

1. Présentation de l'astrolabe utilisé pour les différents usages

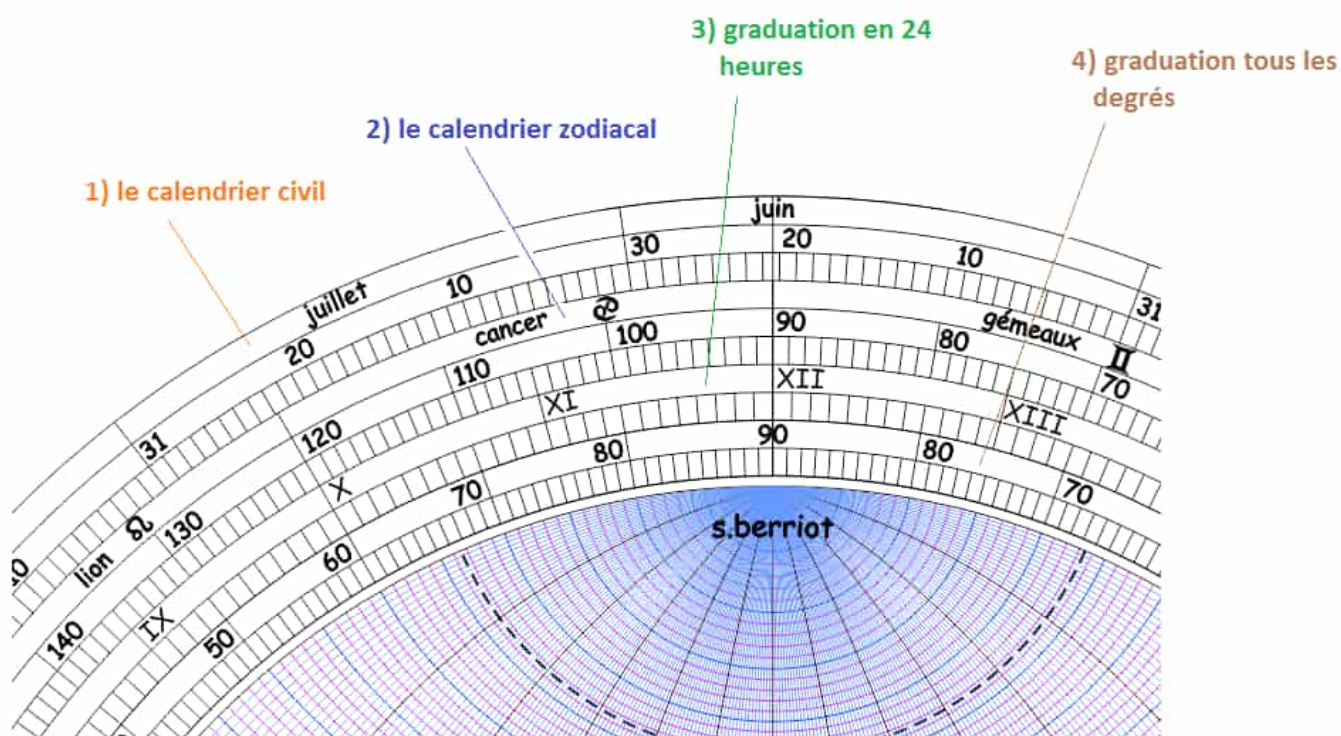
a) Le limbe de l'astrolabe

Sur le limbe, on trouve quatre informations utiles pour l'utilisateur. De la couronne extérieure à la dernière couronne on trouve successivement :

Le calendrier civil qui est représenté en correspondance avec le calendrier zodiacal (l'écliptique). A chaque jour de l'année correspond une position du soleil sur le zodiaque.

Une couronne graduée en 24h. Chaque graduation correspond à 4 minutes de temps.

Une couronne graduée tous les degrés. Elle est décomposée en 4 quadrants gradués chacun de 0° à 90°.



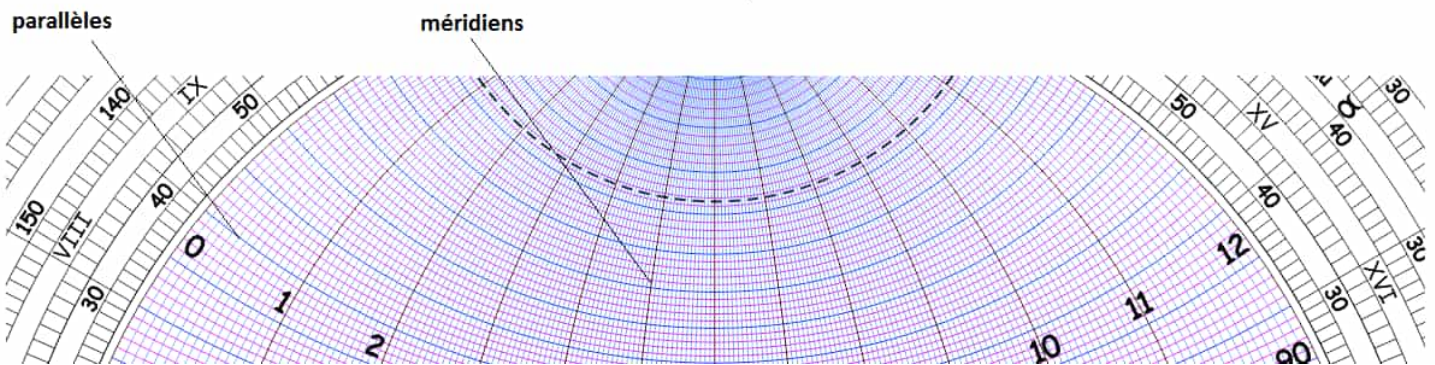
b) Les méridiens et les parallèles

Les méridiens

Ils sont de couleur turquoise et gradués tous les degrés. Tous les 15° le méridien est de couleur noire. Entre deux méridiens de couleur noire, il s'écoule **une heure de temps**.

Les parallèles

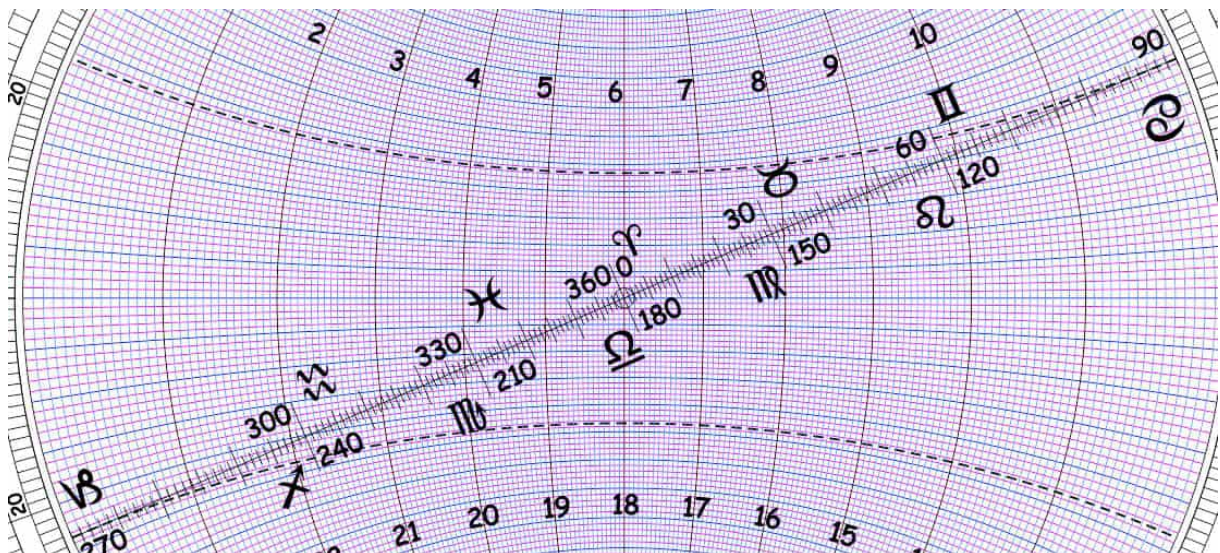
Ils sont de couleur magenta et gradués tous les degrés. Tous les 5° ils sont de couleur bleue.



c) L'écliptique

Il est incliné de l'obliquité de l'écliptique c'est-à-dire $\epsilon = 23^{\circ}26'$ soit $23,44^{\circ}$ par rapport à l'horizontale.

Il est gradué de 0° à 360° et les signes du zodiaque sont représentés.

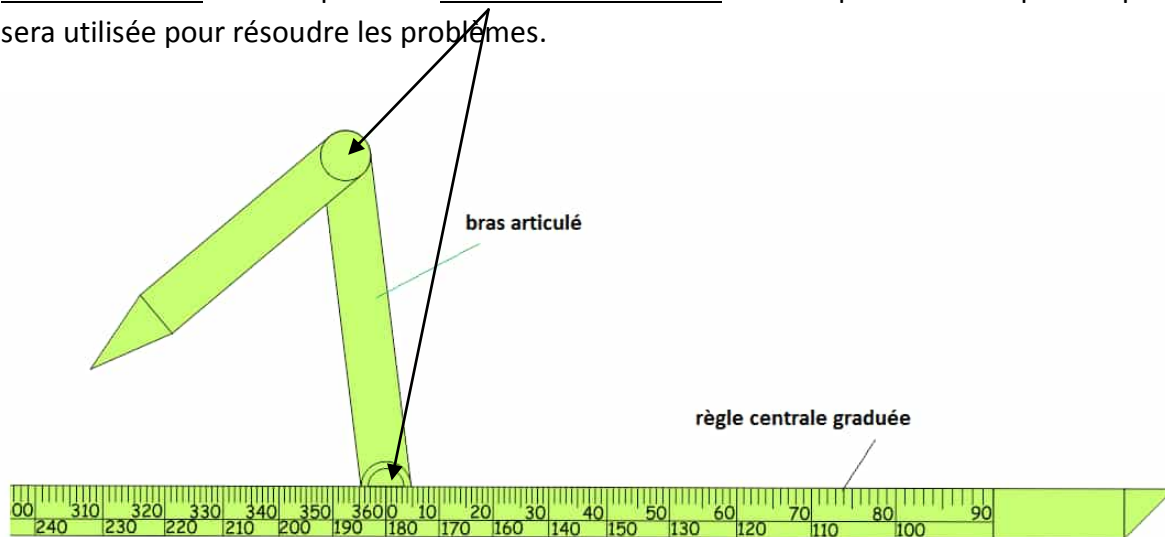


d) **La règle centrale munie du bras articulé.**

La règle centrale est également appelée « Ostenseur ». Elle est graduée de 0° à 360° comme l'indique la figure ci-dessous.

La graduation 0 correspond au point de fixation au centre de l'astrolabe. C'est par ce point que pivote cette règle.

Le bras articulé en deux parties a deux axes de rotation. C'est la position de la pointe qui sera utilisée pour résoudre les problèmes.



2. Les modes de représentation des méridiens et parallèles.

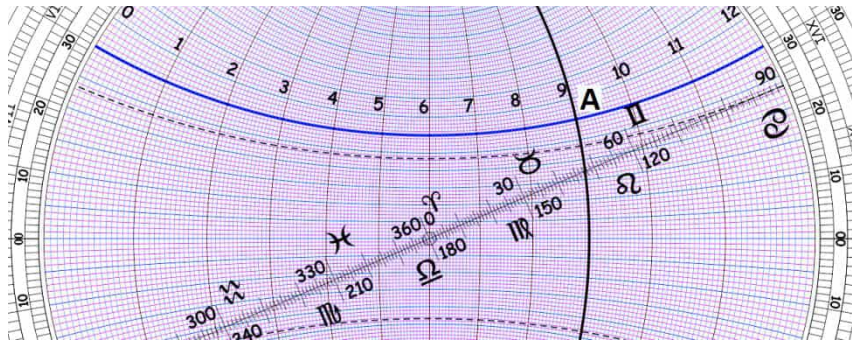
Le principe de cet astrolabe réside dans le fait que les courbes sur la sphère céleste présentent un certain nombre de symétries remarquables et dont nous allons analyser les trois modes de représentation utiles à la résolution des problèmes.

e) Mode de représentation 1

Dans ce cas l'axe horizontal joue le rôle d'équateur et l'axe vertical l'axe des pôles de l'équateur.

- Les méridiens sont alors les cercles horaires H
- Les parallèles sont alors les arcs de déclinaison δ

Le point d'intersection noté A entre un méridien et un parallèle peut alors être défini selon deux types de coordonnées :



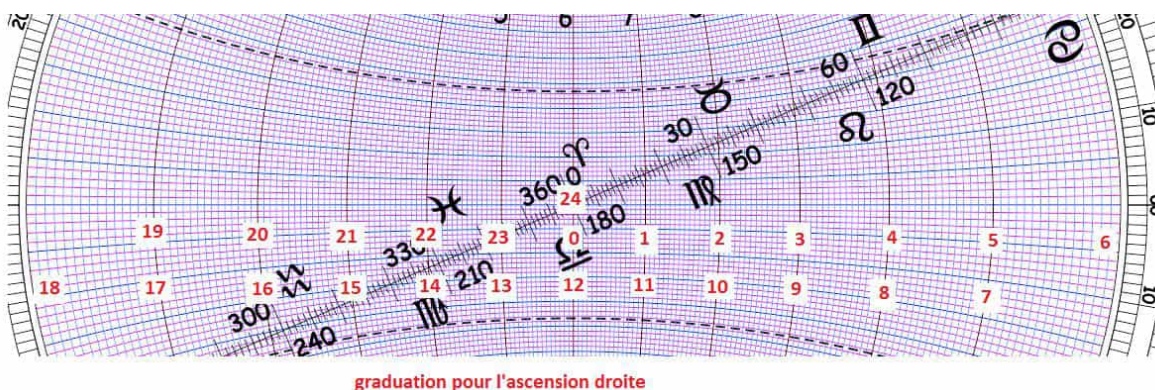
Les coordonnées équatoriales :

Les méridiens représentent l'ascension droite α .

L'origine de l'ascension droite sera le méridien vertical et l'ascension droite est graduée comme l'indique le schéma ci-dessous.

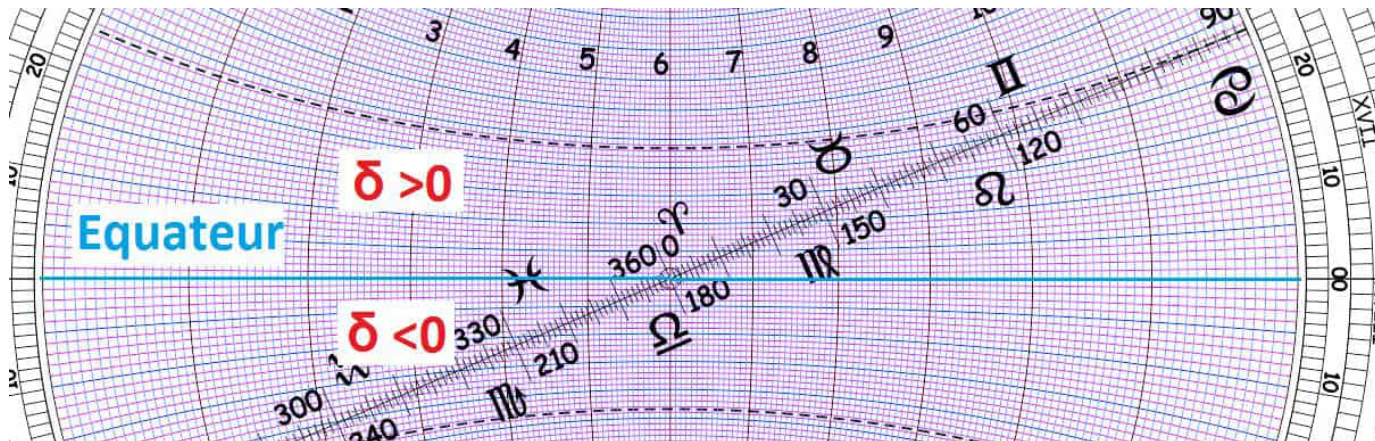
Ici elle est graduée toute les heures mais on peut également l'exprimer en degrés puisque qu'une graduation de méridien représente 4 minutes de temps. **Attention, cette graduation n'apparaît pas sur l'astrolabe.**

Par conséquent $1 \text{ h} = 15^\circ$, $2 \text{ h} = 30^\circ$, etc



Les parallèles représentent la déclinaison δ .

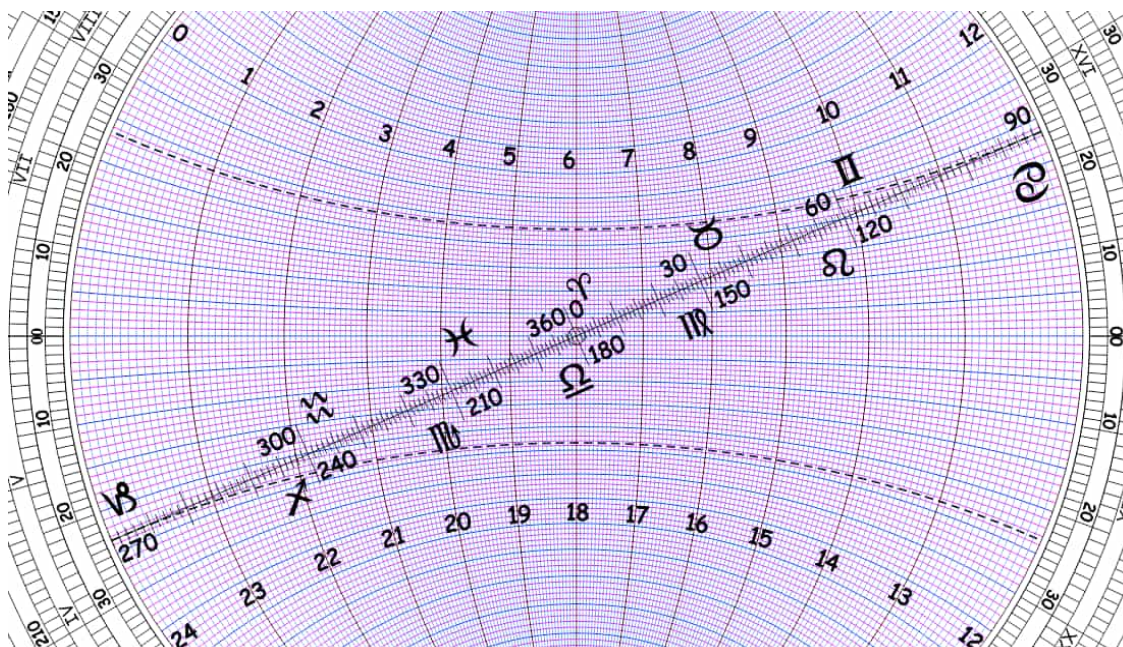
Les parallèles au dessus de l'équateur ont une déclinaison positive ($\delta > 0$) et les parallèles situés sous l'équateur ont une déclinaison négative ($\delta < 0$).



Les coordonnées horaires

Les méridiens représentent l'angle horaire H .

Sur l'astrolabe les méridiens sont gradués en heure solaire vraie. L'angle horaire de chaque heure solaire sera défini selon la convention suivante :



Heures solaires du matin (H < 0)

Heure solaire	Angle horaire H (en °)	Heure solaire	Angle horaire H (en °)
0	-180	7	-75
1	-165	8	-60
2	-150	9	-45
3	-135	10	-30
4	-120	11	-15
5	-105	12	00
6	-90		

Heures solaires de l'après midi (H > 0)

Heure solaire	Angle horaire H (en °)	Heure solaire	Angle horaire H (en °)
12	00	19	+105
13	+15	20	+120
14	+30	21	+135
15	+45	22	+150
16	+60	23	+165
17	+75	24	+180
18	+90		

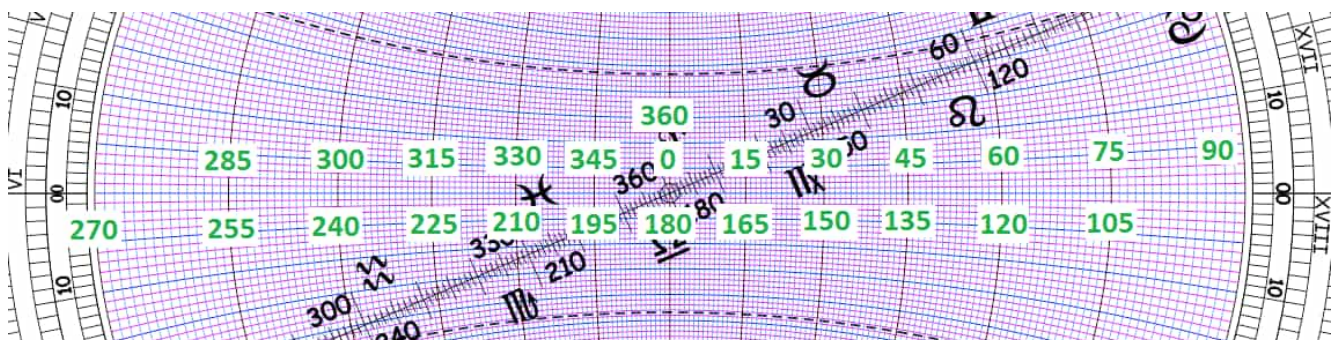
Les parallèles représentent la déclinaison δ .

f) Mode de représentation 2

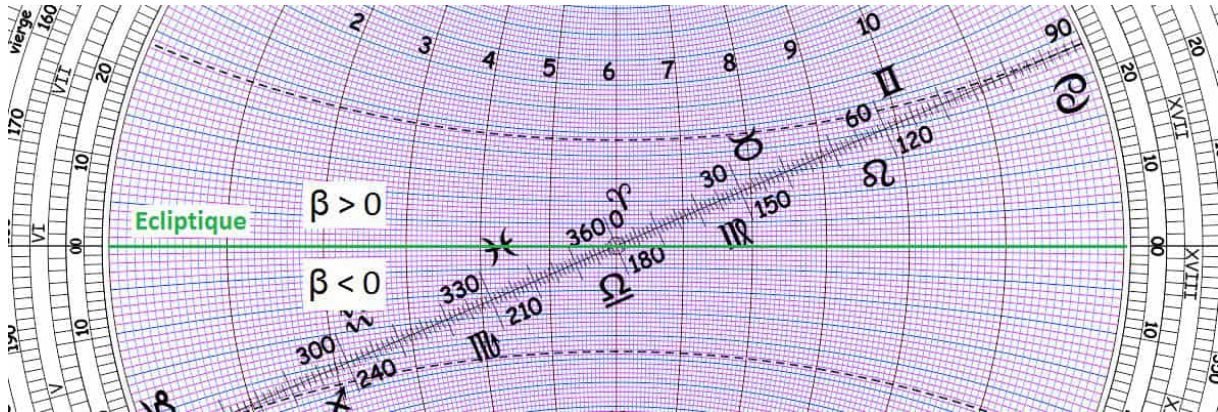
Dans ce cas l'axe horizontal joue le rôle d'écliptique et l'axe vertical l'axe des pôles de l'écliptique

- Les méridiens sont alors les cercles de longitude écliptique λ
- Les parallèles sont alors les arcs de latitude écliptique β

L'origine de la longitude écliptique sera le méridien vertical et elle est graduée de 0° à 360° comme l'indique le schéma ci-dessous.



Les parallèles au dessus de l'équateur ont une latitude écliptique positive ($\beta > 0$) et les parallèles situés sous l'équateur ont une latitude écliptique négative ($\beta < 0$).

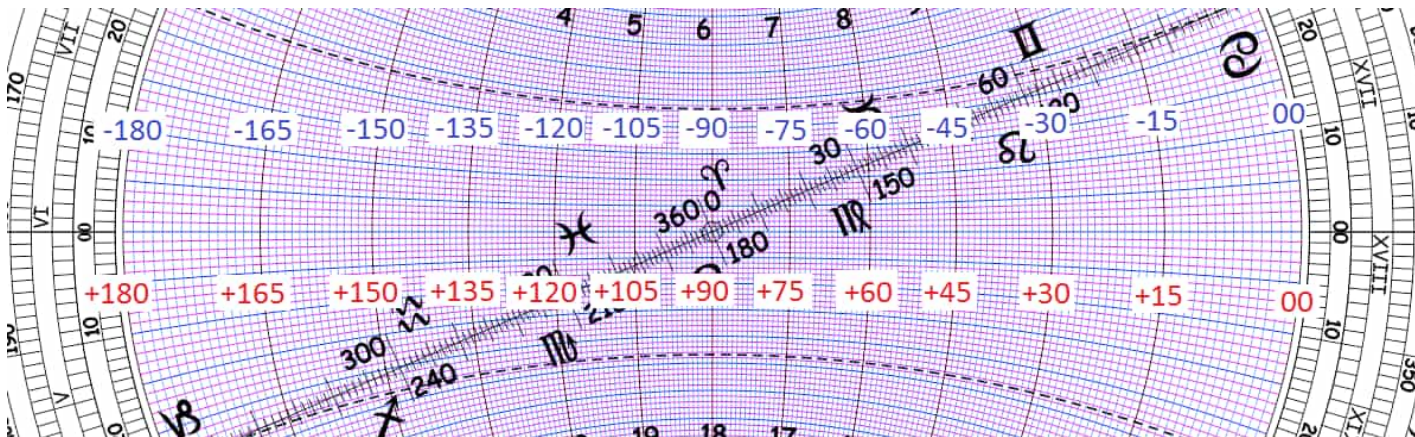


Nous verrons dans les usages qu'une simple rotation de la règle d'un angle égal à ϵ permet de passer des coordonnées équatoriales ($\alpha ; \delta$) aux coordonnées écliptique ($\lambda ; \beta$).

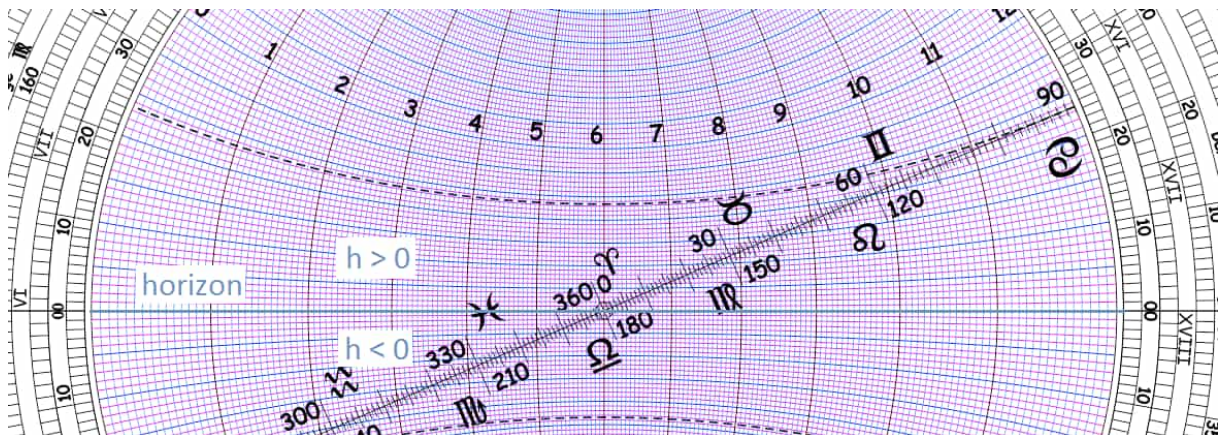
g) Mode de représentation 3

- Les méridiens sont alors les cercles d'Azimut A .
- L'axe horizontal est l'horizon et les parallèles sont alors les arcs de hauteur h .

L'origine des azimuts sera le méridien de midi et on utilisera la convention de signe suivante. Les cercles d'azimut du côté EST sont négatifs ($A < 0$) et les cercles d'azimut du côté OUEST sont positifs ($A > 0$).



Les parallèles au dessus l'horizon ont une hauteur positive ($h > 0$) et les parallèles situés sous l'horizon ont une hauteur négative ($h < 0$).



3. Le principe de l'astrolabe de Gemma Frisius

Le but de cet astrolabe est de résoudre des problèmes d'astronomie en passant d'un mode de représentation à un autre.

Ces différents passages se feront par rotation de la règle centrale.

Nous allons maintenant résoudre les 36 problèmes d'astronomie proposés par Nicolas Bion.

Ceci correspond au chapitre II de son livre.

4. Les usages de l'astrolabe de Gemma Frisius

Usage I : connaissant la date, quelle est la longitude éclipse du soleil ?

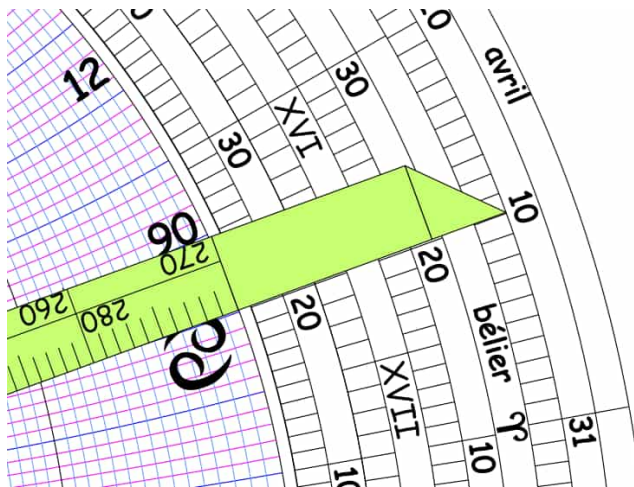
Méthode :

Utiliser le calendrier zodiacal de l'astrolabe.

Repérer la date et **positionner** la règle sur la graduation correspondant à cette date.

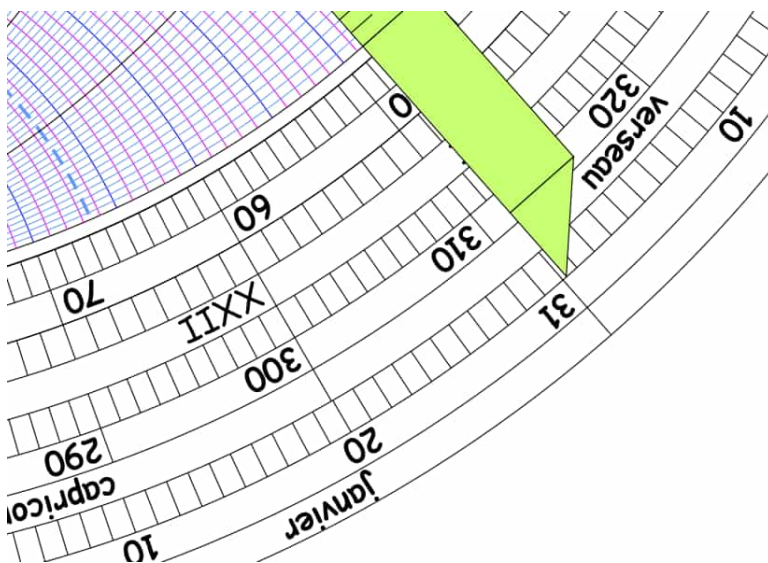
Lire la longitude éclipse du soleil.

Exemple 1 : quelle est la longitude éclipse du soleil le 10 Avril ?



Le 10 Avril, on lit $\lambda \approx 20^\circ$ et le soleil est dans le **signe du bélier** ♈.

Exemple 2 : quelle est la longitude éclipse du soleil le 31 Janvier ?



Le 31 Janvier, on lit $\lambda \approx 311^\circ$ et le soleil est dans le **signe du verseau** ♒.

Usage II : connaissant la date, quelle est la déclinaison du soleil ?

Méthode :

Utiliser l'usage I pour déterminer la longitude éclipstique du soleil

Repérer la longitude éclipstique sur l'éclipstique du tympan.

Repérer le parallèle passant par cette graduation.

Le degré de ce parallèle indiquera la déclinaison du soleil.

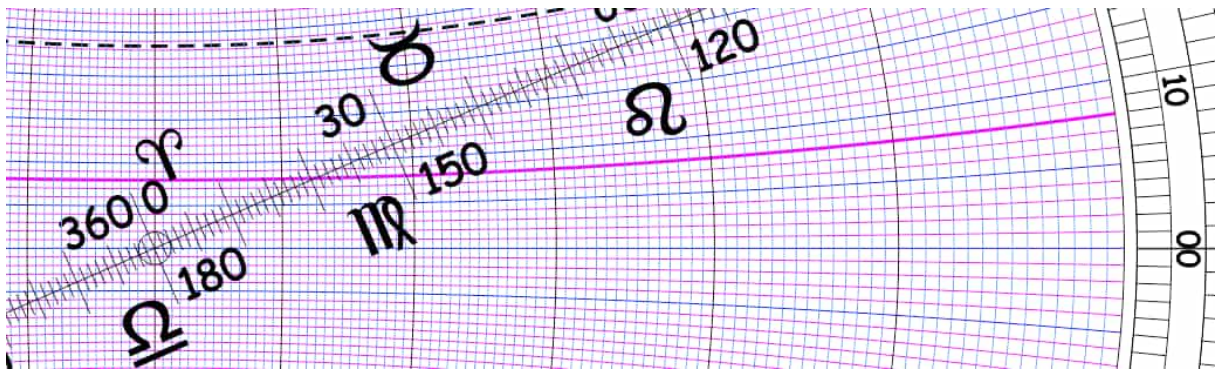
Si le parallèle est au dessus de l'équateur, alors la déclinaison est positive.

Si le parallèle est en dessous de l'équateur, lors la déclinaison est négative.

Exemple 1 : quelle est la déclinaison du soleil le 10 Avril ?

L'usage I nous donne $\lambda \approx 20^\circ$

On repère cette longitude éclipstique sur l'éclipstique du tympan



On repère le parallèle passant par cette graduation.

Le degré de ce parallèle indique la déclinaison du soleil.

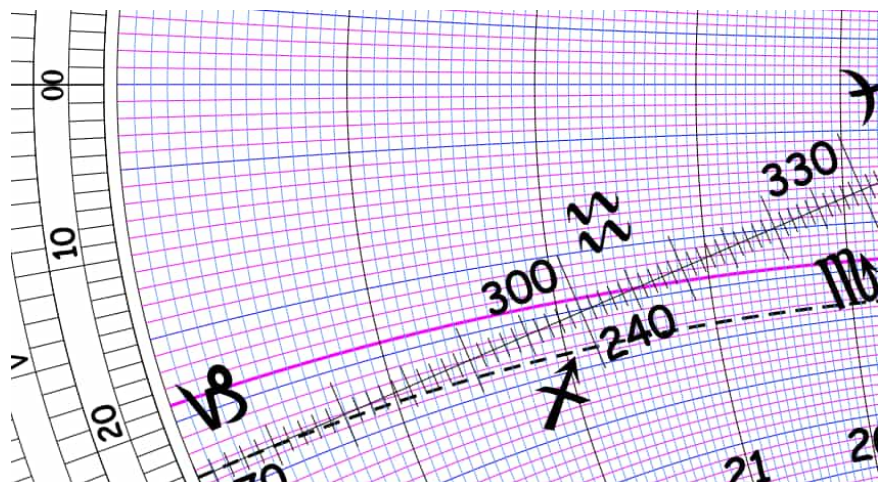
Sachant que ce parallèle est au dessus de l'équateur, on lie $\delta = +8^\circ$.

Exemple 2 : quelle est la déclinaison du soleil le 31 Janvier ?

L'usage I nous donne $\lambda \approx 311^\circ$

On lie alors $\delta \approx -19^\circ$

Puisque le parallèle est en dessous de l'équateur.



Usage III : connaissant la déclinaison du soleil, quelles sont les deux dates possibles?

C'est le problème inverse de l'usage II.

Méthode :

Repérer le parallèle de déclinaison donné.

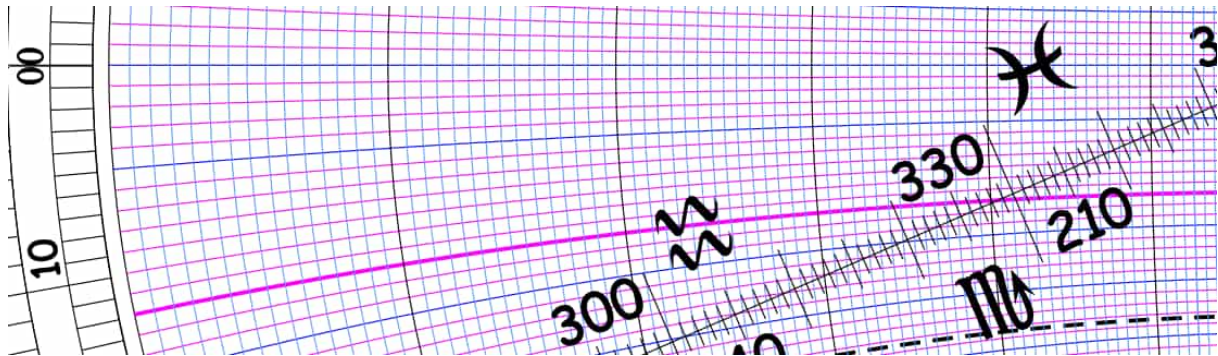
Repérer le point d'intersection entre ce parallèle de déclinaison et l'écliptique.

Sur l'écliptique on lit la longitude éclipseptique du soleil. Il y aura deux valeurs possibles.

A partir de cette longitude éclipseptique **se référer** au calendrier zodiacal pour déterminer les deux dates possibles.

Exemple : quelles sont les dates pour lesquelles la déclinaison du soleil est de $\delta = -12^\circ$.

On repère le parallèle de déclinaison -12° .



On repère le point d'intersection entre ce parallèle de déclinaison et l'écliptique.

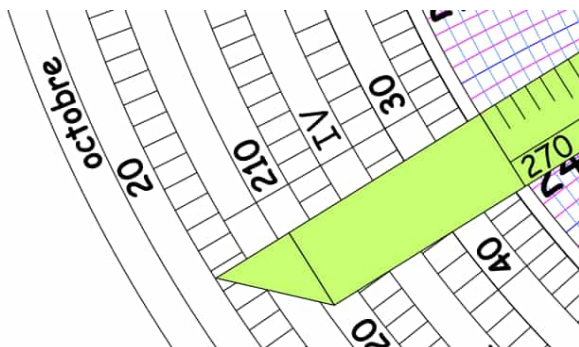
Sur l'écliptique, on lit les deux valeurs possibles de longitude éclipseptique.

On trouve $\lambda_1 \approx 212^\circ$ et $\lambda_2 \approx 328^\circ$.

A partir de ces longitudes, on se réfère au calendrier zodiacal pour déterminer les deux dates.

Pour $\lambda_1 = 212^\circ$ on trouve **le 25 Octobre**.

Pour $\lambda_2 = 328^\circ$ on trouve **le 11 Février**.



Usage IV : un jour donné, connaissant la hauteur méridienne du soleil, quelle est la latitude du lieu ?

Méthode :

Mesurer la hauteur méridienne du soleil h_m à l'aide de la règle munie des deux pinnules.

A partir de la date, **déterminer** la déclinaison du soleil à partir de **l'usage II**.

Maintenir la règle centrale horizontalement et **pointer** en utilisant le bras articulé la graduation correspondant à h_m sur le cercle permettant de mesurer les hauteurs.

Pivoter la règle jusqu'à ce que le pointeur indique la déclinaison du soleil.

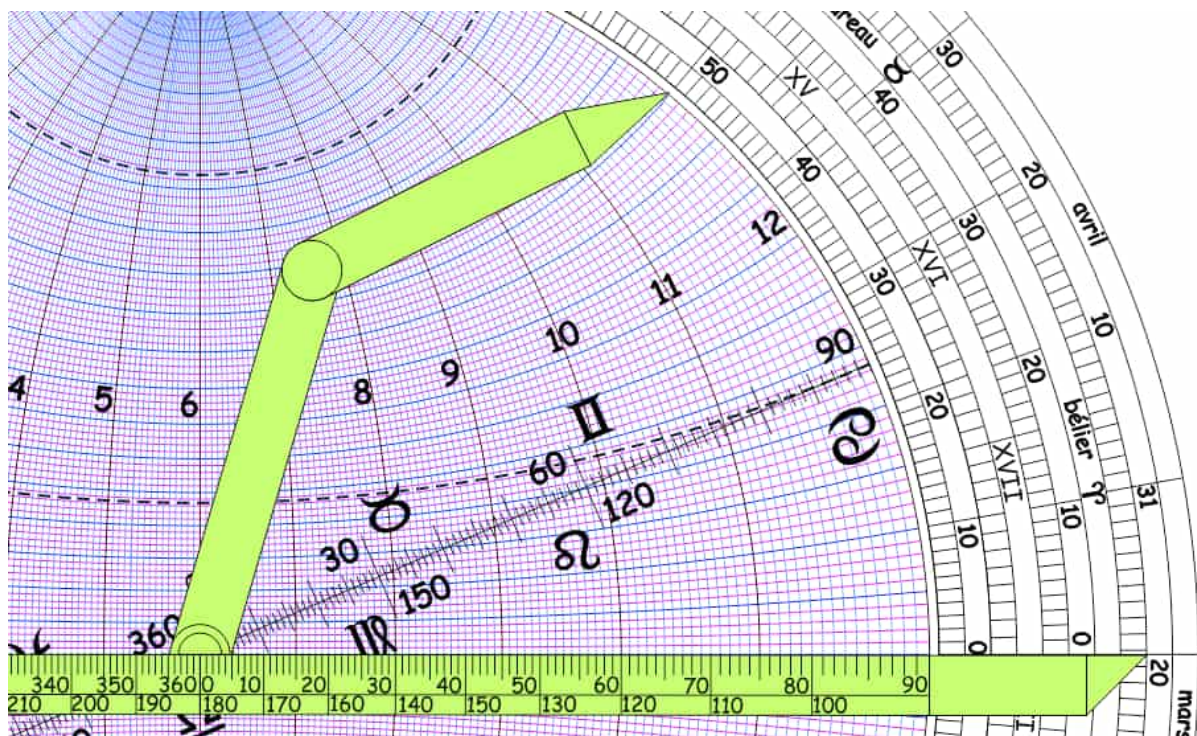
La graduation sur laquelle tombera la partie gauche de la règle indiquera le complément de la latitude du lieu ($90 - \varphi$).

Retrancher le complément de la latitude à 90° pour déterminer la latitude du lieu.

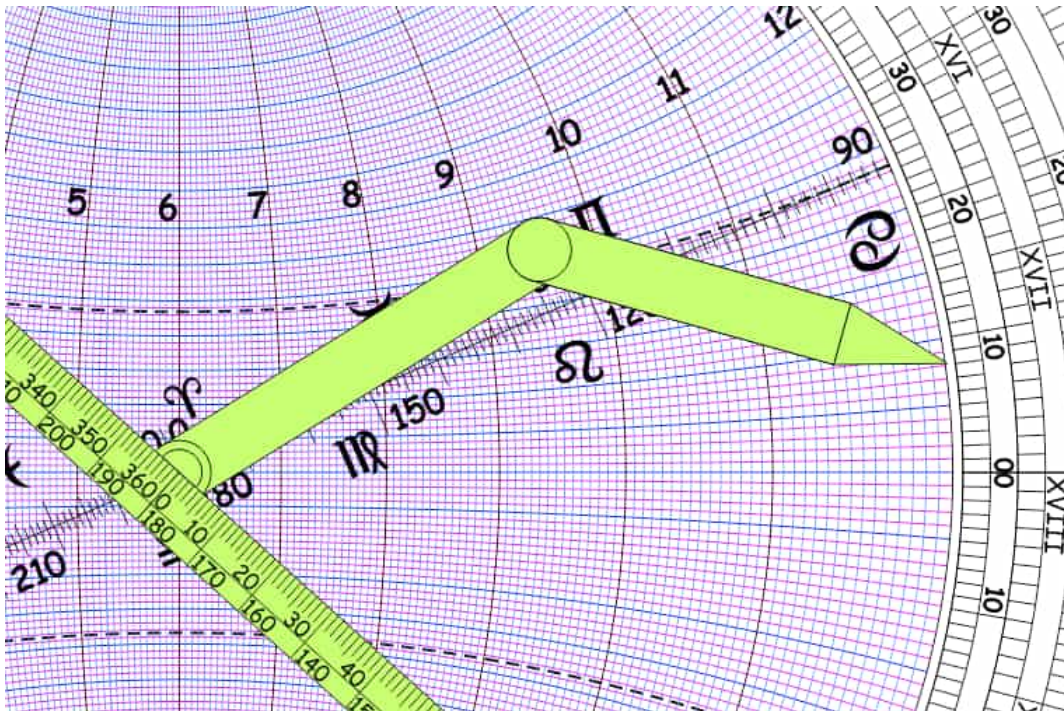
Exemple : le 10 Avril et en un lieu donné, on a mesuré la hauteur méridienne du soleil qui est de 50° . Quelle est la latitude du lieu ?

L'usage II nous donne la déclinaison du soleil. $\delta = +8^\circ$

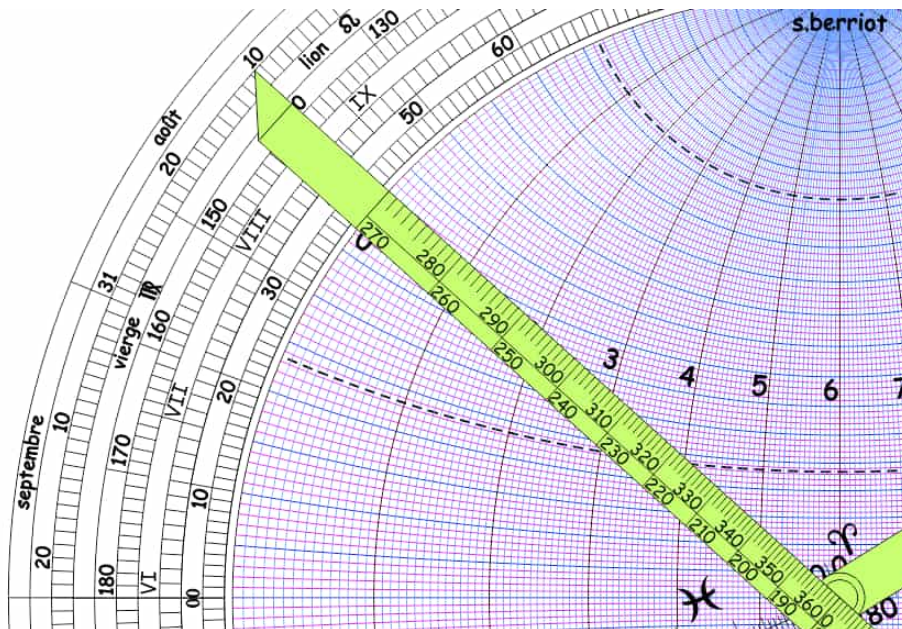
Maintenir la règle centrale horizontalement et pointer la graduation correspondant à 50° sur le cercle permettant de mesurer les hauteurs.



Pivoter la règle jusqu'à ce que le pointeur indique la déclinaison du soleil. $\delta = +8^\circ$



La graduation sur laquelle tombe la partie gauche de la règle indique le complément de la latitude du lieu qui est de 42°



La latitude du lieu est donc de $90 - 42$ soit 48° . $\varphi = 48^\circ$.

Usage V : un jour donné, comment trouver la latitude du lieu à n'importe quelle heure ?

Pour cet usage, on devait connaître la position du méridien du lieu.

Méthode :

déterminer la déclinaison du soleil à partir de l'usage II.

Mesurer à l'aide de l'astrolabe la hauteur h du soleil.

La hauteur se mesure facilement à l'aide de la règle munie des deux pinnules de visée.

L'azimut se mesure en plantant un bâton sur la méridienne qui a été au préalable repérée sur le sol. L'angle d'azimut se mesure entre la direction sud de la méridienne et l'ombre du bâton.

Si la mesure se fait avant midi solaire $A < 0$ et si la mesure se fait après-midi solaire $A > 0$.

On obtient alors le couple $(A ; h)$

Maintenir la règle horizontalement. Dans ce cas, elle représente l'horizon du lieu, les parallèles représentent les lignes d'égale hauteur du soleil et les méridiens représentent les azimuts.

Rappel : les hauteurs se mesurent à partir de la ligne d'horizon et les azimuts se comptent à partir du cercle extérieur de midi.

Placer la pointe du bras articulé sur le point de coordonnées $(A ; h)$.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que la pointe soit sur le parallèle de déclinaison du soleil.

La graduation sur laquelle tombera la partie gauche de la règle indiquera le complément de la latitude du lieu $(90 - \varphi)$.

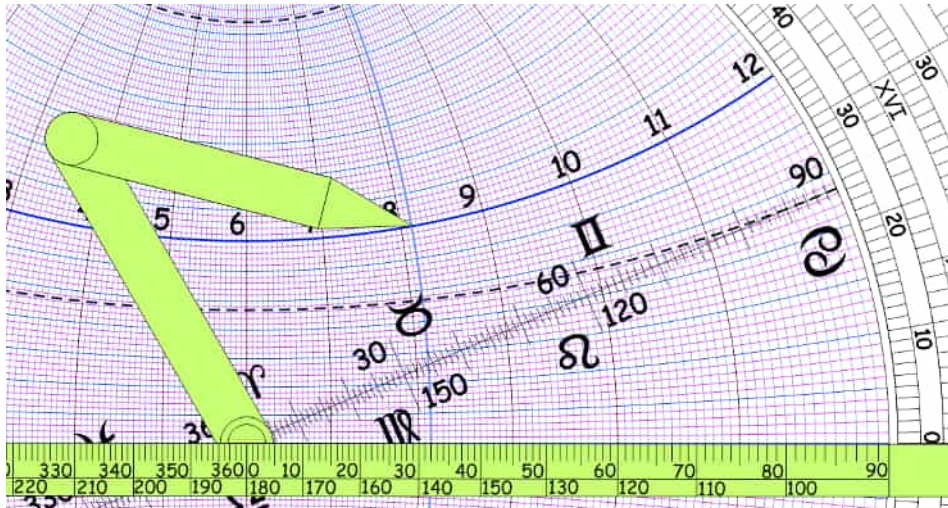
Retrancher le complément de la latitude à 90° pour déterminer la latitude du lieu.

Exemple : le 10 avril au matin, nous arrivons sur un lieu pour quelques jours. Quelle est la latitude du lieu?

L'usage II nous donne la déclinaison du soleil. $\delta = +8^\circ$

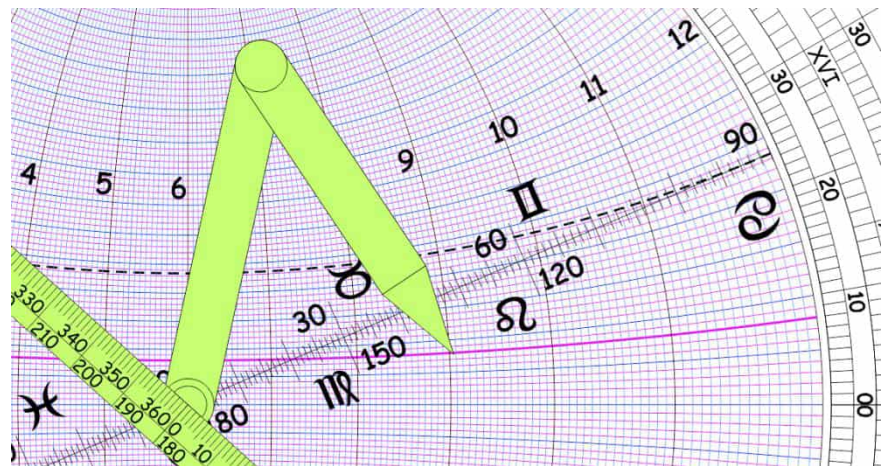
Les mesures de la hauteur et de l'azimut nous donne $h = 35^\circ$ et $A = -58^\circ$

On maintient la règle horizontalement et on place la pointe du bras articulé sur le point de coordonnées $(-58 ; 35)$.



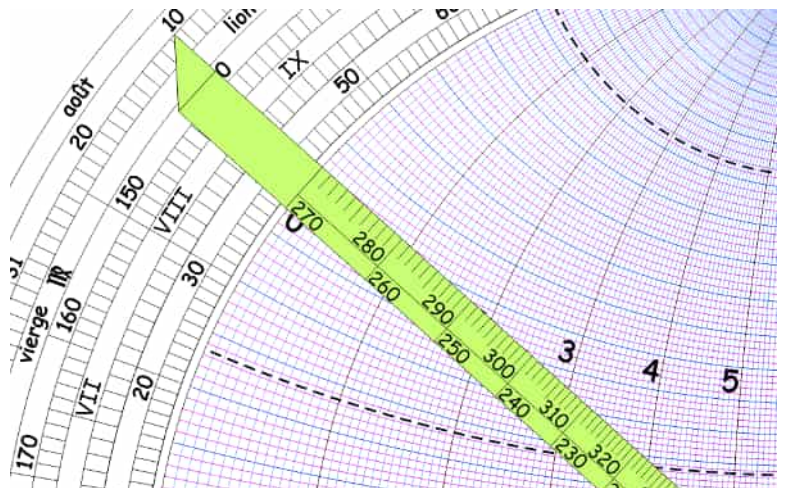
On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que le pointeur indique la déclinaison du soleil $\delta = +8^\circ$.

La graduation sur laquelle tombe la partie gauche de la règle indique le complément de la latitude du lieu qui est de 42°



La latitude du lieu est donc de $90 - 42$ soit 48° .

$\varphi = 48^\circ$.



Usage VI : à une latitude donnée et un jour donné, comment trouver l'heure solaire en mesurant la hauteur du soleil ?

Méthode :

Mesurer à l'astrolabe la hauteur h du soleil.

Trouver la déclinaison du soleil δ en utilisant l'usage II.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Dans ce cas, la règle représente l'horizon du lieu et l'axe horizontal de l'astrolabe représente l'équatorial.

