidade et donne donc le rapport côté opposé/hypoténuse = $20,5/60 = 0,3416$ qui correspond effectivement à sinus 20°.

Sinus 30° : $30/60 = 0,5$

Sinus 40° : $38,5/60 = 0,642$

Cosinus

On sait que $\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$.

Ainsi, si l'on cherche le cosinus 40°, il suffit de prendre le sinus 50° qui donne $46/60 = 0,766$ ce qui correspond bien au cosinus 40°.

Alidade

BIBLIOGRAPHIE

N°	TITRE	AUTEURS
1	All the Astrolabes	Harold N. Saunders
2	The principle and use of the astrolabe	Willy Hartner
3	Traité de l'astrolabe	Henri Michel
4	Les astrolabes : Tests d'authenticité	Alain Brieux
5	Astrolabes of the world	Robert.T.Gunther
6	Islamic astronomical instruments	David A. King
7	Astrolabica N°5	A.J.Turner
8	The planispheric astrolabe	National Maritime Museum of Greenwich
9	An international checklist of astrolabes	Derek J. Price
10	Planispheric astrolabes from the National Museum of American History	Sharon Gibbs, George Saliba
11	The time museum - Astrolabes	A.J. Turner
12	L'astrolabe quadrant du musée des antiquités de Rouen	A. Anthiaume et Jules Sottas
13	Les cadrans solaires : histoire, théorie, pratique	René R.J. Rohr
14	L'astrolabe	Raymond d'Hollander
15	Catalogue de la collection FINDLAY	
16	Catalogue de la collection LINTON	
17	Catalogue de la collection BILLMEIR	

REPERTOIRE DES TABLES