Positionner la pointe du bras articulé sur le parallèle de déclinaison δ et sur le méridien dont on pense l'heure qu'il est.

Positionner la règle horizontalement. Dans ce cas, les parallèles indiquent la hauteur du soleil.

On regarde si la pointe du bras articulé indique bien la hauteur mesurée.

Si ce n'est pas le cas on recommence la procédure en utilisant la règle suivante :

Si la hauteur trouvée est plus petite que celles mesurée, il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ sur un méridien en se rapprochant de midi (vers la droite).

Si la hauteur trouvée est plus grande que celles mesurée, il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ sur un méridien en s'éloignant de midi (vers la gauche).

Recommencer jusqu'à ce que la pointe du bras articulé indique bien la hauteur mesurée.

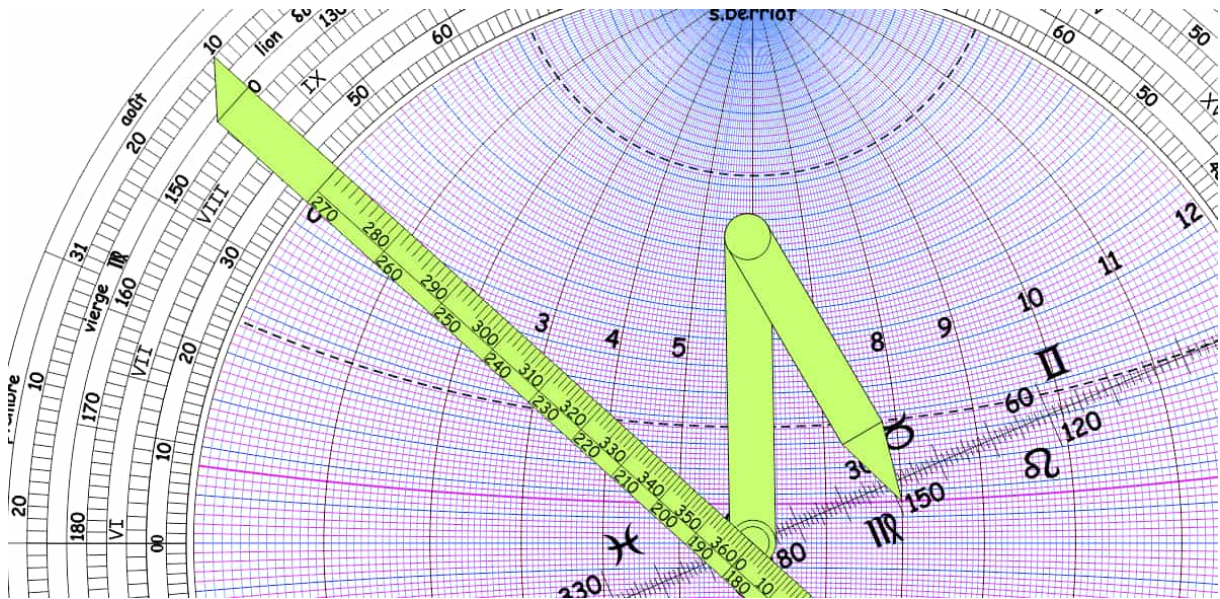
Relever l'heure solaire H .

Exemple : nous sommes à la latitude de 48° le 10 Avril et on a mesuré une hauteur de soleil de 42° . Quelle est l'heure solaire ?

L'usage II nous donne la déclinaison du soleil. $\delta = +8^\circ$

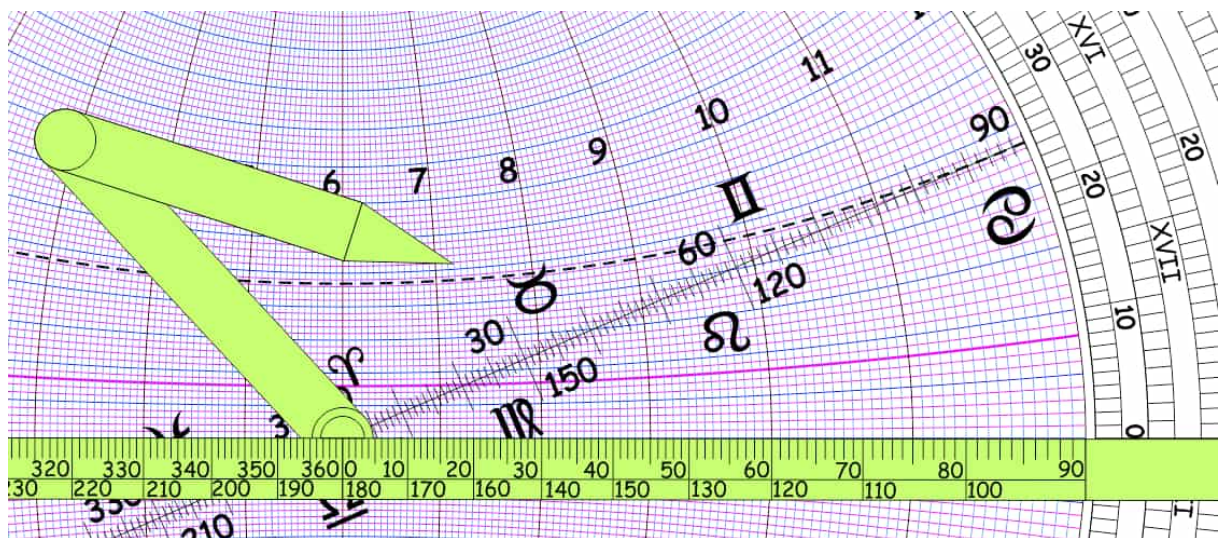
On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$ de 42° .

On positionne la pointe du bras articulé sur le parallèle de déclinaison $+8^\circ$ et sur un méridien dont on pense qu'il correspond à l'heure solaire. Par exemple sur le méridien de 8h00.



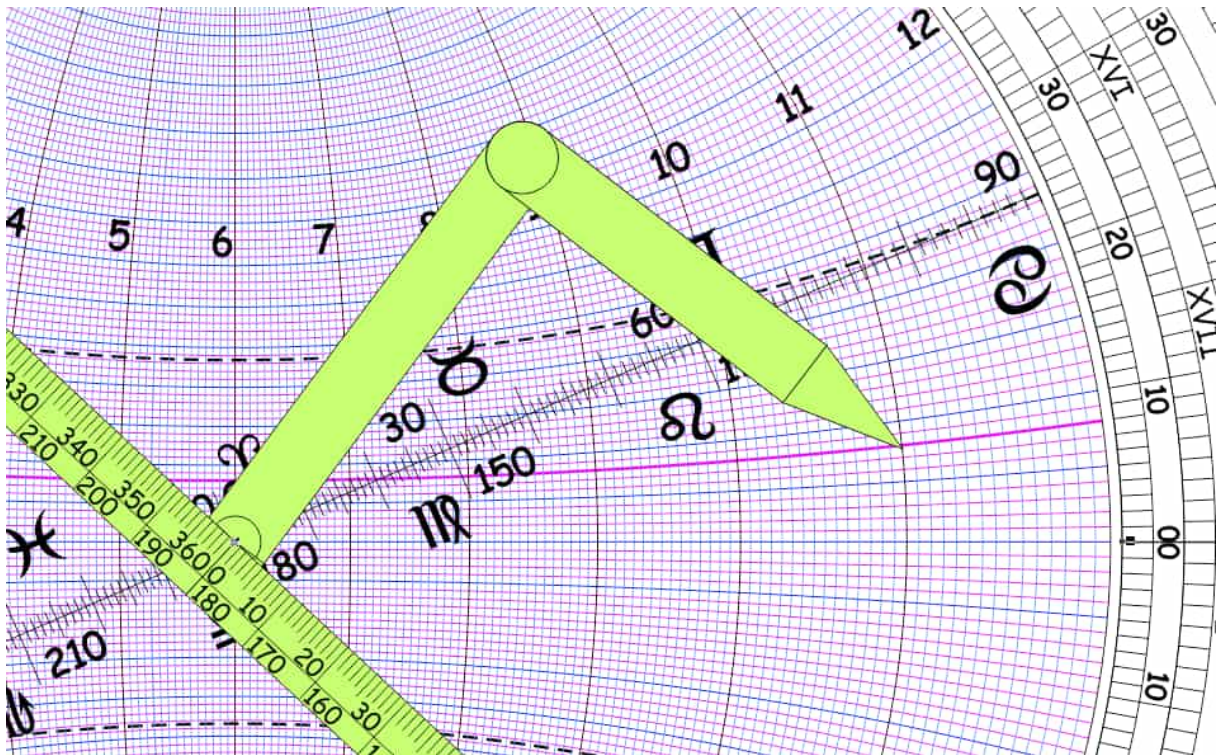
On positionne la règle horizontalement

La hauteur du soleil est donc de 26°

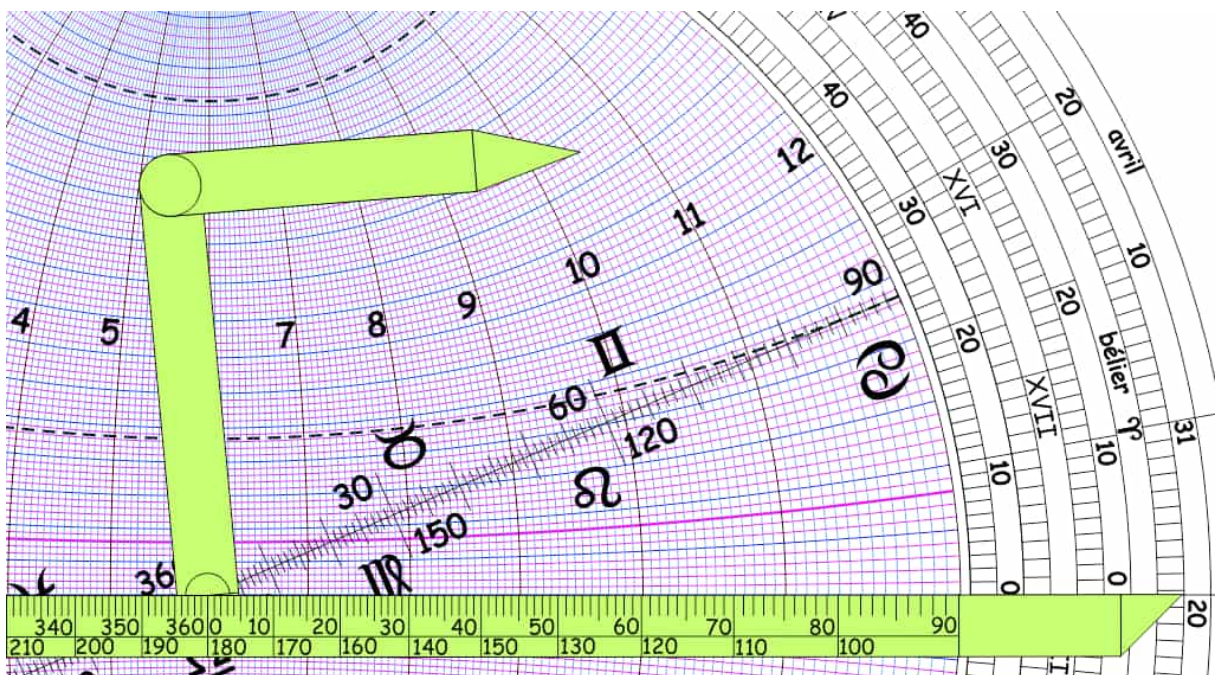


Or cette hauteur est plus petite que celle mesurée. Il faut donc recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ sur un méridien en se rapprochant de midi (vers la droite).

On recommence et on place par exemple la pointe du bras articulé sur le méridien de 11h00.

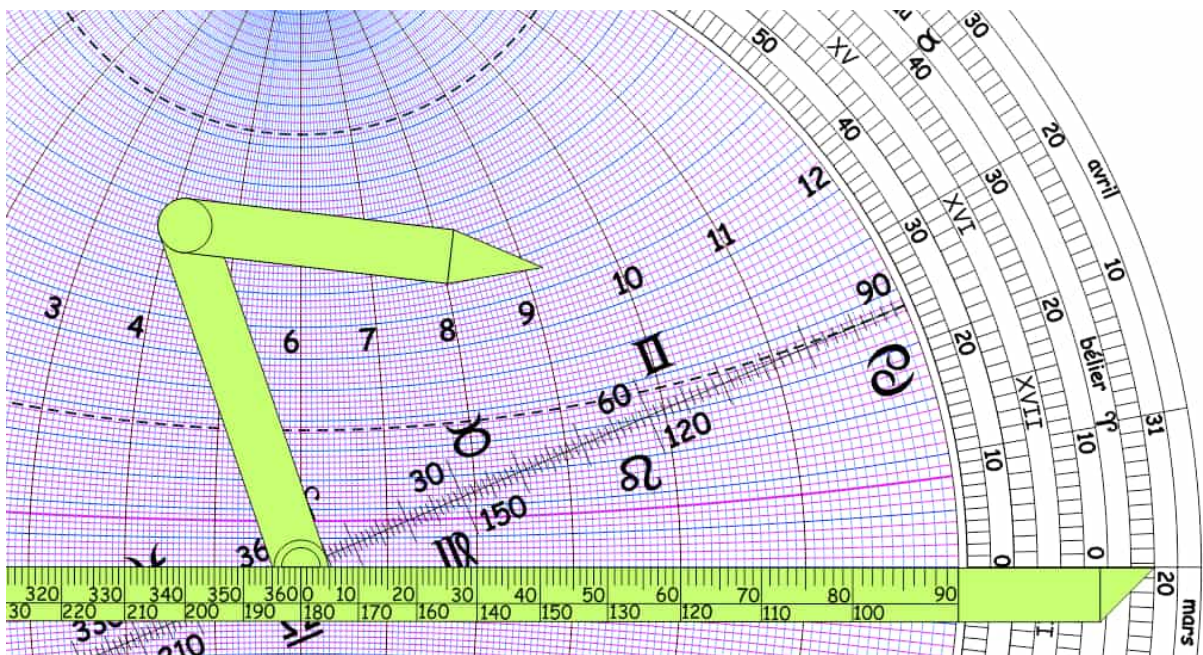
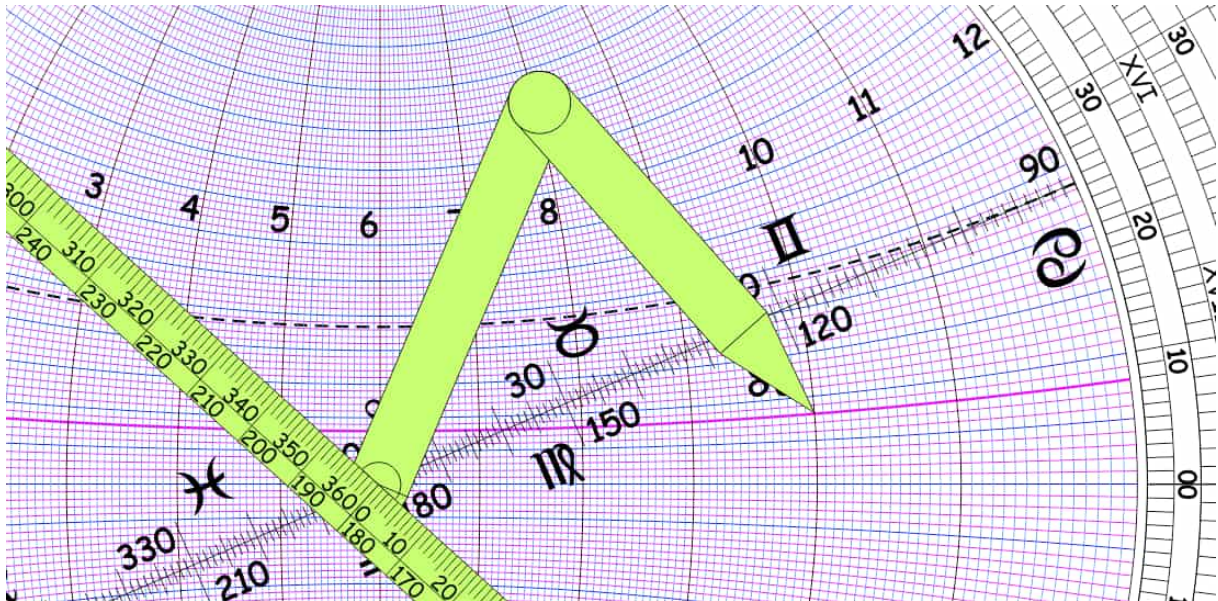


On positionne la règle horizontalement et on trouve une hauteur de 48°.



Dance ce ca, cette hauteur est plus grande que celle mesurée. Il faut donc recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ sur un méridien en s'éloignant de midi (vers la gauche).

Après tâtonnement on trouve **H=10h00**. On retrouve une hauteur comprise entre 42° et 43° , ce qui convenable.



En conclusion, il est pratiquement 10h00 solaire.

Usage VII : connaissant la date, quelle est l'ascension droite du soleil ?

Méthode :

Déterminer la longitude écliptique du soleil en utilisant l'usage I.

Repérer la longitude écliptique sur l'écliptique du tympan.

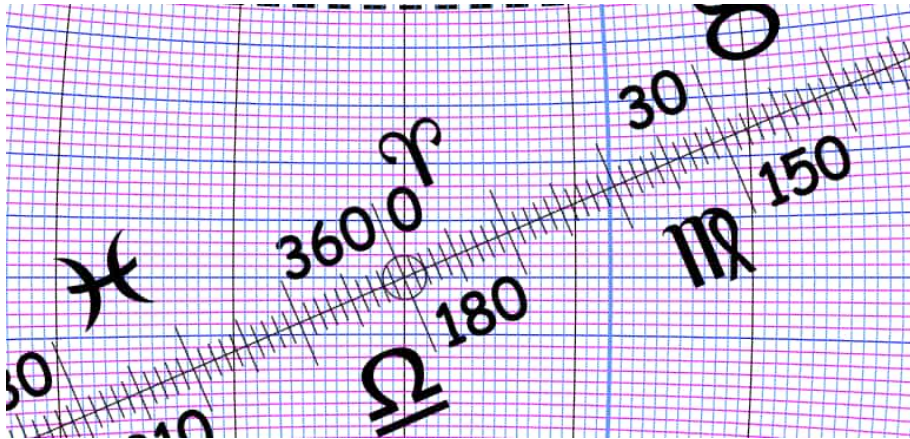
Repérer le méridien passant par cette longitude écliptique.

Lire la valeur de l'ascension droite sur l'équateur.

Exemple 1 : quelle est l'ascension droite du soleil le 10 Avril ?

L'usage I nous donne $\lambda \approx 20^\circ$

On repère cette longitude écliptique sur l'écliptique du tympan ainsi que le méridien passant par cette graduation.



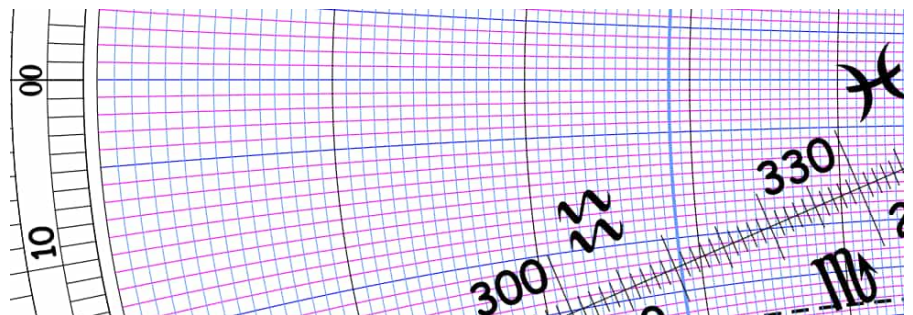
Le degré de ce méridien indique l'ascension droite du soleil en degré.

On lit alors $\alpha \approx 18^\circ$

Exemple 2 : quelle est l'ascension droite du soleil le 31 Janvier ?

L'usage I nous donne $\lambda \approx 311^\circ$

On repère cette longitude
écliptique sur l'écliptique du
tympan



Le degré de ce méridien indique l'ascension droite du soleil en degré.

On lit alors $\alpha \approx 313^\circ$

Usage VIII : connaissant la latitude du lieu, comment déterminer la différence ascensionnelle et l'ascension oblique de tout point de l'écliptique ?

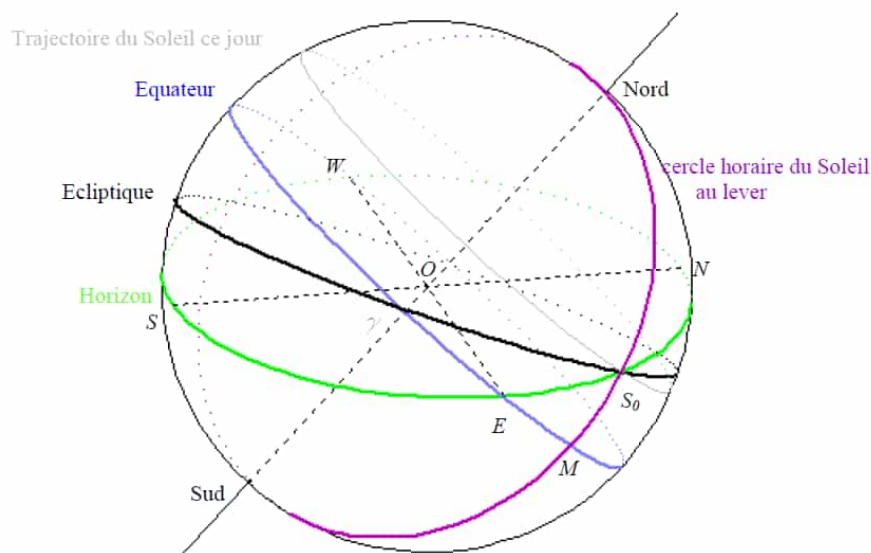
Définitions :

Ascension droite : c'est l'arc de l'équateur compris entre le point vernal γ jusqu'au point M ou l'équateur est coupé par le méridien qui passe par l'astre. C'est l'arc $\widehat{\gamma M}$.

Ascension oblique : c'est l'arc de l'équateur compris entre le point vernal γ et le point de l'équateur qui se lève en même temps que le point de l'écliptique S_0 . C'est l'arc $\widehat{\gamma E}$.

En d'autres termes, l'ascension oblique est l'ascension droite du point de l'équateur qui se lève en même temps que le point de l'écliptique S_0 .

Différence ascensionnelle : c'est la différence entre l'ascension droite et l'ascension oblique. C'est l'arc (\widehat{EM}) . La différence ascensionnelle est toujours positive.



Méthode :

Détermination de la différence ascensionnelle.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$.

Positionner la pointe du bras articulé sur le point de l'écliptique.

Repérer le parallèle passant par ce point de l'écliptique.

Repérer le point d'intersection entre ce parallèle et l'horizon.

Repérer le méridien passant par ce point de l'horizon.

Compter le nombre de degrés entre le méridien précédent et celui de 6h.

Détermination de l'ascension oblique.

Déterminer l'ascension droite en utilisant l'usage VII.

Déterminer la différence ascensionnelle par la précédente méthode.

Calculer l'ascension oblique selon l'un des cas suivants :

Si la déclinaison du point de l'écliptique est positive, alors

Ascension oblique = ascension droite – différence ascensionnelle

Si la déclinaison du point de l'écliptique est négative, alors

Ascension oblique = ascension droite + différence ascensionnelle

Exemple 1 : A la latitude de 49° , quelles sont la différence ascensionnelle et l'ascension oblique du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 31^\circ$.

Détermination de la différence ascensionnelle.

On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

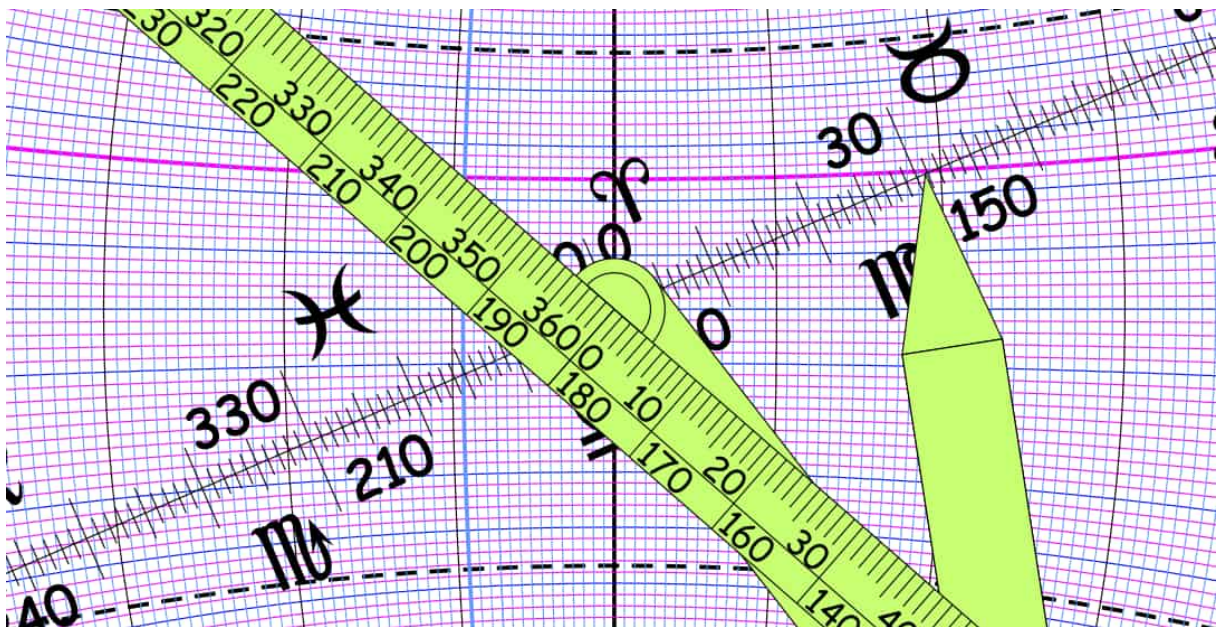
On positionne la pointe du bras articulé sur le point de l'écliptique de longitude $\lambda = 31^\circ$.

On repère le parallèle passant par ce point.

On repère le point d'intersection entre ce parallèle et l'horizon.

On repère le méridien passant par ce point d'intersection.

On compte le nombre de degrés entre le méridien précédent et le méridien de 6h.



On trouve alors une **différence ascensionnelle de 14°** .

Détermination de l'ascension oblique.

On détermine l'ascension droite du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 31^\circ$ en utilisant **l'usage VII**.

On trouve $\alpha \approx 29^\circ$

Sachant que le point de l'écliptique est au dessus de l'équateur, alors **sa déclinaison est positive** et on calcule alors :

Ascension oblique = ascension droite – différence ascensionnelle

Ascension oblique $\approx 29 - 14$ soit **Ascension oblique $\approx 15^\circ$**

Exemple 2 : A la latitude de 49° , quelles sont la différence ascensionnelle et l'ascension oblique du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 300^\circ$.

Détermination de la différence ascensionnelle.

On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

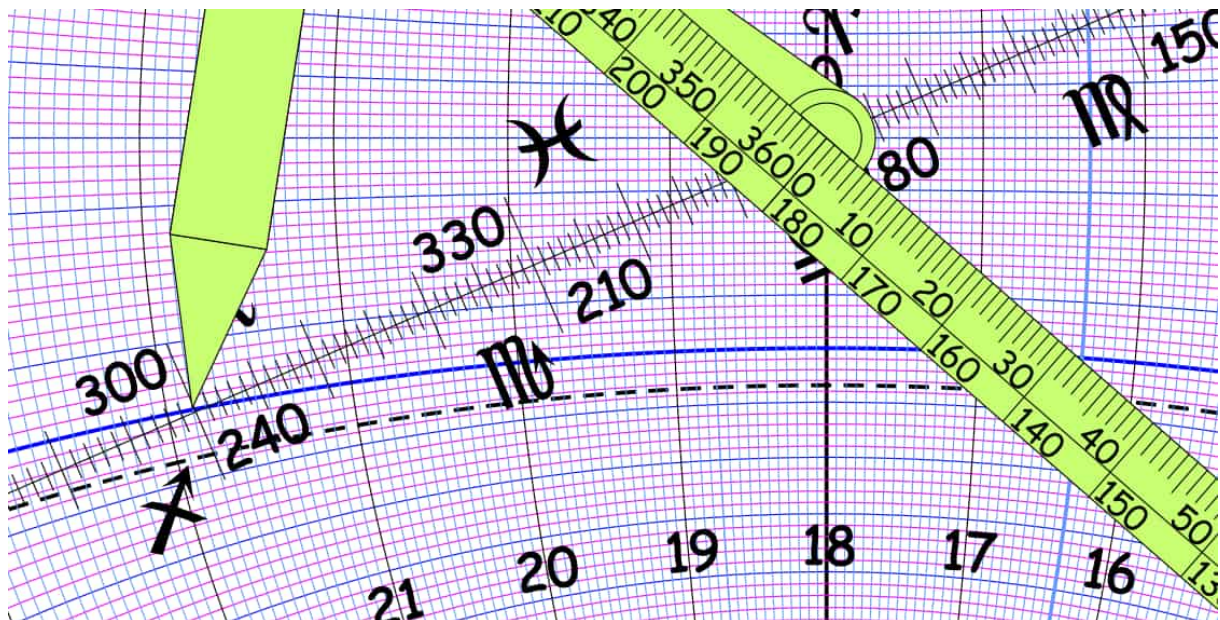
On positionne la pointe du bras articulé sur le point de l'écliptique de longitude $\lambda = 300^\circ$.

On repère le parallèle passant par ce point.

On repère le point d'intersection entre ce parallèle et l'horizon.

On repère le méridien passant par ce point d'intersection.

On compte le nombre de degrés entre le méridien précédent et le méridien de 6h.



On trouve alors une différence ascensionnelle de 25° .

Détermination de l'ascension oblique.

On détermine l'ascension droite du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 300^\circ$ en utilisant l'usage VII.

On trouve $\alpha \approx 302^\circ$

Sachant que le point de l'écliptique est en dessous de l'équateur, alors sa déclinaison est négative et on calcule alors :

Ascension oblique = ascension droite + différence ascensionnelle

Ascension oblique $\approx 302 + 25$ soit Ascension oblique $\approx 327^\circ$

Usage IX : connaissant la latitude du lieu, comment déterminer la déclinaison d'une étoile par l'observation ?

Méthode :

La méthode consiste à mesurer la hauteur de l'étoile lorsque celle-ci passe au méridien du lieu.

Il y a deux cas possibles

Cas d'une étoile circumpolaire

Au cours d'une rotation sidérale 23h56min04s, une étoile circumpolaire passe deux fois au méridien du lieu.

Une première fois entre le pôle céleste Nord et le zénith du lieu (culmination entre le zénith et le sud).

Une deuxième fois entre le pôle céleste Nord et l'horizon nord (culmination inférieure).

Pour une étoile circumpolaire, on procédera ainsi :

Mesurer la hauteur h de l'étoile lorsqu'elle passe au méridien.

Positionner la règle horizontalement.

Positionner la pointe du bras articulé sur le méridien de l'astrolabe à la hauteur mesurée en utilisant les graduations de gauche.

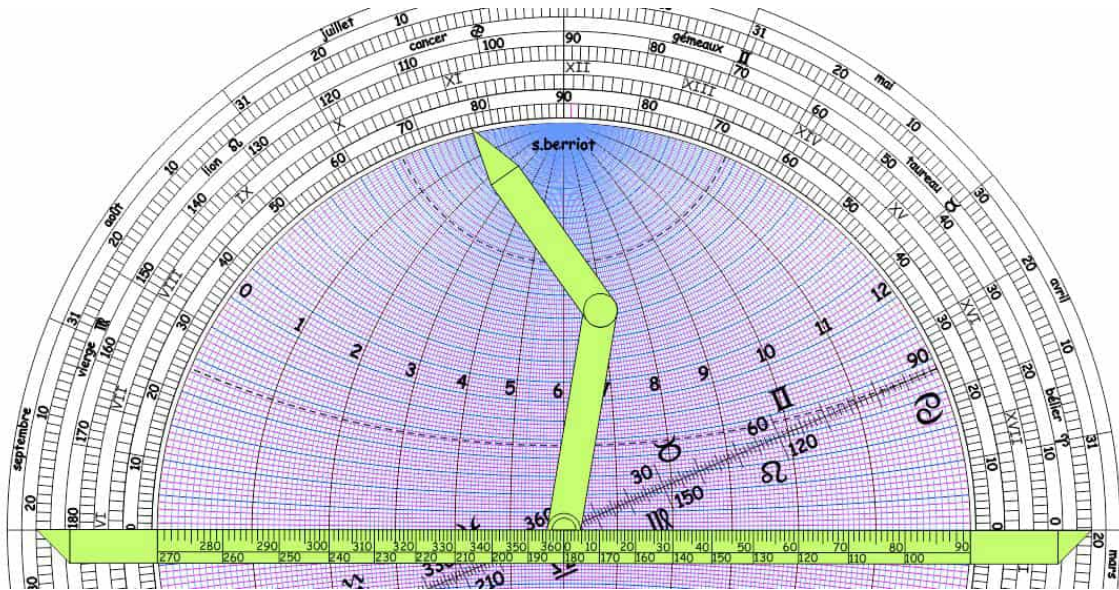
Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$.

Repérer la graduation du parallèle passant par la pointe du bras articulé. Cette graduation donnera la déclinaison de l'étoile.

Exemple 1 : à la latitude de 49° , on a mesuré au méridien une hauteur de 77° entre le zénith et le sud pour l'étoile Dubhe de la Grande Ourse. Quelle est la déclinaison de l'étoile ?

On positionne la règle horizontalement.

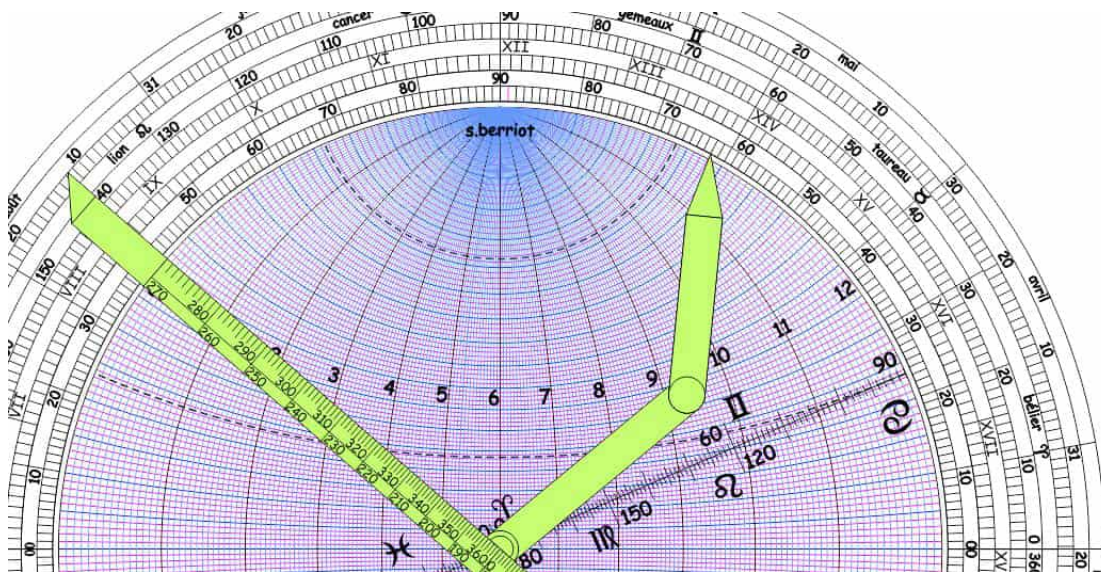
On positionne la pointe du bras articulé sur le méridien de l'astrolabe à la graduation 77° sur les graduations de gauche.



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

On repère la graduation du parallèle passant par la pointe du bras articulé.

Cette dernière indique la déclinaison de l'étoile.

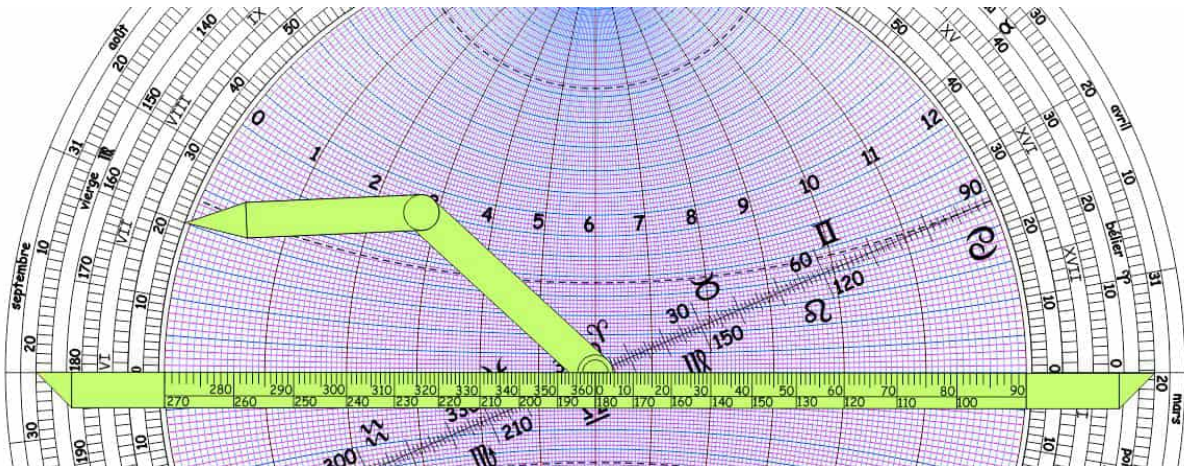


On lie alors $\delta \approx 62^\circ$

Exemple 2 : à la latitude de 49° , on a mesuré au méridien une hauteur de 20° entre le pôle céleste nord et l'horizon nord pour l'étoile Dubhe de la Grande Ourse. Quelle est la déclinaison de l'étoile ?

On positionne la règle horizontalement.

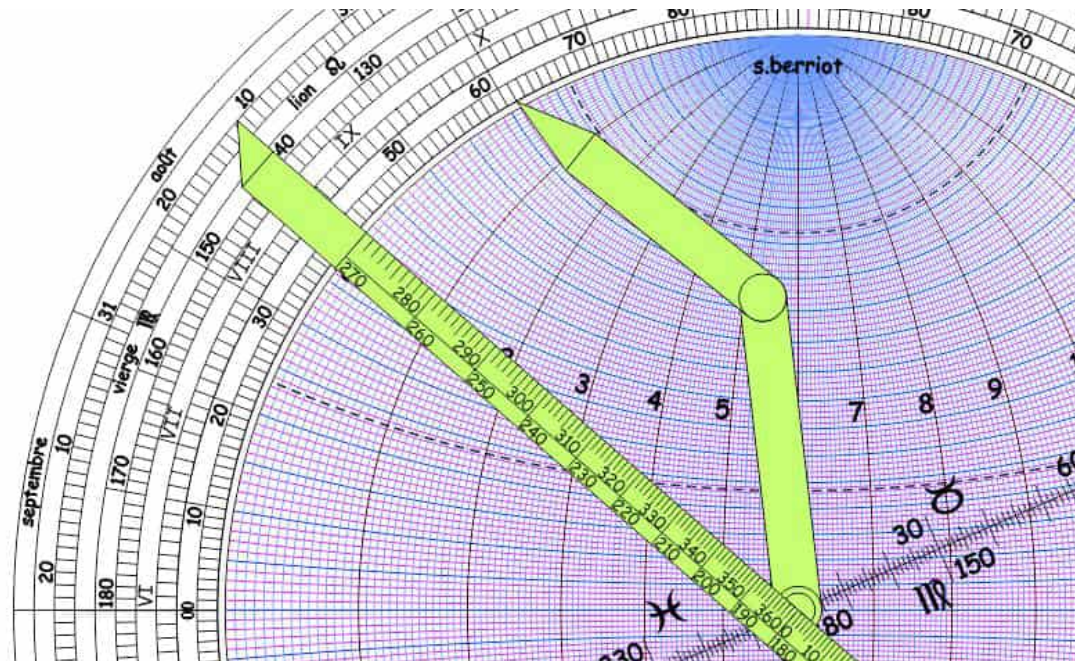
On positionne la pointe du bras articulé sur le méridien de l'astrolabe à la graduation 20° sur les graduations de gauche.



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

On repère la graduation du parallèle passant par la pointe du bras articulé.

Cette dernière indique la déclinaison de l'étoile.



On lie alors $\delta \approx 61^\circ$

Ce résultat est cohérent par rapport au précédent à condition d'accepter une erreur de 1° .

Cas d'une étoile ayant un lever et un coucher

Méthode :

Mesurer la hauteur h de l'étoile lorsqu'elle passe au méridien.

Positionner la règle horizontalement.

Positionner la pointe du bras articulé sur le méridien de l'astrolabe à la hauteur mesurée en utilisant les graduations de gauche.

La déclinaison de l'étoile peut-être positive ou négative.

Si $h < 90 - \varphi$, alors $\delta < 0$ et Si $h > 90 - \varphi$, alors $\delta > 0$

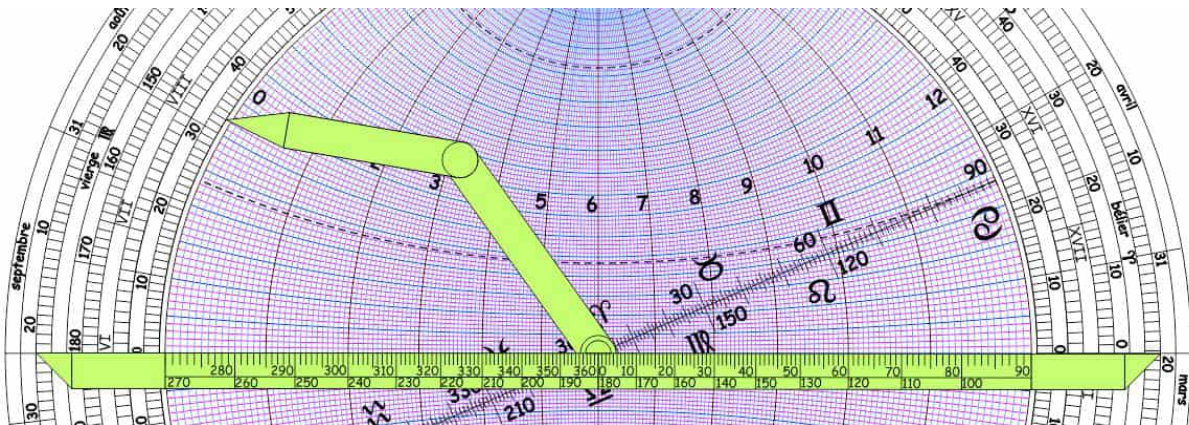
Pivoter la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$.

Repérer la graduation du parallèle passant par la pointe du bras articulé. Cette graduation donnera la déclinaison de l'étoile avec son signe.

Exemple 1 : à la latitude de 49° , on a mesuré au méridien une hauteur de 32° pour l'étoile Rigel de la constellation d'Orion.

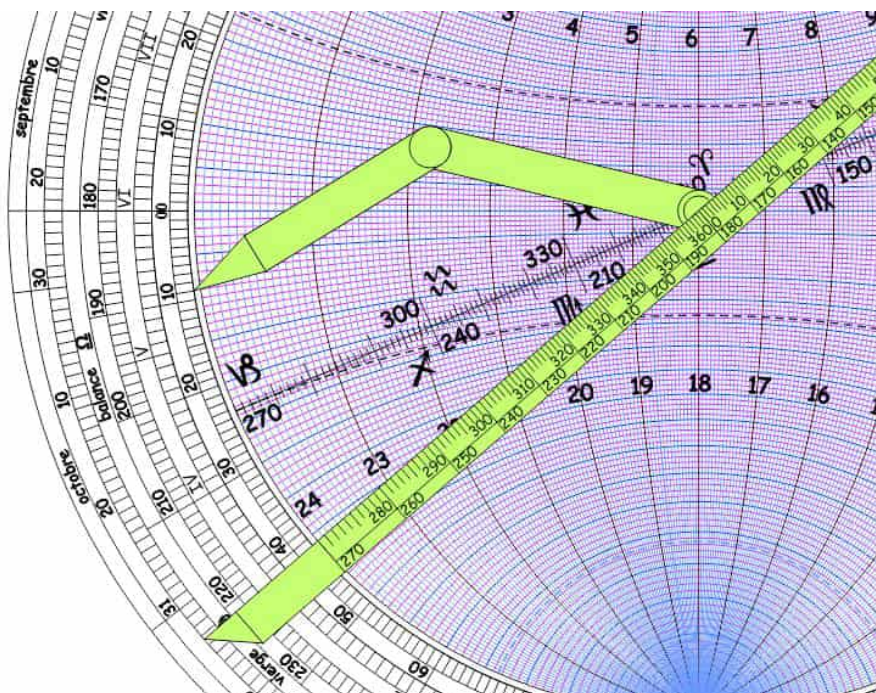
On positionne la règle horizontalement.

On positionne la pointe du bras articulé sur le méridien de l'astrolabe à la graduation 32° sur les graduations de gauche.



On a mesuré $h=32^\circ$ et $90 - \varphi = 41^\circ$ donc $h < 90 - \varphi$ et donc $\delta < 0$.

On pivote la règle d'un angle de 41° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

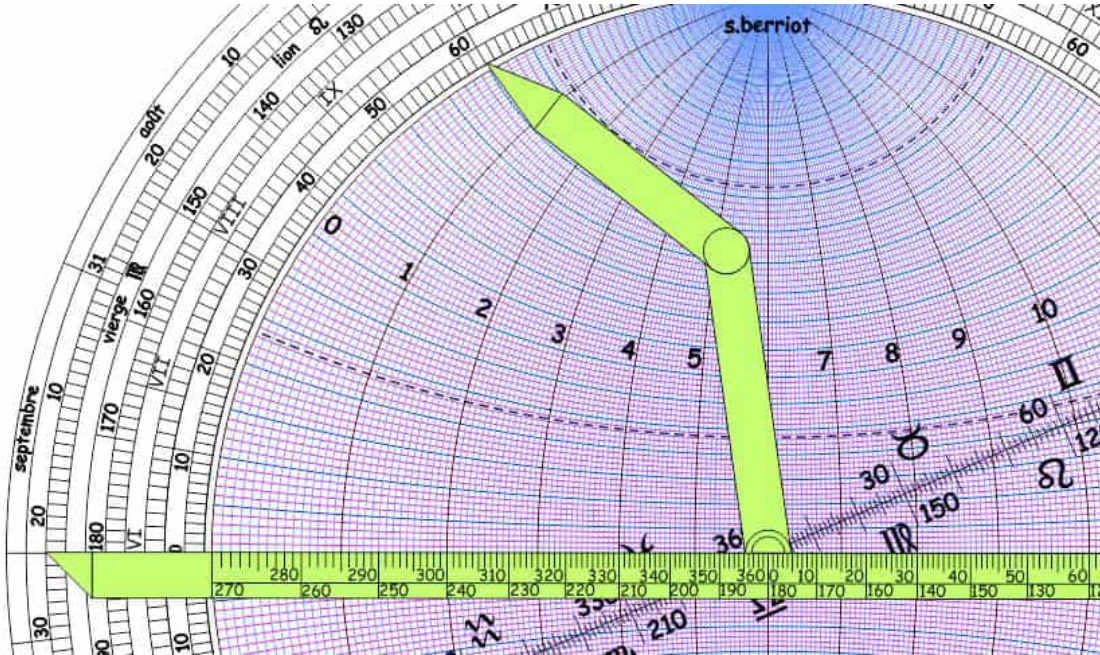


On trouve alors $\delta \approx -9^\circ$

Exemple 2 : à la latitude de 49° , on a mesuré au méridien une hauteur de 60° pour l'étoile Arcturus de la constellation du Bouvier.

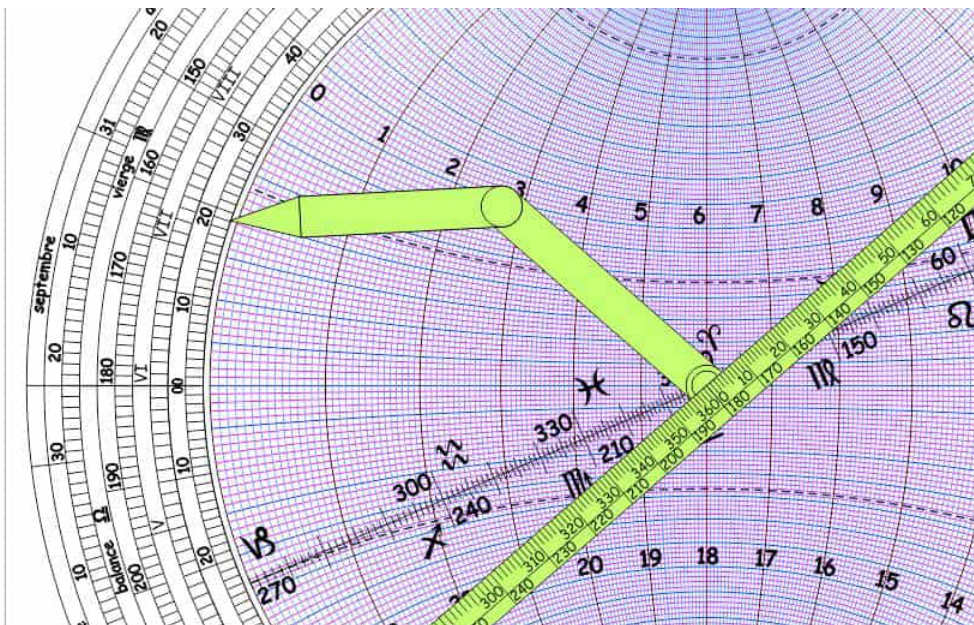
On positionne la règle horizontalement.

On positionne la pointe du bras articulé sur le méridien de l'astrolabe à la graduation 60° sur les graduations de gauche.



On a mesuré $h=60^\circ$ et $90 - \varphi = 41^\circ$ donc $h > 90 - \varphi$ et donc $\delta > 0$.

On pivote la règle d'un angle de 41° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



On trouve $\delta \approx +19^\circ$

Usage X : connaissant les coordonnées écliptiques d'une étoile (longitude et latitude), comment déterminer ses coordonnées équatoriales (ascension droite et déclinaison) ?

Méthode :

Dans ce cas les méridiens correspondent à la longitude écliptique et les parallèles correspondent à la latitude écliptique.

Positionner la règle horizontalement

Placer la pointe du bras articulé sur le point dont on connaît les coordonnées écliptiques.

Pivoter la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre jusqu'à ce qu'elle coïncide avec l'écliptique.

Cette rotation engendre une transformation de coordonnées. Les méridiens correspondent à l'ascension droite et les parallèles correspondent à la déclinaison.

Remarque : l'ascension droite et la longitude écliptique sont dans le même quadrant.

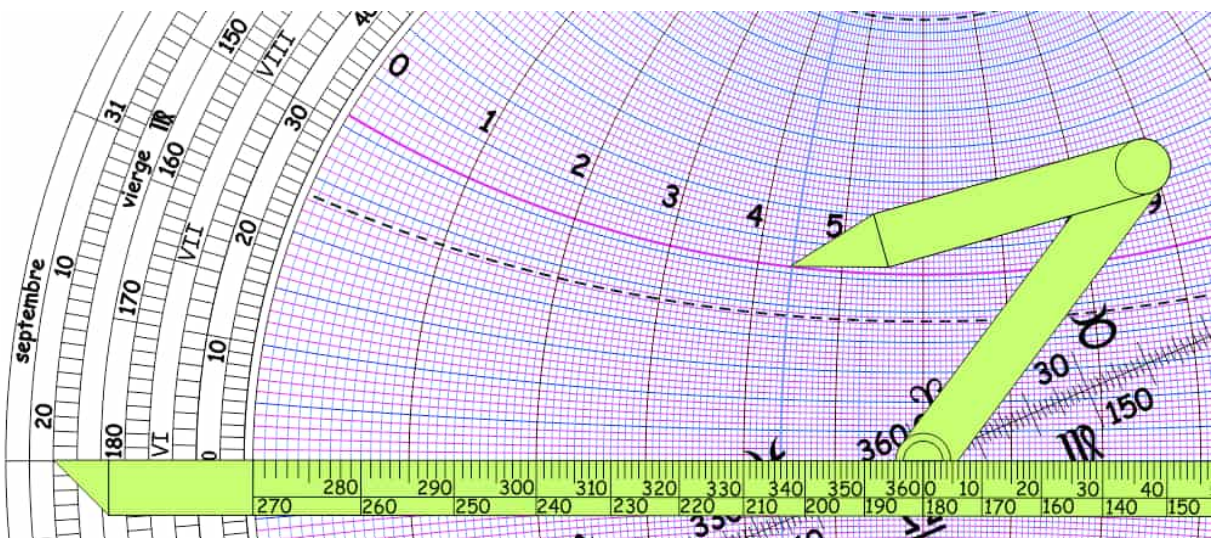
Lire les coordonnées de l'étoile à la pointe du bras articulé.

Exemple : connaissant les coordonnées écliptiques de l'étoile Arcturus, quelles sont ses coordonnées équatoriales ?

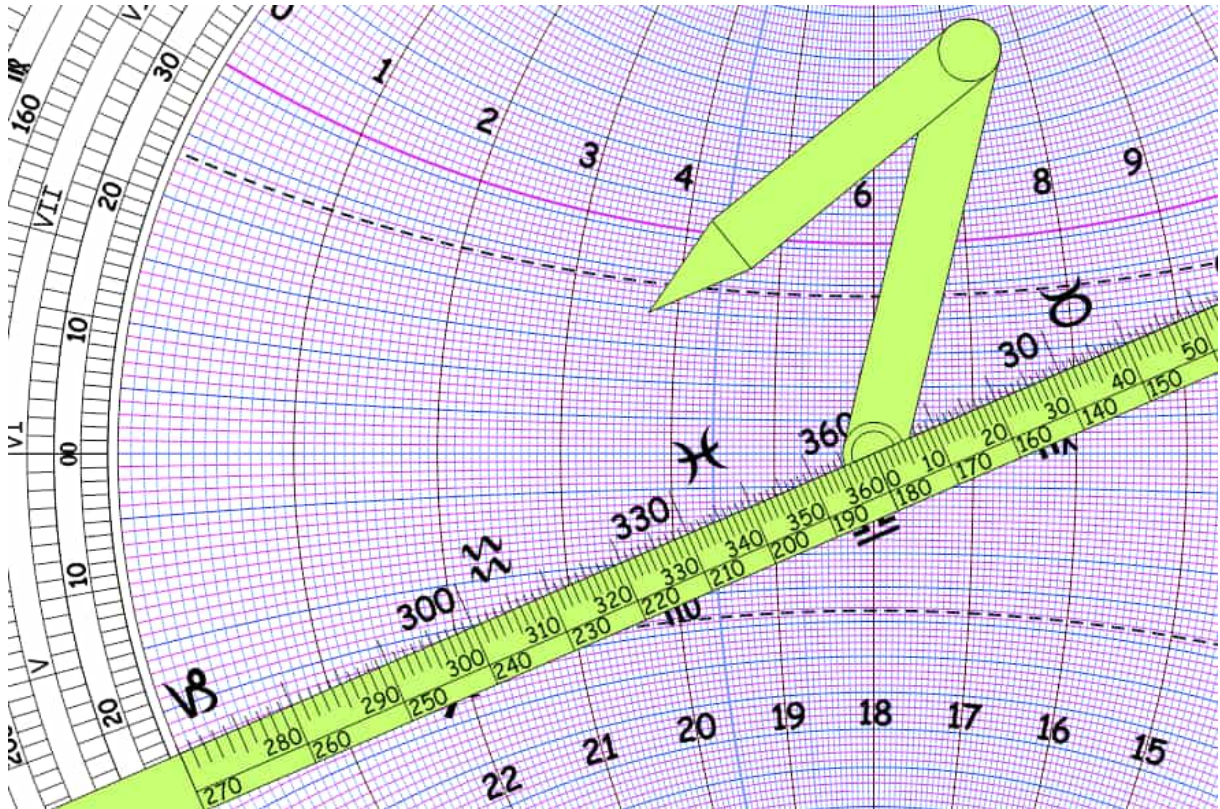
Longitude écliptique : $\lambda \approx 204^\circ$ latitude écliptique : $\beta \approx 31^\circ$

On positionne la règle horizontalement

On positionne la pointe du bras articulé sur le point de coordonnées écliptique (λ ; β)



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre jusqu'à ce qu'elle coïncide avec l'écliptique.



La pointe du bras articulé donne les coordonnées équatoriales de l'étoile.

Ascension droite : $\alpha \approx 214^\circ$ déclinaison : $\delta \approx 19^\circ$

Usage XI : connaissant les coordonnées équatoriales d'une étoile (ascension droite et déclinaison), comment déterminer ses coordonnées écliptiques (longitude et latitude) ?

Méthode :

Dans ce cas les méridiens correspondent à l'ascension droite et les parallèles correspondent à la déclinaison.

Positionner la règle le long de l'écliptique.

Placer la pointe du bras articulé sur le point dont on connaît les coordonnées équatoriales.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce qu'elle devienne horizontale.

Cette rotation engendre une transformation de coordonnées. Les méridiens correspondent à la longitude écliptique et les parallèles correspondent à la latitude.

Remarque : l'ascension droite et la longitude écliptique sont dans le même quadrant.

Lire les coordonnées de l'étoile à la pointe du bras articulé.

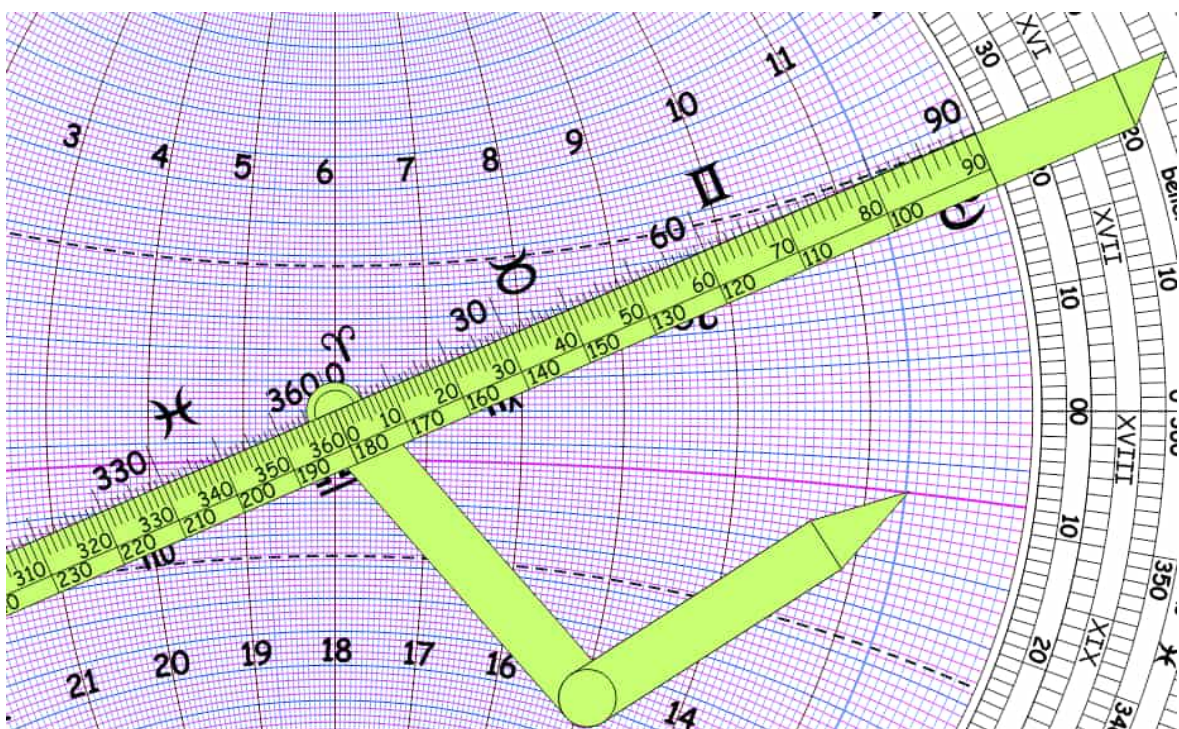
Exemple : connaissant les coordonnées équatoriales de l'étoile Aldébaran, quelles sont ses coordonnées écliptiques?

Ascension droite : $\alpha \approx 79^\circ$

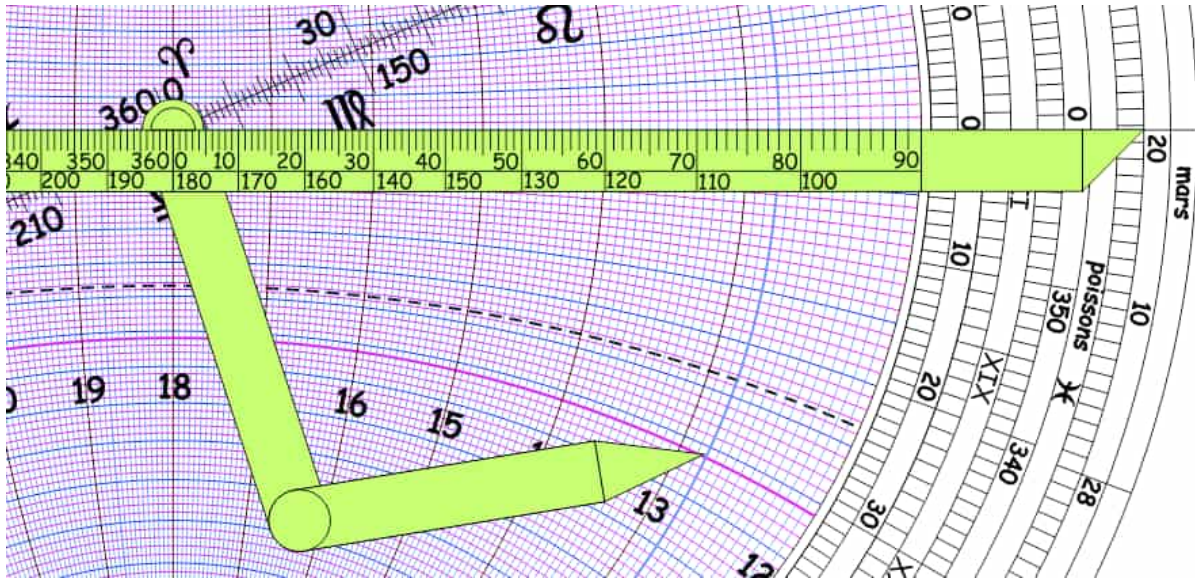
déclinaison : $\delta \approx -8^\circ$

On positionne la règle sur l'écliptique.

On place la pointe du bras articulé sur le point dont on connaît les coordonnées équatoriales (α ; δ)



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce qu'elle devienne horizontale.



La pointe du bras articulé donne les coordonnées écliptiques de l'étoile.

Longitude écliptique : $\lambda \approx 78^\circ$

latitude écliptique : $\beta \approx -31^\circ$

Usage XII : connaissant la latitude du lieu, on a mesuré la hauteur et l'azimut d'une étoile.
Quels sont l'angle horaire et la déclinaison de cette étoile ?

Méthode

Positionner la règle horizontalement.

Positionner la pointe du bras articulé sur le point de coordonnées (A ; h).

En effet les méridiens de l'astrolabe correspondent à l'azimut et les parallèles correspondent à la hauteur. N'oublions pas que sur l'astrolabe l'origine des azimuts est le méridien de midi.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Lire l'angle horaire H_e et la déclinaison δ_e de l'étoile à la pointe du bras articulé.

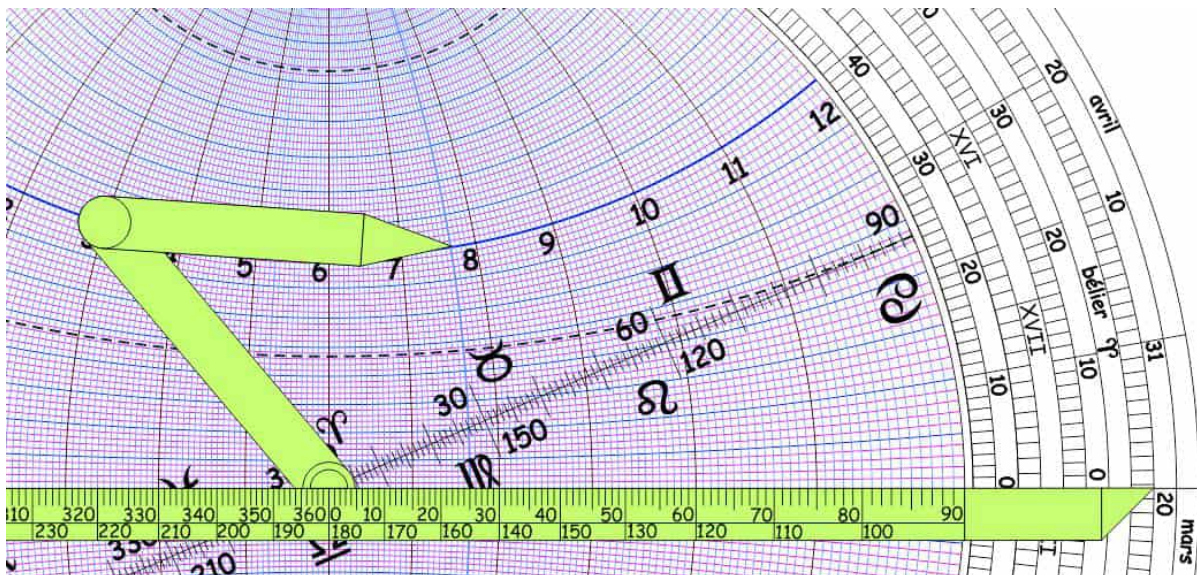
Après rotation, les méridiens de l'astrolabe correspondent à l'angle horaire et les parallèles correspondent à la déclinaison.

Exemple : à la latitude de 49° , le 23 Octobre, on a mesuré la hauteur et l'azimut de l'étoile Aldébaran. Quels sont l'angle horaire et la déclinaison de cette étoile ?

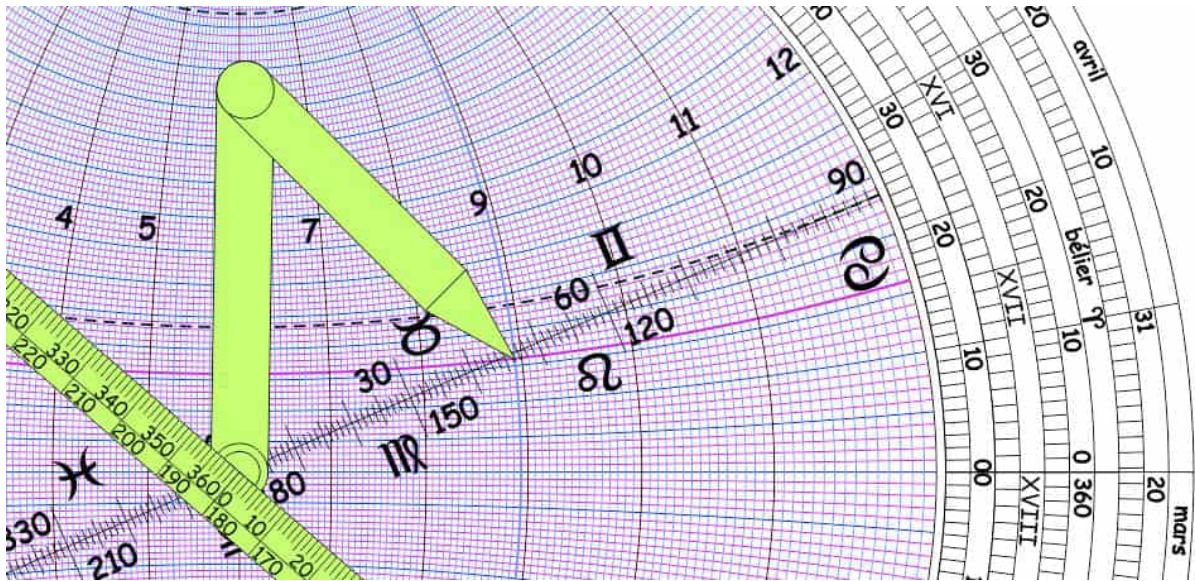
Hauteur mesurée : $h = 40^\circ$ azimut mesuré : $A = 65^\circ$ Ouest.

On positionne la règle sur l'écliptique.

On place la pointe du bras articulé sur le point dont on connaît les coordonnées horizontales (A ; h)



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$ soit 41° .



La pointe du bras articulé indique l'angle horaire et la déclinaison.

Angle horaire : $H_e \approx 46^\circ$

déclinaison : $\delta_e \approx 16^\circ$

Usage XIII : connaissant l'ascension droite et la déclinaison d'une étoile, comment déterminer l'ascension droite, la déclinaison, la longitude, la latitude de la lune ainsi que sa distance par rapport à ses nœuds ?

Rappels :

Le plan de l'orbite de la lune est incliné en moyenne de $5^{\circ}09'$ par rapport à l'écliptique.

La ligne des nœuds est le plan d'intersection entre le plan de l'orbite de la lune et l'écliptique.

Déterminer la position de la lune par rapport à la ligne des nœuds consiste à déterminer son écart angulaire par rapport à cette ligne.

Méthode :

Repérer à l'aide d'éphémérides les coordonnées équatoriales (α_e ; δ_e) de l'étoile choisie

Mesurer la hauteur h_e et l'azimut A_e de l'étoile choisie.

Déterminer l'angle horaire H_e de cette étoile en utilisant l'usage XII.

Mesurer la hauteur h_L et l'azimut A_L de la lune.

Corriger la hauteur h_L de la parallaxe en utilisant la formule $h_{L\text{corrigée}} = h_L + \pi$

La parallaxe (noté π) dépend de l'heure et du lieu d'observation. Elle se calcule ou bien elle est donnée par des tables.

Déterminer l'angle horaire H_L et la déclinaison δ_L de la lune en utilisant l'usage XII.

Déterminer la différence d'ascension droite entre la lune et l'étoile en utilisant la formule :

$$\alpha_L - \alpha_e = H_e - H_L$$

En déduire l'ascension droite α_L de la lune.

Déterminer les coordonnées écliptiques de la lune (λ_L ; β_L) en utilisant l'usage XI.

Déterminer la position de la lune par rapport à la ligne des nœuds en procédant de la façon suivante :

Repérer le parallèle correspondant à β_L

Incliner la règle de 5° par rapport à l'équateur. La règle représente donc le plan de l'orbite lunaire, l'équateur représente l'écliptique et le centre de l'astrolabe la ligne des nœuds.

Repérer le point d'intersection entre la règle et le parallèle β_L

Repérer le méridien passant par ce point d'intersection.

Compter le nombre de méridien entre celui repéré précédemment et le méridien passant par la ligne des nœuds.

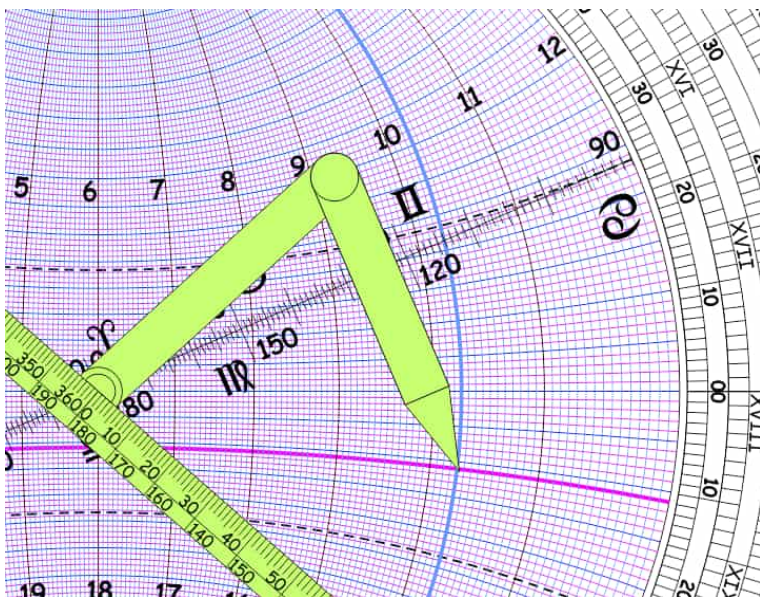
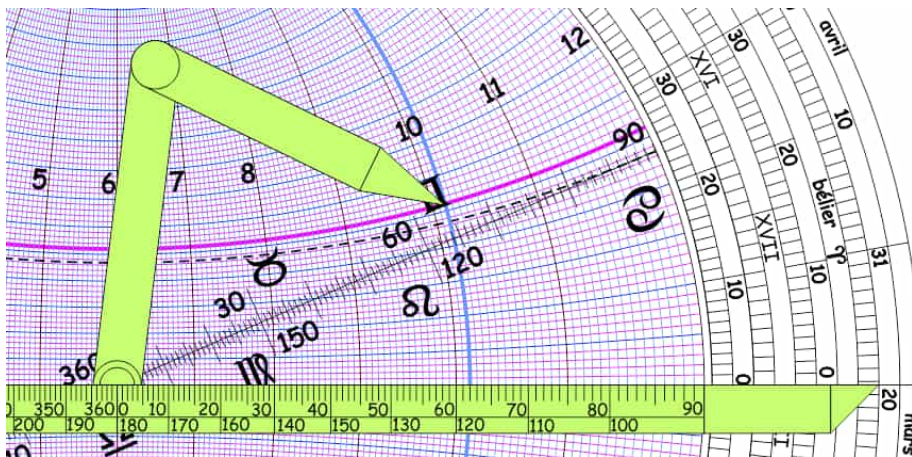
Exemple : à la latitude de paris $48^{\circ}50'$ soit $48,8^{\circ}$, le 09/03/2020 déterminer l'ascension droite, la déclinaison, la longitude, la latitude de la lune ainsi que sa distance par rapport à ses nœuds lorsque celle-ci passe au méridien ?

On choisit comme étoile spica (épi de la vierge).

Ses coordonnées équatoriales sont $\alpha_e = 13h25$ $\delta_e = -11^{\circ}09' \approx -11^{\circ}$

On mesure la hauteur et l'azimut de cette étoile à l'instant de la mesure. $h_e = 26^{\circ}$ $A_e = -28^{\circ}$

On détermine l'angle horaire H_e et la déclinaison δ_e de l'étoile en utilisant [l'usage XII](#).

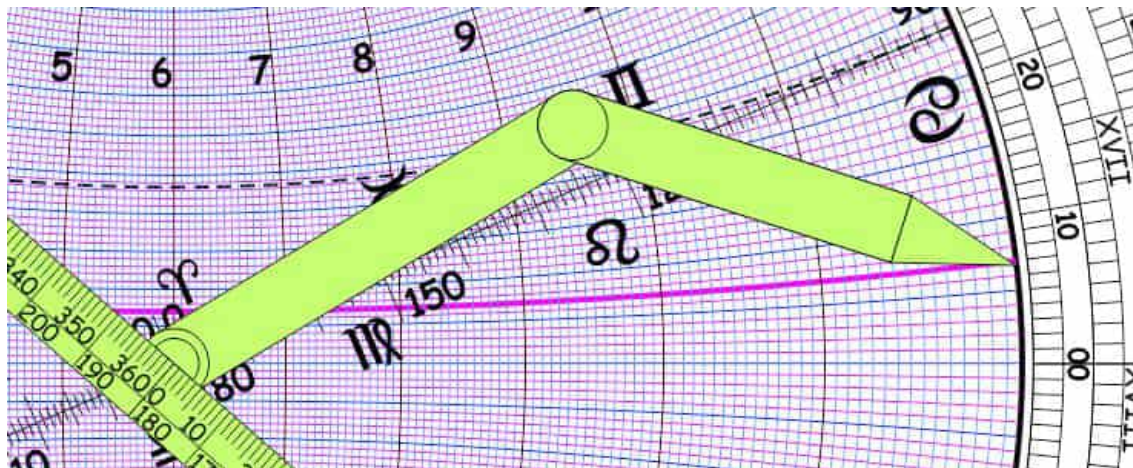
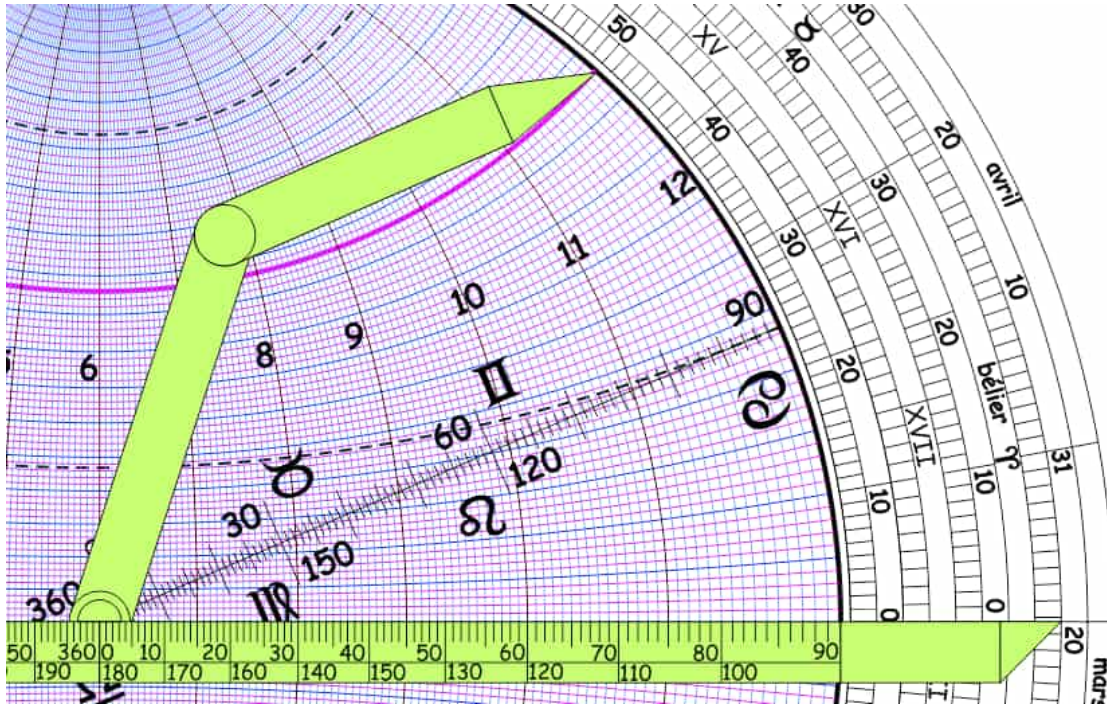


On trouve alors $H_e = 10h16$

On mesure la hauteur et l'azimut de la lune à l'instant de la mesure. $h_L = 47^\circ$ $A_L = 0^\circ$

Ce jour là, la parallaxe de la lune est de $61'23''$, donc la hauteur de la lune corrigée de la parallaxe est de $h_{\text{Lcorrigée}} = 47^\circ 61'23''$ soit 48° .

On détermine l'angle horaire H_L et la déclinaison δ_L de la lune en utilisant [l'usage XII](#).

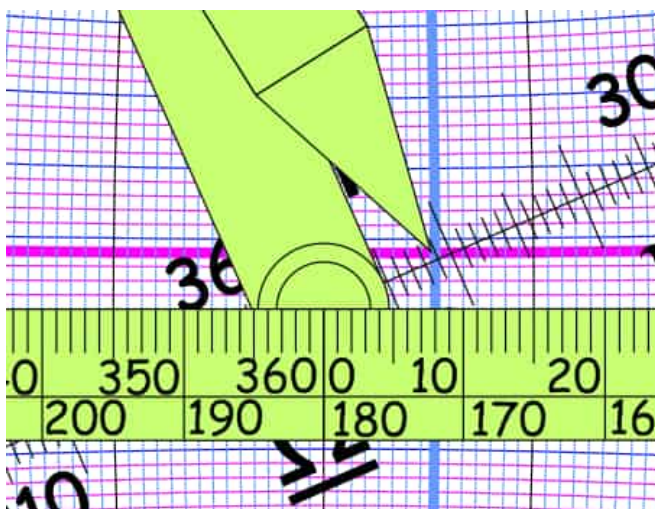
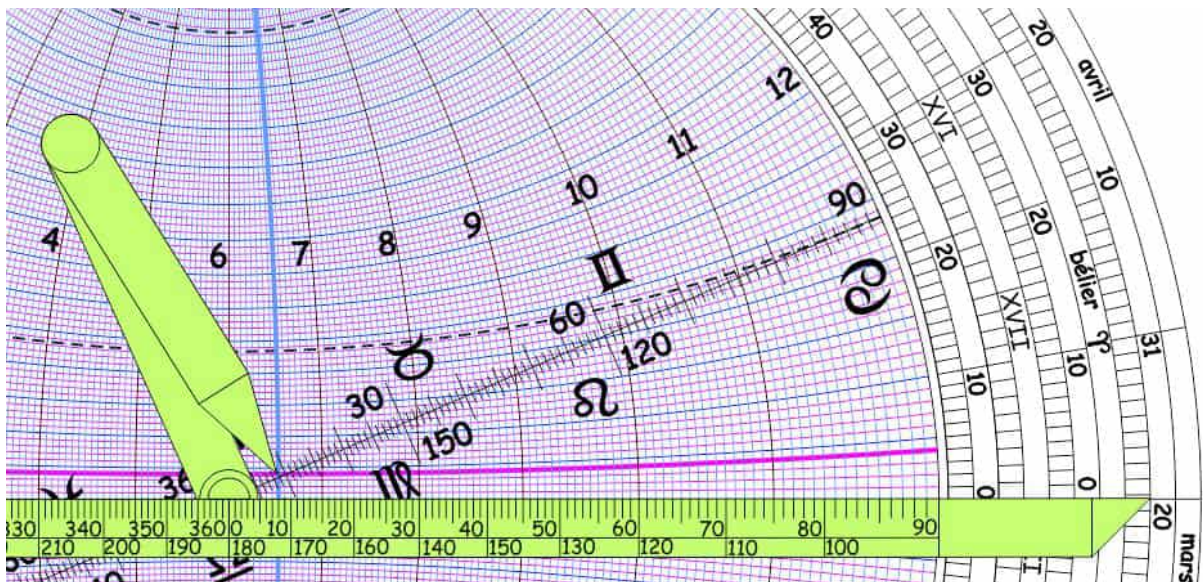
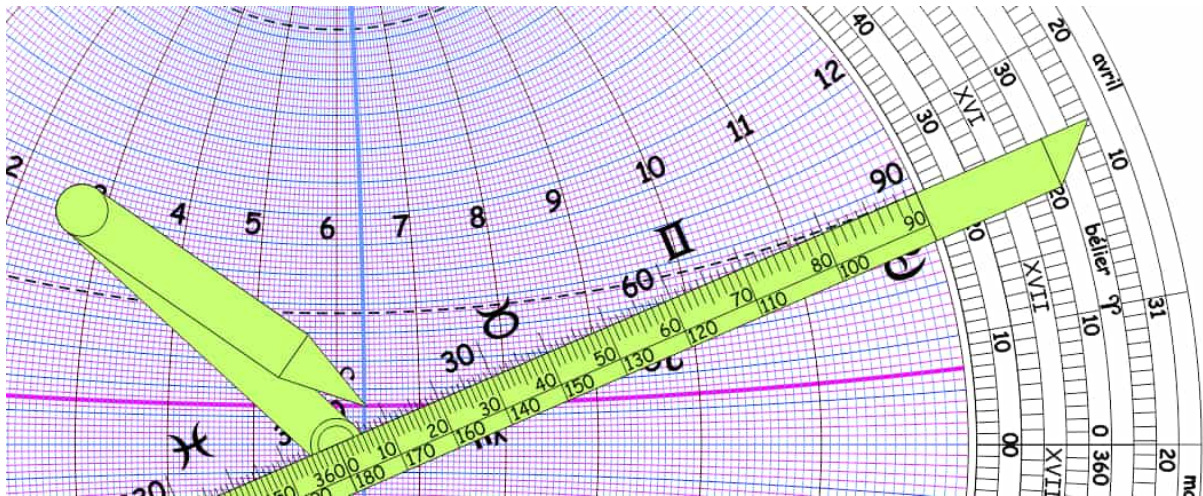


On trouve alors $H_L = 12h00$ et $\delta_L = 7^\circ$

On en déduit la différence d'ascension droite $\alpha_L - \alpha_e = H_e - H_L$ soit $\alpha_L - \alpha_e = -1h44$

On en déduit alors l'ascension droite de la lune $\alpha_L = 13h25 - 1h44$ soit $\alpha_L = 11h41$

On détermine les coordonnées écliptiques de la lune en utilisant l'usage XI.



Les coordonnées écliptiques de la lune sont donc $\lambda_L = 172^\circ$ $\beta_L = 4^\circ$

Usage XIV : connaissant la latitude du lieu et la déclinaison d'un astre, comment déterminer son amplitude orientale ou occidentale ?

Ce sont des termes qui étaient jadis utilisés par les marins pour repérer le lever ou le coucher d'un astre par rapport à l'axe Est-Ouest de l'horizon. En d'autres termes c'est le complément de l'azimut.

Définitions :

L'amplitude orientale d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre le point cardinal EST et l'endroit où se lève l'astre.

Elle est dite orientale méridionale si l'astre se lève vers le Sud et orientale septentrionale si l'astre se lève vers le nord.

L'amplitude occidentale d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre le point cardinal OUEST et l'endroit où se couche l'astre.

Elle est dite orientale méridionale si l'astre se couche vers le Sud et orientale septentrionale si l'astre se couche vers le nord.

Remarque : amplitude orientale = amplitude occidentale.

Méthode :

Positionner la règle horizontalement.

Repérer le parallèle correspondant à la déclinaison de l'astre.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Repérer le point d'intersection entre le parallèle de déclinaison et la règle.

L'amplitude de l'astre se lie sur la règle entre l'origine 0 et le point repéré précédemment. Il suffit simplement de compter le nombre de degrés.

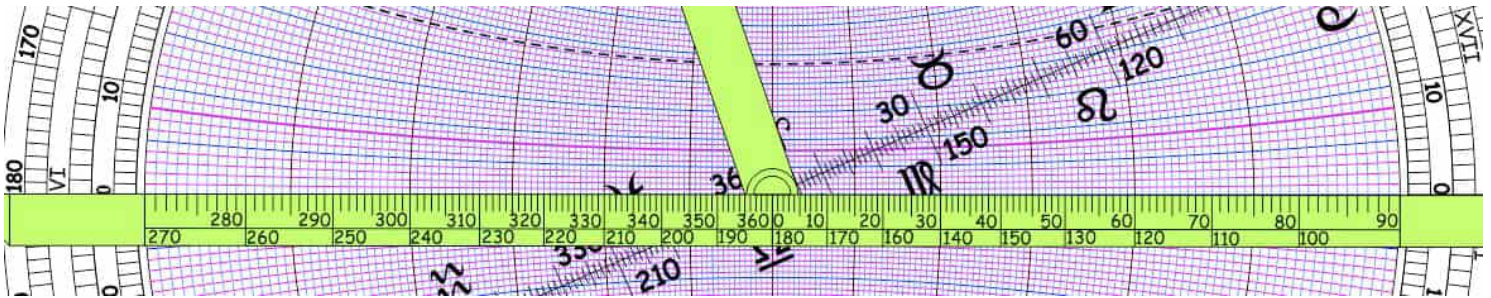
Remarque : si la déclinaison de l'astre est positive, l'amplitude est dite septentrionale et si elle est négative, l'amplitude est dite méridionale.

Exemple 1 : A la latitude de 49° , quelles sont les amplitudes orientale et occidentale du soleil le 10 Avril ?

On positionne la règle horizontalement.

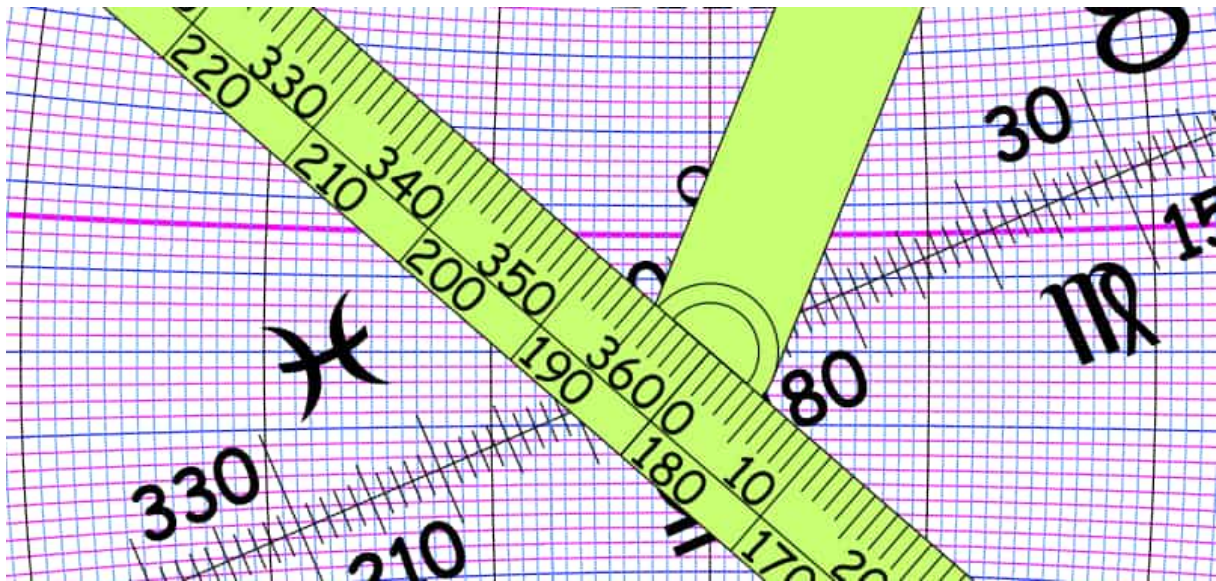
D'après l'**usage II**, la déclinaison du soleil est $\delta \approx +8^\circ$

On repère le parallèle correspondant à 8° .



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41°

On repère le point d'intersection entre la règle et le parallèle de déclinaison.



La déclinaison du soleil est positive donc on lit sur la règle :

Amplitude orientale septentrionale : $+12^\circ$

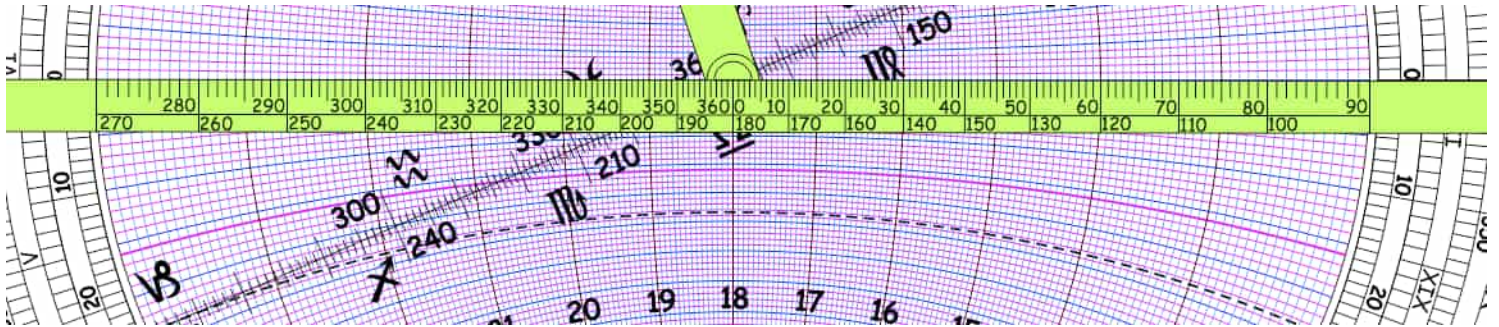
Amplitude occidentale septentrionale : $+12^\circ$

Exemple 2 : A la latitude de 49° , quelles sont les amplitudes orientale et occidentale de l'étoile Sirius ?

On positionne la règle horizontalement.

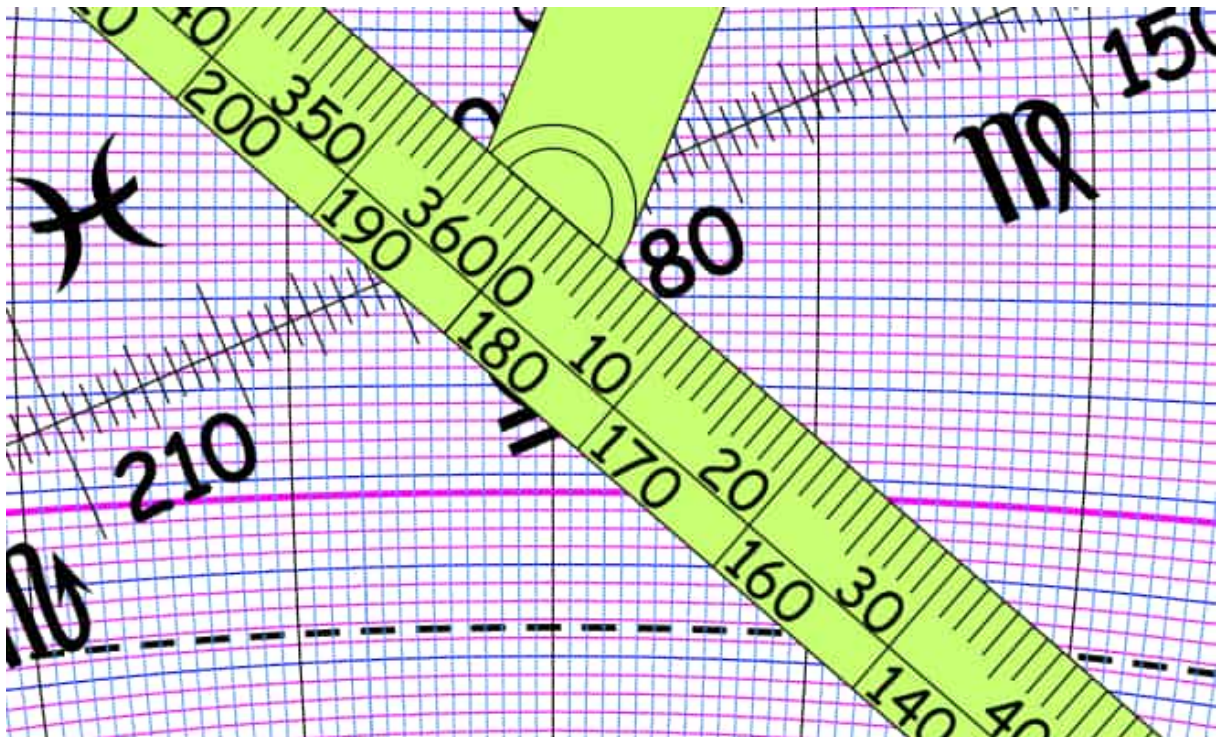
La déclinaison de Sirius est $\delta \approx -16^\circ$

On repère le parallèle correspondant à -16° .



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41°

On repère le point d'intersection entre la règle et le parallèle de déclinaison.



La déclinaison de l'étoile est négative donc on lit sur la règle :

Amplitude orientale méridionale : $+25^\circ$

Amplitude occidentale méridionale : $+25^\circ$

Usage XV : connaissant la déclinaison d'un astre et la mesure de l'amplitude orientale ou occidentale, quelle est la latitude du lieu ?

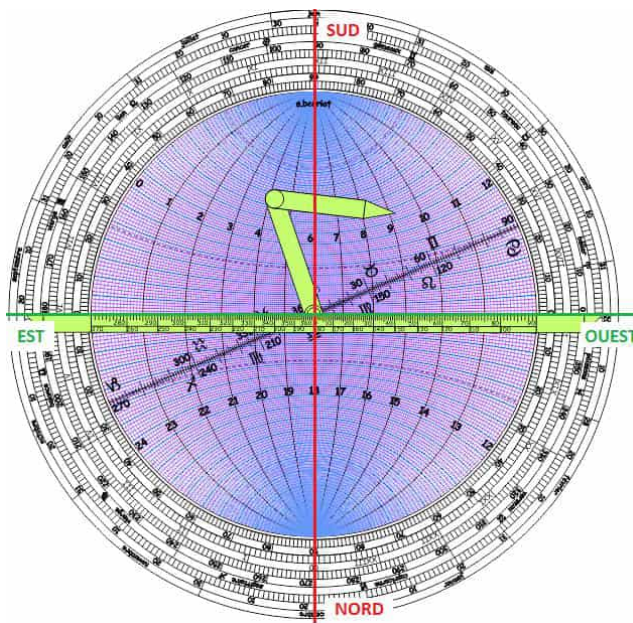
Méthode :

Mesurer l'amplitude orientale de l'astre lorsque celui-ci se lève de la façon suivante.

Repérer le méridien du lieu.

Positionner l'astrolabe horizontalement.

Orienter l'astrolabe comme l'indique le dessin ci-dessous. L'axe vertical dans la direction Nord-Sud et l'axe horizontal dans la direction Est-Ouest.



Pivoter la règle et l'orienter dans la direction de l'astre.

Compter le nombre de degrés entre l'axe EST et la règle. Si la règle est dirigée vers le sud Est alors l'amplitude sera méridionale et si la règle est dirigée vers le Nord Est elle sera septentrionale.

Remarque : on procèdera de la même façon pour déterminer l'amplitude occidentale mais on comptera le nombre de degrés entre l'axe OUEST et la règle.

Déterminer la latitude du lieu en procédant comme ceci :

Déterminer la déclinaison de l'astre.

Repérer le parallèle correspondant à la déclinaison de l'astre.

Positionner la règle de l'astrolabe horizontalement.

Repérer sur la règle la graduation correspondant à l'amplitude orientale ou occidentale de l'astre.

Si la déclinaison est positive, on repère la graduation à gauche.

Si la déclinaison est négative, on repère la graduation à droite.

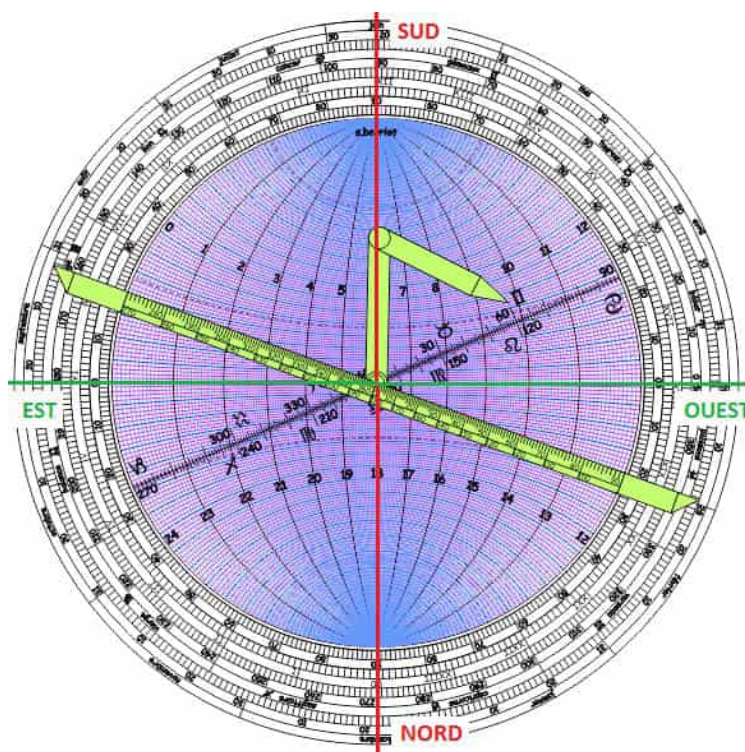
Incliner la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que la graduation lue sur la règle coïncide avec le parallèle de déclinaison.

Lire le complément de la latitude indiquée par le biseau de la règle.

Déterminer la latitude en effectuant la petite opération : $90 - \text{complément de la latitude}$.

Exemple : nous sommes le 14 Février en mer et au petit matin, on mesure l'amplitude orientale du soleil. Quelle est la latitude du lieu ?

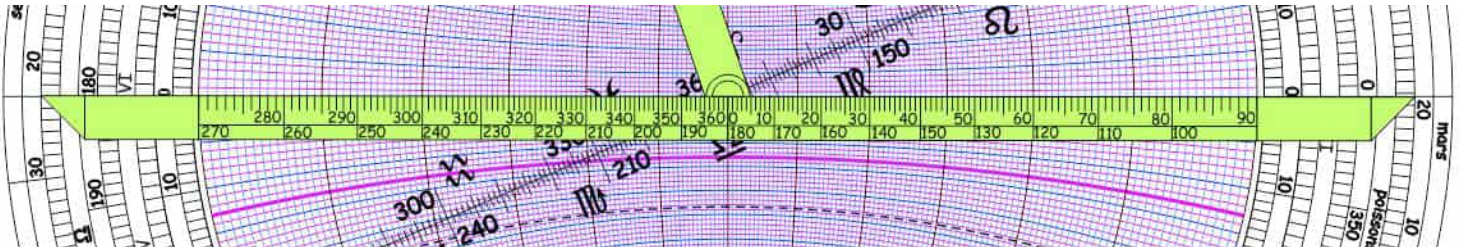
On applique la méthode donnée pour déterminer l'amplitude orientale du soleil.



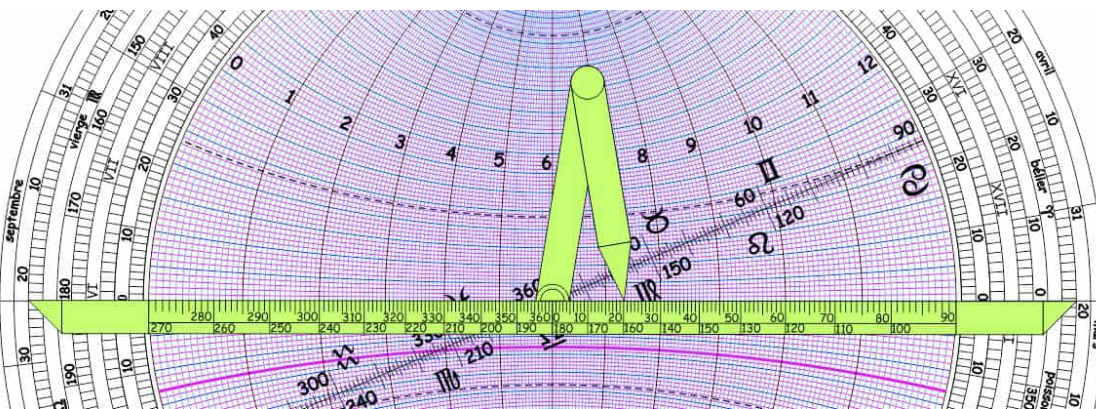
On mesure une amplitude orientale méridionale de 20°

On détermine la déclinaison du soleil en utilisant l'usage II. On trouve $\delta \approx -13^\circ$.

On repère le parallèle correspondant à la déclinaison de -13° .



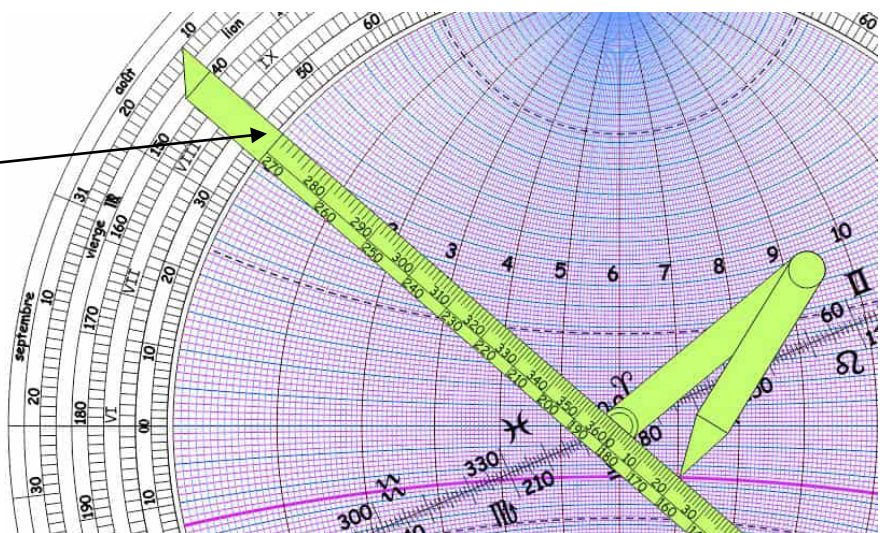
Sachant que la déclinaison est négative, on repère la graduation 20° sur la règle à droite à l'aide de la pointe du bras articulé.



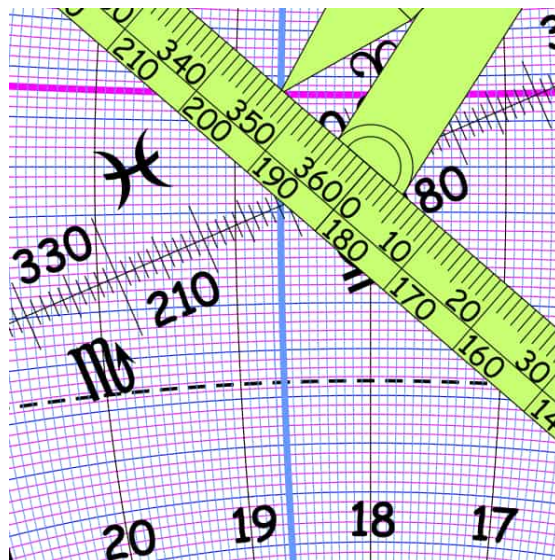
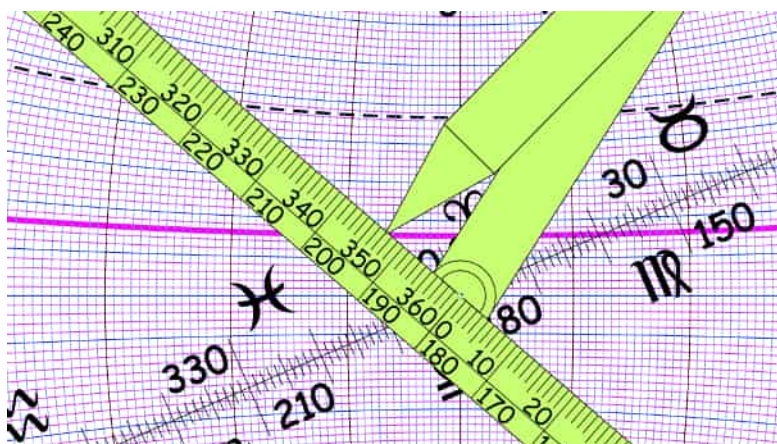
On incline la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que la pointe du bras articulé coïncide avec le parallèle de déclinaison repéré précédemment.

Le biseau de la règle indique sur les graduations externes 41° .

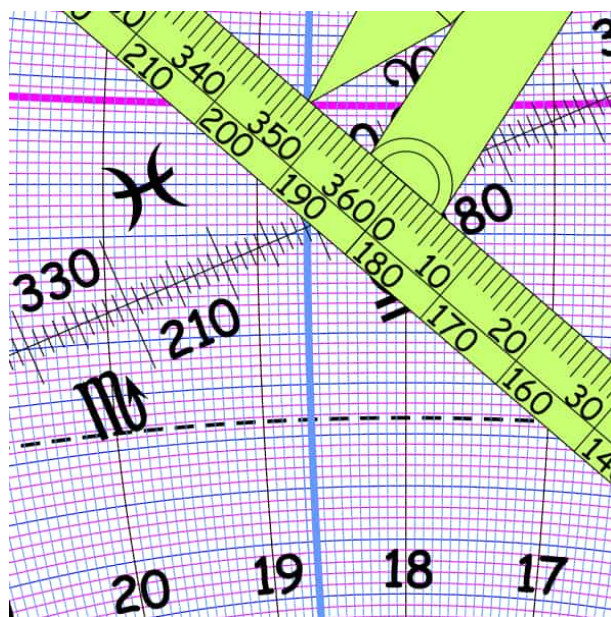
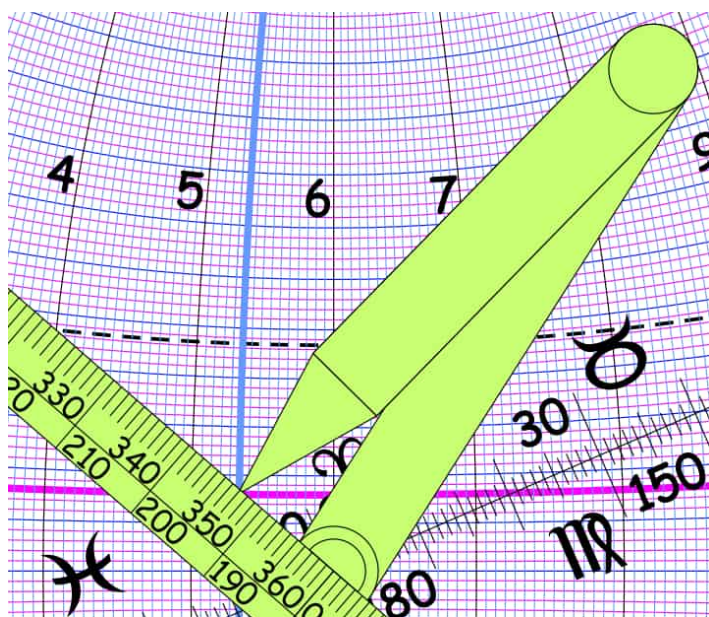
La latitude du lieu est donc de 49° .



On repère le méridien passant par ce point.



L'heure solaire du matin indique l'heure solaire du lever du soleil et l'heure solaire de l'après-midi indique l'heure solaire du coucher.



Heure solaire du lever : 5h20min

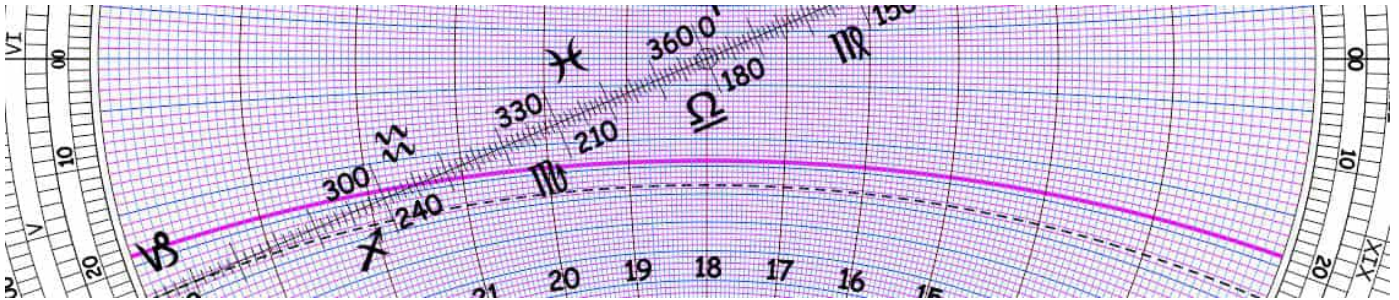
Heure solaire du coucher : 18h40 min

Durée du jour : 18h40min — 5h20min = 13h20min

Exemple 2 : A la latitude de 49° , le 31 Janvier, quelles sont l'heure solaire du lever du soleil, l'heure solaire du coucher du soleil et la durée du jour ?

D'après l'usage II, ce jour là, la déclinaison du soleil est $\delta \approx -19^\circ$

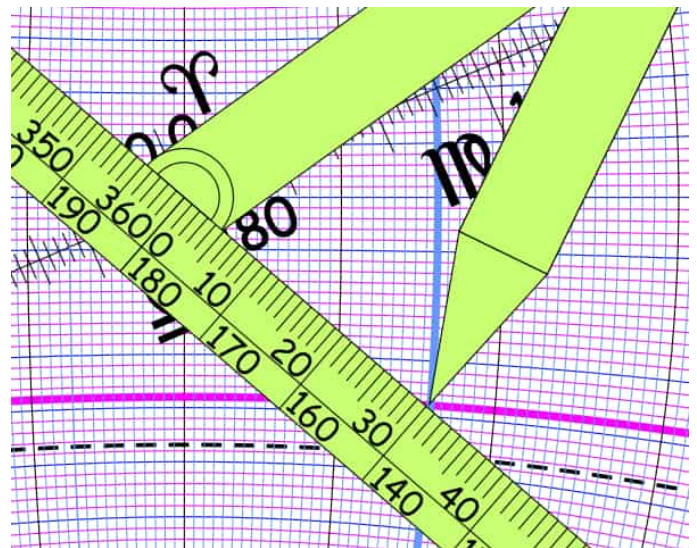
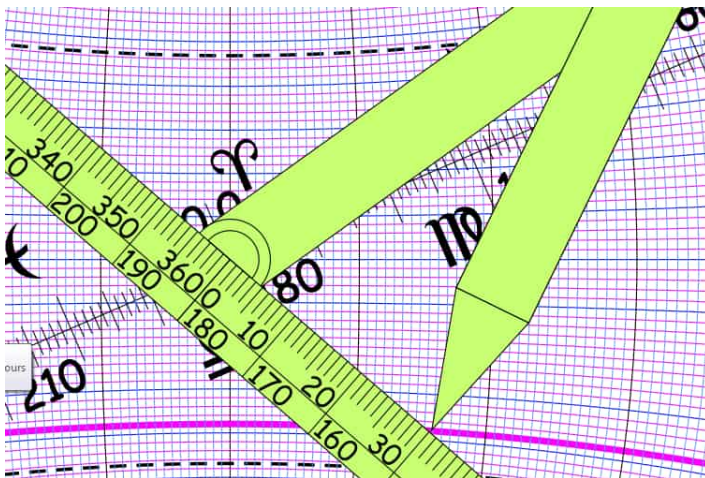
On repère le parallèle correspondant à cette déclinaison de -19° .



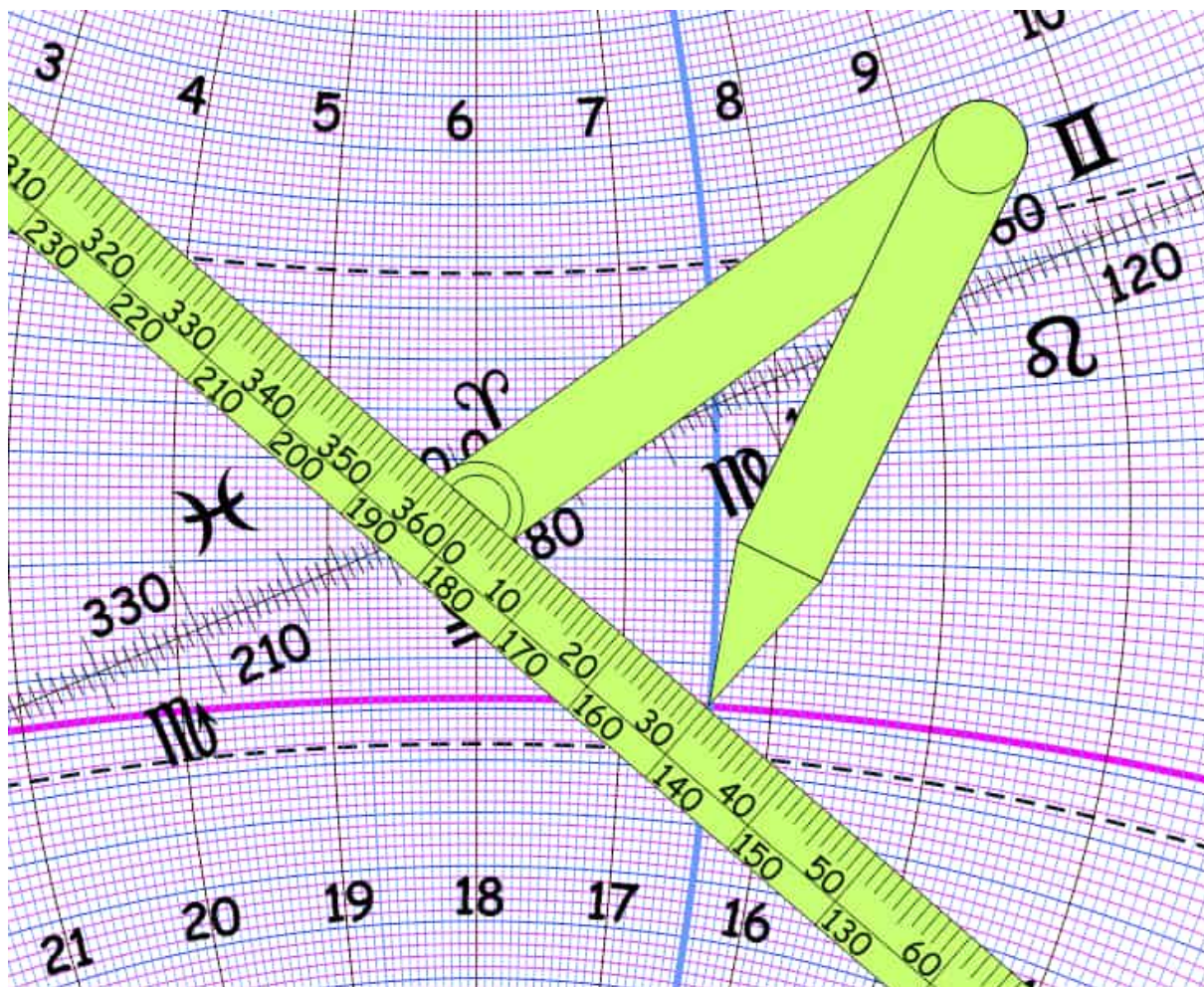
On incline la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

On repère le point d'intersection entre la règle et le parallèle de déclinaison et on positionne la pointe du bras articulé sur ce point.

On repère le méridien passant par ce point.



L'heure solaire du matin indique l'heure solaire du lever du soleil et l'heure solaire de l'après-midi indique l'heure solaire du coucher.



Heure solaire du lever : 7h36min

Heure solaire du coucher : 16h24 min

Durée du jour : 16h24min – 7h36min = 8h48min

Usage XVII : connaissant la date et la latitude du lieu, comment déterminer l'heure solaire de la fin du crépuscule ?

Définitions :

On distingue trois types de crépuscules :

Le crépuscule civile, qui finit lorsque la hauteur du soleil atteint 6° sous l'horizon (soit $h = -6^\circ$).

Le crépuscule nautique, qui finit lorsque la hauteur du soleil atteint 12° sous l'horizon (soit $h = -12^\circ$).

Le crépuscule astronomique, qui finit lorsque la hauteur du soleil atteint 18° sous l'horizon (soit $h = -18^\circ$).

Méthode :

Déterminer la déclinaison du soleil en utilisant l'usage II.

Repérer le parallèle correspondant à la déclinaison du soleil.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Positionner la pointe du bras articulé sur le parallèle de déclinaison du soleil et **sur un méridien dont on pense qu'il correspond à l'heure de la fin du crépuscule**.

Positionner la règle horizontalement. Dans ce cas, les parallèles indiquent la hauteur du soleil.

On regarde si la pointe du bras articulé indique bien la hauteur du crépuscule que l'on veut déterminer, c'est-à-dire -6° si c'est le crépuscule civil, -12° si c'est le crépuscule astronomique et -18° si c'est le crépuscule astronomique.

Si ce n'est pas le cas, on recommence la procédure en utilisant la règle suivante :

Si la hauteur trouvée est plus petite que celle mesurée, il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison vers la droite (en se rapprochant de midi).

Si la hauteur trouvée est plus grande que celle mesurée, il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison vers la gauche (en s'éloignant de midi).

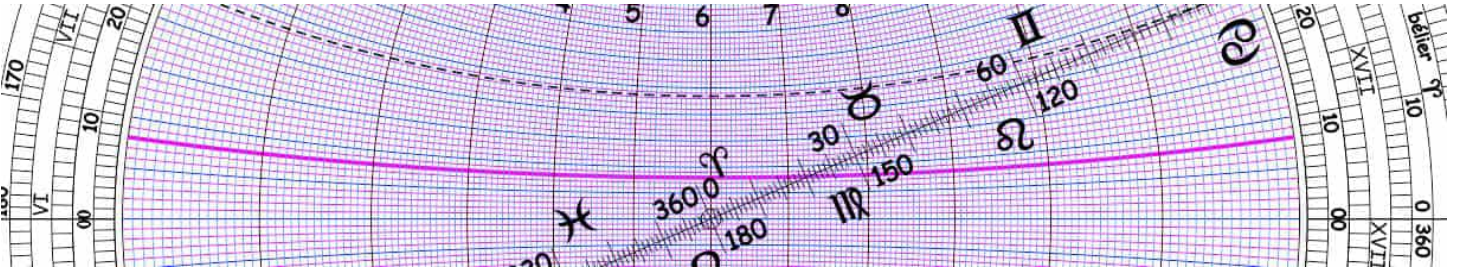
Recommencer jusqu'à ce que la pointe du bras articulée indique bien la hauteur du soleil pour le crépuscule choisi.

Relever l'heure solaire H

Exemple : A la latitude de 49° , le 10 Avril, quelle est l'heure solaire du crépuscule astronomique ?

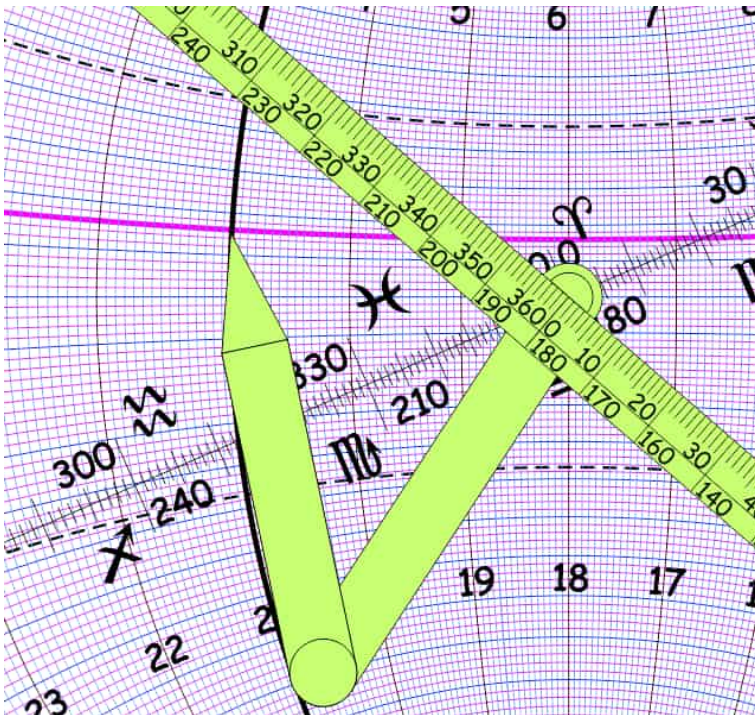
D'après l'usage II, ce jour là, la déclinaison du soleil est $\delta \approx +8^\circ$

On repère le parallèle de déclinaison $+8^\circ$

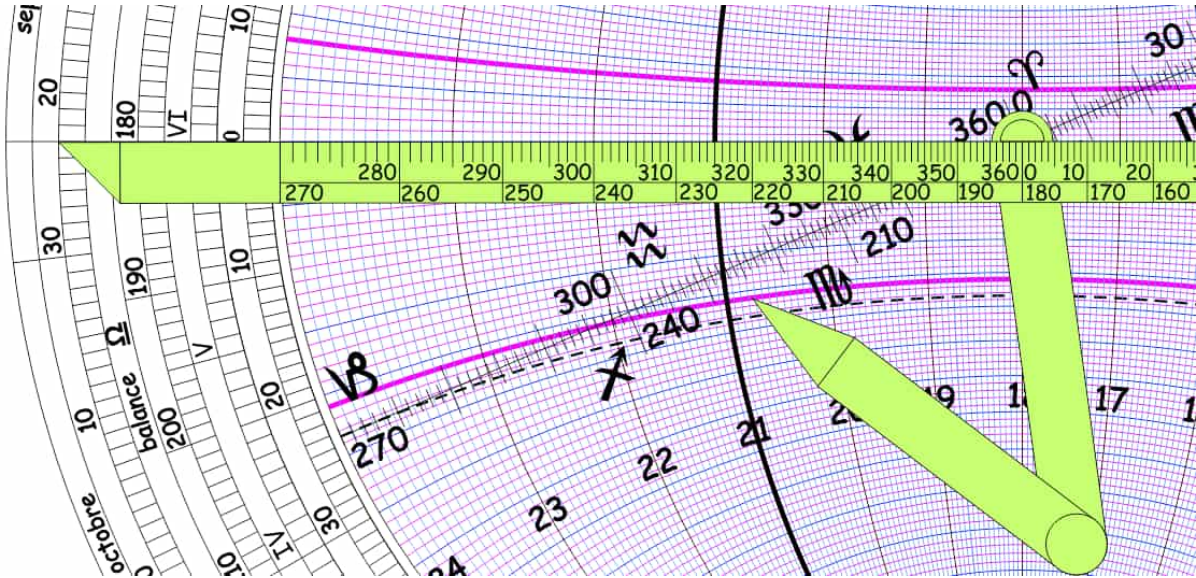


On incline la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

On positionne la pointe du bras articulé sur le parallèle de déclinaison du soleil et **sur un méridien dont on pense qu'il correspond à l'heure de la fin du crépuscule**. Par exemple **H=21h00**.

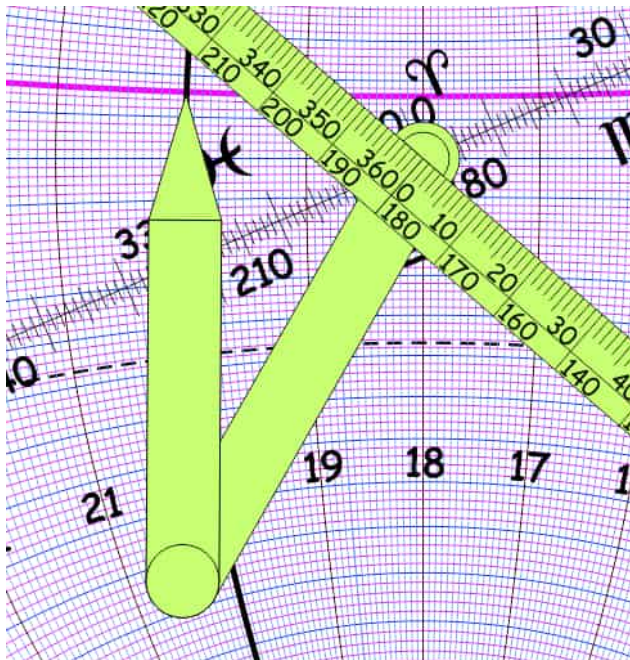


Positionner la règle horizontalement. Dans ce cas, les parallèles indiquent la hauteur du soleil.



La hauteur indiquée par la pointe du bras articulé est $h = -21^\circ$. Elle est plus petite que -18° , donc on recommence la procédure en déplaçant la pointe du bras articulé sur le parallèle de 8° et vers la droite.

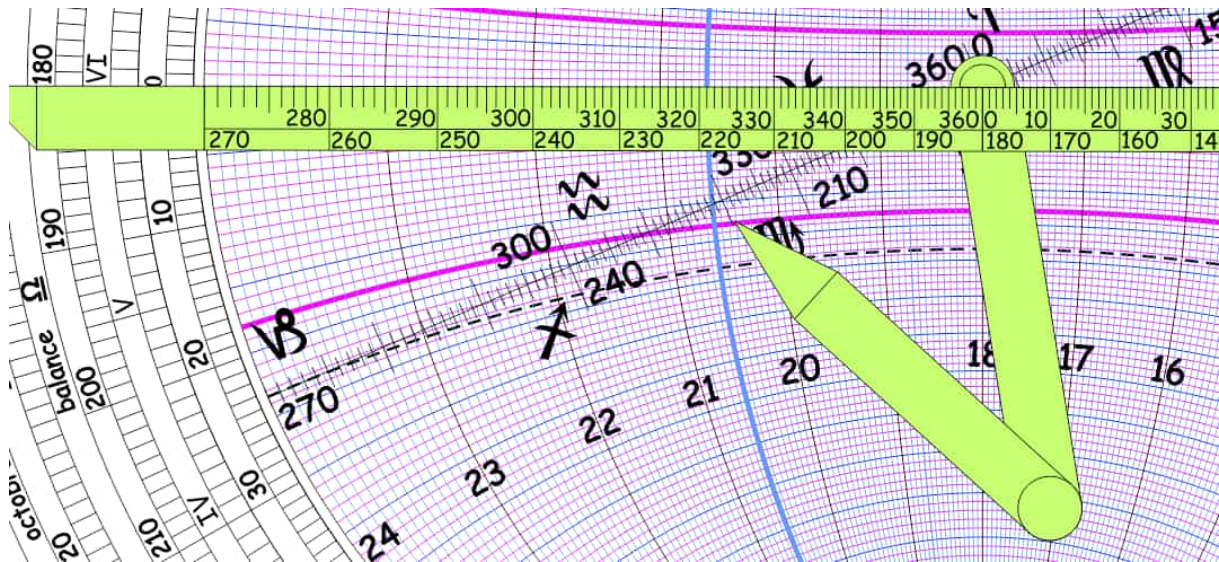
On choisit par exemple $H = 20h00$.



The image shows a slide rule with several scales. The top scale is labeled 'C' and ranges from 10 to 100. Below it are scales for 'balance VI', 'V', and 'P'. A green arrow points to the 'balance VI' scale, another to the 'V' scale, and a third to the 'P' scale. The calculation shown is 300 V * 210 W = 63,000 VA.

Toutefois ceci nous indique que l'heure solaire est comprise entre 20h00 et 21h00.

A green pencil and a yellow ruler are positioned on a sheet of graph paper. The ruler is yellow with black markings and numbers, showing a scale from 0 to 240. The pencil is green with a pink eraser and a sharp lead tip. The graph paper has a grid of small squares and larger dashed lines. There are some handwritten marks on the paper, including a large 'X' and some numbers like '210', '240', '19', '18', and '1'.



Usage XVIII : connaissant le jour et la durée du jour le plus long d'un endroit donné, quelle est la latitude du lieu ?

Méthode :

Déterminer la déclinaison du jour le plus long à partir de l'usage II.

Repérer ce parallèle de déclinaison.

Déterminer l'arc semi-diurne en degré : $\text{arc semi-diurne} = \frac{\text{durée du jour}}{2}$

Repérer à partir du méridien de 12h00 et en se déplaçant vers la gauche le méridien correspondant à la durée de cet arc semi-diurne.

Repérer le point d'intersection entre le méridien et le parallèle.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que le biseau de la règle passe par le point repéré précédemment.

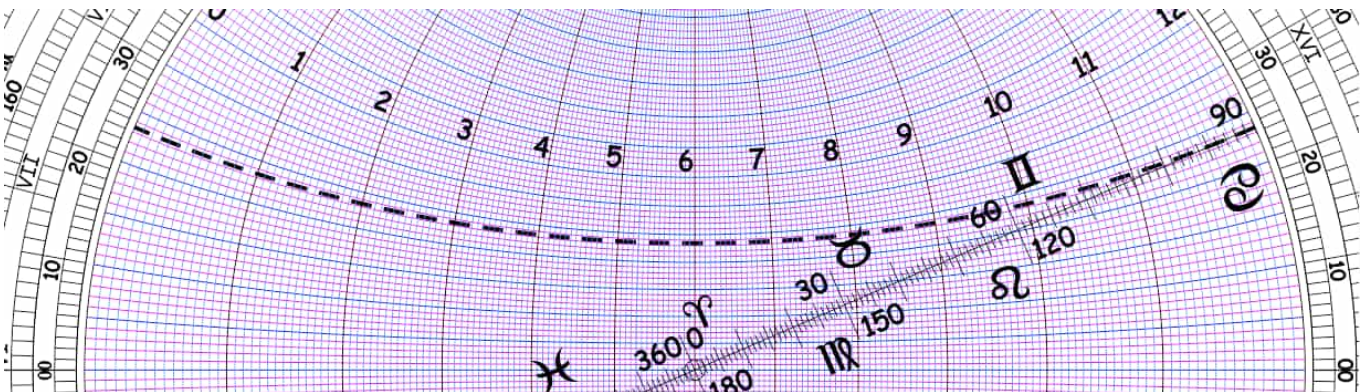
Lire le complément de la latitude en repérant l'angle d'inclinaison de la règle.

Calculer la latitude du lieu par la formule : $90 - \text{complément de la latitude}$.

Exemple : nous sommes dans un endroit où le jour le plus long est le solstice d'été et cette durée est 18h00. Quelle est la latitude de ce lieu ?

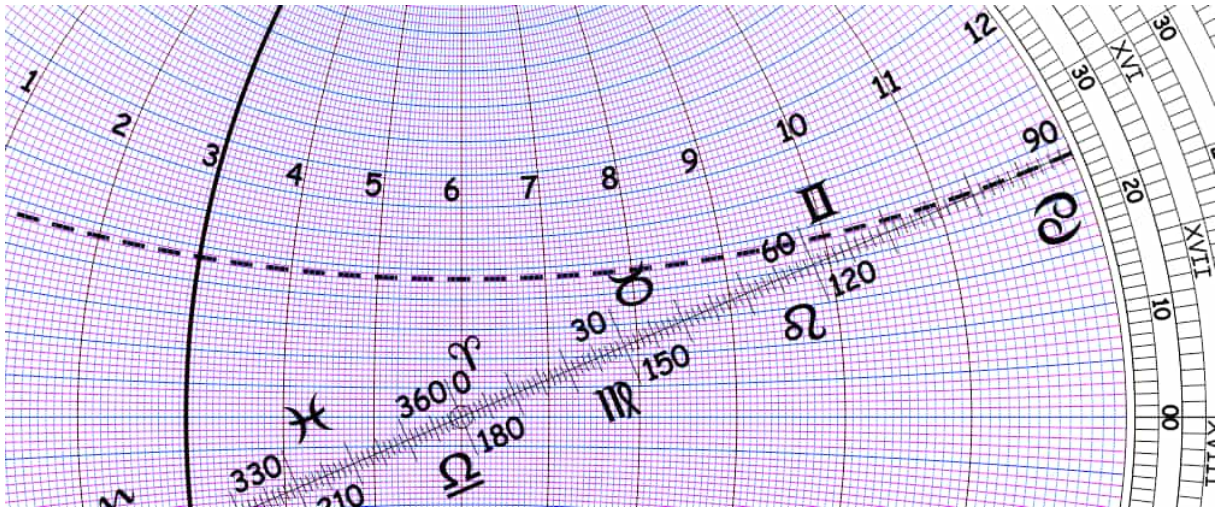
Le jour du solstice été $\delta = 23,44^\circ$.

On repère le parallèle correspondant à cette déclinaison.



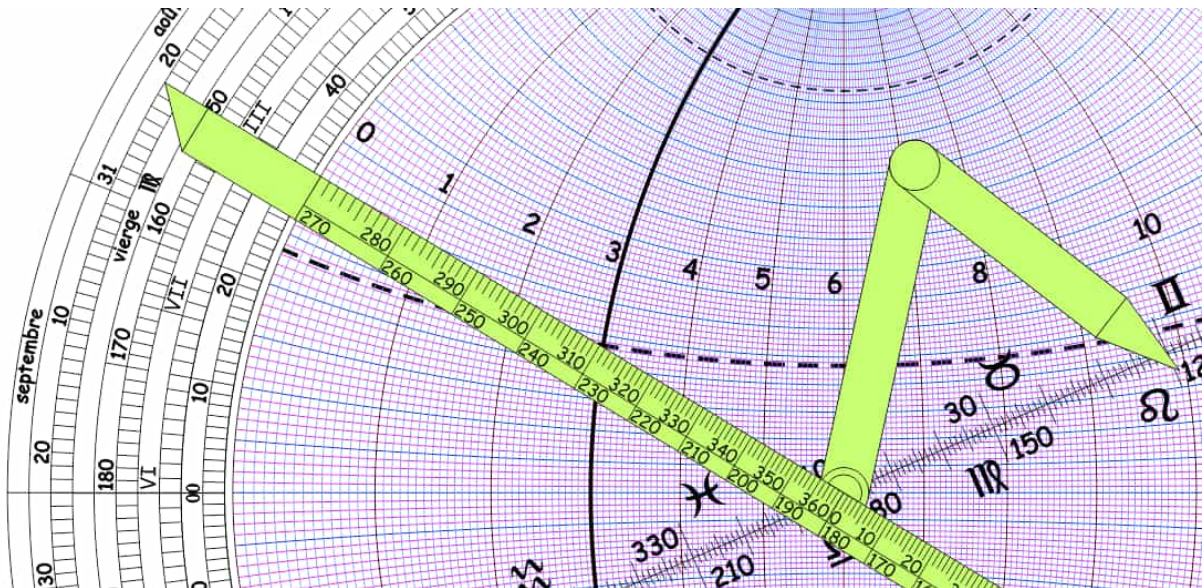
L'arc semi-diurne est de 9h00.

A partir du méridien de 12h00 et en se déplaçant vers la gauche, on repère le méridien correspondant à la durée de l'arc semi-diurne.



On repère le point d'intersection entre le méridien et le parallèle.

On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que le biseau de la règle passe par le point d'intersection.



L'angle d'inclinaison de la règle est de 32°

Par conséquent la latitude du lieu est $\varphi = 58^\circ$.

Usage XIX : un jour donné, connaissant la latitude du lieu, comment déterminer l'heure solaire de lever ou de coucher d'une étoile, ainsi que l'heure de passage au méridien ?

Heure solaire du lever et heure solaire du coucher de l'étoile

Principe :

Le but du problème est de résoudre l'équation $H_s = H_e + \alpha_e - \alpha_s$

Avec H_s est l'heure solaire,

α_s est l'ascension droite du soleil

H_e est l'angle horaire de l'étoile qui se détermine avec l'astrolabe.

α_e est l'ascension droite de l'étoile.

Pour l'étoile, il faut connaître ses coordonnées équatoriales (α_e ; δ_e). Les tables donnent ces indications.

Pour le soleil, il faut connaître l'ascension droite du soleil α_s le jour de la mesure. Pour cela, on peut se reporter à l'usage VII.

Méthode :

Déterminer les valeurs de α_s , α_e et δ_e

Calculer $\alpha_e - \alpha_s$.

Repérer le parallèle correspondant à la déclinaison δ_e .

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Repérer le point d'intersection entre la règle et le parallèle de déclinaison.

Repérer le méridien passant par ce point.

L'angle horaire du matin sera la valeur de H_e pour le lever de l'étoile.

L'angle horaire de l'après-midi sera la valeur de H_e pour le coucher de l'étoile.

Déterminer H_s de la façon suivante :

Si $\alpha_e - \alpha_s < 0$ alors on enlève cette différence à H_e . On repère ainsi le méridien de H_s .

Si $\alpha_e - \alpha_s > 0$ alors on ajoute cette différence d'heures à H_e . On repère ainsi le méridien de H_s .

Cette méthode est valable pour le lever et le coucher de l'étoile.

Heure solaire du passage de l'étoile au méridien

Principe :

Le but du problème est de résoudre l'équation $H_s = H_e + \alpha_e - \alpha_s$

Avec $H_e = 0$ puisque l'étoile passe au méridien

Méthode :

Déterminer H_s de la façon suivante :

Si $\alpha_e - \alpha_s < 0$ on enlève cette différence à 12h00. On repère ainsi le méridien de H_s .

Si $\alpha_e - \alpha_s > 0$ on ajoute cette différence à 12h00. On repère ainsi le méridien de H_s .

Exemple 1 : le 23 octobre, sous la latitude de 49° , on souhaite connaître l'heure du lever, l'heure du coucher, et l'heure de passage au méridien de l'étoile Aldébaran.

Heure solaire du lever et heure solaire du coucher de l'étoile

Détermination des valeurs de α_s , α_e et δ_e

Pour le soleil, d'après l'usage VII, le 23 Octobre $\alpha_s = 13h50min$

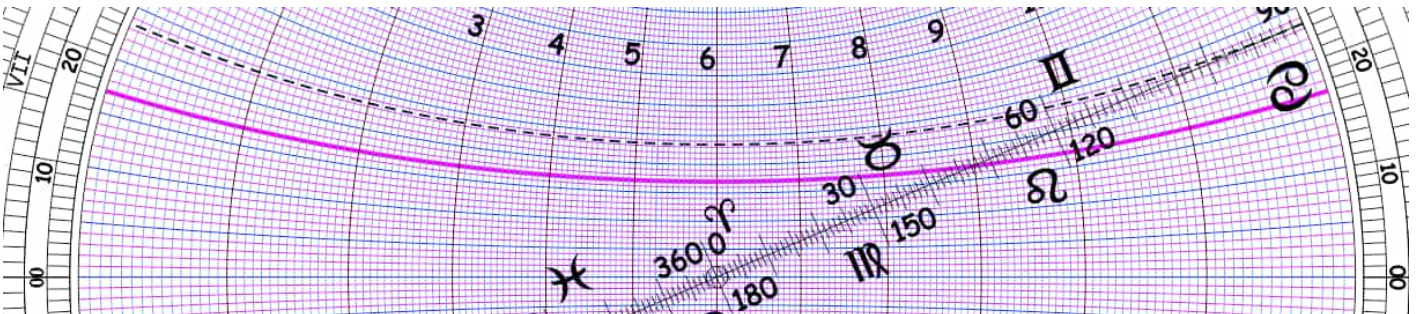
Pour Aldébaran, les tables donnent $\alpha_e = 4h35min$ et $\delta_e = 17^\circ$

Calcul de $\alpha_e - \alpha_s$.

$$\alpha_e - \alpha_s = -9h15min$$

Détermination de H_e avec l'astrolabe.

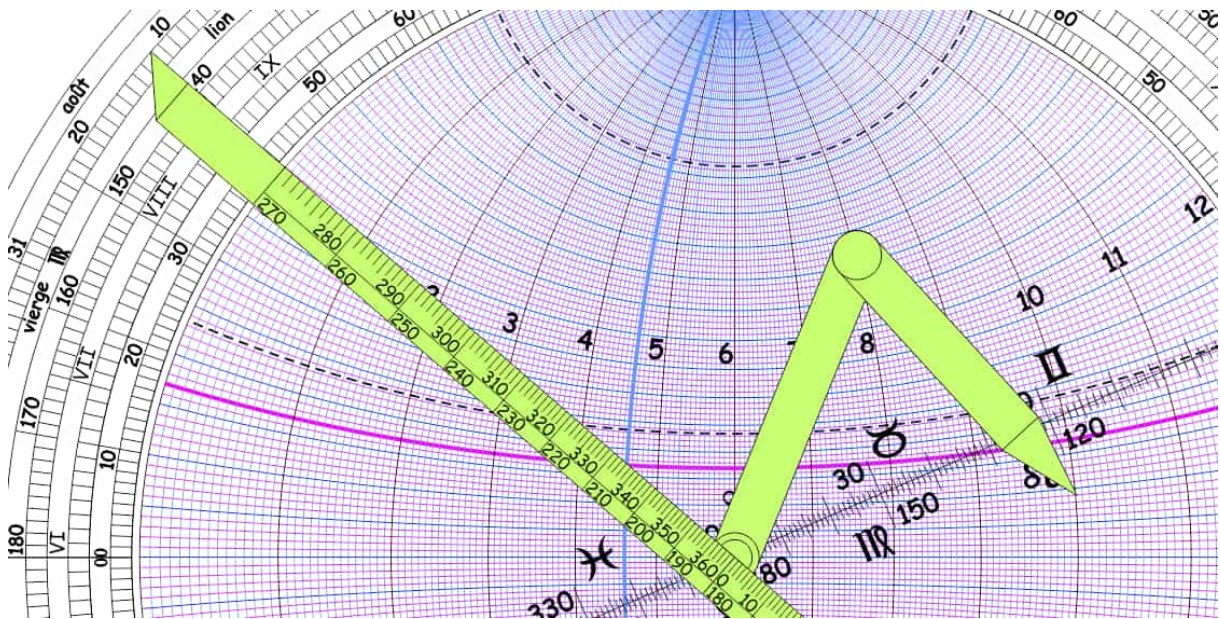
On repère le parallèle de déclinaison de 17° .



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

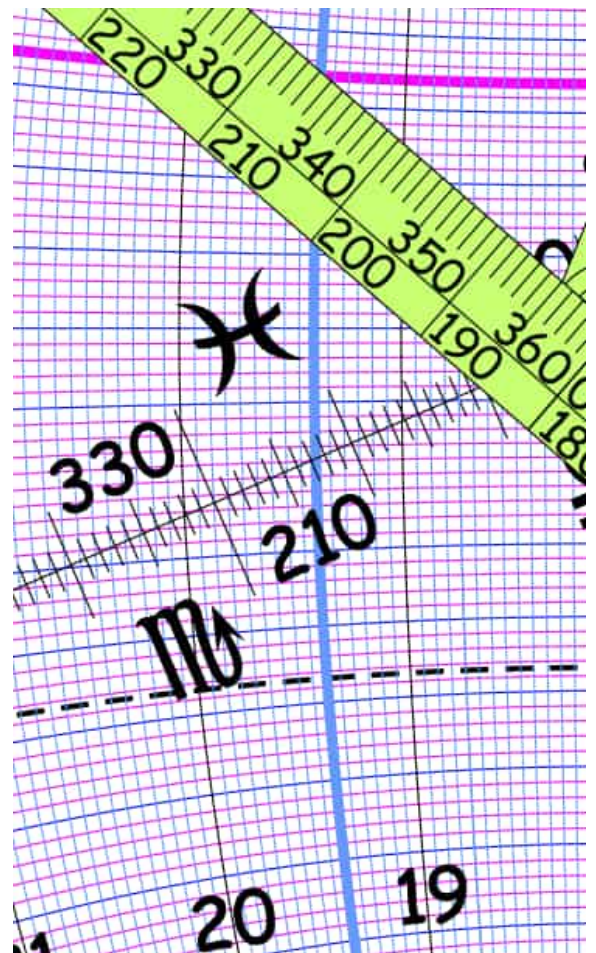
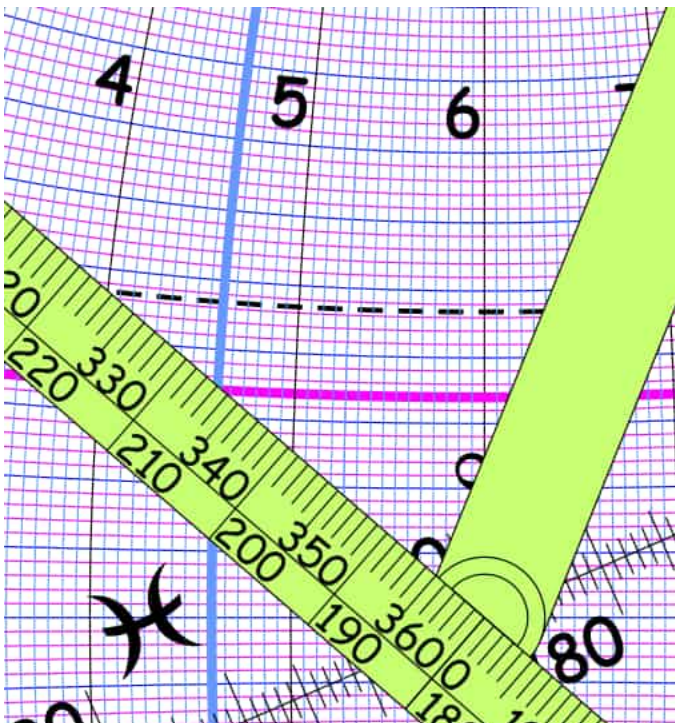
On repère le point d'intersection entre le parallèle de déclinaison et la règle.

Enfin on repère le méridien passant par ce point d'intersection.



L'heure du matin est la valeur de H_e pour le lever de l'étoile. $H_e = 4h36 \text{ min}$

L'heure de l'après-midi est la valeur de H_e pour le coucher de l'étoile. $H_e = 19h24 \text{ min}$



Détermination de H_s .

Heure solaire du lever de l'étoile.

Sachant que $\alpha_e - \alpha_s < 0$, on enlève les 9h15 min à 4h36min. Jusqu'à minuit, on enlève 4h36min. A partir de minuit on enlève encore 4h39min.

On trouve donc $H_s \approx 19h20min$.

Heure solaire du coucher de l'étoile.

Sachant que $\alpha_e - \alpha_s < 0$, on enlève les 9h15 min à 19h24min.

On trouve donc $H_s \approx 10h08min$

Heure solaire du passage de l'étoile au méridien

Sachant que $\alpha_e - \alpha_s < 0$, on enlève les 9h15 min à 12h00min.

On trouve $H_s = 2h45min$

Exemple 2: le 10 Avril, sous la latitude de 49° , on souhaite connaître l'heure du lever, l'heure du coucher, et l'heure de passage au méridien de l'étoile Arcturus.

Heure solaire du lever et heure solaire du coucher de l'étoile

Détermination des valeurs de α_s , α_e et δ_e

Pour le soleil, d'après l'usage VII, le 10 Avril $\alpha_s = 1h12min$

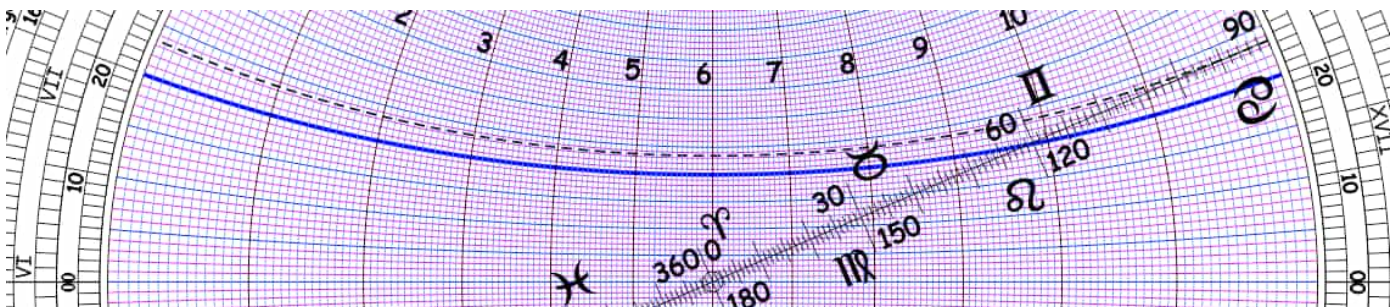
Pour Arcturus, les tables donnent $\alpha_e = 14h10min$ et $\delta_e = 20^\circ$

Calcul de $\alpha_e - \alpha_s$.

$$\alpha_e - \alpha_s = +12h58min$$

Détermination de H_e avec l'astrolabe.

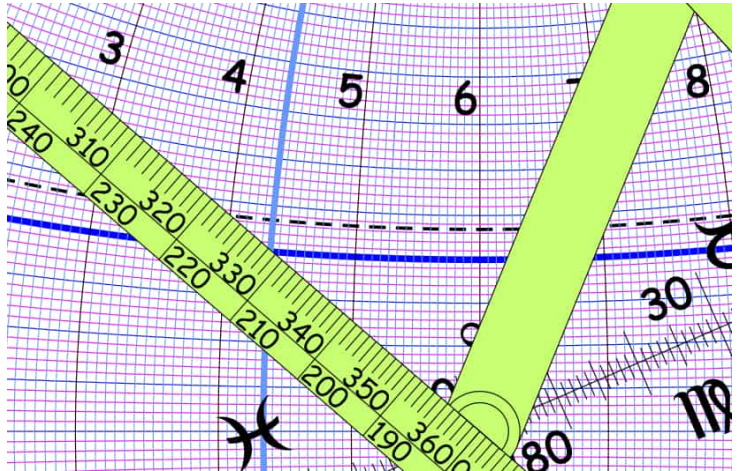
On repère le parallèle de déclinaison de 20° .



On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

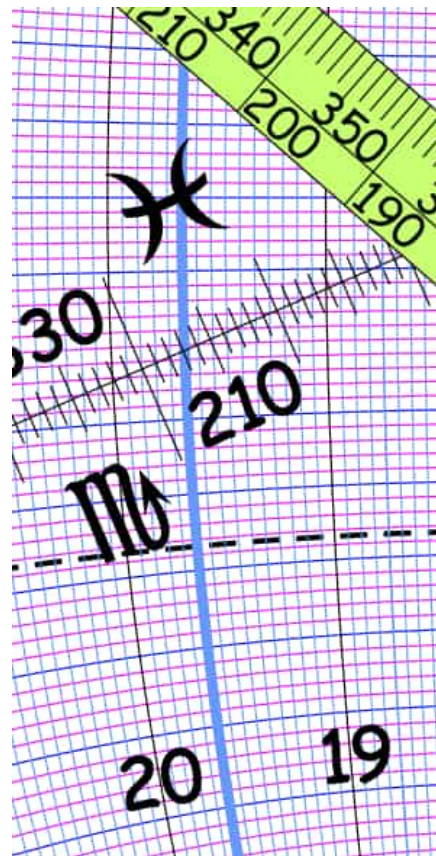
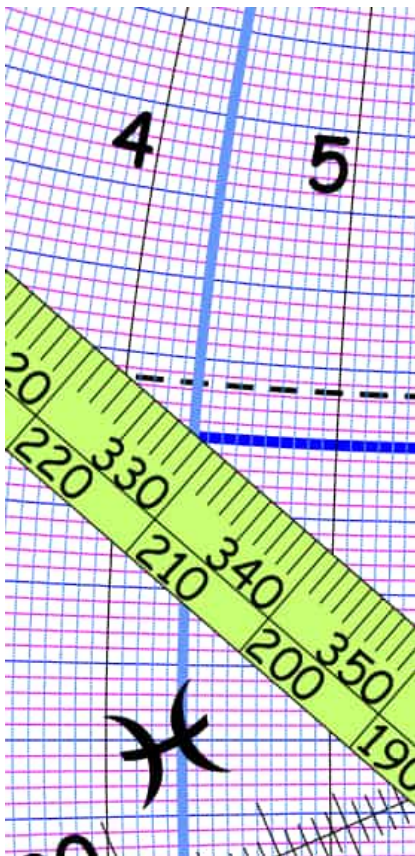
On repère le point d'intersection entre le parallèle de déclinaison et la règle.

Enfin on repère le méridien passant par ce point d'intersection.



L'heure du matin est la valeur de H_e pour le lever de l'étoile. $H_e = 4h20min$

L'heure de l'après-midi est la valeur de H_e pour le coucher de l'étoile. $H_e = 19h40 min$



Heure solaire du lever de l'étoile.

Sachant que $\alpha_e - \alpha_s > 0$, on ajoute les 12h48 min à 4h20 min. Jusqu'à 12h00, on ajoute 8h28min. A partir de midi on ajoute encore 4h20min.

On trouve donc $H_s \approx 16h20min$.

Heure solaire du coucher de l'étoile.

Sachant que $\alpha_e - \alpha_s > 0$, on ajoute les 12h48min à 19h40min. Jusqu'à minuit, on ajoute 4h20. A partir de minuit on ajoute encore 08h28min

On trouve donc $H_s \approx 08h28min$

Heure solaire du passage de l'étoile au méridien

Sachant que $\alpha_e - \alpha_s > 0$, on ajoute les 12h48 min à 12h00min. Jusqu'à minuit on ajoute 12h00. A partir de minuit, on ajoute encore 00h48min

On trouve $H_s = 00h48min$

Usage XX : connaissant la latitude du lieu, quelles sont les étoiles qui se lèvent et se couchent, celles qui ne se couchent pas et celles qui ne sont jamais visibles ?

Méthode :

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$.

Les parallèles de l'astrolabe caractérisent la déclinaison des étoiles.

Toutes les étoiles, dont les parallèles entiers sont au dessus de la règle sans la toucher ne se couchent pas et sont perpétuellement visibles. Ce sont les étoiles circumpolaires.

Toutes les étoiles, dont les parallèles entiers sont au dessous de la règle sans la toucher sont perpétuellement invisibles. Elles ne se lèveront jamais au dessus de l'horizon.

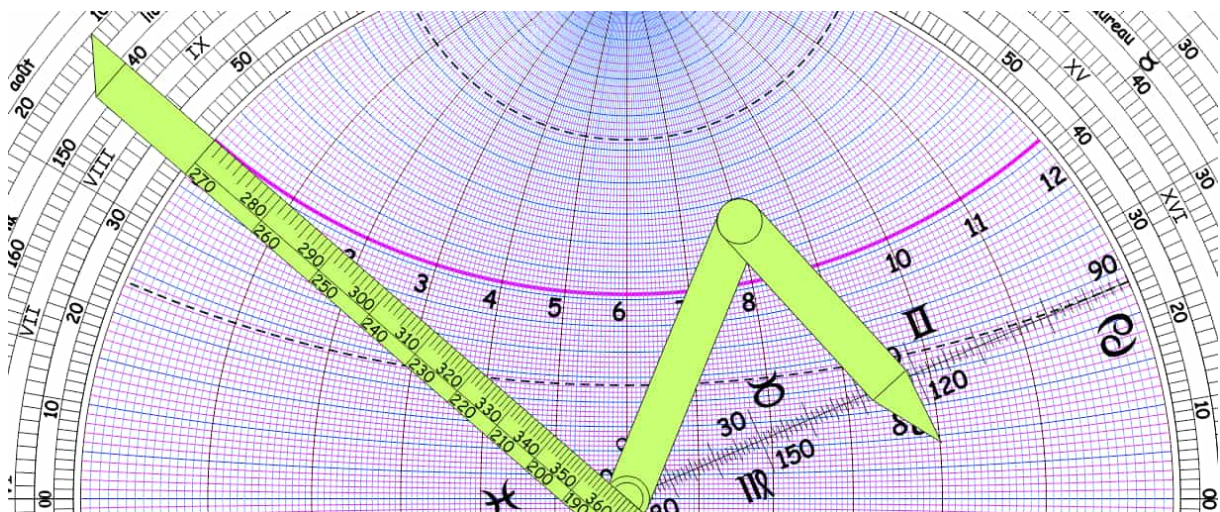
Toutes les étoiles, dont les parallèles coupent la règle se lèvent et se couchent sur l'horizon.

Les étoiles dont, la déclinaison est égale à la latitude du lieu passeront au zénith quand elles passeront au méridien.

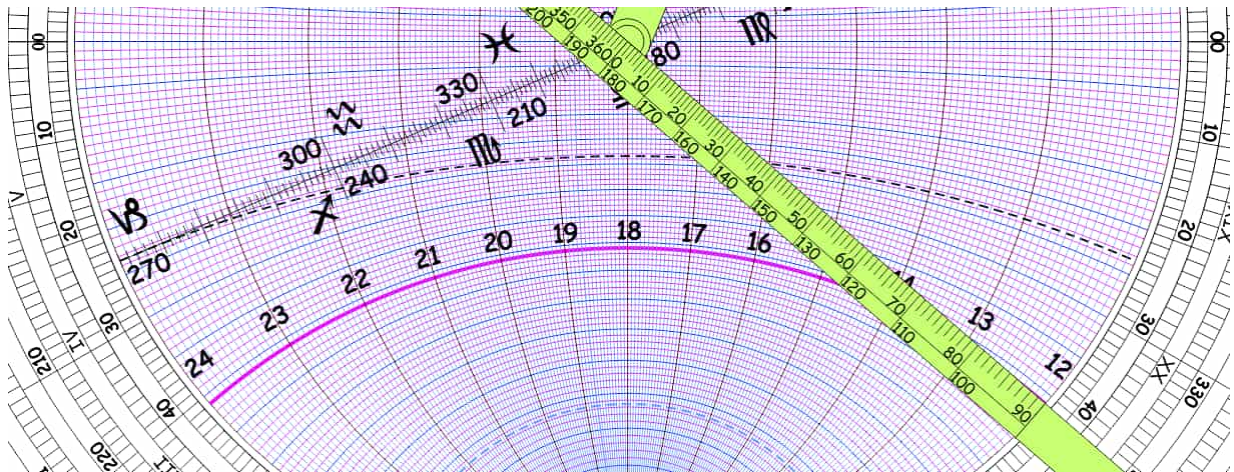
Exemple : A la latitude de 49° , quelle est la déclinaison des étoiles qui se lèvent et se couchent, celle des étoiles qui ne couchent pas et celle des étoiles jamais visibles ?

On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41°

Toutes les étoiles telles que $\delta > 41^\circ$ ne se couchent jamais. Ce sont les étoiles circumpolaires.



Toutes les étoiles telles que $\delta < -41^\circ$ sont perpétuellement invisibles.



Toutes les étoiles telles que $-41^\circ < \delta < 41^\circ$ se lèvent et se couchent.

Toutes les étoiles telles que $\delta = \varphi$ passent au zénith lorsqu'elles passent au méridien.

Usage XXI : comment déterminer le lever et le coucher (cosmique, achronique et héliaque) des étoiles ?

Définitions :

Phénomènes vrais :

Le lever cosmique ou le lever vrai du matin : jour où l'étoile se lève le matin en même temps que le soleil.

Le coucher cosmique ou le coucher vrai du soir : jour où l'étoile se couche le soir en même temps que le soleil.

Le lever achronique ou le lever vrai du soir : jour où l'étoile se lève le soir à l'est et le soleil se couche à l'ouest.

Le coucher achronique ou le coucher vrai du matin : jour où l'étoile se couche le soir à l'ouest et le soleil se lève à l'est.

Remarque : ces levers et couchers ne sont jamais observables

Phénomènes apparents :

Le lever héliaque du matin ou le lever apparent du matin : premier jour où l'étoile est visible à l'est dans la lueur de l'aube juste avant le lever du Soleil. C'est le début de la période de visibilité du matin.

Le coucher héliaque du soir ou le coucher apparent du soir : dernier jour où l'étoile est visible à l'ouest dans la lueur du crépuscule juste après le coucher du Soleil. C'est la fin de la période de visibilité du soir.

Le lever héliaque du soir ou le lever apparent du soir : dernier jour où le lever de l'étoile est visible à l'est à l'opposé de la lueur du crépuscule juste après le coucher du Soleil. Après cette date, l'étoile est déjà levée lorsque le Soleil se couche, c'est donc le début de la période de visibilité du soir.

Le coucher héliaque du matin ou le coucher apparent du matin : premier jour où le coucher de l'étoile est visible à l'ouest à l'opposé de la lueur de l'aube juste avant le lever du Soleil. Après cette date le coucher est visible avant le lever du Soleil, c'est donc la fin de la période de visibilité du matin.

Remarque : ces levers et couchers sont observables

Avec l'astrolabe, on s'intéressera uniquement aux phénomènes vrais

Méthode pour les phénomènes vrais :

Le lever cosmique ou le lever vrai du matin

Pour déterminer le lever cosmique d'une étoile, il faut trouver la longitude du point de l'écliptique qui se lève en même que l'étoile. Connaissant cette longitude, on en déduira la date à l'aide du calendrier zodiacal.

Déterminer l'ascension oblique de l'étoile. La méthode est **similaire à celle de l'usage VIII** pour un point de l'écliptique. Dans le cas d'une étoile, on repère directement le parallèle de déclinaison.

Ainsi *ascension oblique de l'étoile = ascension oblique du soleil*.

Déterminer approximativement la longitude écliptique λ correspondant à cette ascension oblique en utilisant une table d'ascension oblique pour les astres qui se lèvent calculée pour la latitude du lieu. Voir le fichier EXCEL joint.

Déterminer la date pour laquelle aura lieu ce lever cosmique. En utilisant le calendrier zodiacal, cette longitude écliptique donnera le jour du lever cosmique.

Le lever achronique ou le lever vrai du soir

Pour déterminer le lever achronique d'une étoile, il faut trouver la longitude du point de l'écliptique qui se couche en même que l'étoile. Connaissant cette longitude, on en déduira la date à l'aide du calendrier zodiacal.

Connaissant le jour du lever cosmique, on peut très facilement trouver le jour du lever achronique de l'étoile, en effet le point de l'écliptique qui se couche à l'instant où l'étoile se lève a pour longitude $\lambda + 180^\circ$.

Déterminer cette longitude écliptique en ajoutant 180° à celle trouvée pour le lever cosmique.

Déterminer la date pour laquelle aura lieu ce lever achronique. En utilisant le calendrier zodiacal, cette longitude écliptique donnera le jour du lever achronique.

Exemple : à la latitude de 49° , quelles sont les levers cosmique et achronique de l'étoile Arcturus ?

Coordonnées équatoriales de l'étoiles en degrés et arrondies à l'unité.

Ascension droite : $\alpha \approx 214^\circ$

déclinaison : $\delta \approx +19^\circ$

Détermination du lever cosmique

Détermination de la différence ascensionnelle.

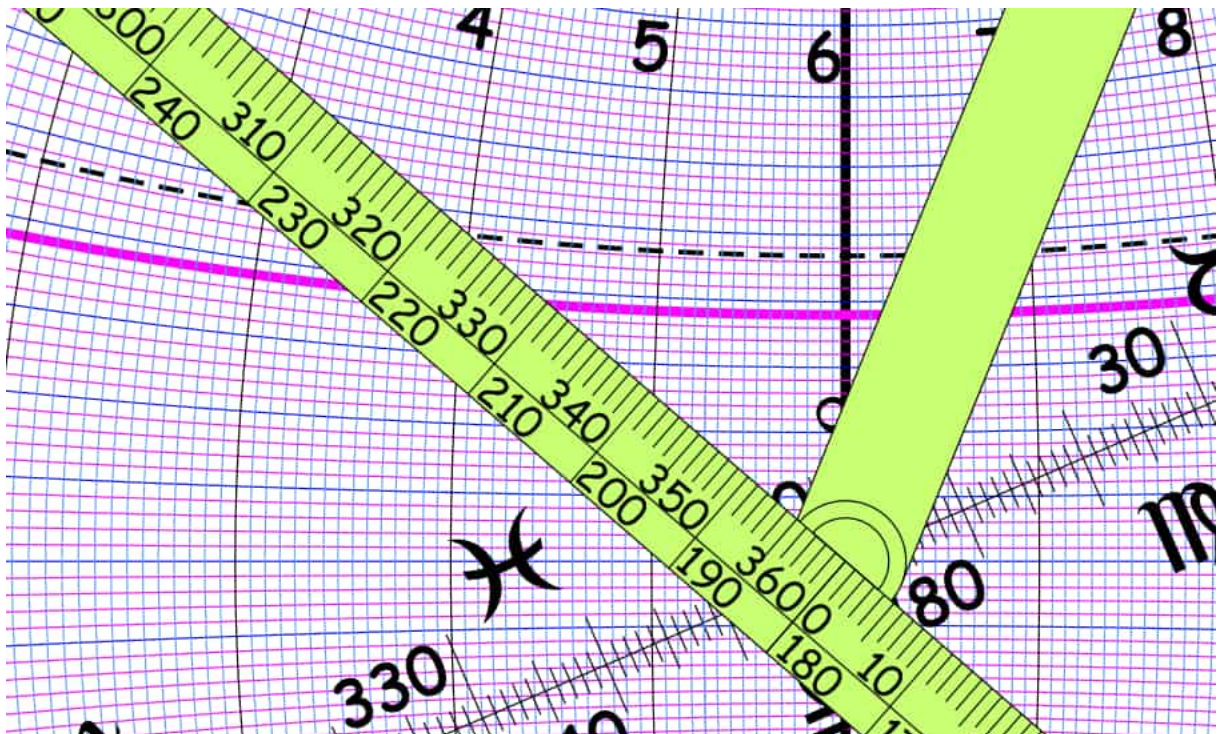
On fait pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41° .

On repère le parallèle de déclinaison $\delta \approx +19^\circ$

On repère le point d'intersection entre ce parallèle et l'horizon.

On repère le méridien passant par ce point d'intersection.

On compte le nombre de degrés entre le méridien précédent et le méridien de 6h.



On trouve $\Delta\alpha \approx 23^\circ$.

Détermination de l'ascension oblique.

Sachant que $\delta > 0$ alors ascension oblique = $\alpha - \Delta\alpha$

Donc **ascension oblique** $\approx 191^\circ$

Sachant que l'ascension oblique du soleil est égale à l'ascension oblique de l'étoile, on en déduit l'ascension oblique du soleil est de 191° .

On se réfère à une table d'ascension oblique calculée à cette latitude pour déterminer la longitude écliptique du phénomène.

186	-2.3831	2.7440256	185.5080433	188.25207
187	-2.7787	3.2006863	186.4273883	189.62807
188	-3.1736	3.6570306	187.3473491	191.00438
189	-3.5677	4.1130104	188.2680127	192.38102
190	-3.9609	4.5685766	189.1891657	193.75804

On trouve alors $\lambda = 188^\circ$.

En se référant au calendrier zodiacal, on trouve que le lever cosmique a lieu le 1^{er} Octobre.

Détermination du lever achronique

On ajoute 180° à la longitude trouvée pour le lever cosmique.

On trouve 368° . Sachant que la longitude est comprise entre 0° et 360° , ceci correspond finalement à une longitude écliptique de 8° .

D'après le calendrier zodiacal, le lever achronique a lieu le 28 Mars.

Le coucher cosmique ou le coucher vrai du soir

Pour déterminer le coucher cosmique d'une étoile, il faut trouver la longitude du point de l'écliptique qui se couche en même que l'étoile. Connaissant cette longitude, on en déduira la date à l'aide du calendrier zodiacal.

Déterminer l'ascension oblique de l'étoile. La méthode est **similaire à celle de l'usage VIII** pour un point de l'écliptique. Dans le cas d'une étoile, on repère directement le parallèle de déclinaison.

Calculer l'ascension oblique selon l'un des cas suivants :

Si la déclinaison de l'étoile est positive, alors

Ascension oblique = ascension droite + différence ascensionnelle

Si la déclinaison de l'étoile est négative, alors

Ascension oblique = ascension droite — différence ascensionnelle

Ainsi *ascension oblique de l'étoile = ascension oblique du soleil*.

Déterminer approximativement la longitude écliptique λ correspondant à cette ascension oblique en utilisant une table d'ascension oblique pour les astres qui se couchent calculée pour la latitude du lieu. Voir le fichier EXCEL joint.

Déterminer la date pour laquelle aura lieu ce lever cosmique. En utilisant le calendrier zodiacal, cette longitude écliptique donnera le jour du lever cosmique.

Le coucher achronique ou le coucher vrai du matin.

Pour déterminer le coucher achronique d'une étoile, il faut trouver la longitude du point de l'écliptique qui se lève en même que l'étoile se couche. Connaissant cette longitude, on en déduira la date à l'aide du calendrier zodiacal.

Connaissant le jour du coucher cosmique, on peut très facilement trouver le jour du coucher achronique de l'étoile.

En effet le point de l'écliptique qui se lève à l'instant où l'étoile se couche a pour longitude $\lambda + 180^\circ$.

Déterminer cette longitude écliptique en ajoutant 180° à celle trouvée pour le coucher cosmique.

Déterminer la date pour laquelle aura lieu ce lever achronique. En utilisant le calendrier zodiacal, cette longitude écliptique donnera le jour du lever achronique.

Exemple : à la latitude de 49°, quelles sont les couchers cosmique et achronique de l'étoile Arcturus ?

Détermination du coucher cosmique.

Sachant que la différence ascensionnelle et l'ascension droite sont connues, on détermine facilement l'ascension oblique de l'étoile en appliquant la formule citée précédemment.

Sachant que $\delta > 0$ Ascension oblique = $\alpha + \Delta\alpha = 214 + 23$ soit 237°

Ascension oblique = 237° .

On se réfère à une table d'ascension oblique pour les astres qui se couchent calculée à cette latitude pour déterminer la longitude écliptique du phénomène.

266	-23.379501	29.82287	265.64155	235.81868
267	-23.40596	29.864527	266.73072	236.8662
268	-23.424868	29.894318	267.82028	237.92596
269	-23.436217	29.912206	268.91008	238.99787

L'ascension oblique trouvée est comprise entre $236,8^\circ$ et $237,9^\circ$ donc la longitude écliptique est comprise entre 267° et 268° .

D'après le calendrier zodiacal le coucher cosmique à lieu entre le **19 et le 20 Décembre.**

Détermination du coucher achronique.

En ajoutant 180° aux longitudes écliptiques trouvées précédemment et en se ramenant à des longitudes comprises entre 0° et 360° , on trouve que pour le coucher achronique la longitude écliptique est comprise entre 87° et 88°

D'après le calendrier zodiacal le coucher achronique à lieu entre le **17 et le 18 Juin.**

Usage XXII : comment déterminer l'heure solaire à partir des étoiles ?

Principe

Le but du problème est de résoudre l'équation $H_s = H_e + \alpha_e - \alpha_s$

Avec H_s est l'heure solaire,

α_s est l'ascension droite du soleil

H_e est l'angle horaire de l'étoile qui se détermine avec l'astrolabe.

α_e est l'ascension droite de l'étoile.

Pour l'étoile, il faut connaître ses coordonnées équatoriales (α_e ; δ_e). Les tables donnent ces indications.

Pour le soleil, il faut connaître l'ascension droite du soleil α_s le jour de la mesure. Pour cela, on peut se reporter à [l'usage VII](#) ou utiliser les éphémérides solaires

Méthode :

Mesurer à l'astrolabe la hauteur h_e de l'étoile. Pour cela **viser** l'étoile à l'aide des deux pinnules de visée.

Trouver les coordonnées équatoriales de l'étoile (α_e ; δ_e).

Trouver l'ascension droite du soleil α_s le jour de la mesure.

Calculer $\alpha_e - \alpha_s$

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Dans ce cas, la règle représente l'horizon du lieu et l'axe horizontal de l'astrolabe représente l'équatorial.

Positionner la pointe du bras articulé sur le parallèle de déclinaison δ_e et [sur le méridien dont on pense qu'il correspond à l'angle horaire \$H_e\$ de l'étoile](#)

Positionner la règle horizontalement. Dans ce cas, les parallèles indiquent la hauteur de l'étoile.

On regarde si la pointe du bras articulé indique bien la hauteur mesurée.

Si ce n'est pas le cas on recommence la procédure en utilisant la règle suivante :

Si la hauteur trouvée est plus petite que celles mesurée, il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ_e sur un méridien en se rapprochant de midi (vers la droite).

Si la hauteur trouvée est plus grande que celles mesurée, il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ_e sur un méridien en s'éloignant de midi (vers la gauche).

Recommencer jusqu'à ce que la pointe du bras articulé indique bien la hauteur mesurée.

Relever H_e .

Calculer $H_s = H_e + \alpha_e - \alpha_s$.

Exemple 1 : le 23 octobre, sous la latitude de 49° , on a mesuré la hauteur de l'étoile Aldébaran avant son passage au méridien. On a trouvé $h_e = 50^\circ$. Quelle est l'heure solaire H_s ?

Détermination des valeurs de α_s , α_e et δ_e

Pour le soleil, d'après l'usage VII, le 23 Octobre $\alpha_s = 13\text{h}50\text{min}$

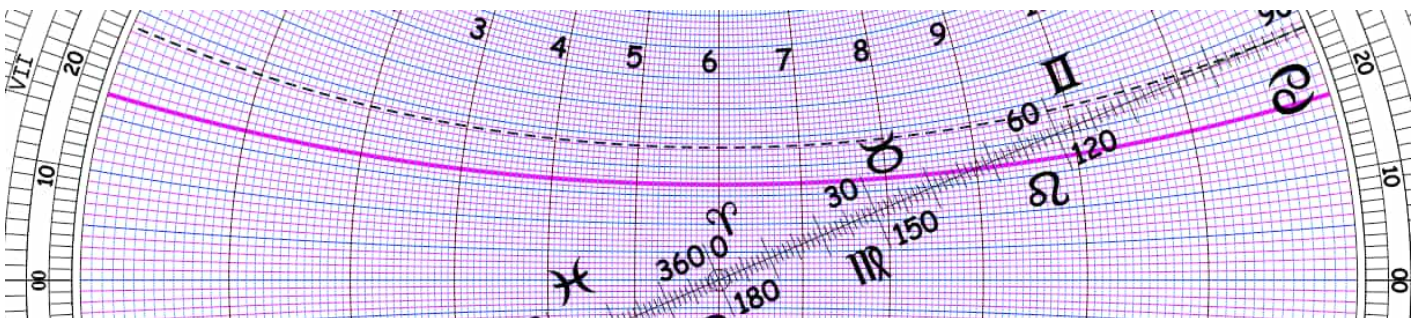
Pour Aldébran, les tables donnent $\alpha_e = 4\text{h}35\text{min}$ et $\delta_e = +17^\circ$

Calcul de $\alpha_e - \alpha_s$.

$\alpha_e - \alpha_s = -9\text{h}15\text{min}$

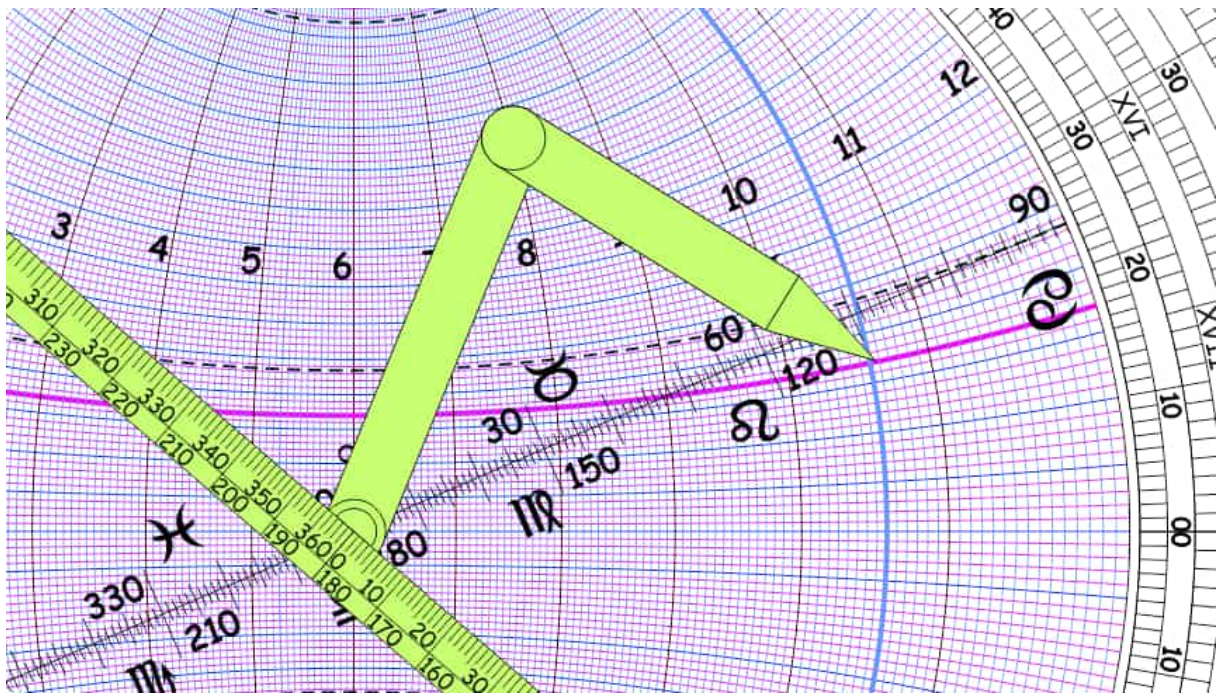
Détermination de H_e avec l'astrolabe.

On repère le parallèle de déclinaison de 17° .

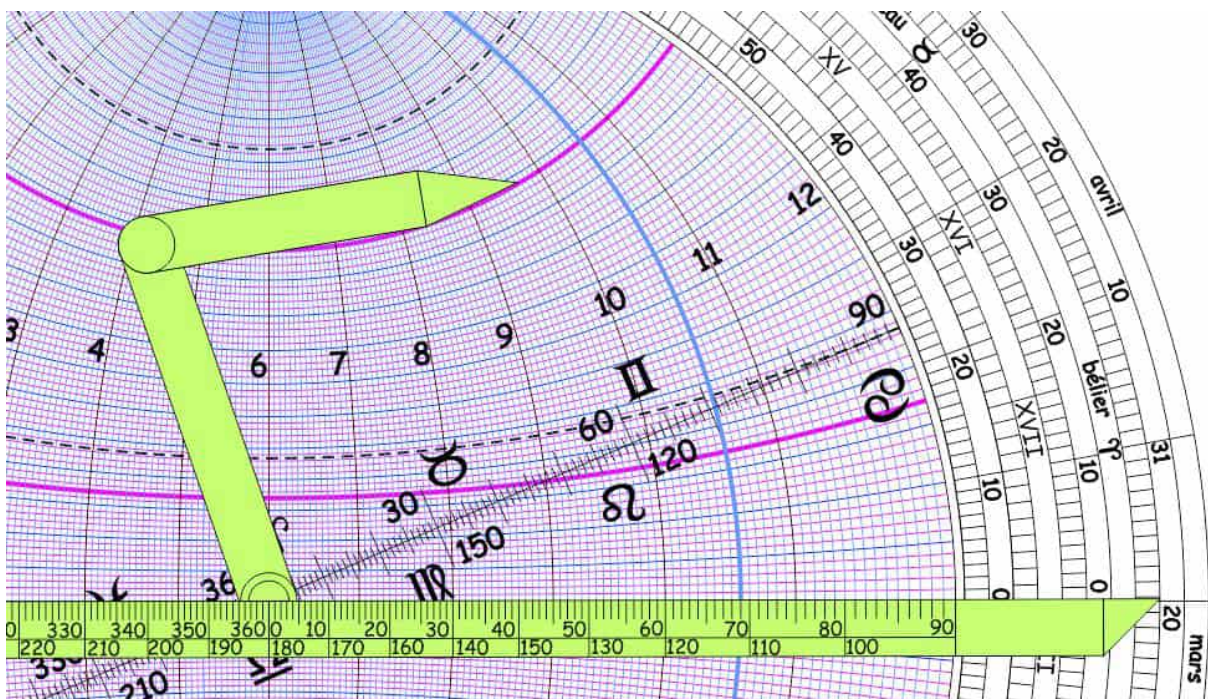


On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$ soit 41° .

On place le pointeur du bras articulé sur le parallèle de 17° et sur un méridien dont on pense qu'il correspond à H_e .

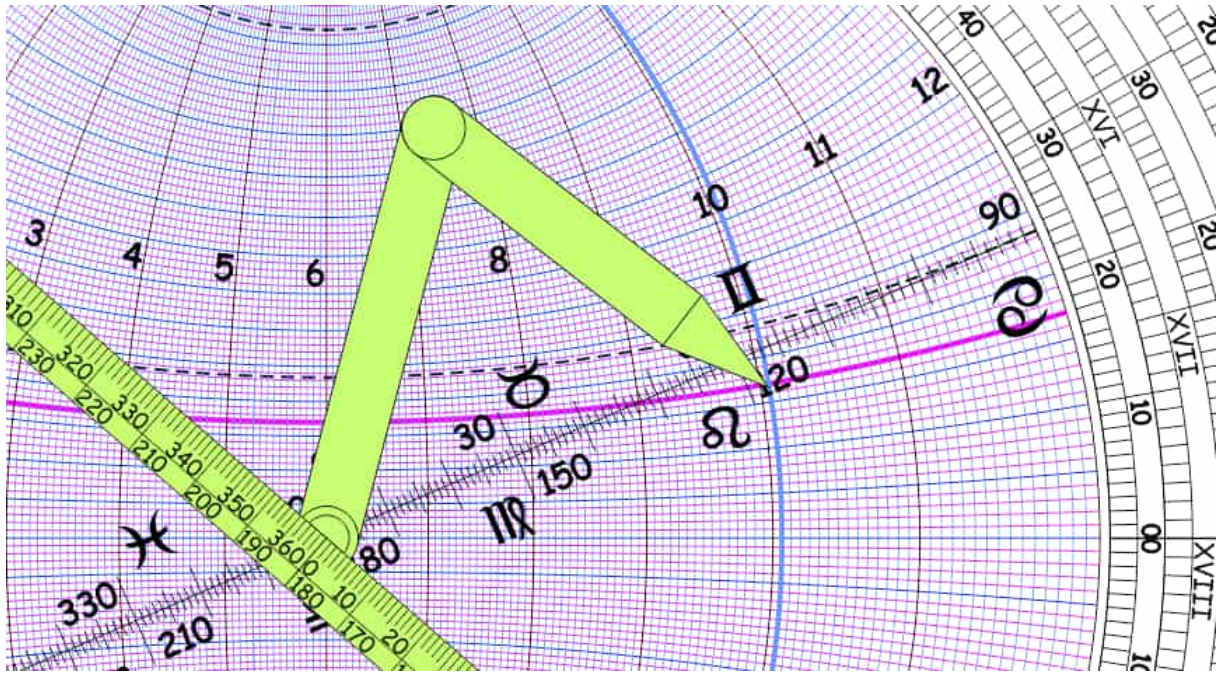


On positionne la règle horizontalement



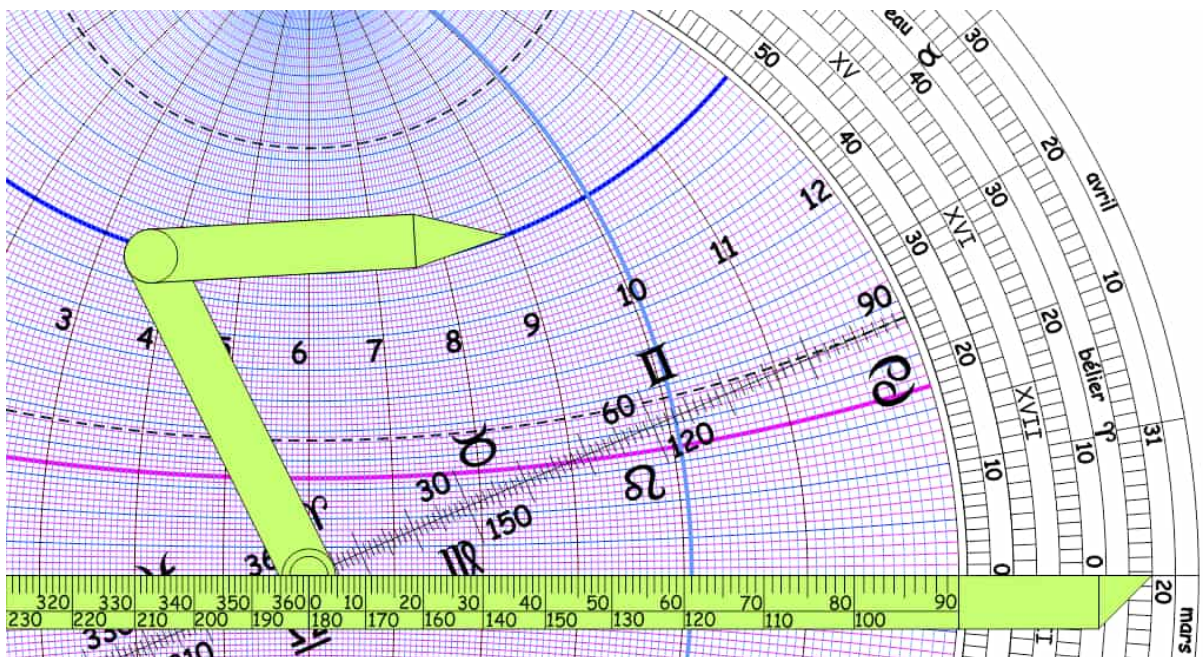
La pointe du bras articulé indique une hauteur h_e de 54° . Or celle-ci est supérieure à celle mesurée, donc il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ_e sur un méridien en s'éloignant de midi (vers la gauche).

Après tâtonnement, la position suivante semble convenir. $H_e = 10h04min$



Vérification :

En plaçant la règle horizontalement on retrouve $h_e = 50^\circ$



On en déduit donc $H_e = 10h04 min$.

On calcule alors $H_s = H_e + \alpha_e - \alpha_s$.

$H_s = 10h04min - 9h15 min = 0h49min$.

Exemple 2: le 23 septembre, sous la latitude de 49° , on a mesuré la hauteur de l'étoile Arcturus après son passage au méridien. On a trouvé $h_e = 13^\circ$. Quelle est l'heure solaire H_s ?

Détermination des valeurs de α_s , α_e et δ_e

Pour le soleil, d'après l'usage VII, le 23 Septembre $\alpha_s = 12h00$

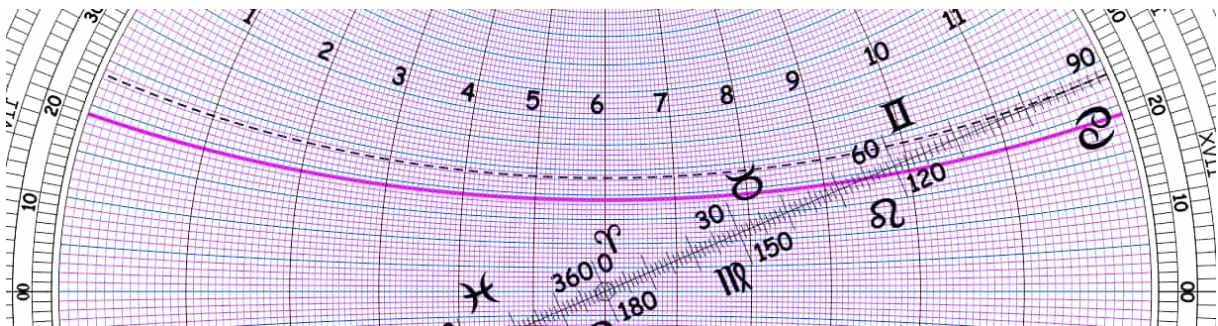
Pour Arcturus, les tables donnent $\alpha_e = 14h16min$ et $\delta_e = +19^\circ$

Calcul de $\alpha_e - \alpha_s$.

$$\alpha_e - \alpha_s = +2h16min$$

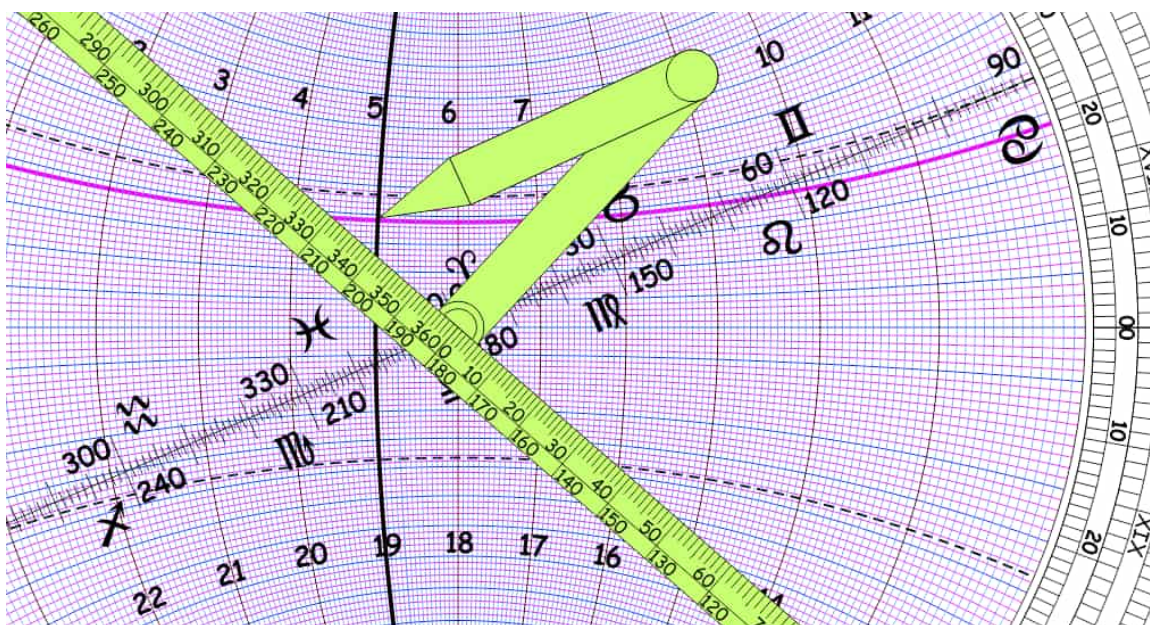
Détermination de H_e avec l'astrolabe.

On repère le parallèle de déclinaison de $+19^\circ$.

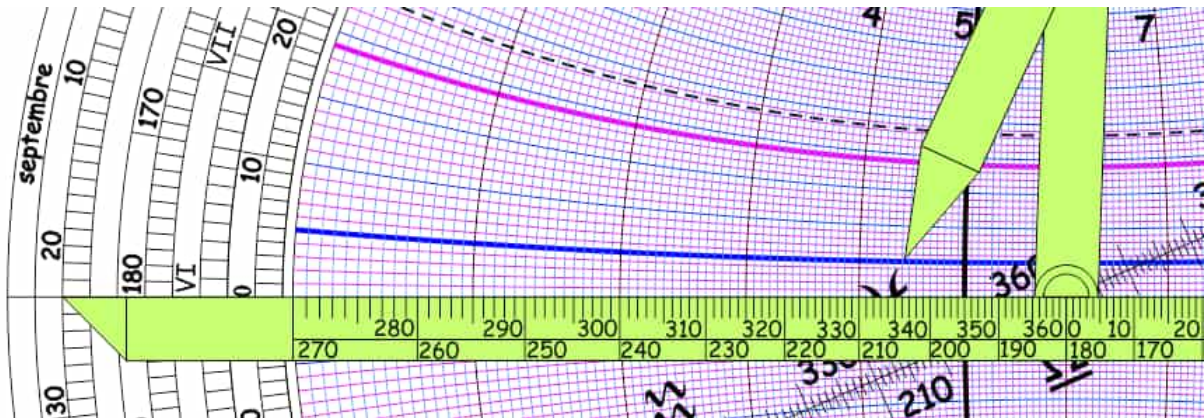


On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$ soit 41° .

On place le pointeur du bras articulé sur le parallèle de $+19^\circ$ et sur un méridien dont on pense qu'il correspond à H_e . Par exemple $H_e = 19h00$ et non $5h00$ puisque l'étoile a passé le méridien.

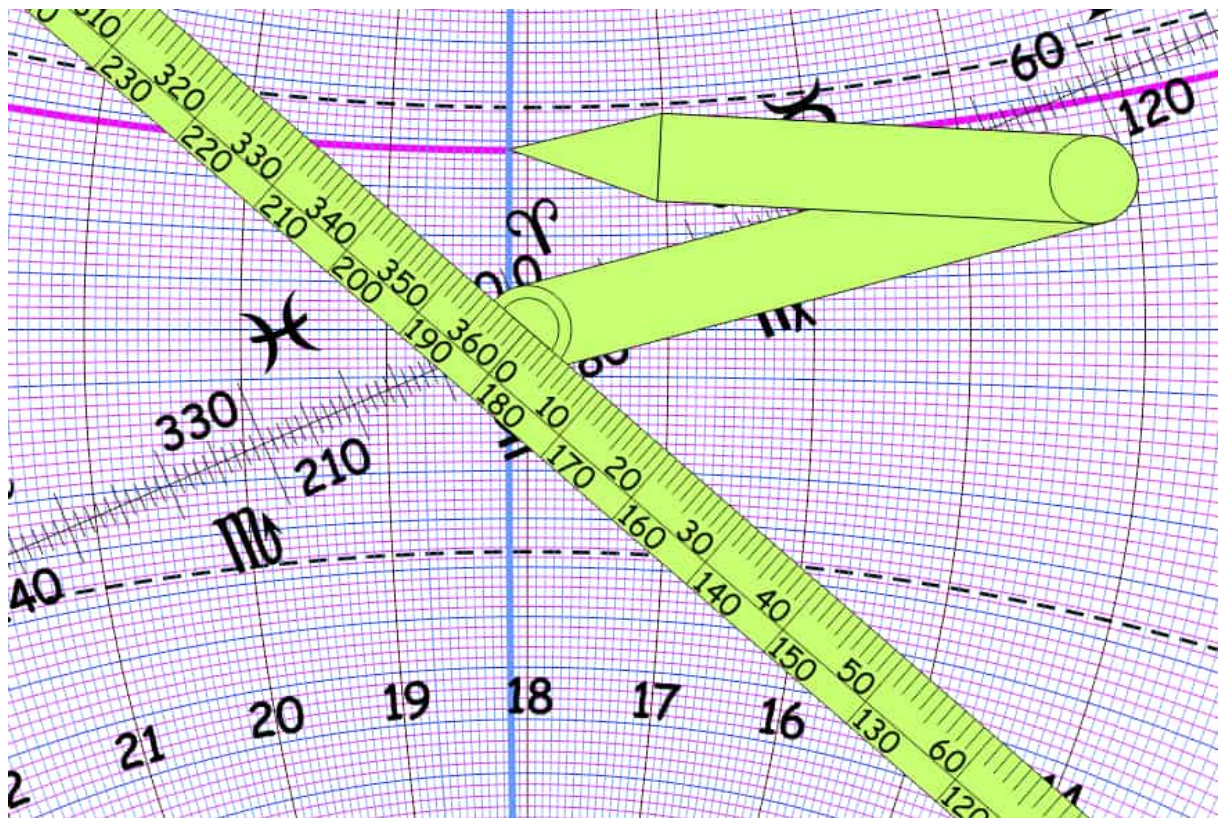


On place la règle horizontalement.



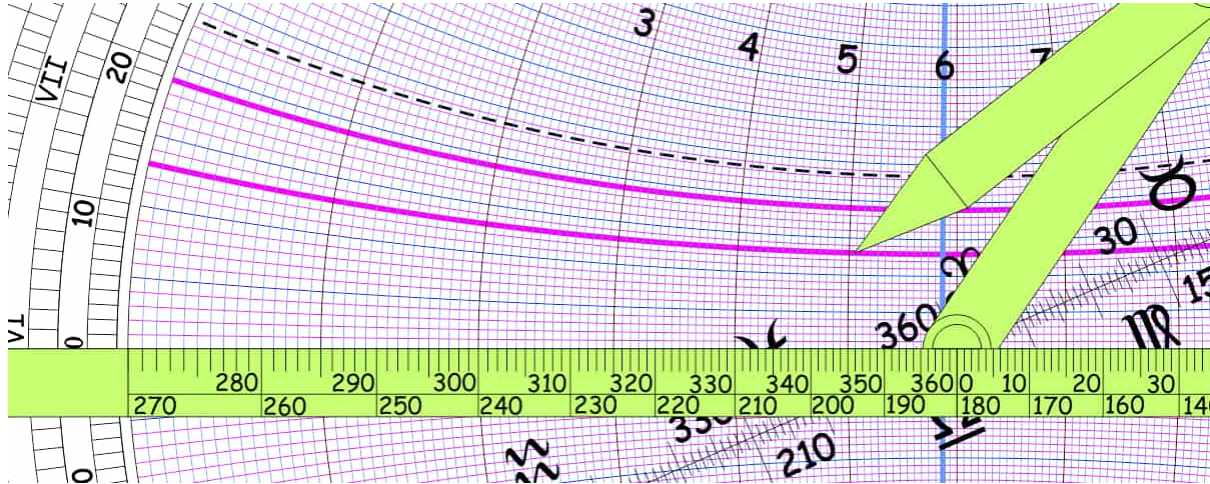
La pointe du bras articulé indique une hauteur h_e de 5° . Or celle-ci est inférieure à celle mesurée, donc il faut recommencer et déplacer la pointe sur le parallèle de déclinaison δ_e sur un méridien en s'éloignant de midi (vers la droite).

Après tâtonnement, la position suivante semble convenir. $H_e = 18h08min$



Vérification :

En plaçant la règle horizontalement on retrouve $h_e = 13^\circ$



On en déduit donc $H_e = 18h08 \text{ min.}$

On calcule alors $H_s = H_e + \alpha_e - \alpha_s.$

$H_s = 18h08\text{min} + 2h16 \text{ min} = 20h24\text{min.}$

Usage XXIII : comment trouver les heures italiques, babyloniennes et les heures planétaires ?

Définition des heures italiques et babyloniennes.

L'heure italique : l'heure en italique est le nombre d'heures écoulées depuis le dernier coucher du soleil. Autrement dit, c'est le temps restant jusqu'au prochain coucher de soleil.

L'heure italique est notée **I**.

L'heure Babylonique : l'heure babylonienne est le nombre d'heures écoulées depuis le lever du soleil.

On la note **B**

Méthode pour trouver les heures italiques et babyloniennes.

Déterminer l'heure solaire en utilisant l'usage VI.

Repérer le méridien correspondant à cette heure solaire H_s .

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Repérer le parallèle correspondant à la déclinaison du soleil le jour de l'observation. Pour cela voir l'usage II.

Repérer le point d'intersection entre ce parallèle et la règle inclinée.

Repérer le méridien passant par ce point. Celui-ci indiquera l'heure solaire du lever et du coucher du soleil.

Détermination de l'heure babylonienne :

Mesurer le temps écoulé entre le méridien correspondant au lever du soleil et le méridien correspondant à l'heure solaire au moment de l'observation, c'est-à-dire H_s .

Détermination de l'heure Italique :

Temps restant jusqu'au prochain coucher du soleil :

Mesurer le temps écoulé entre le méridien correspondant à l'heure solaire au moment de l'observation et le méridien correspondant au coucher du soleil.

Temps écoulé depuis le dernier coucher du soleil :

Retrancher à 24h00 le temps restant jusqu'au prochain coucher du soleil.

Exemple : nous sommes à la latitude de 48° , le 10 Avril et on a mesuré une hauteur de soleil de 42° . Quelles sont les heures babyloniennes et italiques ?

A ce moment de l'observation l'heure solaire est $H_s = 10h00$. Voir [l'exemple 1](#) de [l'usage VI](#).

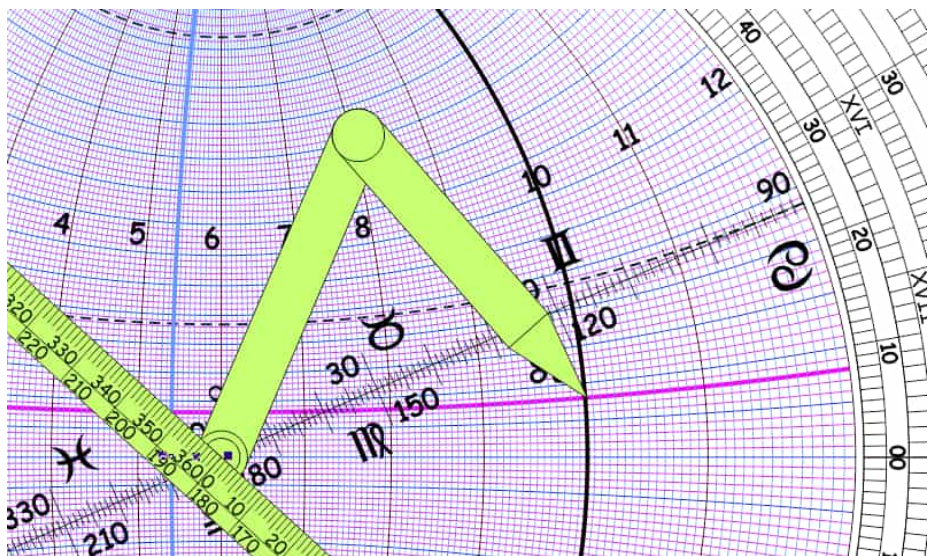
On repère le méridien correspondant à $H_s = 10h00$.

On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$ de 42° .

On repère le parallèle correspondant à la déclinaison du soleil. Soit $\delta = +8^\circ$. Pour cela voir [L'usage II](#)

On repère le point d'intersection entre la règle inclinée et le parallèle de déclinaison.

On repère le méridien passant par ce point. Ce méridien indiquera l'heure du lever et l'heure du coucher du soleil.



On détermine l'heure babylonienne de la façon suivante :

On compte le temps entre le méridien du lever et le méridien correspondant à l'heure solaire de l'observation. On trouve **$B=4h36min$**

On détermine l'heure italique de la façon suivante :

Temps restant jusqu'au prochain coucher du soleil :

On compte le temps écoulé entre le méridien correspondant à l'heure solaire au moment de l'observation et le méridien correspondant au coucher du soleil.

De 10h00 à 12h00, il s'est écoulé 2h00min et entre 12h00 et le coucher du soleil, il s'est écoulé 6h36min. On trouve alors **$I=8h36min$**

Temps écoulé depuis le dernier coucher du soleil :

24h00-8h36 soit **$15h24$**

Définition des heures planétaires ou heures inégales.

Les heures inégales divisent l'arc diurne et l'arc nocturne en douze parties égales.

En divisant l'arc semi-diurne par 6, on aura la durée de chaque heure inégale du jour.

En divisant l'arc semi-nocturne par 6, on aura la durée de chaque heure inégale de nuit.

Méthode pour déterminer les heures inégales de jour

Déterminer l'heure solaire du lever, l'heure solaire du coucher et l'arc semi-diurne en utilisant l'usage XVI.

Calculer la durée d'une heure inégale en appliquant la formule $1 \text{ h inégale} = \frac{\text{arc semi-diurne}}{6}$

Déterminer le temps écoulé entre l'heure du lever et l'heure solaire au moment de l'observation.

Diviser ce temps écoulé par la durée d'une heure inégale.

Exemple : A la latitude de 49°, le 10 Avril, il est par exemple 13h00 solaire. Quelle est l'heure inégale de jour ?

A l'exemple 1 de l'usage XVI, on avait obtenu :

Heure solaire du lever : 5h20min

Heure solaire du coucher : 18h40 min

Durée du jour : 18h40min – 5h20min = 13h20min

L'arc semi-diurne a une durée de 6h40min.

On calcule la durée d'une heure inégale de jour par la formule $1 \text{ h inégale} = \frac{6h40min}{6} = 1h07min$ solaire

Entre le lever et 13h00, il s'est écoulé 7h20min solaire.

On effectue la division suivante $\frac{7h20min}{1h07min}$

On trouve alors qu'il est **6h34min inégales de jour**.

Méthode pour déterminer les heures inégales de nuit

Déterminer l'heure solaire du lever, l'heure solaire du coucher et l'arc semi-diurne en utilisant l'usage XVI.

Calculer la durée de l'arc semi-nocturne par la formule $12h00 - \text{arc semi-diurne}$

Calculer la durée d'une heure inégale de nuit en appliquant la formule

$$1 \text{ h inégale} = \frac{\text{arc semi-nocturne}}{6}$$

Déterminer le temps écoulé entre l'heure du coucher et l'heure solaire au moment de l'observation.

Diviser ce temps écoulé par la durée d'une heure inégale de nuit.

Exemple : A la latitude de 49° , le 10 Avril, il est par exemple 23h00 solaire. Quelle est l'heure inégale de nuit?

D'après l'exemple précédent l'heure du coucher du soleil est de 18h40 min et l'arc semi-diurne est de 6h40min.

L'arc semi-nocturne est donc égale à $12h00 \text{ min} - 6h40\text{min}$ soit 5h20min

La durée d'une heure inégale de nuit est donc : $1 \text{ h inégale de nuit} = \frac{5h20min}{6} = 0h53min$.

Il s'est écoulé 4h20min entre le coucher du soleil et les 23h00.

On effectue la division suivante $\frac{4h20min}{0h53min}$

On trouve alors qu'il est **4h54min inégales de nuit**.

Usage XXIV : comment trouver à toute heure le point de l'écliptique qui est au méridien ?

Un problème bien connu des astrologues

Ce problème est un problème bien connu des astrologues. Le point de l'écliptique qui est au méridien à une heure donnée est appelé le *medium coelhi*.

L'astrologue recherchait alors la longitude écliptique du point passant au méridien à l'heure donnée.

D'autre part à partir de ce point l'astrologue pouvait ensuite déterminer la longitude écliptique du point qui se lève et la longitude écliptique du point qui se couche à cette heure donnée.

Méthode :

Remarque : dans ce problème l'ascension droite et l'angle horaire seront exprimés en degré.

Déterminer l'heure solaire H à partir de l'usage VI ou l'usage XXII.

Déterminer la longitude écliptique du soleil λ à partir de la date en utilisant l'usage I.

Déterminer l'ascension droite α du soleil à partir de l'usage VII.

On désigne par α_m l'ascension droite du point de l'écliptique passant au méridien et λ_m la longitude écliptique de ce point

Calculer l'ascension droite du point de l'écliptique passant au méridien en utilisant la formule :

$$\alpha_m = \alpha + H$$

Si nécessaire, Il faut bien évidemment ramener cette ascension droite entre 0° et 360° .

Déterminer la longitude écliptique du point passant au méridien en utilisant le problème inverse de l'usage VII.

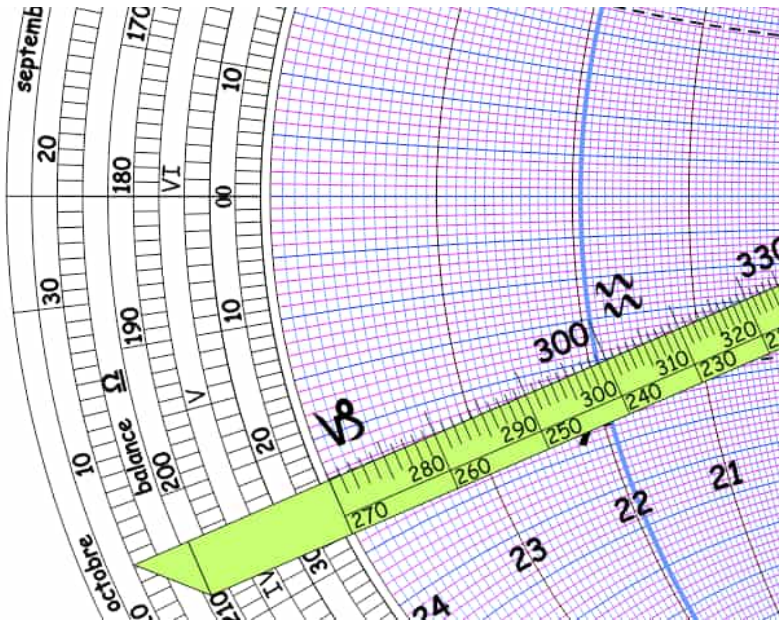
Exemple 1 : le 18 février, à 10h00 solaire quel point de l'écliptique passe au méridien ?

La longitude écliptique du soleil pour cette date est $\lambda = 329^\circ$. D'après l'usage I.

L'ascension droite du soleil pour cette date est $\alpha = 331^\circ$. D'après l'usage VII.

Sachant que l'angle horaire de 10h00 est de -30° , on en déduit que l'ascension droite du point de l'écliptique qui passe au méridien à cette heure est : $\alpha_m = \alpha + H$ soit 301° .

En utilisant le problème inverse de l'usage VII, on en déduit la longitude écliptique du point de l'écliptique passant au méridien.



On trouve alors $\lambda_m = 299^\circ$.

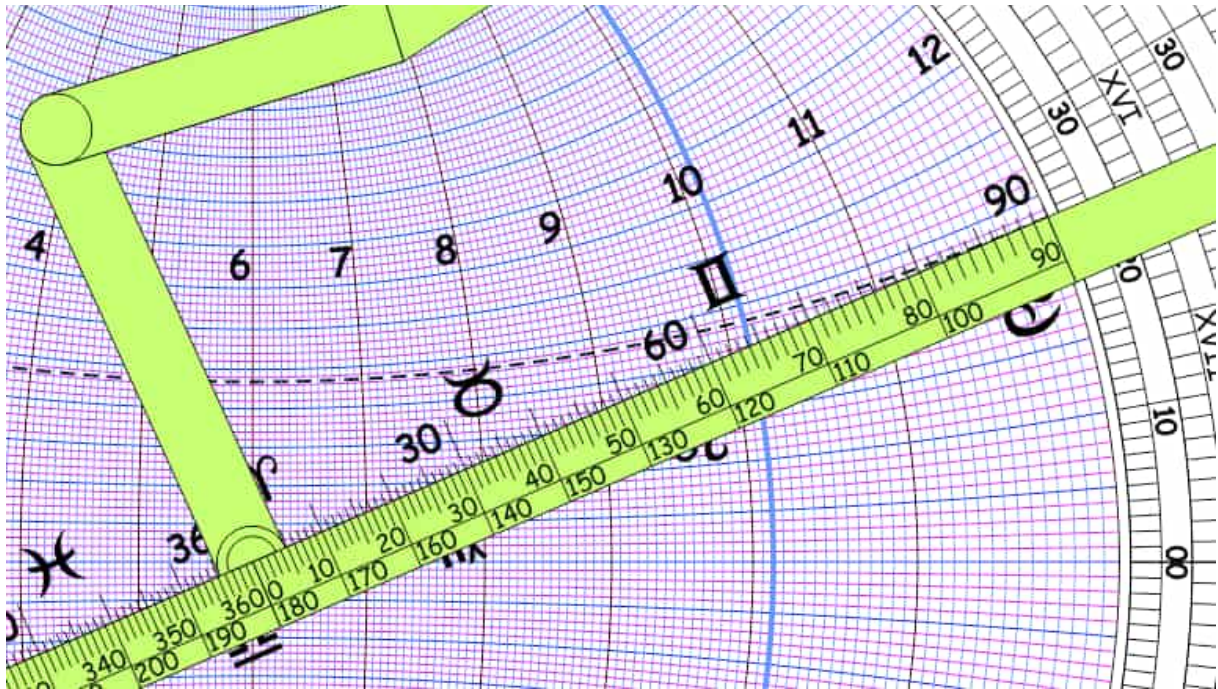
Exemple 2 : le 21 Mai, à 16h00 solaire, quel point de l'écliptique passe au méridien ?

La longitude écliptique du soleil pour cette date est $\lambda = 60^\circ$. D'après l'usage I.

L'ascension droite du soleil pour cette date est $\alpha = 58^\circ$. D'après l'usage VII.

Sachant que l'angle horaire de 16h00 est de $+60^\circ$, on en déduit que l'ascension droite du point de l'écliptique qui passe au méridien à cette heure est : $\alpha_m = \alpha + H$ soit 118° .

En utilisant le problème inverse de l'usage VII, on en déduit la longitude écliptique du point de l'écliptique passant au méridien.

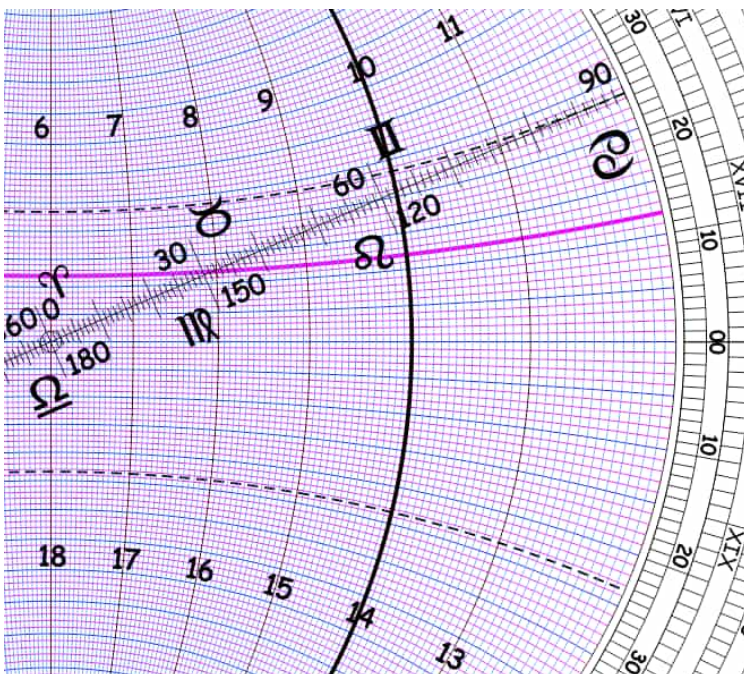


On trouve alors $\lambda_m = 116^\circ$.

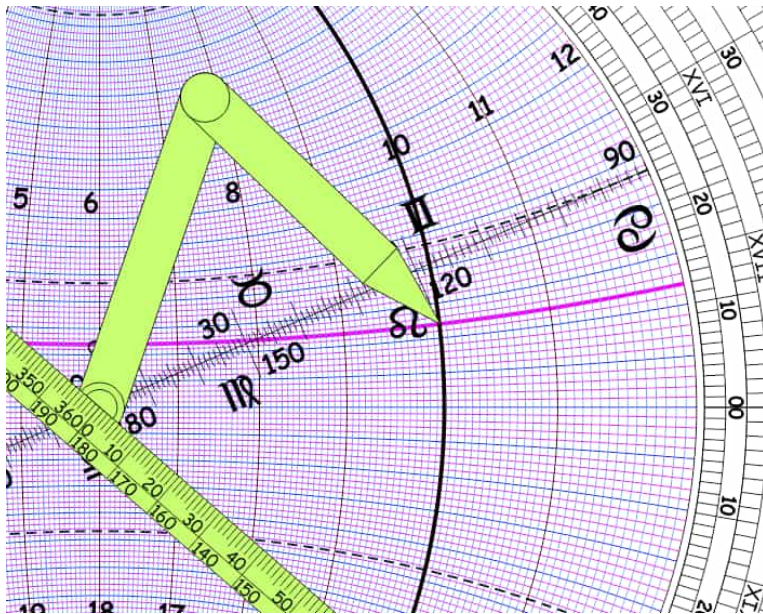
Méthode pour le soleil :

Repérer le parallèle sur lequel est située la pointe du bras articulé. Il indiquera la hauteur du soleil.

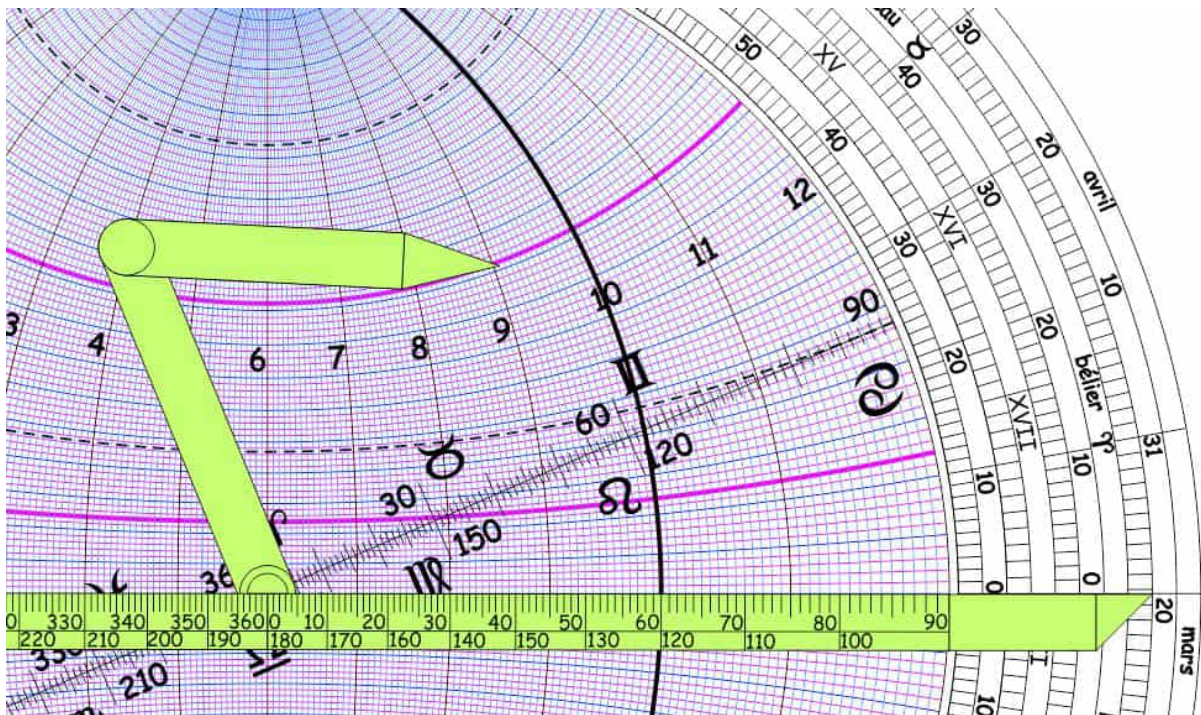
On repère le point d'intersection entre le parallèle de 12° et le méridien horaire de 14h00.



87



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner horizontalement.



On repère le parallèle sur lequel est située la pointe du bras articulé. Il indique une hauteur de 46°.

Remarque : pour chaque heure solaire et en faisant varier la déclinaison de $-23,44^\circ$ à $+23,44^\circ$, on peut construire une table des hauteurs du soleil utile à la construction de différents instruments astronomiques. Par exemple, cadran cylindrique (cadran de berger), anneaux astronomiques, quarts de cercle et autre instrument.

Exemple : à la latitude de 49° , établissons une table des hauteurs du soleil pour 14h00 solaire ?

On procède comme dans l'exemple précédent en faisant varier la déclinaison entre $-23,44^\circ$ et $+23,44^\circ$ par pas de 4° .

Déclinaison δ (en degré)	Hauteur h (en degré)
$-23,44$	12
-20	15
-16	20
-12	23
-8	27
-4	30
0	34
4	38
8	42
12	46
16	49
20	52
23,44	55

Méthode pour une étoile :

La méthode est exactement la même que précédemment sauf que :

Pour la déclinaison on utilisera la déclinaison de l'étoile δ_e .

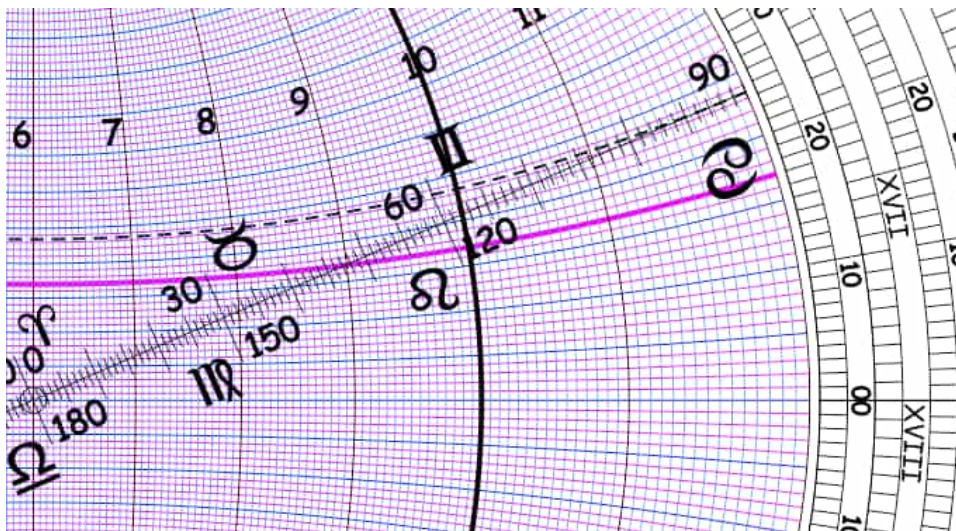
Pour l'angle horaire, on utilisera celui de l'étoile H_e .

En fait c'est le problème inverse de [l'usage XII](#).

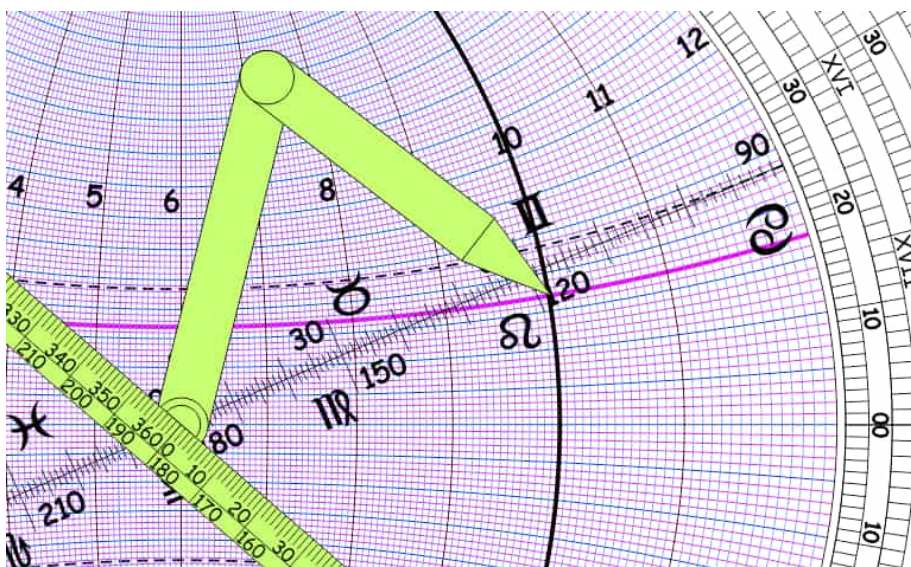
Exemple : le 23 octobre, sous la latitude de 49° , à 0h45min solaire l'angle horaire de l'étoile Aldébaran est $H_e=10h00$. Quelle est sa hauteur ?

Les tables donnent la déclinaison de l'étoile $\delta_e=17^\circ$.

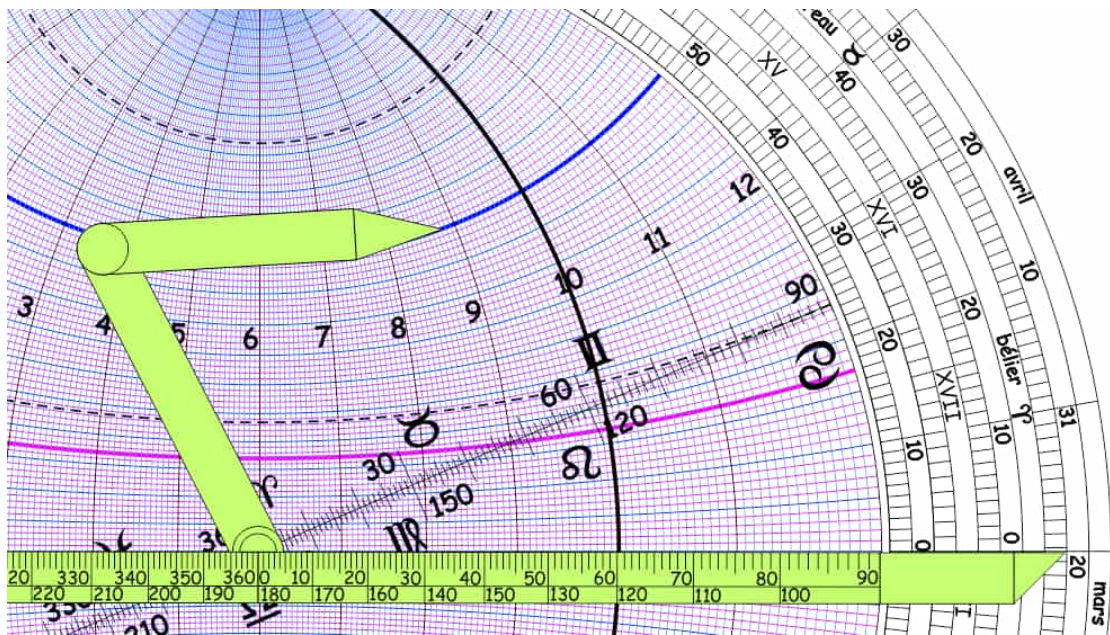
On repère le point d'intersection entre le parallèle de 17° et le méridien horaire de 10h00.



On incline la règle de 41° dans le sens des aiguilles d'une montre et on place la pointe du bras articulé sur le point d'intersection repéré précédemment.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner horizontalement.



On repère le parallèle sur lequel est située la pointe du bras articulé. Il indique une hauteur de 50°.

Usage XXVI : à une latitude donnée et à une date donnée, quel est l'azimut du soleil ou d'une étoile à n'importe quelle heure solaire ?

Méthode pour le soleil :

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Déterminer la déclinaison du soleil à partir de la date en utilisant l'usage II.

Repérer le point d'intersection entre le parallèle de déclinaison et le méridien horaire.

Positionner la pointe du bras articulé sur le point d'intersection repéré précédemment.

Pivoter la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner horizontalement.

Repérer le méridien sur lequel est située la pointe du bras articulé. Il indiquera l'azimut du soleil.

Si c'est une heure solaire du matin (avant 12h00) alors $A < 0$

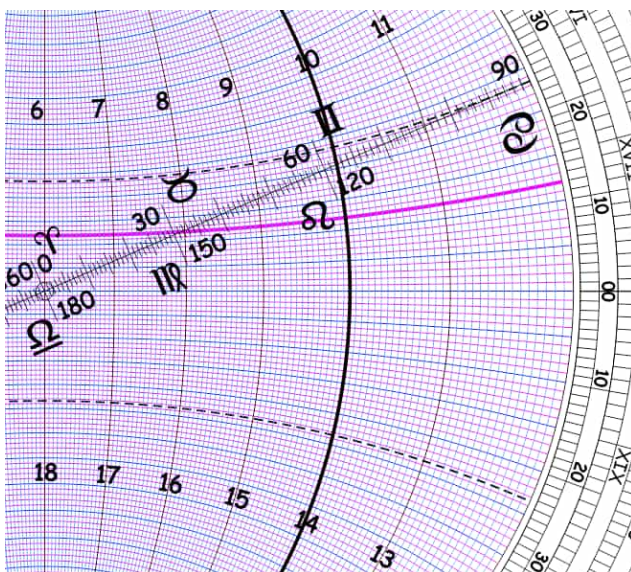
Si c'est une heure solaire de l'après midi (après 12h00) alors $A > 0$

Remarque : l'azimut est mesuré à partir du méridien de 12h00. Pour cela, on compte le nombre de méridiens à partir de 12h00

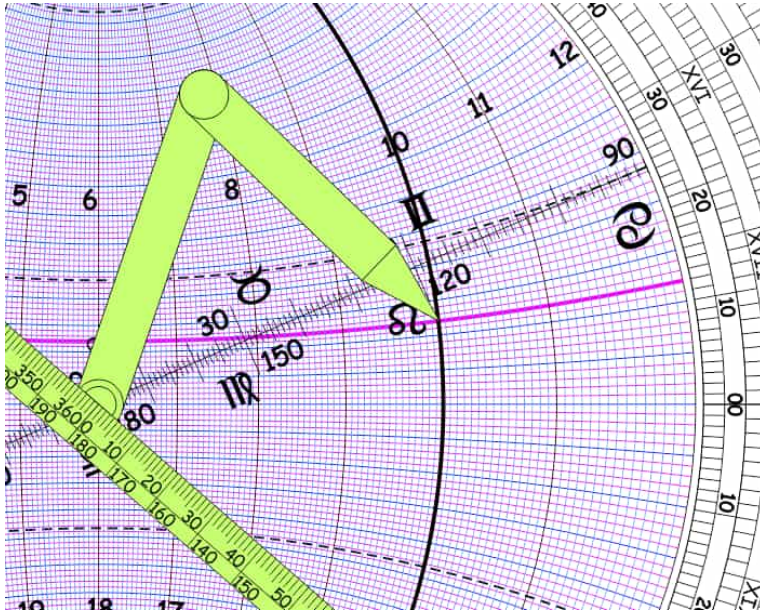
Exemple 1: à la latitude de 49° , le 20 Avril à 14h00 solaire, quelle est l'azimut du soleil ?

La déclinaison du soleil est $\delta = +12^\circ$. D'après la méthode de l'usage II.

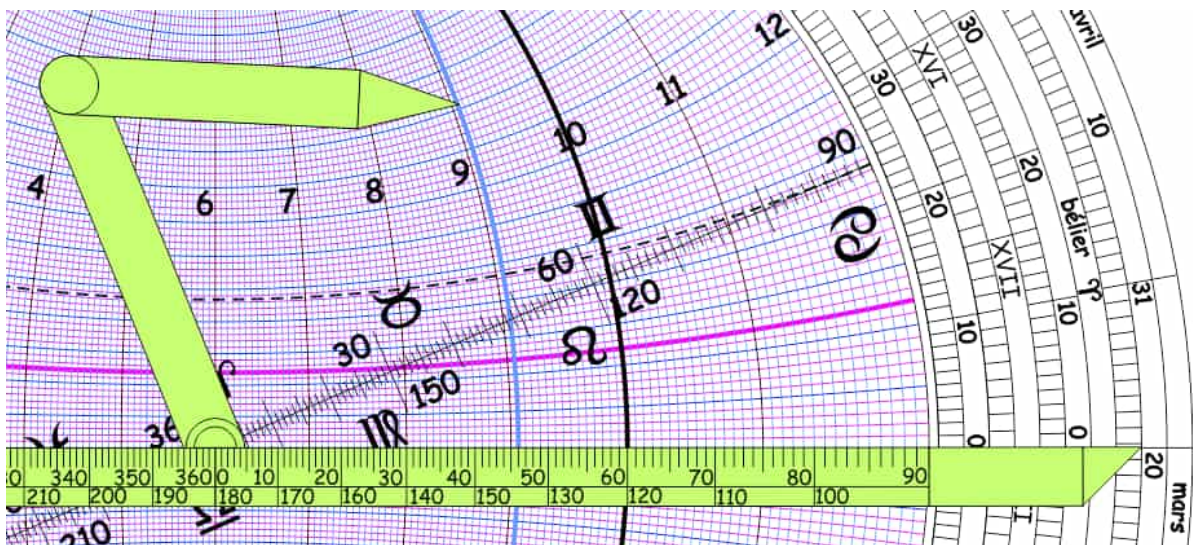
On repère le point d'intersection entre le parallèle de 12° et le méridien horaire de 14h00.



On incline la règle de 41° dans le sens des aiguilles d'une montre et on place la pointe du bras articulé sur le point d'intersection repéré précédemment.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner horizontalement.



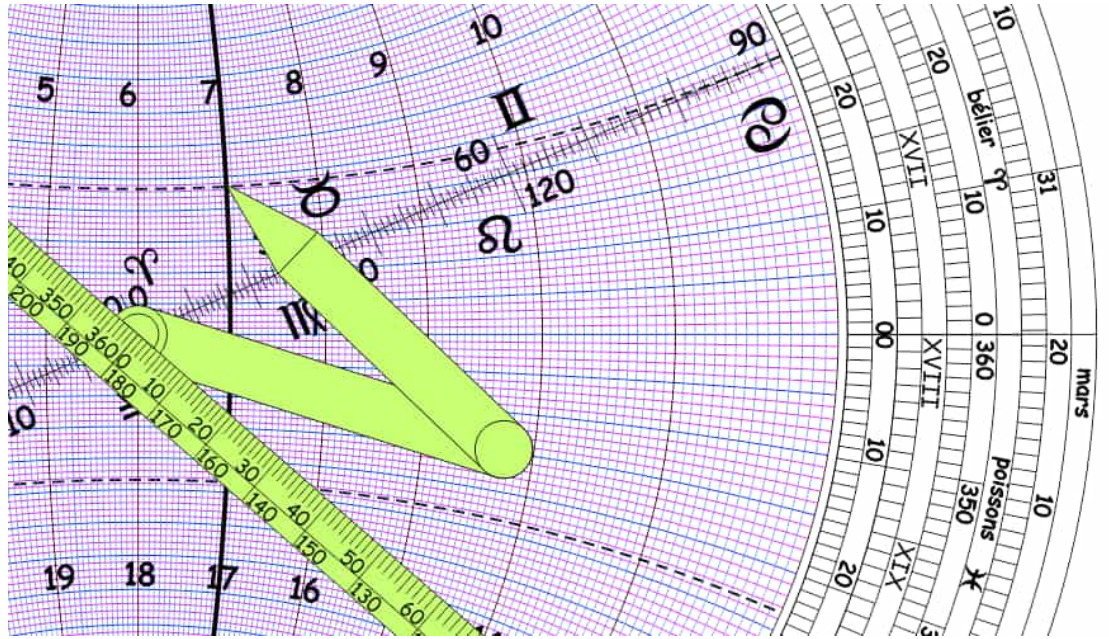
On repère le méridien sur lequel est située la pointe du bras articulé. On compte le nombre de méridien entre 12h00 et le méridien repéré.

Sachant que c'est une heure de l'après midi on obtient $A = + 49^\circ$.

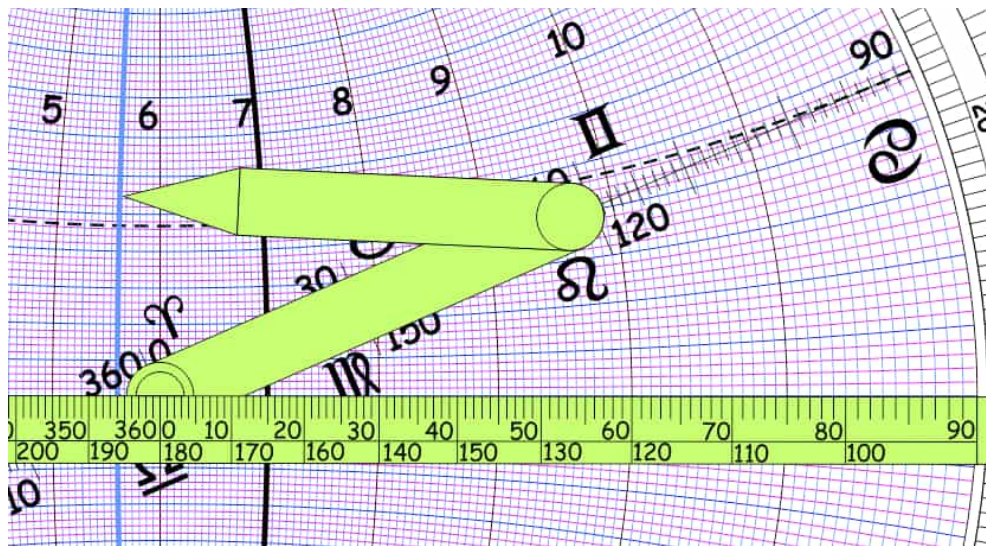
Exemple 2: à la latitude de 49° , le jour du solstice d'été à 7h00 solaire, quelle est l'azimut du soleil ?

La déclinaison du soleil est $\delta = +23,44^\circ$. D'après la méthode de l'**usage II**.

On repère le point d'intersection entre le parallèle de $+23,44^\circ$ et le méridien horaire de 7h00.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner horizontalement.



On repère le méridien sur lequel est située la pointe du bras articulé. On compte le nombre de méridien entre 12h00 et le méridien repéré.

Sachant que c'est une heure du matin on obtient $A = -96^\circ$.

Méthode pour une étoile :

La méthode est exactement la même que précédemment sauf que :

Pour la déclinaison on utilisera la déclinaison de l'étoile δ_e .

Pour l'angle horaire, on utilisera celui de l'étoile H_e .

En fait c'est le problème inverse de l'usage XII.

Si l'angle horaire est du matin (avant 12h00) alors $A < 0$

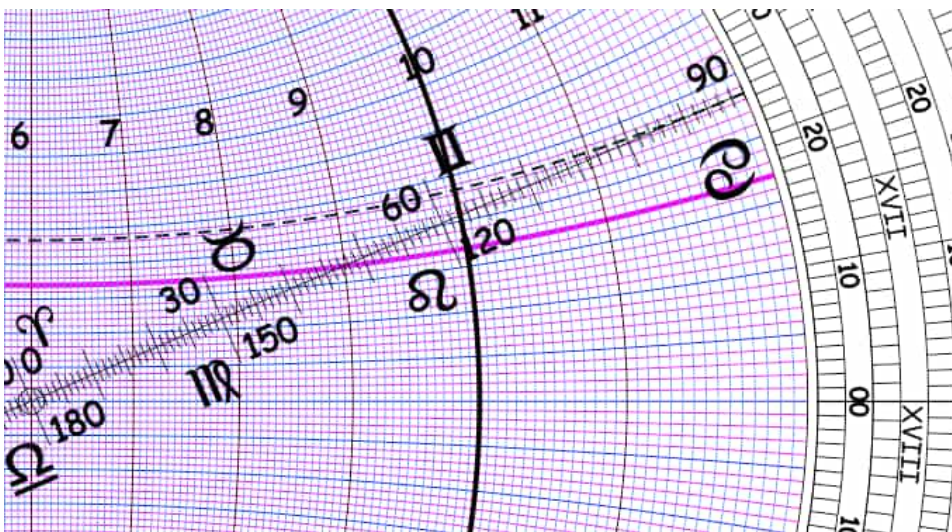
Si l'angle horaire est de l'après midi (après 12h00) alors $A > 0$

Remarque : l'azimut est mesuré à partir du méridien de 12h00. Pour cela, on compte le nombre de méridiens à partir de 12h00

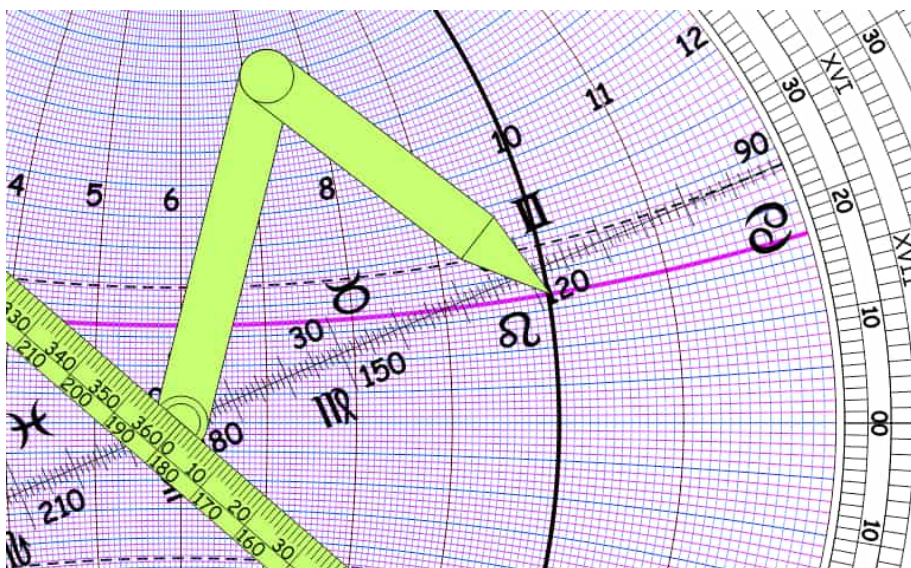
Exemple : le 23 octobre, sous la latitude de 49° , à 0h45min solaire l'angle horaire de l'étoile Aldébaran est $H_e=10h00$. Quelle est son azimut ?

Les tables donnent la déclinaison de l'étoile $\delta_e=17^\circ$.

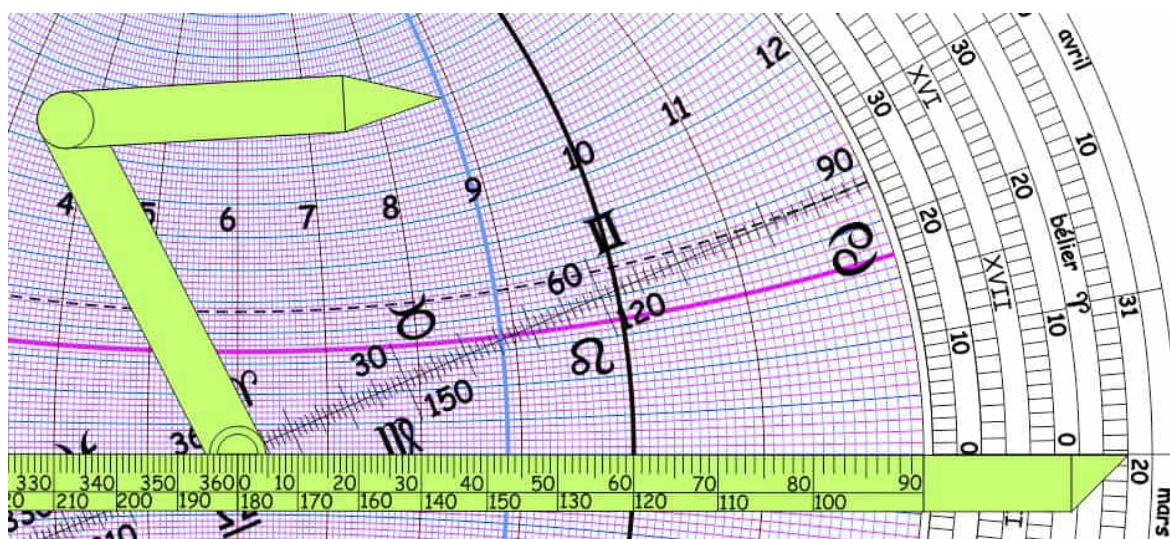
On repère le point d'intersection entre le parallèle de 17° et le méridien horaire de 10h00.



On incline la règle de 41° dans le sens des aiguilles d'une montre et on place la pointe du bras articulé sur le point d'intersection repéré précédemment.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner horizontalement.

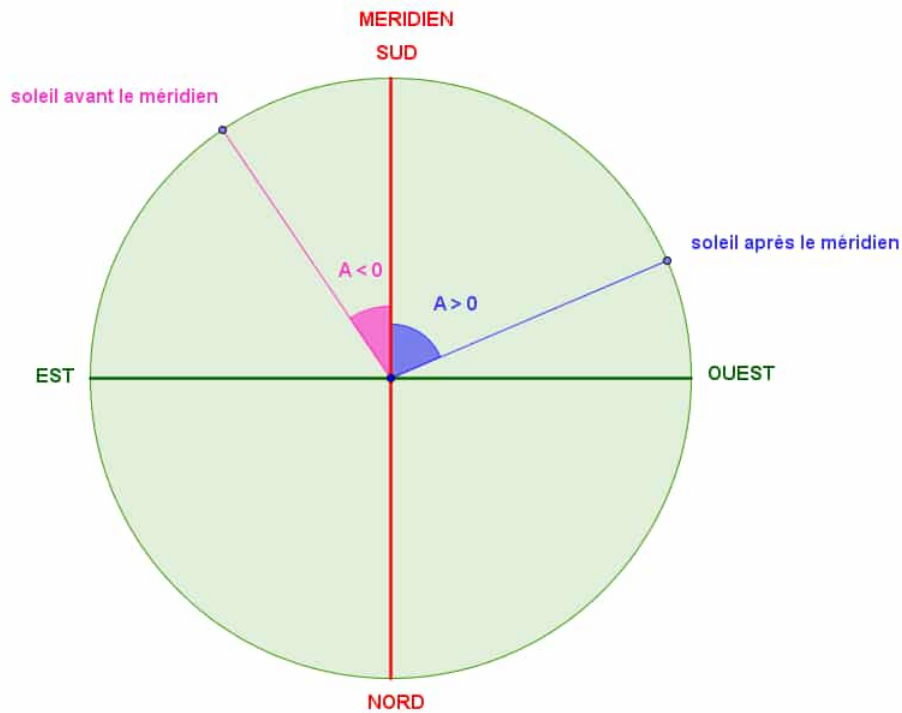


On repère le méridien sur lequel est située la pointe du bras articulé. On compte le nombre de méridien entre 12h00 et le méridien repéré.

Sachant que c'est que l'angle horaire H_e est matin, on obtient $A = -47^\circ$.

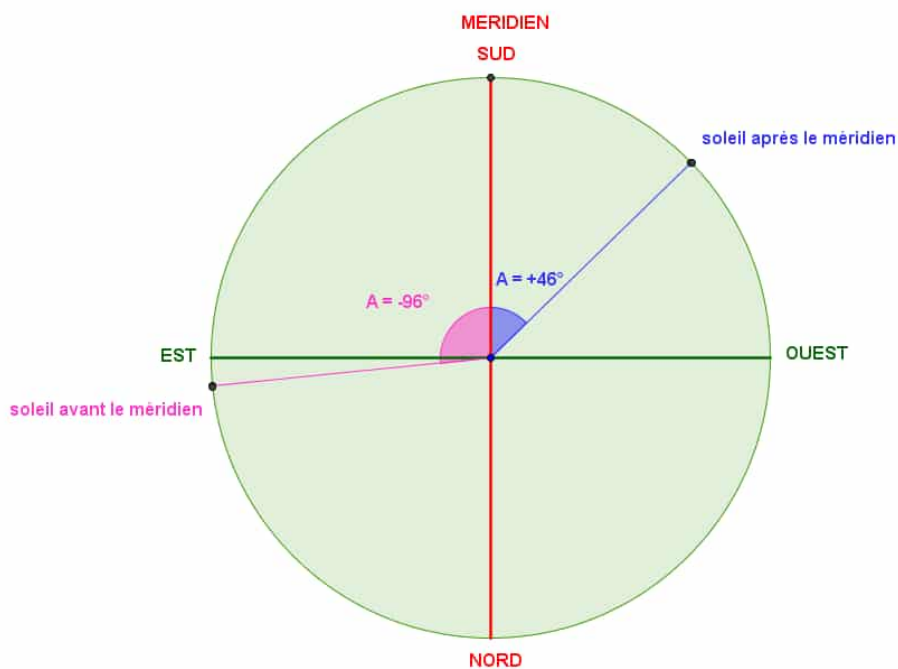
Usage XXVII : à une latitude donnée et à une heure donnée, comment trouver la direction du méridien ?

L'usage précédent donne l'angle entre le méridien et la direction du soleil dans le plan de l'horizon comme le montre le schéma ci-dessous



Voici la position du soleil selon les deux exemples de l'usage XXVI.

Les azimuts vont nous servir à trouver la position du méridien.



Méthode :

Mesurer l'azimut du soleil, en utilisant **l'usage XXVI**.

Repérer sur les graduations extérieures de l'astrolabe (celles qui permettent de mesurer la hauteur d'un astre), l'azimut du soleil. L'axe vertical de l'astrolabe servira d'origine des azimuts.

Si $A < 0$, alors on repérera la graduation sur les graduations de gauche.

Si $A > 0$, alors on repérera la graduation sur les graduations de droite.

fixer la règle centrale de l'astrolabe sur cette graduation.

Positionner au centre de l'astrolabe une tige perpendiculaire au plan de l'astrolabe. Celle-ci servira de gnomon.

Positionner l'astrolabe bien horizontalement sur le sol ou sur une table.

Orienter l'astrolabe de façon à ce que la graduation A soit dirigée vers le soleil et ceci jusqu'à ce que l'ombre du gnomon recouvre le biseau de la règle centrale.

Si $A < 0$, alors l'ombre sera du coté droit de la règle.

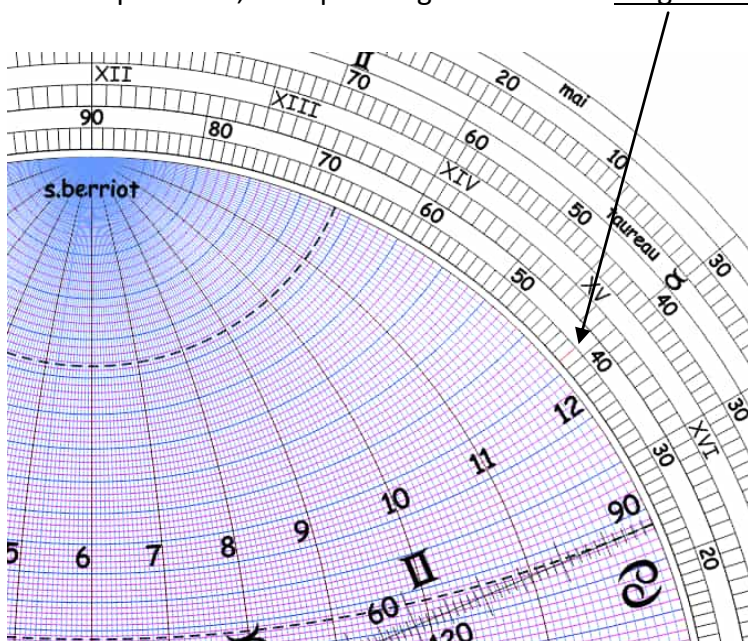
Si $A > 0$, alors l'ombre sera du coté gauche de la règle.

L'axe vertical de l'astrolabe indiquera la direction du méridien.

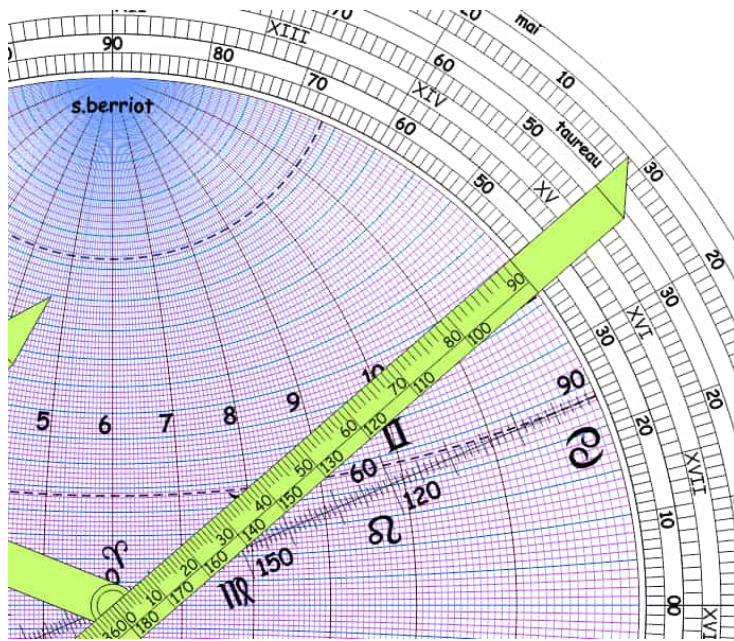
Exemple 1 : à la latitude de 49° , le 20 Avril à 14h00 solaire, quelle est la direction du méridien ?

D'après **l'usage XXVI** on trouve $A = + 49^\circ$

Sachant que $A > 0$, on repère la graduation sur les graduations de droite.



On fixe la règle centrale de l'astrolabe sur cette graduation.



On fixe un gnomon perpendiculaire à l'astrolabe au centre de la règle.

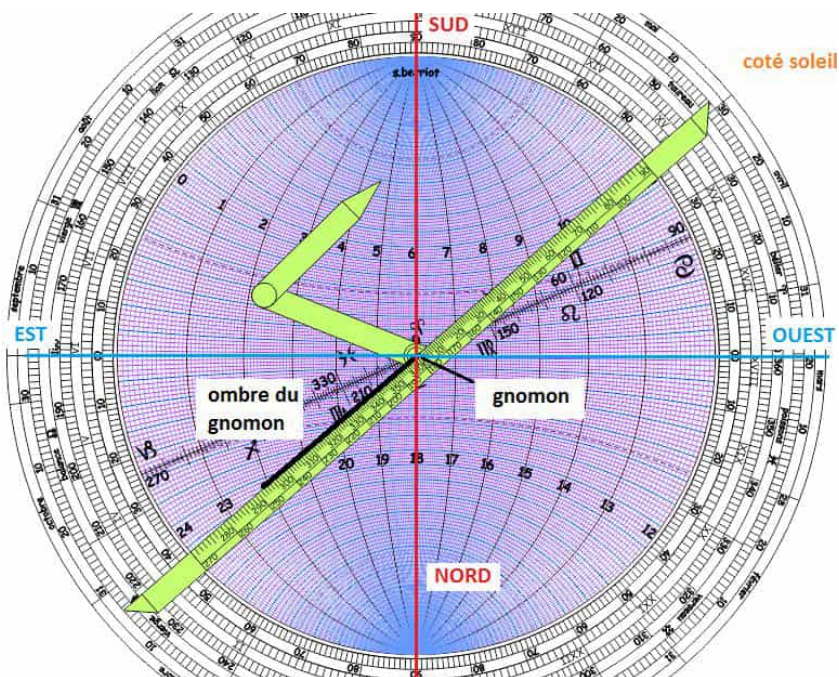
On positionne l'astrolabe bien horizontalement sur le sol ou sur une table.

On positionne l'astrolabe de façon à ce que la graduation A soit du côté du soleil et on pivote horizontalement l'astrolabe jusqu'à ce que l'ombre du gnomon recouvre le biseau de la règle centrale.

Sachant que $A > 0$, alors l'ombre sera du coté gauche de la règle.

L'axe vertical de l'astrolabe indiquera la direction du méridien NORD-SUD.

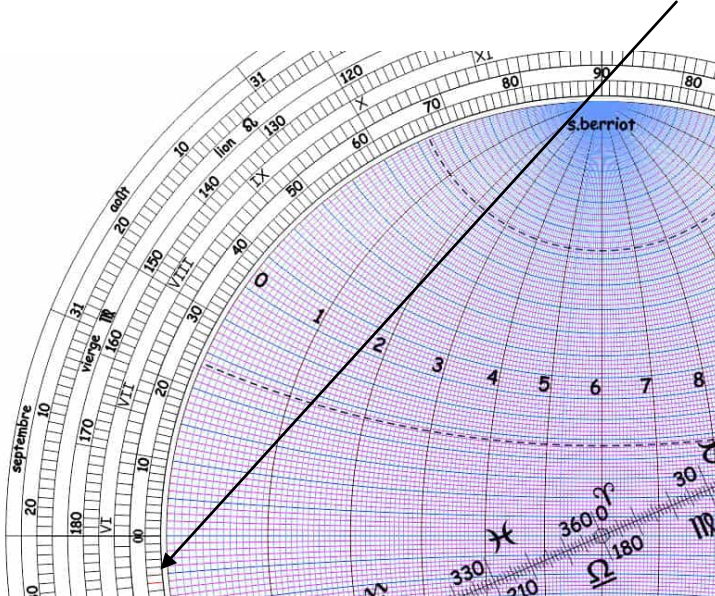
L'axe horizontal de l'astrolabe indiquera l'axe EST-ouest



Exemple 2: à la latitude de 49° , le jour du solstice d'été à 7h00 solaire, quelle est la direction du méridien?

D'après l'usage XXVI on trouve $A = -96^\circ$

Sachant que $A < 0$, on repère la graduation sur les graduations de gauche.



On fixe un gnomon perpendiculaire à l'astrolabe au centre de la règle.

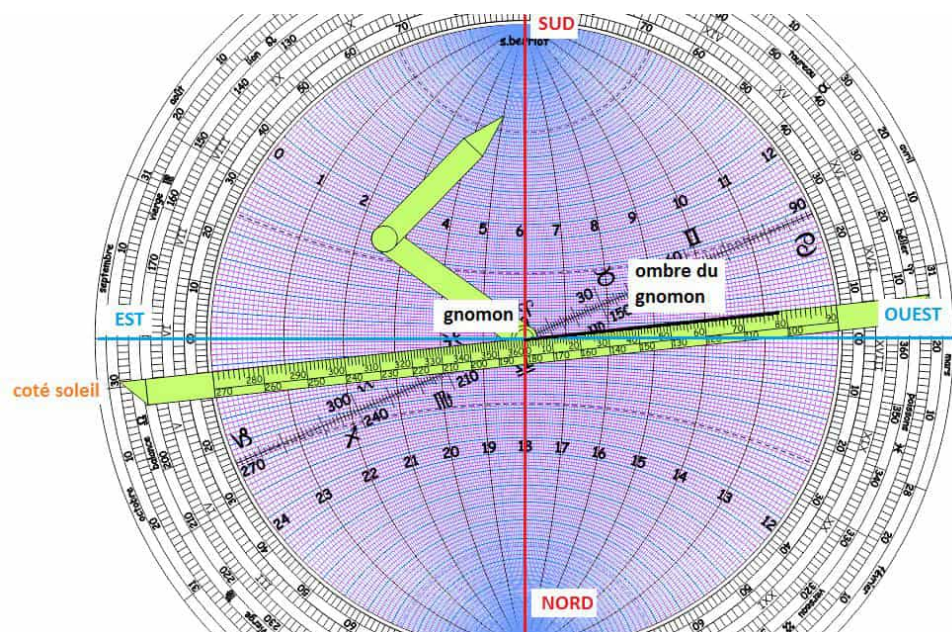
On positionne l'astrolabe bien horizontalement sur le sol ou sur une table.

On positionne l'astrolabe de façon à ce que la graduation A soit du côté du soleil et on pivote l'astrolabe jusqu'à ce que l'ombre du gnomon recouvre le biseau de la règle centrale.

Sachant que $A < 0$, alors l'ombre sera du côté droit de la règle.

L'axe vertical de l'astrolabe indiquera la direction du méridien NORD-SUD.

L'axe horizontal de l'astrolabe indiquera l'axe EST-OUEST



Usage XXVIII : connaissant les coordonnées équatoriales (ascension droite et déclinaison) de deux étoiles, trouver leur distance angulaire ?

Méthode :

On note(α_1 ; δ_1) les coordonnées équatoriales de l'étoile 1.

On note(α_2 ; δ_2) les coordonnées équatoriales de l'étoile 2.

On se place dans le cas où l'ascension droite d'une des étoiles est plus grande que l'autre.

Par exemple $\alpha_2 > \alpha_1$.

Calculer la différence $\alpha_2 - \alpha_1$. On peut exprimer ce résultat en heure minute ou en degré.

Le cercle méridien de 12h00 servira de référence pour l'étoile 1

Repérer sur ce cercle méridien le point de déclinaison δ_1 .

On aura ainsi repéré la position de l'étoile 1.

Pivoter la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point repéré précédemment.

Repérer sur l'équateur, en comptant les méridiens à partir de celui de 12h00 le méridien qui correspond à la différence $\alpha_2 - \alpha_1$.

Repérer sur ce méridien et à partir de l'équateur le point correspondant à δ_2 .

On aura ainsi repéré la position de l'étoile 2.

Placer la pointe du bras articulé sur ce point.

Pivoter la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre afin qu'elle soit verticale.

Repérer le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

Compter le nombre de parallèles, non pas à partir de l'équateur mais à partir du pôle Nord de l'équateur (graduation 90°).

Exemple : quelle est la distance angulaire entre les étoiles Dénébola et Arcturus ?

Les éphémérides donnent les coordonnées équatoriales des deux étoiles :

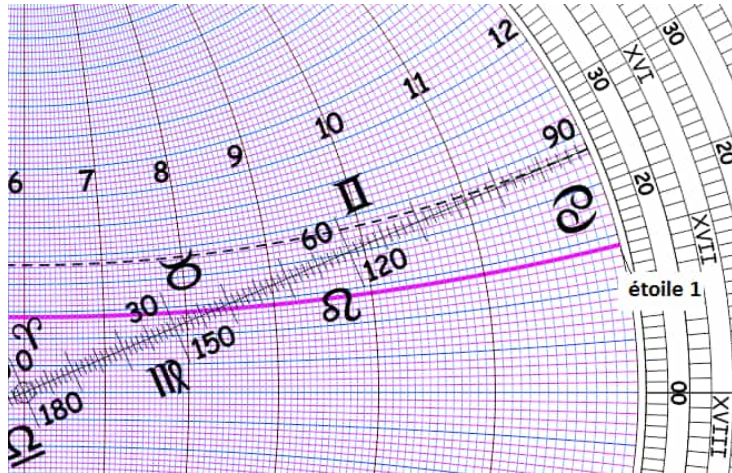
Dénébola : $\alpha_1 = 11\text{h}50\text{ min}$ $\delta_1 = 14^\circ 28' \approx 14,5^\circ$

Arcturus : $\alpha_2 = 14\text{h}16\text{ min}$ $\delta_2 = 19^\circ 05' \approx 19^\circ$

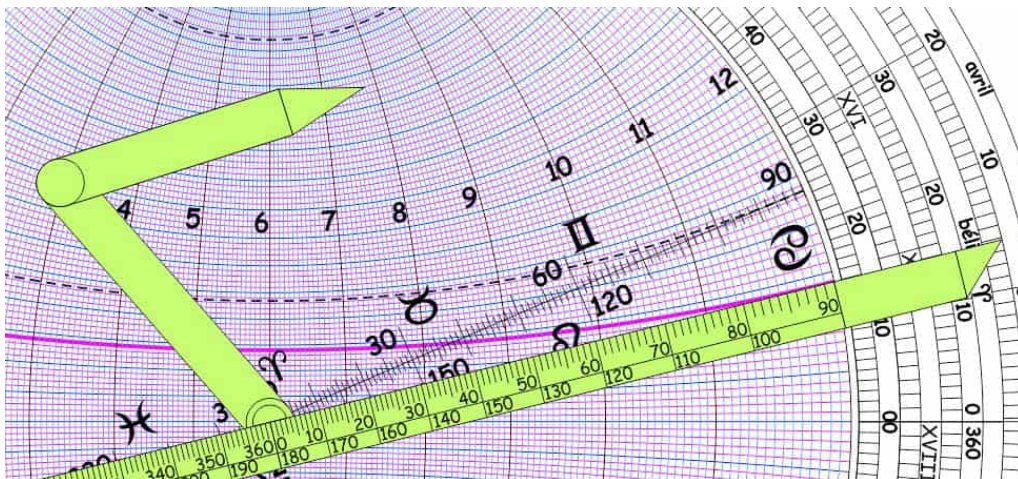
On calcule la différence $\alpha_2 - \alpha_1$. $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\text{h}26\text{min}$

On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle de déclinaison $\delta_1 \approx 14,5^\circ$. On prendra le parallèle de 14°

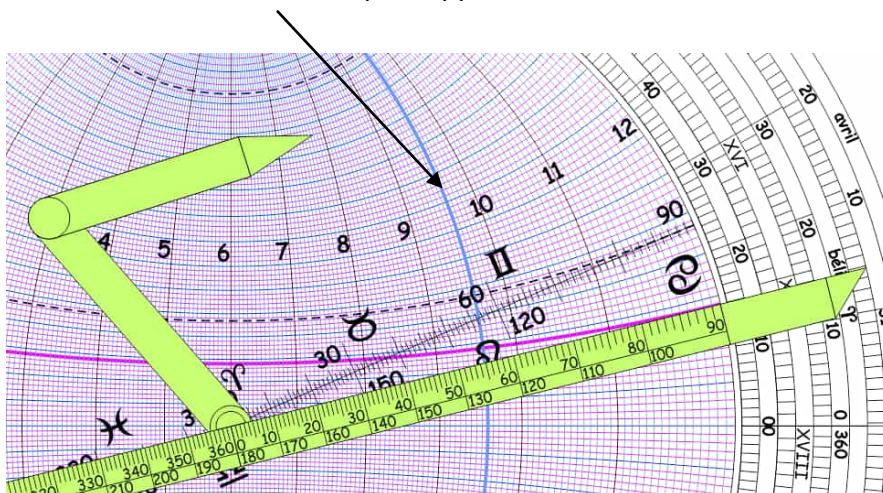
On repère ainsi l'étoile 1.



On pivote la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point repéré précédemment.



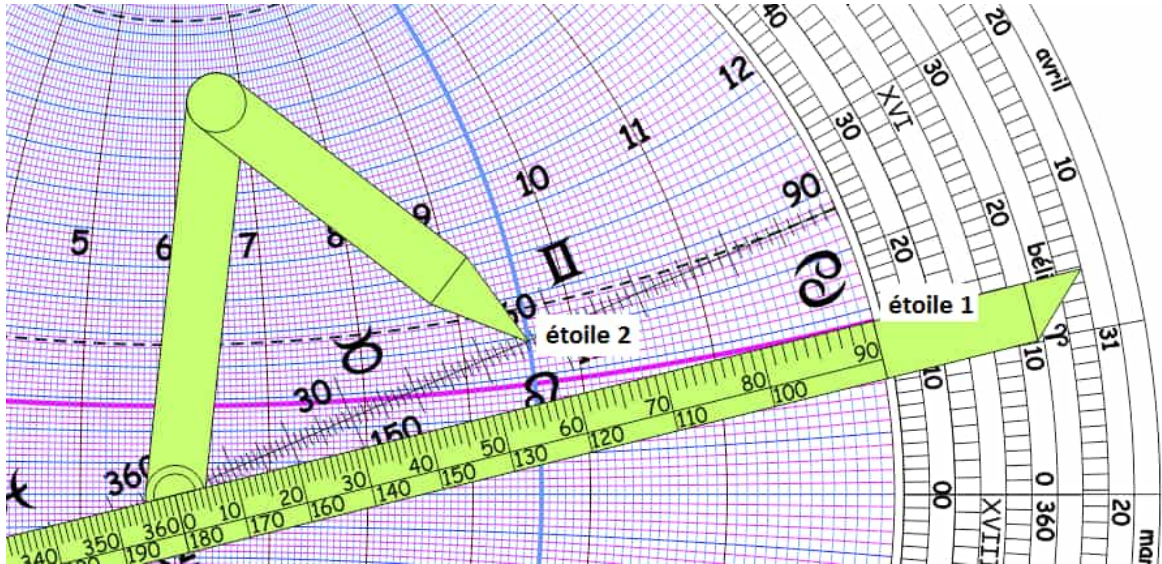
On repère sur l'équateur, en comptant les méridiens à partir de celui de 12h00 le méridien qui correspond à la différence $\alpha_2 - \alpha_1 = 2h26min$. Par souci de simplicité on choisira le méridien écarté de 2h24 min par rapport à 12h00.



On repère sur ce méridien et à partir de l'équateur le point correspondant à $\delta_2 \approx 19^\circ$

On aura ainsi repérer la position de l'étoile 2.

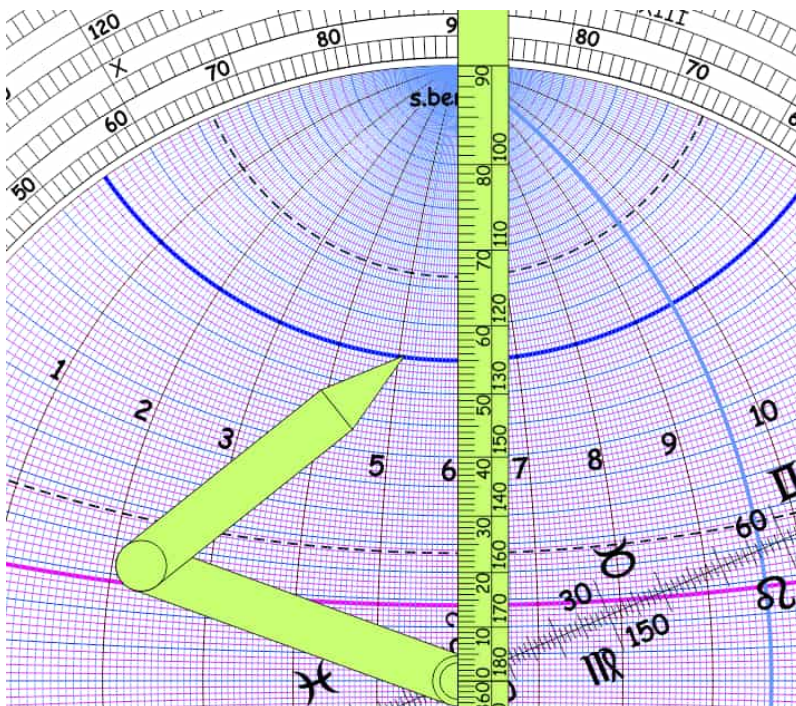
On positionne la pointe du bras articulé sur ce point



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre afin qu'elle soit verticale.

On repère le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

On compte le nombre de parallèles, non pas à partir de l'équateur mais à partir du pôle Nord de l'équateur (graduation 90°).



On trouve alors un écart angulaire de 35°.

Usage XXVIII (bis) : connaissant les coordonnées écliptiques (longitude écliptique et latitude écliptique) de deux étoiles, trouver leur distance angulaire ?

Le problème précédent a été résolu en utilisant les coordonnées équatoriales de deux étoiles mais il peut être résolu en utilisant les coordonnées écliptiques.

La méthode est exactement la même que pour les coordonnées équatoriales, sauf que :

- La longitude écliptique remplace l'ascension droite
- La latitude écliptique remplace la déclinaison

Voyons immédiatement un exemple.

Exemple : quelle est la distance angulaire entre les étoiles Aldébaran et antarès ?

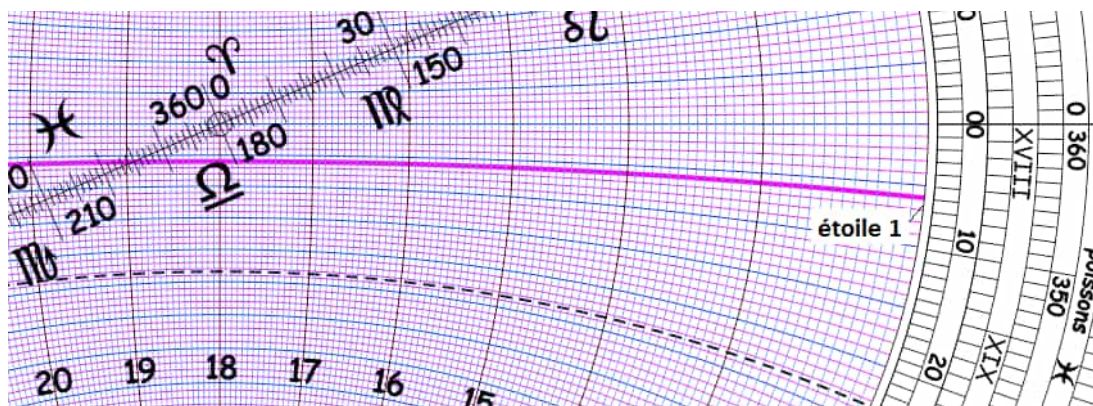
Les éphémérides donnent les coordonnées écliptiques des deux étoiles :

Aldébaran : $\lambda_1 = 69^\circ 47' 18'' \approx 70^\circ$ $\beta_1 = -5^\circ 28' 01'' \approx -6^\circ$

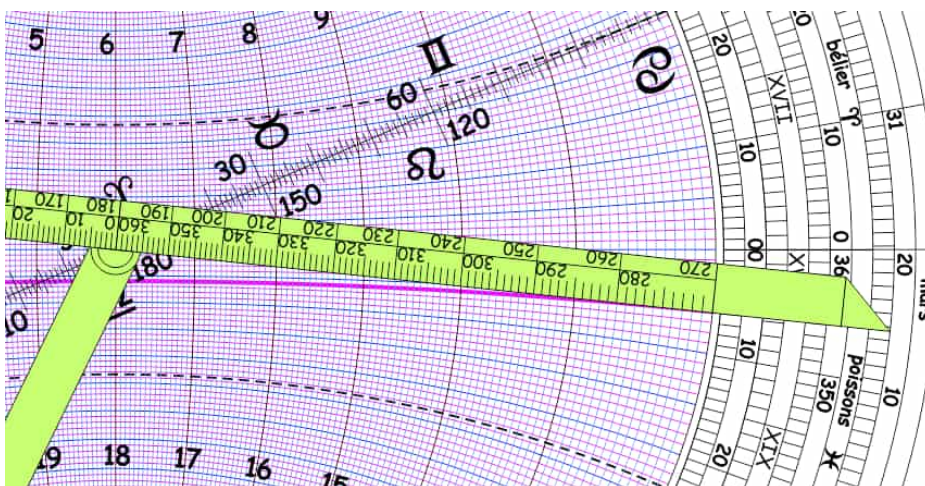
Antarès : $\lambda_2 = 249^\circ 45' 44'' \approx 250^\circ$ $\beta_2 = -4^\circ 34' 12'' \approx -5^\circ$

On calcule la différence $\lambda_2 - \lambda_1$. $\lambda_2 - \lambda_1 = 180^\circ$

On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle de latitude $\beta_1 \approx -6^\circ$. On repère ainsi l'étoile 1.



On pivote la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point repéré précédemment.

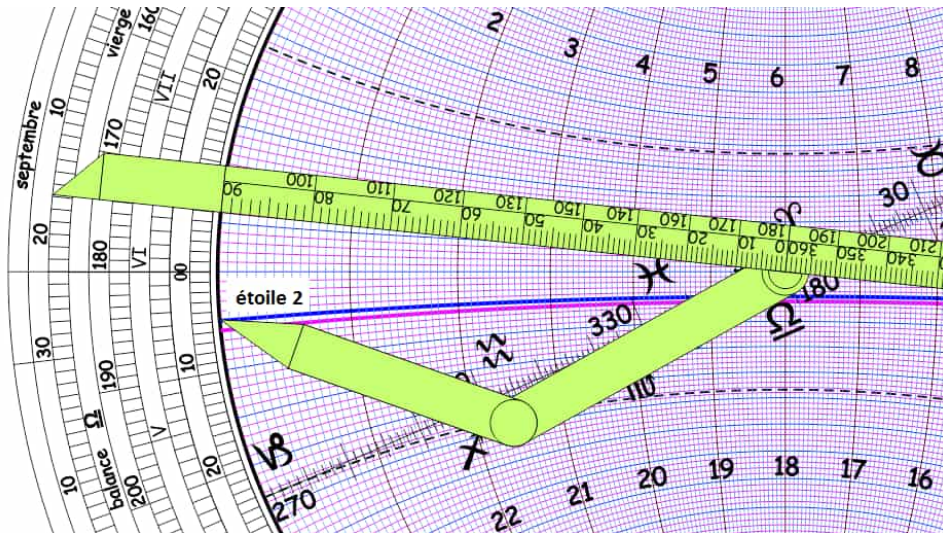


On repère sur l'équateur, en comptant les méridiens à partir de celui de 12h00 le méridien qui correspond à la différence $\lambda_2 - \lambda_1 = 180^\circ$. C'est donc le méridien de 0h00

On repère sur ce méridien et à partir de l'équateur le point correspondant à $\beta_2 \approx -5^\circ$

On aura ainsi repérer la position de l'étoile 2.

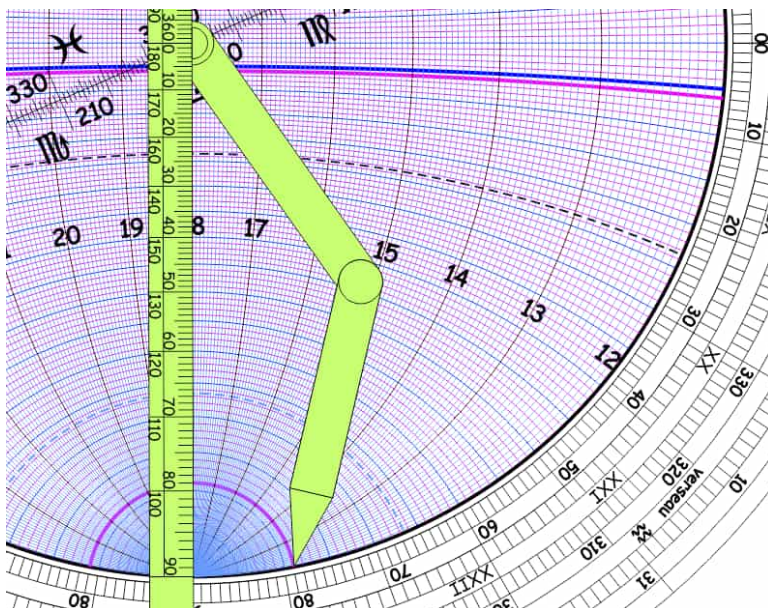
On positionne la pointe du bras articulé sur ce point



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre afin qu'elle soit verticale.

On repère le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

On compte le nombre de parallèles, non pas à partir de l'équateur mais à partir du pôle Nord de l'équateur (graduation 90°).



On trouve alors un écart angulaire de 169°.

Usage XXVIII (Ter) : connaissant les coordonnées géographiques (longitude et latitude) de deux villes, trouver leur distance angulaire sur le globe terrestre?

On applique la même méthode que dans les usages Usage XXVIII (Bis) et Usage XXVIII (Ter)

Ce problème est un problème de géodésie.

Voyons immédiatement un exemple.

Exemple : quelle est la distance angulaire entre Brest et Nice ?

Les coordonnées géographiques des deux villes sont :

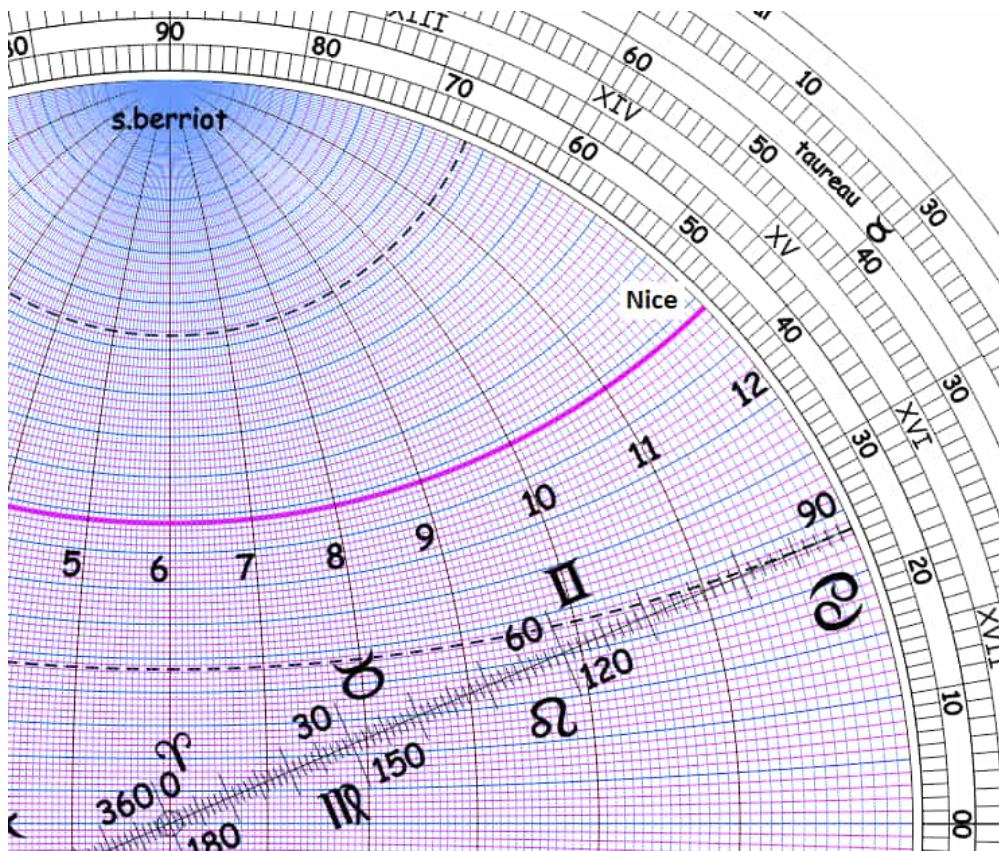
Par souci de simplicité les longitudes et latitudes ont été arrondies

Nice : $\lambda_1 = -7^\circ 15' 43'' \approx -7^\circ$ $\varphi_1 = 43^\circ 42' 36'' \approx 44^\circ$

Brest : $\lambda_2 = +4^\circ 28' 59'' \approx 5^\circ$ $\varphi_2 = 48^\circ 24' \approx 48^\circ$

On calcule la différence $\lambda_2 - \lambda_1$. $\lambda_2 - \lambda_1 = 12^\circ$

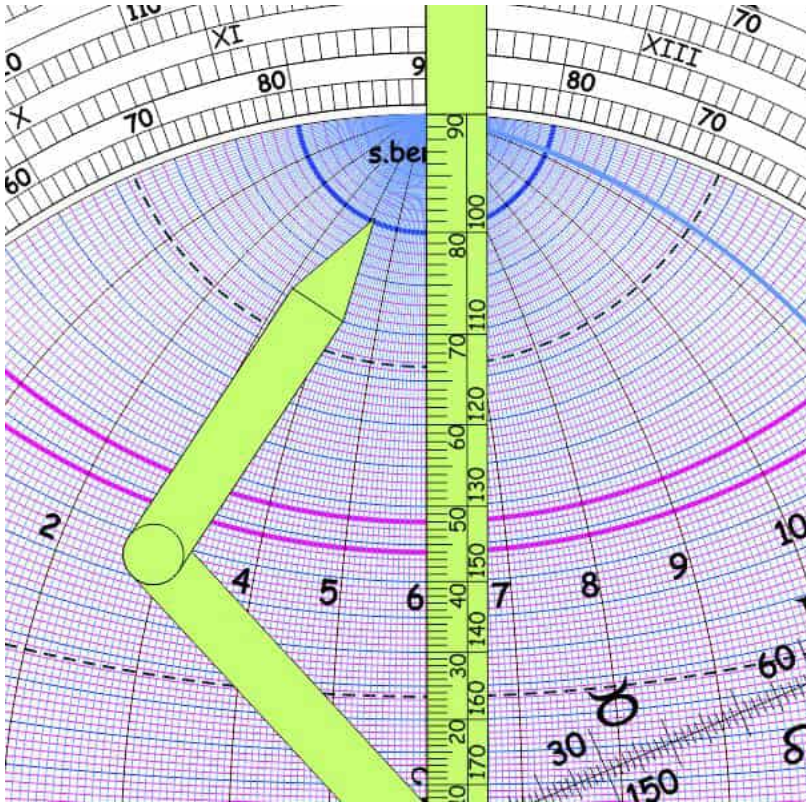
On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle de latitude $\varphi_1 \approx 44^\circ$. On repère ainsi Nice.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre afin qu'elle soit verticale.

On repère le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

On compte le nombre de parallèles, non pas à partir de l'équateur mais à partir du pôle Nord de l'équateur (graduation 90°).



L'écart angulaire entre les deux villes est **d'environ 10°**

Usage XXIX : connaissant les coordonnées écliptiques de l'étoile 1 (longitude λ_1 et latitude β_1), ainsi que la latitude écliptique β_2 de la 2^{ème} étoile et l'écart angulaire entre les deux étoiles, quelle est la longitude écliptique λ_2 de la deuxième étoile ?

Cette proposition est en liaison avec l'usage XXVIII mais on en vient à bout que par tâtonnement.

Pour cet usage, il fallait savoir dans quel quadrant se trouve l'étoile.

1^{er} quadrant : longitude écliptique comprise entre 0° et 90°

2^{ème} quadrant : longitude écliptique comprise entre 90° et 180°

3^{ème} quadrant : longitude écliptique comprise entre 180° et 270°

4^{ème} quadrant : longitude écliptique comprise entre 270° et 360°

Méthode :

Positionner la règle verticalement.

Positionner la pointe du bras articulé sur le parallèle correspondant à l'*écart angulaire* et sur un méridien quelconque.

Repérer sur le méridien de 12h00 le parallèle de latitude β_1 . On repère ainsi l'étoile 1.

Pivoter dans la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point repéré précédemment.

Repérer le parallèle sur lequel se trouvera la pointe du bras articulée. On le notera β .

Si la pointe du bras articulé se trouve sur le parallèle de latitude écliptique β_2 de l'étoile 2 ($\beta = \beta_2$) c'est que le méridien qui sera pointé par le bras articulé après pivotement indiquera la différence de longitude par rapport à 12h00

Dans le cas contraire, il faudra recommencer et procéder par tâtonnement de la façon suivante :

Si $\beta > \beta_2$, on repositionnera la règle selon l'axe des pôles et on déplacera la pointe du bras articulé sur le parallèle correspondant à l'*écart angulaire* mais vers *la droite*.

Si $\beta < \beta_2$, on repositionnera la règle selon l'axe des pôles et on déplacera la pointe du bras articulé sur le parallèle correspondant à l'*écart angulaire* mais vers *la gauche*.

Utiliser cette règle jusqu'à ce que la pointe du bras articulé se trouve sur le parallèle de latitude écliptique β_2 de l'étoile 2.

Connaissant la différence de longitude entre les deux étoiles $\lambda_2 - \lambda_1$ et λ_1 , **calculer** λ_2 .

Exemple : connaissant les coordonnées écliptiques d'Aldébaran ($\lambda_1 ; \beta_1$), la latitude écliptique d'Antarès β_2 ainsi que l'écart angulaire entre les deux étoiles, déterminer la longitude écliptique λ_2 d'Antarès ?

Aldébaran : $\lambda_1 = 69^\circ 47' 18'' \approx 70^\circ$ $\beta_1 = -5^\circ 28' 01'' \approx -6^\circ$

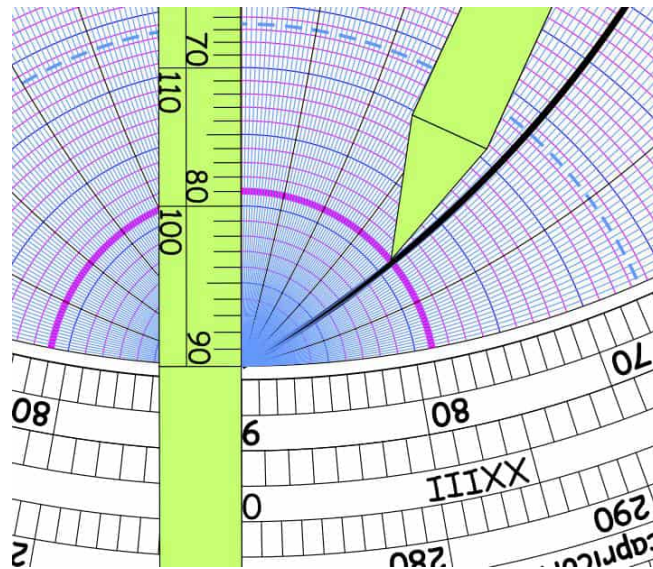
Antarès : $\lambda_2 = ?$ $\beta_2 = -4^\circ 34' 12'' \approx -5^\circ$

L'écart angulaire mesuré entre les deux étoiles est 169° .

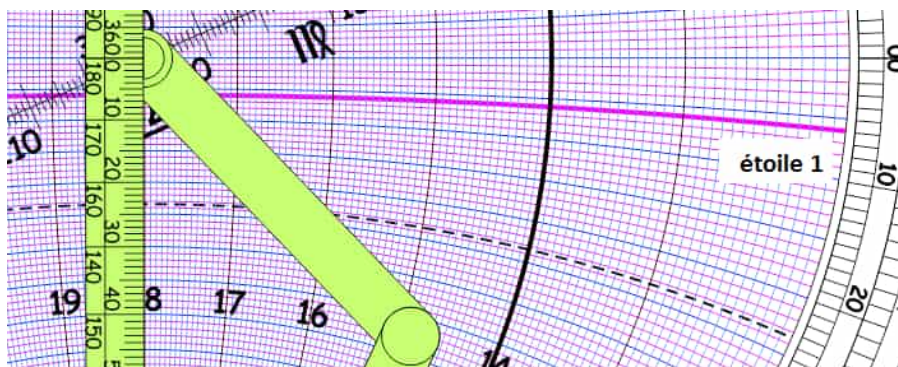
Antarès est une étoile située dans le 3^{ème} quadrant donc sa longitude écliptique est comprise entre 180° et 270°

On positionne la règle verticalement.

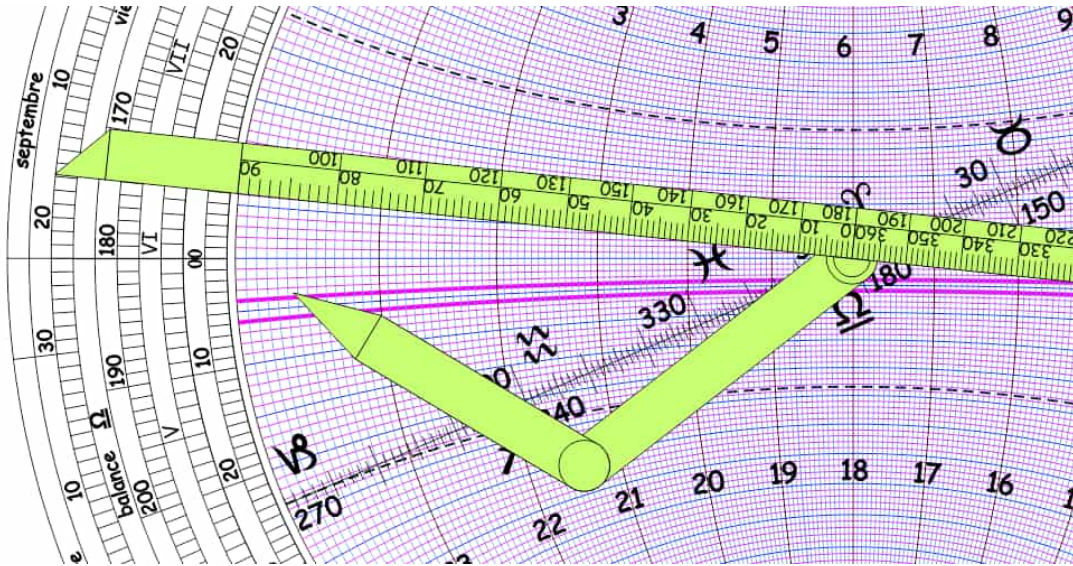
On positionne la pointe du bras articulé sur le parallèle correspondant à *l'écart angulaire* c'est à dire 169° et sur un méridien.



On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle de latitude β_1 c'est-à-dire -6° . On repère ainsi l'étoile 1 (Aldébaran).



On pivote la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point repéré précédemment.

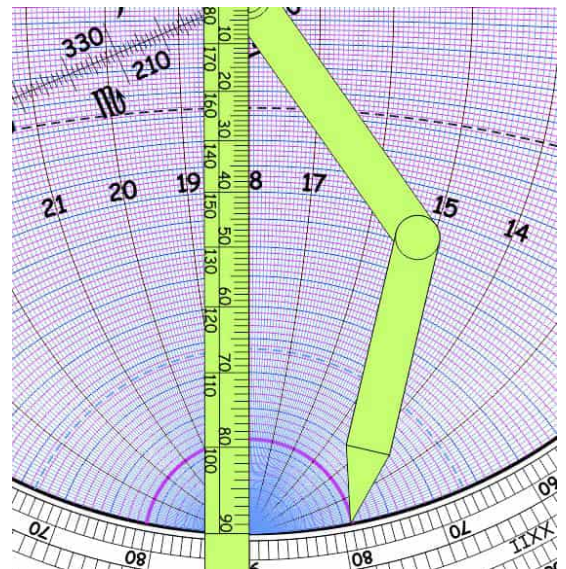


On repère le parallèle sur lequel se trouvera la pointe du bras articulée. On trouve $\beta = -4^\circ$

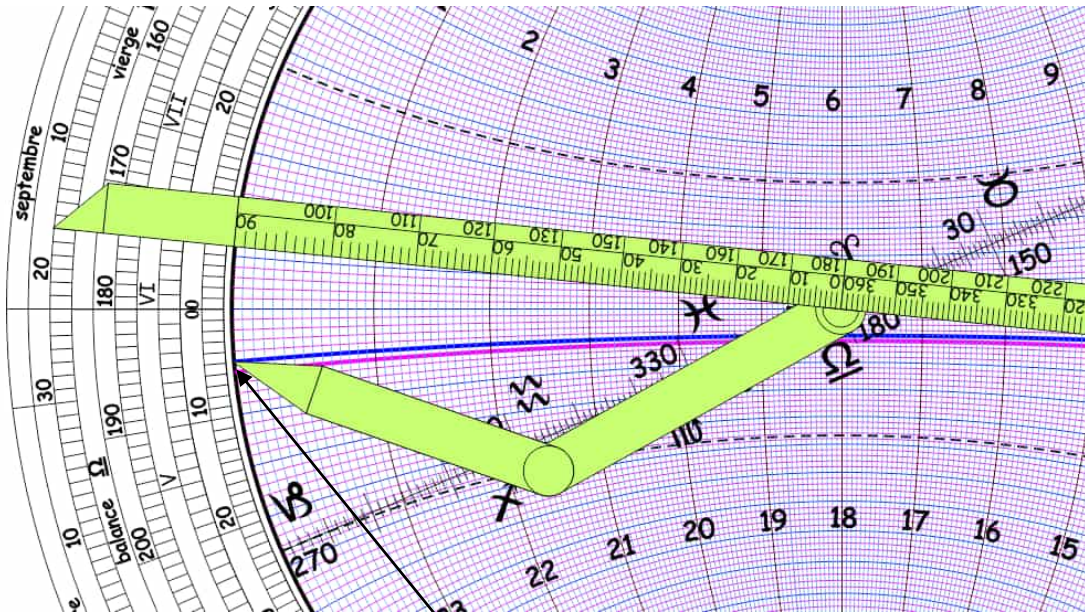
Nous sommes dans le cas où $\beta > \beta_2$

Donc on repositionnera la règle selon l'axe des pôles et on déplacera la pointe du bras articulé sur le parallèle correspondant à l'écart angulaire mais vers la droite.

Après tâtonnement on choisit le méridien de 12h00



On pivote de nouveau la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point correspondant à l'étoile 1.

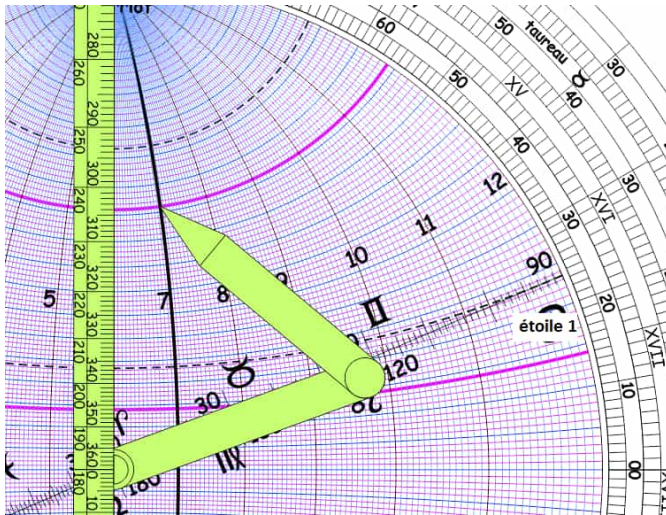


La pointe indique le parallèle de $\beta = -5^\circ$, ce qui correspond bien à $\beta_2 = -5^\circ$.

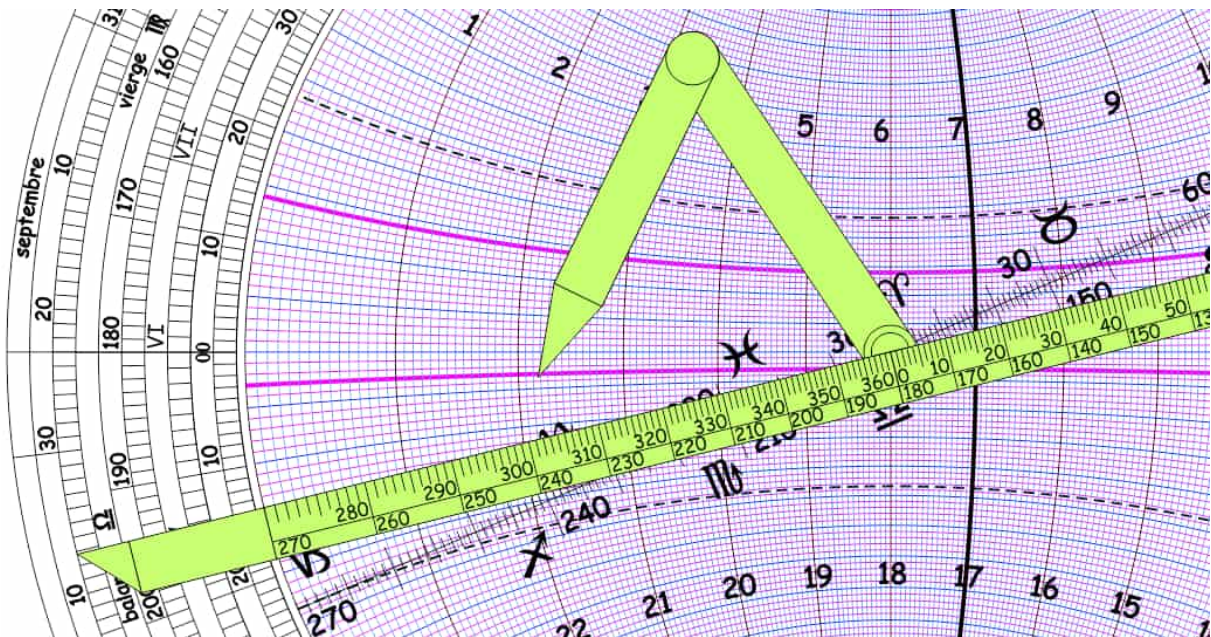
On lit alors la différence de longitude qui est de 180° puisqu'elle est mesurée depuis le méridien de 12h00.

Donc $\lambda_2 - \lambda_1 = 180^\circ$ soit $\lambda_2 = \lambda_1 + 180$ donc $\lambda_2 = 269^\circ 47' 18''$. Nous sommes bien dans le 3^{ème} quadrant.

On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle de déclinaison δ_1 c'est-à-dire 14° . On repère ainsi l'étoile 1 (Dénébola).



On **pivote** la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point repéré précédemment.

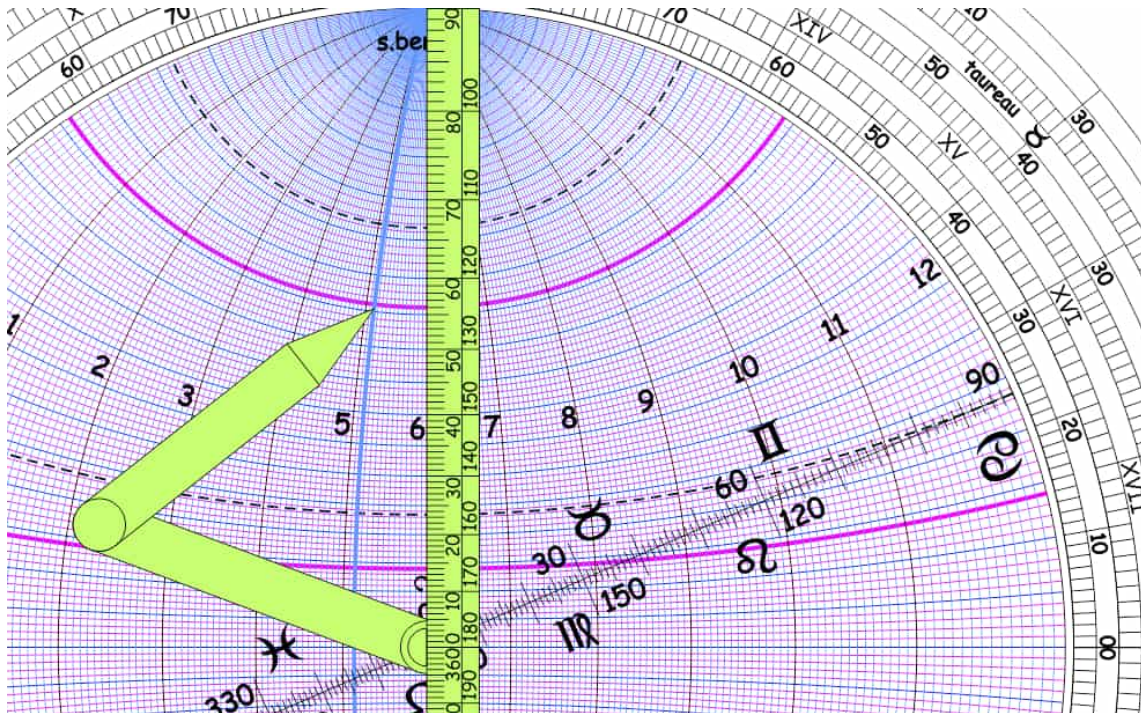


On **repère** le parallèle sur lequel se trouvera la pointe du bras articulée. On trouve $\delta = -3^\circ$

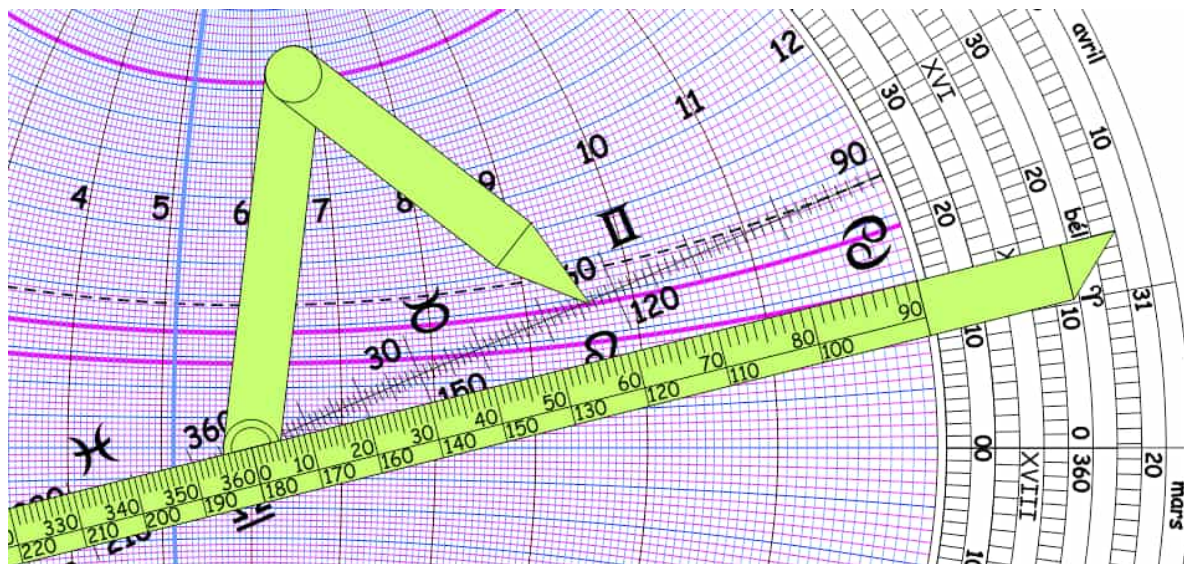
Nous sommes dans le cas où $\delta < \delta_2$

Donc on repositionnera la règle selon l'axe des pôles et on déplacera la pointe du bras articulé sur le parallèle correspondant à l'écart angulaire mais vers la gauche.

Après tâtonnement on trouve le méridien indiqué ci-dessous:

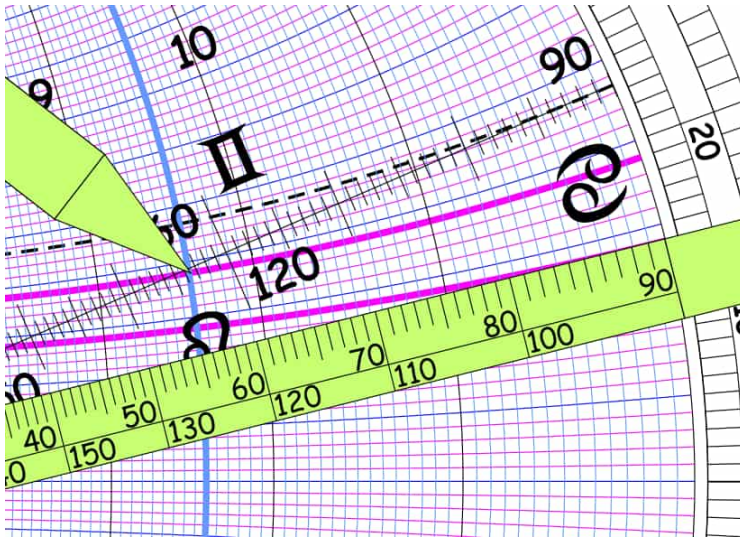


On pivote de nouveau la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le point correspondant à l'étoile 1.



La pointe indique le parallèle de $\delta = 19^\circ$, ce qui correspond bien à $\delta_2 = 19^\circ$.

On lit alors la différence d'ascension droite qui est de 02h24 puisqu'elle est mesurée depuis le méridien de 12h00.

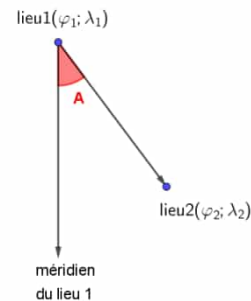


Donc $\alpha_2 - \alpha_1 = 2h24$ soit $\alpha_2 = \alpha_1 + 2h24$ donc $\alpha_2 = 14h14$. Nous sommes bien dans le 3^{ème} quadrant puisque 14h14 correspond à 213,5°.

Usage XXX : en un lieu donné, comment trouver l'azimut d'un autre lieu ?

Autrement dit, ce problème consiste à déterminer l'azimut d'un lieu par rapport à un autre lieu. C'est un problème bien connu des musulmans qui recherchent la direction de la Qibla dans le désert pour prier.

On cherchera l'azimut du lieu 2 par rapport au lieu 1.



Méthode :

Trouver les coordonnées géographiques des deux lieux, c'est-à-dire la latitude géographique et la longitude géographique

lieu 1 : (latitude φ_1 ; longitude λ_1) lieu 2 : (latitude φ_2 ; longitude λ_2)

Calculer, en degré, la différence de longitude $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Si $\Delta\lambda < 0$ alors l'azimut est négatif ($A < 0$) et le lieu 2 sera à l'est du lieu 1.

Si $\Delta\lambda > 0$ alors l'azimut est positif ($A > 0$) et le lieu 2 sera à l'ouest du lieu 1.

Le cercle méridien de 12h00 servira de méridien pour le lieu 1

Repérer sur ce cercle méridien le parallèle correspondant à φ_1 .

On aura ainsi repérer la position du lieu 1.

Repérer à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à $|\Delta\lambda|$.

Repérer sur le méridien trouvé précédemment, le parallèle correspondant à φ_2 .

On aura ainsi repérer la position du lieu 2.

Pivoter la règle centrale de l'astrolabe afin que le biseau de cette règle passe par le lieu 1 et positionner la pointe du bras articulé sur le lieu 2.

Pivoter la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre pour la positionner verticalement.

Repérer le méridien indiqué par la pointe du bras articulé.

Compter le nombre de méridien entre le méridien de midi et le méridien repéré précédemment.

Ce nombre indiquera l'azimut du lieu 2 par rapport au lieu 1 .

Exemple 1 : nous sommes à Paris (lieu 1) et on cherche la direction de Rome (lieu 2).

Les coordonnées géographiques des deux villes sont :

Paris : $\varphi_1 = 48,8^\circ \text{ N} \approx 49^\circ \text{ N}$ $\lambda_1 = 2,3^\circ \text{ E} = -2,3^\circ$

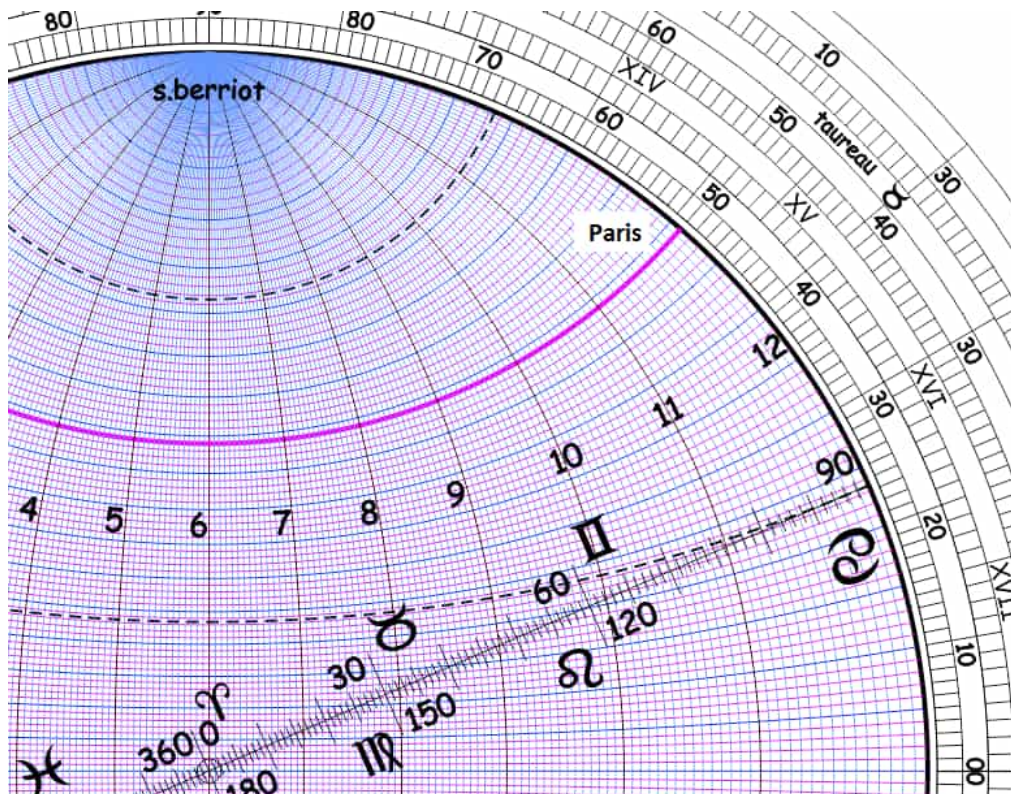
Rome : $\varphi_2 = 41,9^\circ \text{ N} \approx 42^\circ \text{ N}$ $\lambda_2 = 12,5^\circ \text{ E} = -12,5^\circ$

On calcule $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

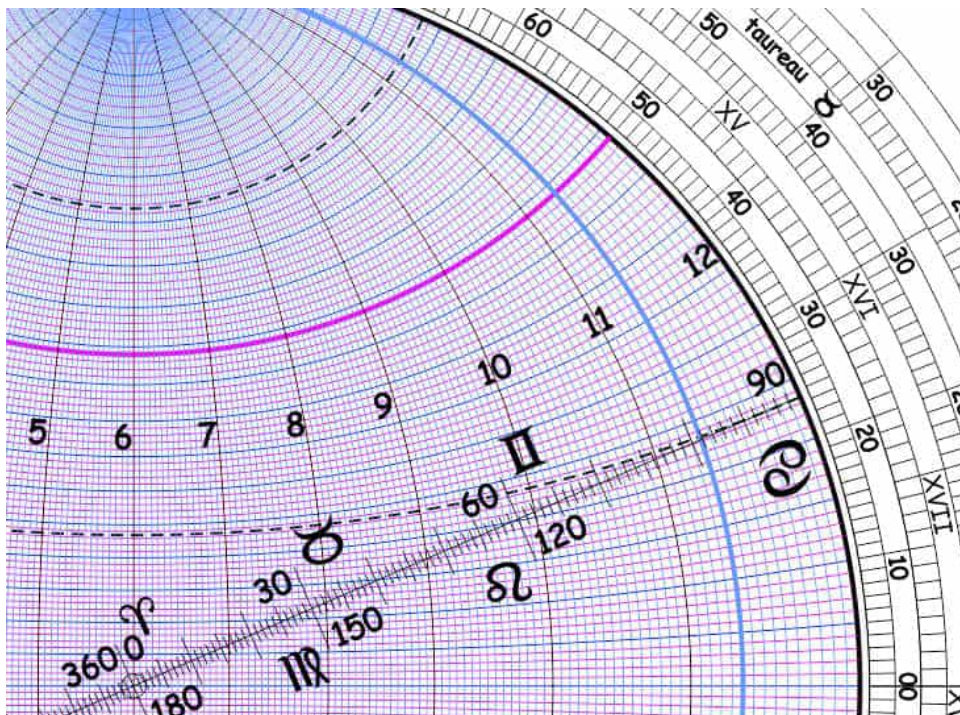
$\Delta\lambda = -12,5 - (-2,3) = -10,2$ d'où $\Delta\lambda = -10,2^\circ \approx -10^\circ$

Sachant que $\Delta\lambda < 0$ alors Rome est à l'est de Paris.

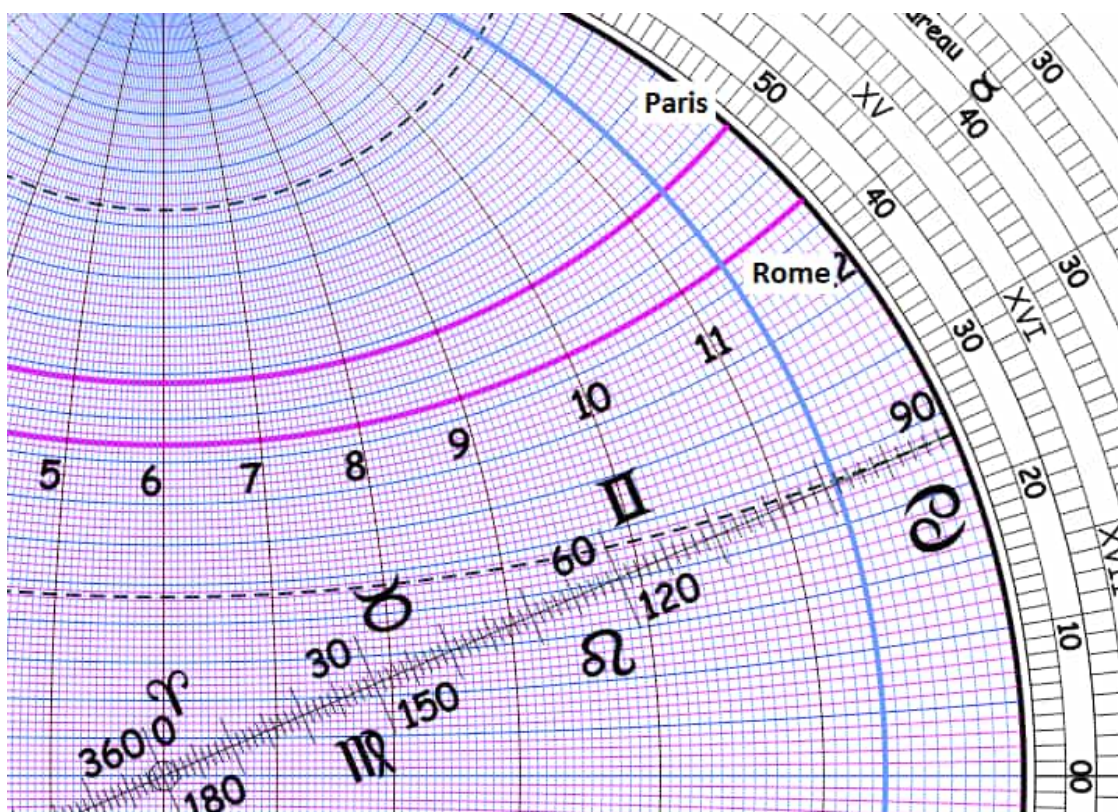
On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle correspondant à la latitude de Paris : $\varphi_1 = 49^\circ$. On repère ainsi la position de Paris.



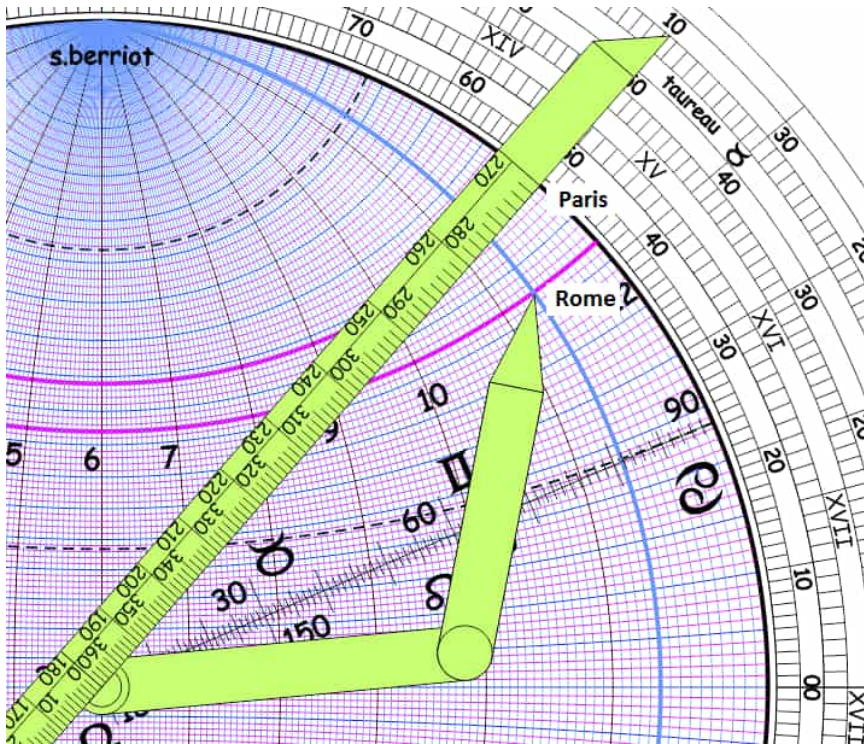
On repère à partir du méridien de 12h00 le méridien correspondant à $|\Delta\lambda|$ soit 10° .



Sur ce méridien, on repère le parallèle correspondant à $\varphi_2 \approx 42^\circ\text{N}$. On aura ainsi repéré la ville de Rome.

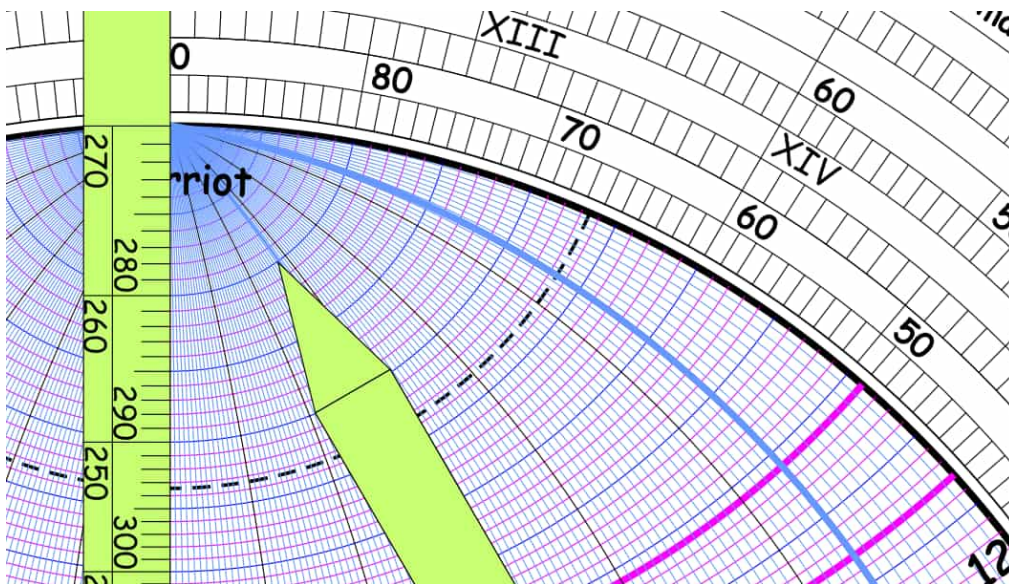


On pivote la règle afin que le biseau de la règle passe par Paris et on positionne la pointe du bras articulé sur la ville de Rome.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre afin de la positionner verticalement.

On repère le méridien passant par la pointe du bras articulé.



Entre le méridien de 12h00 et le méridien repéré précédemment il y a 48° .

Donc la direction de Rome fait un angle de 48° vers le Sud Est avec le méridien de Paris.

Exemple 2 : les musulmans prient en se tournant vers la Qibla, c'est-à-dire dans la direction de la Mecque (en Arabie Saoudite). Quelle est la direction de la Qibla par rapport à Paris ?

Les coordonnées géographiques des deux villes sont :

Paris : $\varphi_1 = 48,8^\circ \text{ N} \approx 49^\circ \text{ N}$ $\lambda_1 = 2,3^\circ \text{ E} = -2,3^\circ$

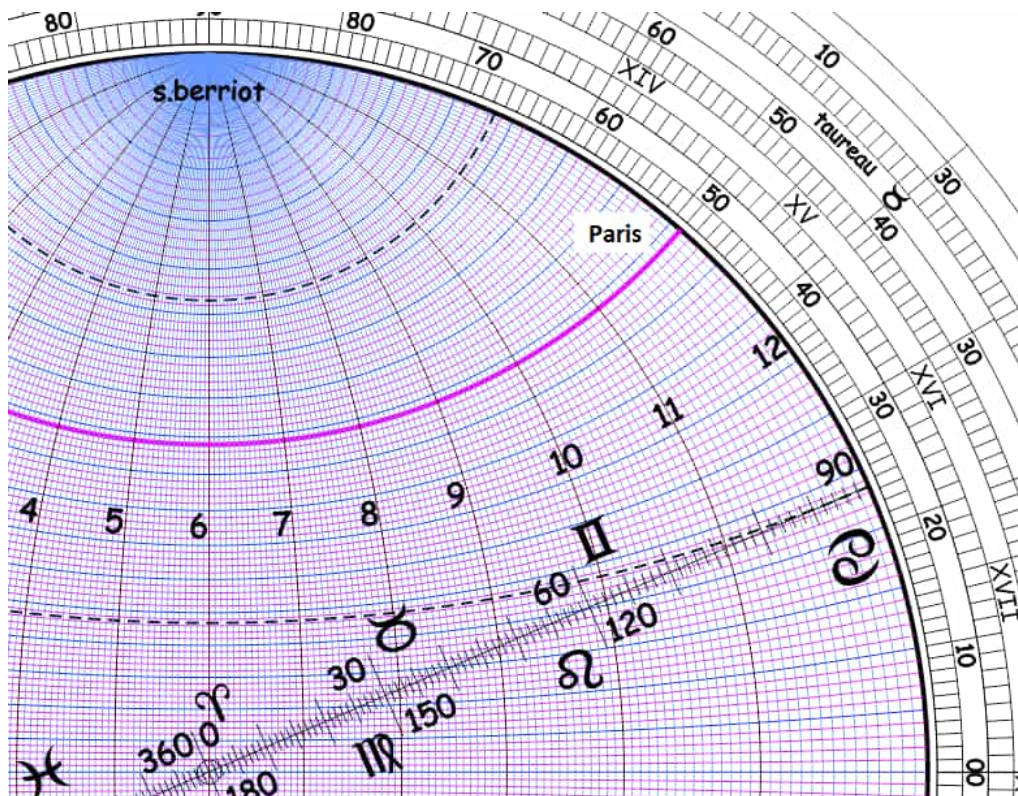
La Mecque : $\varphi_2 = 21,45^\circ \text{ N} \approx 22^\circ \text{ N}$ $\lambda_2 = 39,81^\circ \text{ E} = -39,81^\circ$

On calcule $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

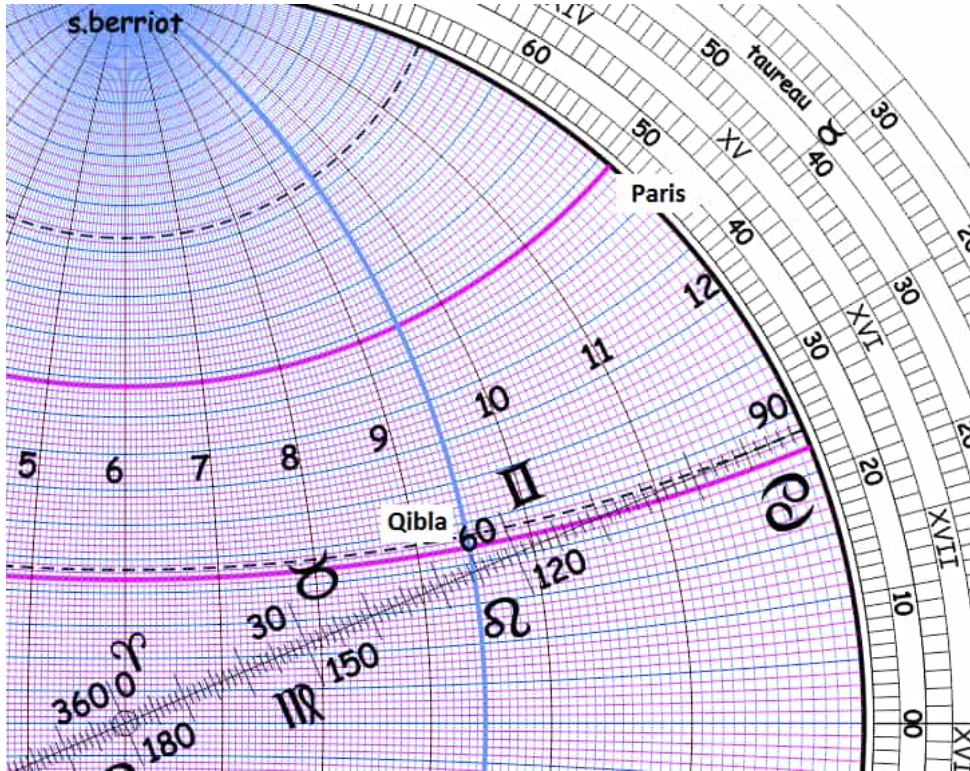
$\Delta\lambda = -39,81 - (-2,3) = -37,51$ d'où $\Delta\lambda = -37,51^\circ \approx -38^\circ$

Sachant que $\Delta\lambda < 0$ alors la Qibla est à l'est de Paris.

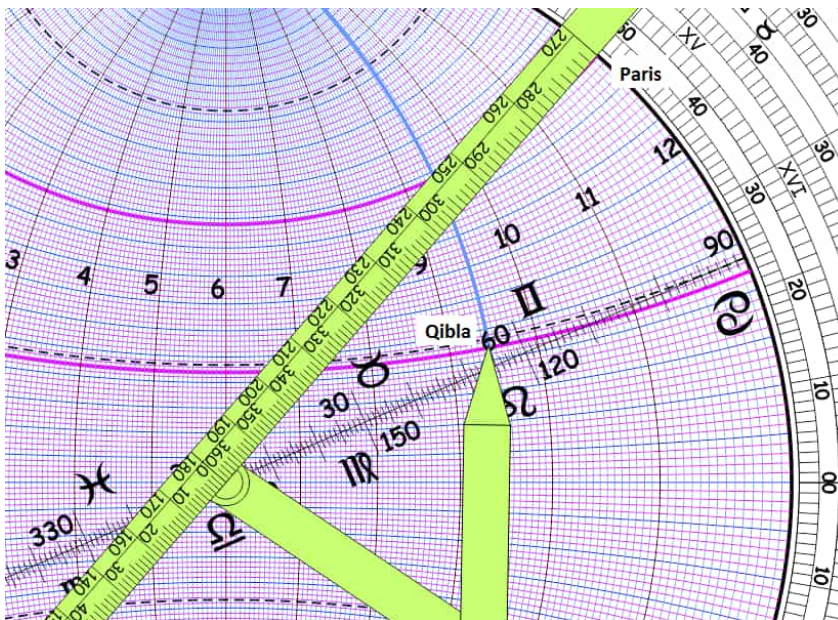
On repère sur le méridien de 12h00 le parallèle correspondant à la latitude de Paris : $\varphi_1 = 49^\circ$. On repère ainsi la position de Paris.



On repère à partir du méridien de 12h00 le méridien correspondant à $|\Delta\lambda|$ soit 38° .

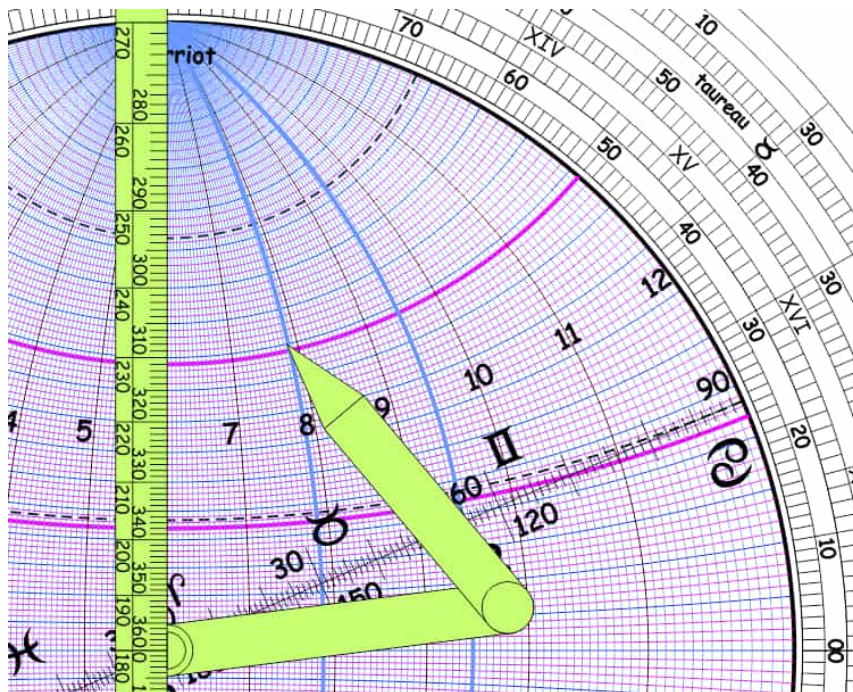


On pivote la règle afin que le biseau de la règle passe par Paris et on positionne la pointe du bras articulé sur la Qibla.



On pivote la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre afin de la positionner verticalement.

On repère le méridien passant par la pointe du bras articulé.



Entre le méridien de 12h00 et le méridien repéré précédemment il y a 62°.

Donc la direction de la Qibla fait un angle de 62° vers le Sud Est avec le méridien de Paris.

Usage XXXI : A une latitude donnée et à une heure solaire donnée, comment trouver les coordonnées équatoriales (ascension droite et déclinaison) ainsi que les coordonnées écliptiques (longitude et latitude) d'une comète ?

Remarque : dans cet usage, on se place dans le cas où la comète est visible à l'œil nu.

Méthode :

Déterminer à partir de l'usage XXIV l'ascension droite α_m du point de l'écliptique passant au méridien à l'heure solaire de l'observation.

Déterminer à partir des usages XII la hauteur h et l'azimut A de la comète à l'heure solaire de l'observation.

Positionner la règle horizontalement.

Positionner la pointe du bras articulé sur les coordonnées horizontales (h ; A) de la comète.

Pivoter la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Repérer le méridien et le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

Le parallèle indiquera la déclinaison δ_c de la comète.

Le méridien indiquera l'angle horaire H_c de la comète.

Pour déterminer l'ascension droite α_c la comète, on appliquera la formule suivante :

$$\alpha_c = \alpha_m - H_c$$

Remarque : si la comète est étendue, on pourra appliquer cette méthode aux deux extrémités de la comète

Exemple : le 16 Décembre 2018 la comète 46P/Wirtanen est passée au plus près de la terre.

En observant la comète à 22h00 solaire et à la latitude de 49° , quelles étaient les coordonnées équatoriales de la comète ?

En appliquant l'usage XXIV, le 16 Décembre 2018 le point de l'écliptique qui passe au méridien à 22h00 solaire a pour ascension droite $\alpha_m = 03^h30$.

D'après l'usage XII la hauteur de la comète à cette heure solaire est $h = 63^\circ$

D'après l'usage XII l'Azimut de la comète à cette heure solaire est $A = 7^\circ$ Est soit $A = -7^\circ$

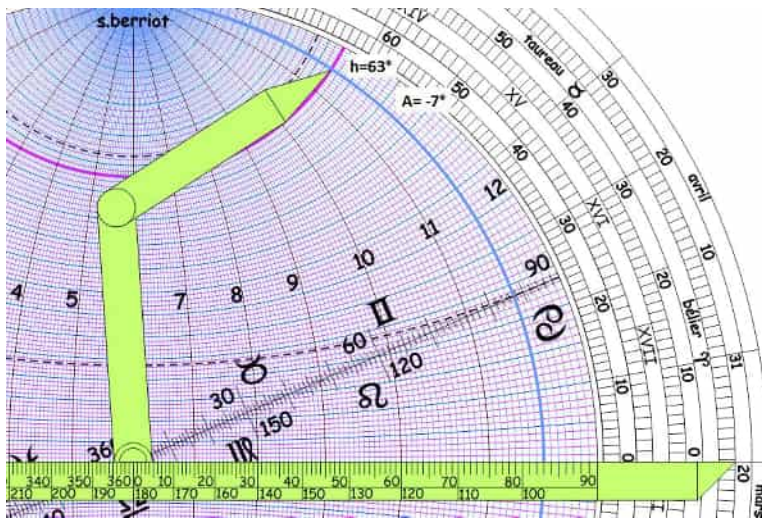
Les mesures ont été effectuées avant le passage de la comète au méridien.

On repère sur l'astrolabe le point de coordonnées A et h.

A = 7° E est repéré par le méridien 7° à partir du méridien de midi.

h=63° est repéré par le parallèle de 63°.

On place la règle horizontalement et on positionne la pointe du bras articulé sur le point de coordonnées (A ; h)

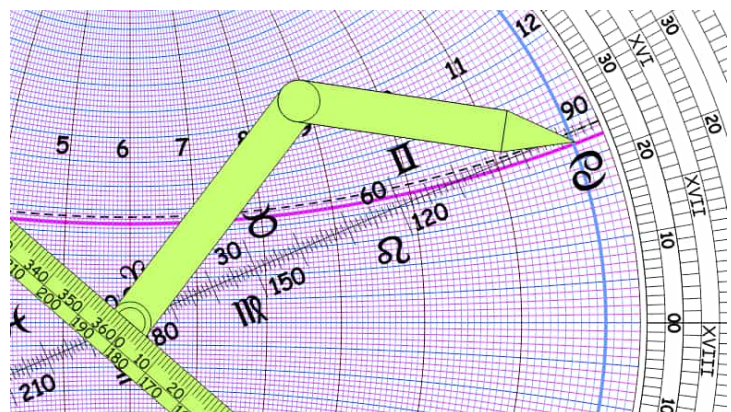


On pivote la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de 41°.

On repère le méridien et le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

Le parallèle indique la déclinaison δ_c de la comète. $\delta_c = 22^\circ$

Le méridien indique l'angle horaire H_c de la comète. $H_c = -00h16min$ puisque les mesures ont été faites avant le passage de la comète au méridien.



On détermine l'ascension droite α_c la comète, on appliquera la formule suivante :

$$\alpha_c = \alpha_m - H_c$$

$$\alpha_c = \alpha_m - H_c = 3h30 - (-00h16) = 3h46$$

Usage XXXII : comment déterminer les angles que fait le méridien avec le méridien et les autres cercles horaires ?

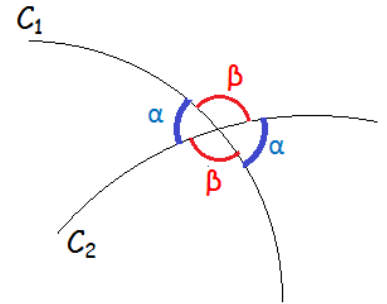
Dans cet usage, Nicolas bion commence par faire un rappel de géométrie et un rappel de cosmographie.

Rappel de géométrie

Si deux grands arcs de cercles C_1 et C_2 appartenant à la sphère céleste s'entrecoupent, alors ils forment 4 angles dont :

- Les deux angles opposés sont égaux
- La somme de deux angles voisins fait 180° $\alpha + \beta = 180^\circ$

Par conséquent, il suffit d'en connaître un pour les connaître tous.



Rappel de cosmographie

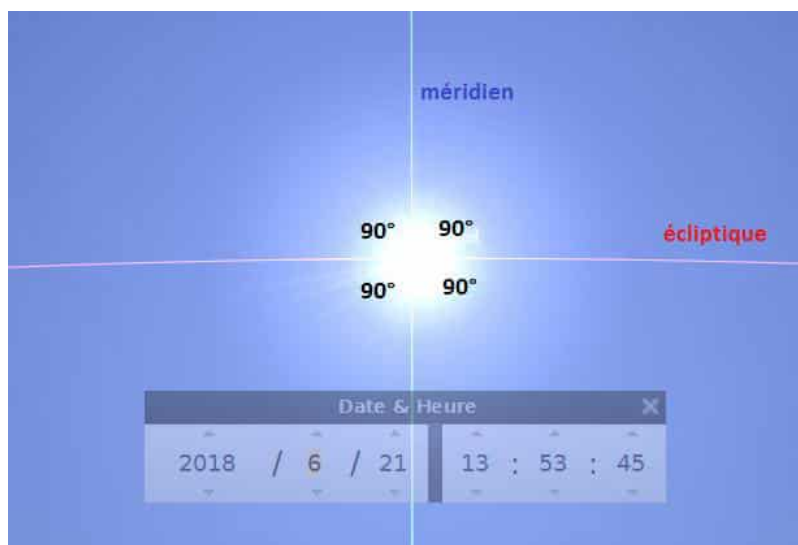
On s'intéresse ici aux angles formés par l'écliptique et le méridien lorsqu'un point de l'écliptique passe au méridien.

Cas 1 : les points solsticiaux passent au méridien

Lorsque le point de l'écliptique de longitude 90° , c'est-à-dire le début du signe du cancer ☊ est au méridien alors l'écliptique forme quatre angles droits avec le méridien.

Lorsque le point de l'écliptique de longitude 270° , c'est-à-dire le début du signe du capricorne ☋ est au méridien alors l'écliptique forme quatre angles droits avec le méridien

Exemple : le 21 juin, le point de l'écliptique tel que $\lambda = 90^\circ$ passe au méridien.

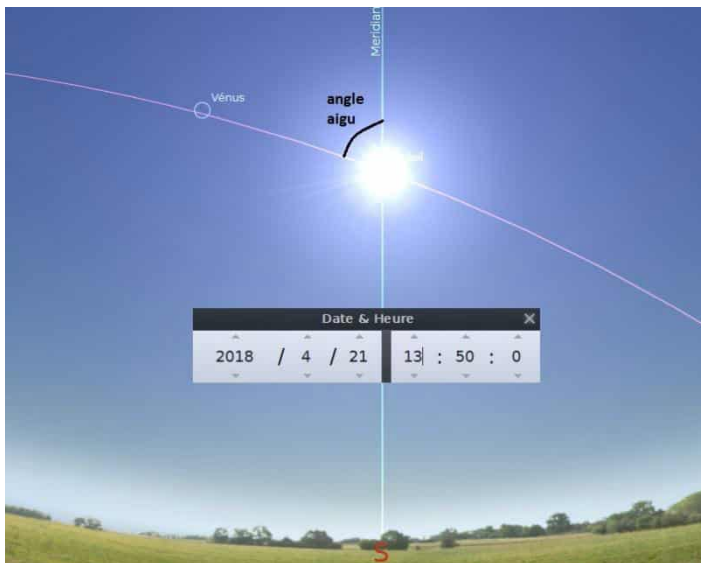


Cas 2 : le point de l'écliptique compris entre le solstice d'hiver et le solstice d'été passe au méridien.

Entre l'écliptique et le méridien, il se forme deux angles aigus et deux angles obtus.

Tous les degrés de l'écliptique compris entre le solstice d'hiver ($\lambda=270^\circ$) et le solstice d'été ($\lambda = 90^\circ$) forment un angle aigu entre le méridien septentrional (côté nord) et l'écliptique du côté Est.

Exemple : le 21 Avril lorsque le soleil est à la longitude $\lambda=31^\circ$

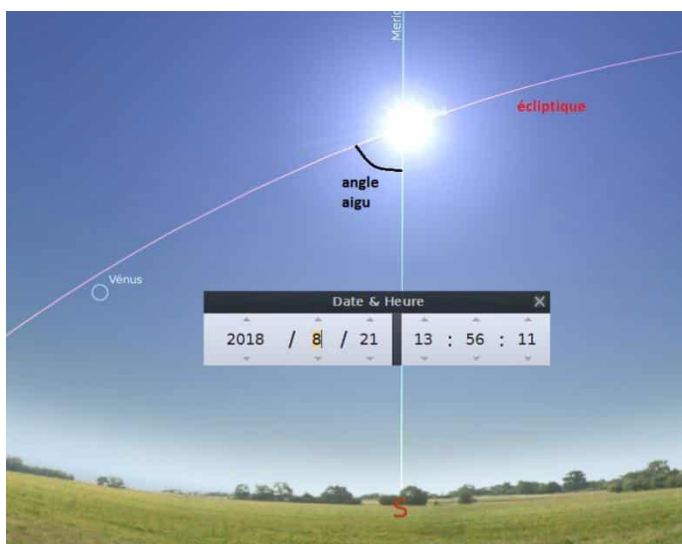


Cas 3 : le point de l'écliptique compris entre le solstice d'été et le solstice d'hiver passe au méridien.

Comme dans le cas 2, entre l'écliptique et le méridien, il se forme deux angles aigus et deux angles obtus.

Tous les degrés de l'écliptique compris entre le solstice d'été ($\lambda = 90^\circ$) et le solstice d'hiver ($\lambda=270^\circ$) forment un angle aigu entre le méridien et l'écliptique du côté Est.

Exemple : le 21 Août lorsque le soleil est à la longitude $\lambda=148^\circ$



Pour cet usage, Nicolas bion propose trois méthodes.

Ce sont des méthodes qui permettent de déterminer l'angle entre le méridien et l'écliptique du côté est.

Méthode 1 :

Repérer à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à λ

Repérer le parallèle du cercle polaire. Il a pour latitude $90 - \varepsilon$ soit $66,56^\circ$ en prenant $\varepsilon = 23,44^\circ$

Repérer le point d'intersection entre le méridien et parallèle du cercle polaire.

Pivoter la règle afin que le biseau de la règle passe par le point repéré précédemment.

Lire l'inclinaison sur les graduations extérieures.

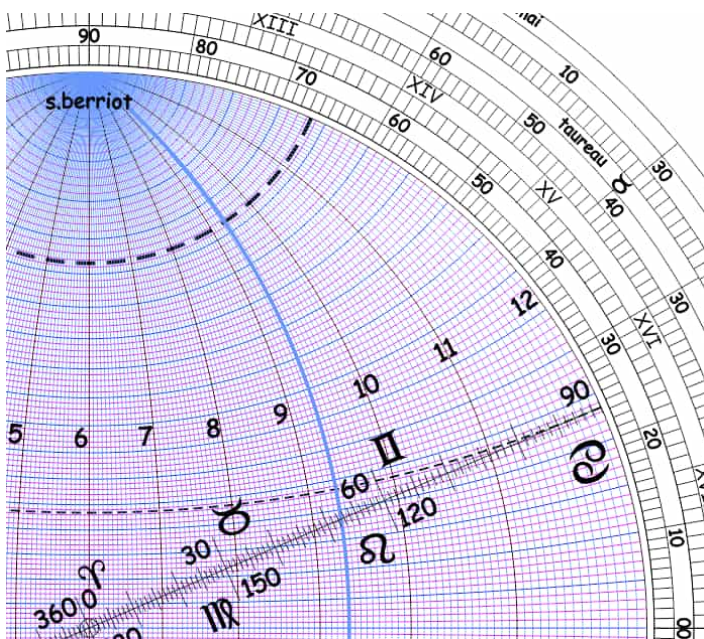
Exemple 1 : quel est l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est, lorsque le point de longitude écliptique $\lambda = 40^\circ$ est au méridien ?

Le point de l'écliptique a pour longitude $\lambda = 40^\circ$, donc nous sommes dans le cas n°2 et par conséquent il y a un angle aigu entre le méridien septentrional (côté nord) et l'écliptique du côté Est

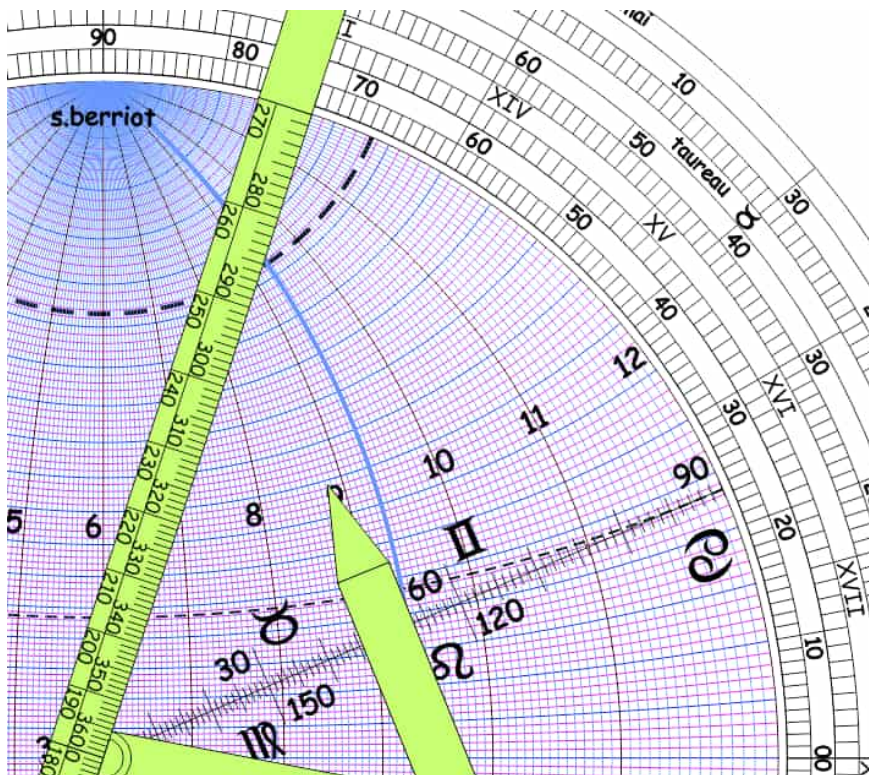
On repère à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à $\lambda = 40^\circ$.

On repère le parallèle du cercle polaire.

On repère le point d'intersection entre le méridien et le parallèle du cercle polaire.



On pivote la règle afin que le biseau de la règle passe par le point repéré précédemment.

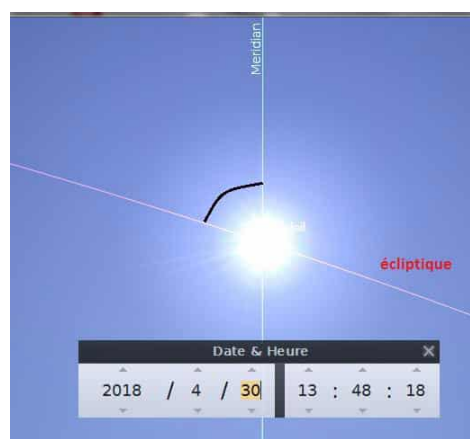


On lit la valeur de l'inclinaison sur les graduations en hauteur. On trouve 72°.

Il y a un angle aigu de 72° entre le méridien septentrional (côté nord) et l'écliptique du côté Est.

On peut vérifier qu'il s'agit bien d'un angle aigu en utilisant un logiciel.

Prenons le jour de l'année où le soleil est à cette longitude c'est-à-dire le 30 Avril. **Il y a un angle aigu entre le méridien septentrional (côté nord) et l'écliptique du côté Est lorsque le soleil passe au méridien.**



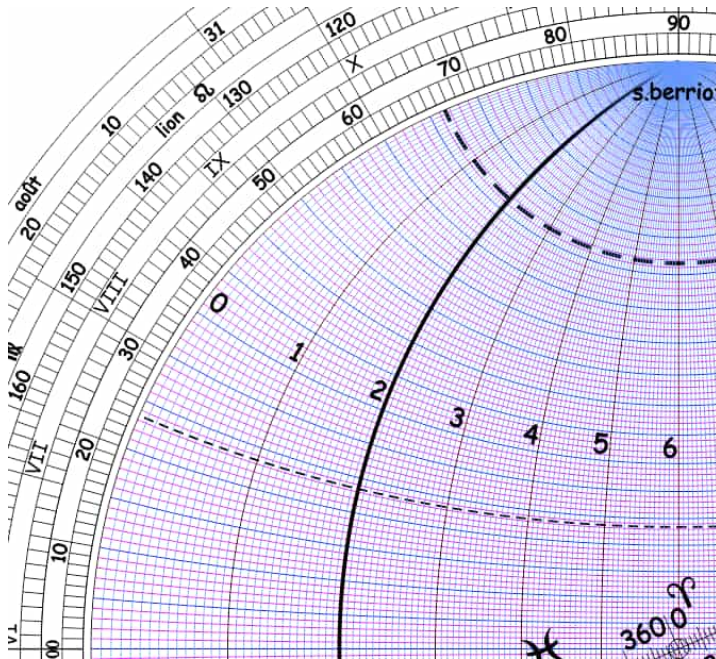
Exemple 2 : quel est l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est, lorsque le point de longitude éclipse $\lambda = 210^\circ$ est au méridien ?

Le point de l'écliptique a pour longitude $\lambda = 210^\circ$, donc nous sommes dans le cas n°3 et par conséquent il y a un angle aigu entre le méridien et l'écliptique du côté Est

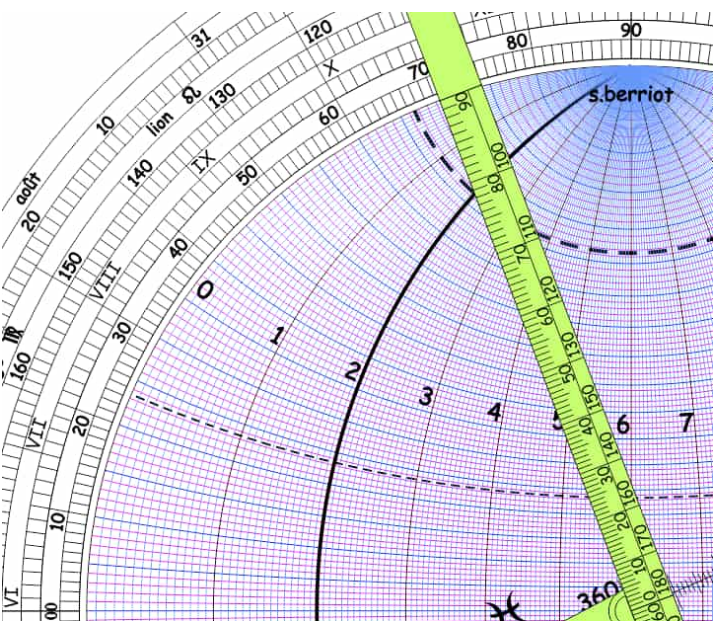
On repère à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à $\lambda = 210^\circ$.

On repère le parallèle du cercle polaire.

On repère le point d'intersection entre le méridien et le parallèle du cercle polaire.



On pivote la règle afin que le biseau de la règle passe par le point repéré précédemment.

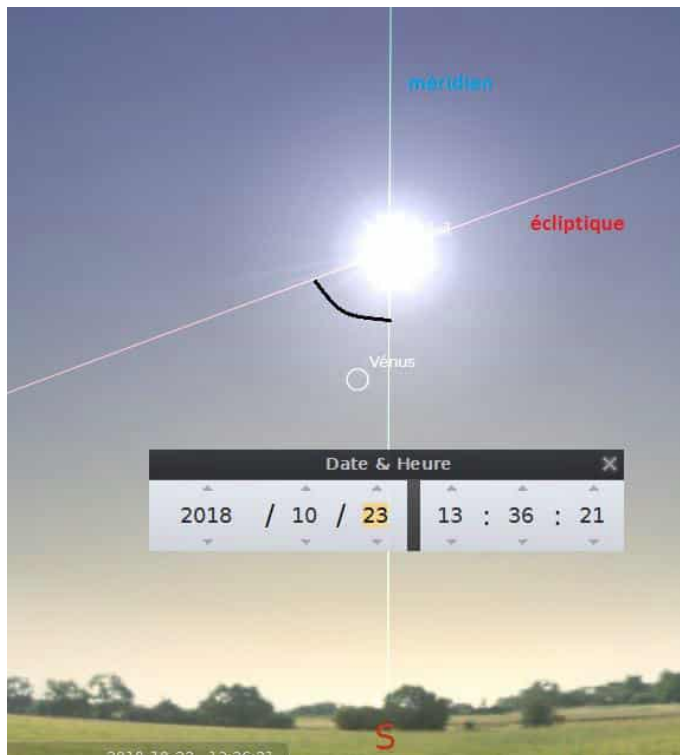


On lit la valeur de l'inclinaison sur les graduations en hauteur. On trouve environ **70°**.

Il y a un angle aigu d'environ 70° entre le méridien et l'écliptique du côté Est.

On peut vérifier qu'il s'agit bien d'un angle aigu en utilisant un logiciel.

Prenons le jour de l'année où le soleil est à cette longitude c'est-à-dire le 23 Octobre. Il y a un angle aigu entre le méridien et l'écliptique du côté Est lorsque le soleil passe au méridien.



Méthode 2 :

Repérer le parallèle du cercle polaire. Il a pour latitude $90 - \varepsilon$ soit $66,56^\circ$ en prenant $\varepsilon = 23,44^\circ$

Déterminer en utilisant l'**usage II**, la déclinaison δ du point de l'écliptique.

Repérer sur la règle et à partir du bord de la règle la graduation correspondant à $|\delta|$.

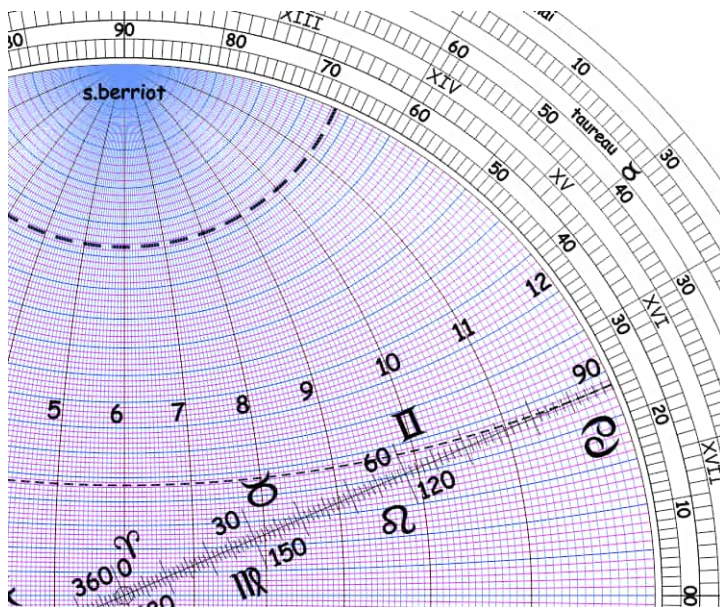
En effet la graduation 90° ou 270° selon le bord correspond à 0° en déclinaison, la graduation 80° ou 260° correspond à la graduation $+10^\circ$ ou -10° en déclinaisonetc.

Pivoter la règle afin que la graduation repérée sur la règle coupe le parallèle du cercle polaire

Lire l'inclinaison sur les graduations extérieures.

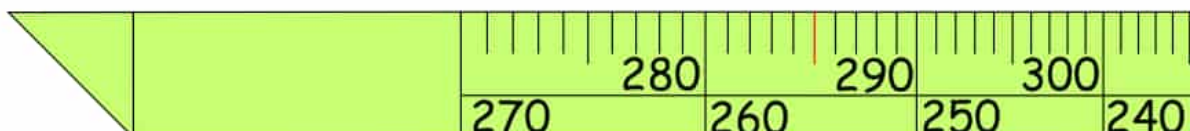
Exemple 1 : quel est l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est, lorsque le point de longitude éclipse $\lambda = 40^\circ$ est au méridien ?

On repère le parallèle du cercle polaire.

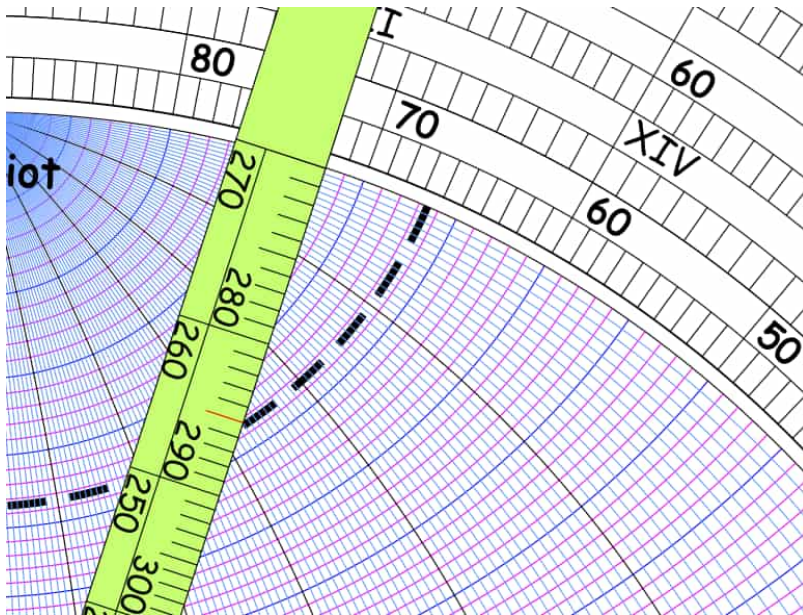


D'après l'**usage II**, la déclinaison du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 40^\circ$ est de $\delta = +15^\circ$

On repère cette déclinaison sur la règle à partir de la graduation 270° .



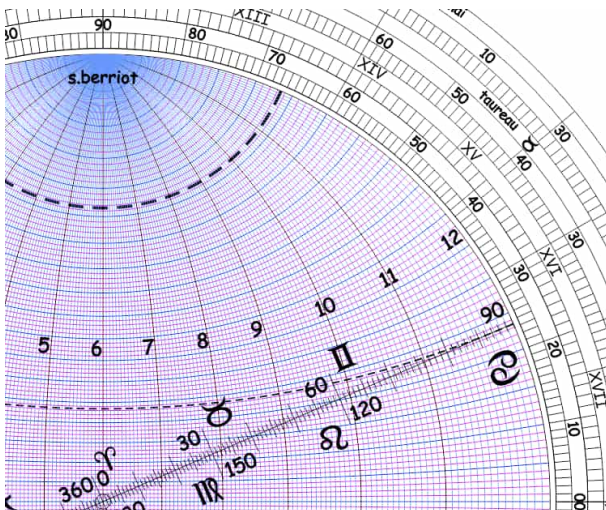
On pivote la règle afin que la graduation repérée sur la règle coupe le parallèle du cercle polaire



On lit la valeur de l'inclinaison sur les graduations en hauteur. On trouve 72° comme dans la méthode 1.

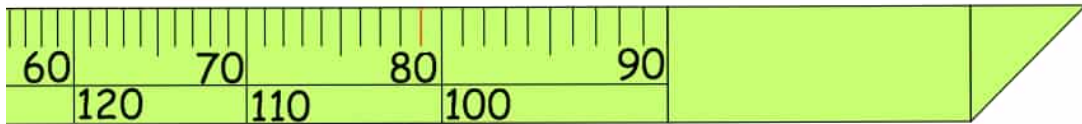
Exemple 2 : quel est l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est, lorsque le point de longitude écliptique $\lambda = 210^\circ$ est au méridien ?

On repère le parallèle du cercle polaire.

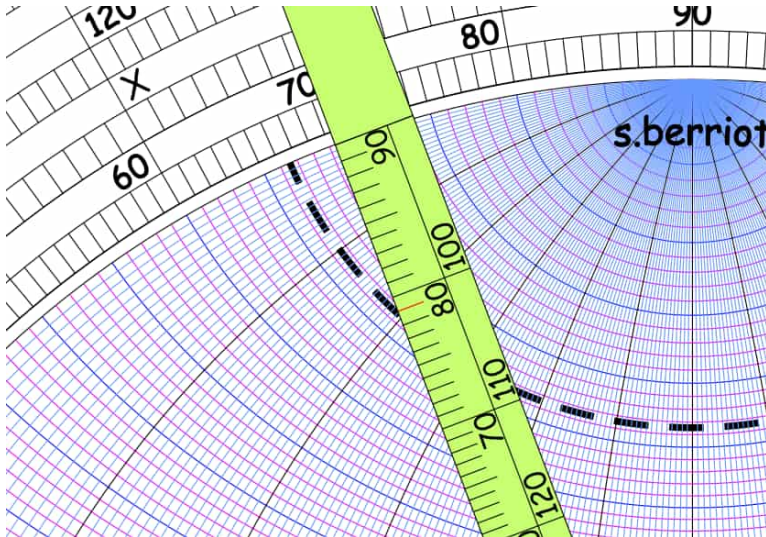


D'après l'usage II, la déclinaison du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 210^\circ$ est de $\delta = -11^\circ$

On repère cette déclinaison sur la règle à partir de la graduation 90° .



On pivote la règle afin que la graduation repérée sur la règle coupe le parallèle du cercle polaire



On lit la valeur de l'inclinaison sur les graduations en hauteur. On trouve environ **70°** comme dans la méthode 1.

Méthode 3 :

Déterminer en utilisant l'usage VII, l'ascension droite α du point de l'écliptique de longitude λ

Repérer le parallèle correspondant à cette ascension droite α .

Repérer sur la règle la graduation correspondant à la longitude écliptique λ .

Pivoter la règle jusqu'à ce que le point de la règle coupe le parallèle

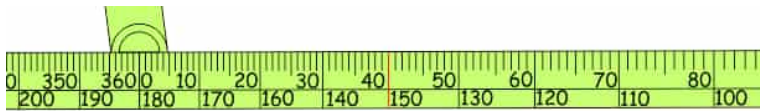
Lire l'inclinaison sur les graduations extérieures.

Exemple 1 : quel est l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est, lorsque le point de longitude écliptique $\lambda = 40^\circ$ est au méridien ?

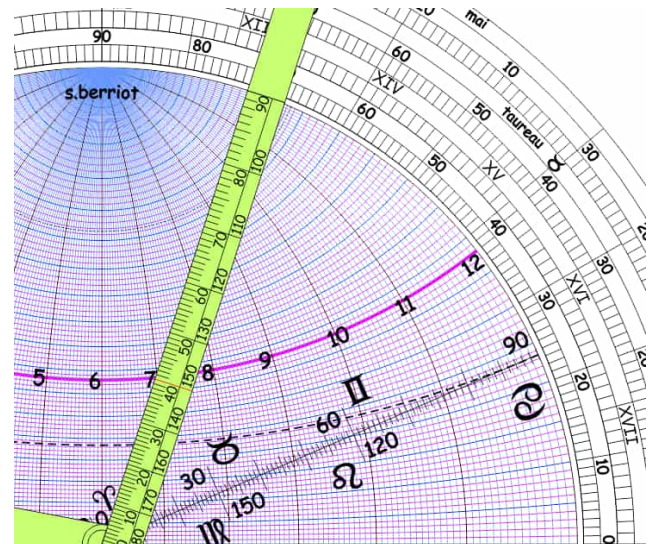
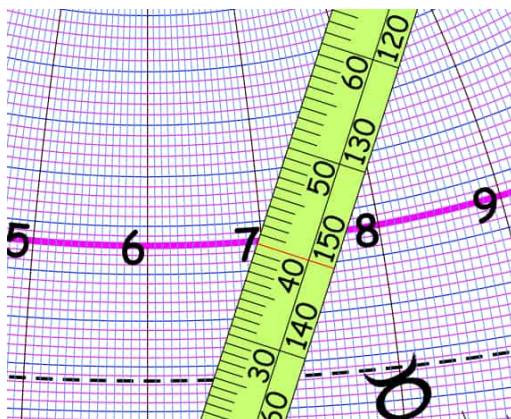
En utilisant l'usage VII, l'ascension droite du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 40^\circ$ est environ $\alpha = 38^\circ$

On repère le parallèle correspondant à cette ascension droite.

On repère sur la règle la graduation de longitude écliptique $\lambda = 40^\circ$.



On pivote la règle jusqu'à ce que la graduation de λ coupe le parallèle.

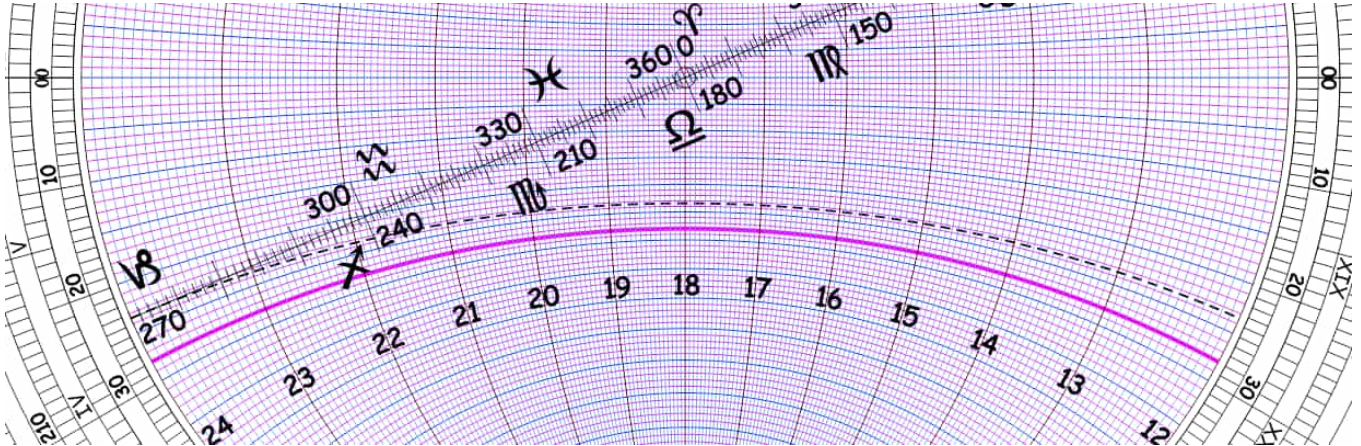


On lit alors avec la règle une inclinaison de 72° . En effet sur le dessin on observe qu'il reste 8° avant 80° .

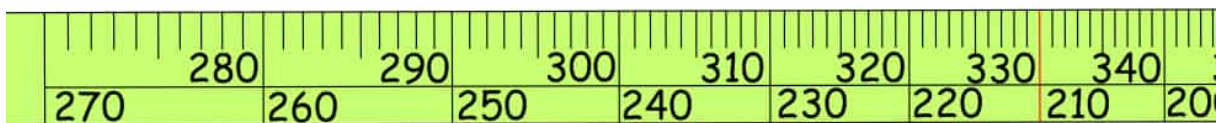
Exemple 2 : quel est l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est, lorsque le point de longitude écliptique $\lambda = 210^\circ$ est au méridien ?

En utilisant l'usage VII, l'ascension droite du point de l'écliptique de longitude $\lambda = 210^\circ$ est de $\alpha = 208^\circ$

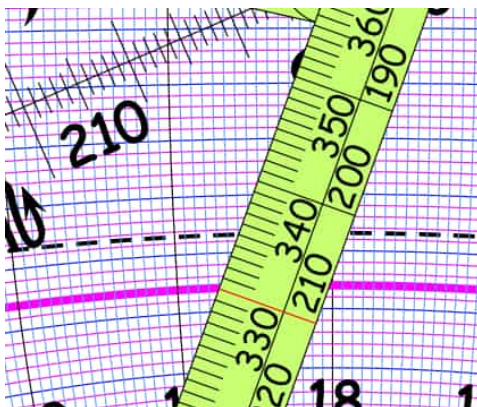
On repère le parallèle correspondant à cette ascension droite.



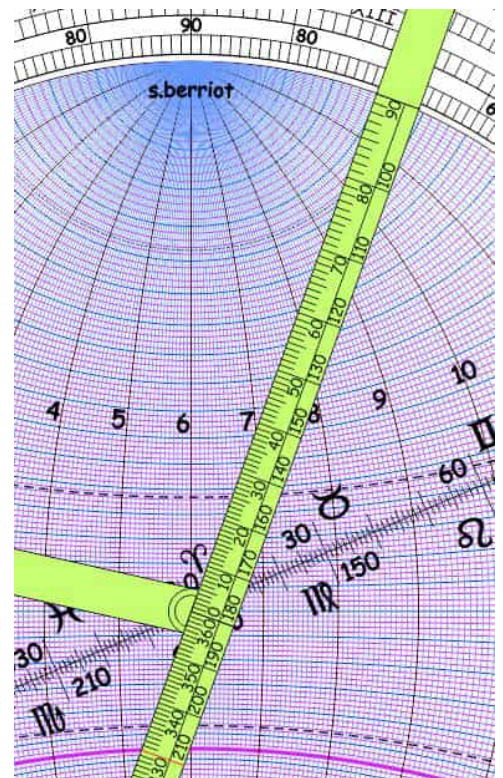
On repère sur la règle la graduation de longitude écliptique $\lambda = 210^\circ$.



On pivote la règle jusqu'à ce que la graduation de λ coupe le parallèle.



On lit alors avec la règle une inclinaison de 70° . En effet sur le dessin on observe qu'il reste environ 10° avant 80° .



Usage XXXIII : A une latitude donnée, un jour donné et à une heure solaire donnée, quel point de l'écliptique se lève et quel point de l'écliptique se couche ?

Ce problème se résout en différentes étapes

Méthode :

Déterminer en utilisant l'usage XXIV, le point de l'écliptique M passant au méridien.

Déterminer en utilisant l'usage XXXII, l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est I .

Déterminer en utilisant l'usage IV, la hauteur méridienne h_m du point de l'écliptique M passant au méridien.

Déterminer, en degrés, l'arc de l'écliptique \widehat{AM} compris entre le point de l'écliptique A qui se lève et celui qui passe au méridien, c'est-à-dire le point M.

Pour cela, utiliser les valeurs de la hauteur méridienne h_m et de l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est I .

Repérer à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à I .

Repérer depuis le pôle nord de l'équateur la graduation extérieure correspondant à h_m

Positionner le biseau de la règle sur cette graduation.

Repérer le point d'intersection entre le biseau de la règle et le méridien correspondant à I .

Repérer le parallèle passant par ce point d'intersection.

Déterminer la valeur de l'arc \widehat{AM} en comptant le nombre de degrés entre l'un des deux pôles et le parallèle repéré précédemment selon la règle suivante :

Si la date de la mesure est comprise entre le solstice d'hiver ($\lambda=270^\circ$) et le solstice d'été ($\lambda=90^\circ$), on mesurera \widehat{AM} par rapport au pôle sud.

Si la date de la mesure est comprise entre le solstice d'été ($\lambda=90^\circ$) et le solstice d'hiver ($\lambda=270^\circ$), on mesurera \widehat{AM} par rapport au pôle Nord.

Calculer la longitude écliptique du point qui se lève en appliquant la formule $\lambda_{\text{lever}} = \lambda + \widehat{AM}$.

On ramènera cet angle entre 0° et 360° si nécessaire.

Calculer la longitude écliptique du point de l'écliptique qui se couche en ajoutant ou en retranchant 180° à λ_{lever}

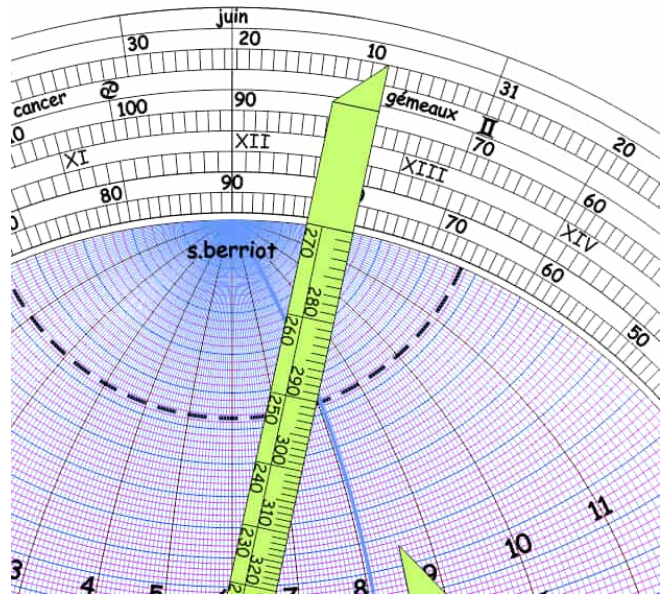
Exemple 1 : le 18 Février à 10h00 solaire, à la latitude de 49° , quel point de l'écliptique se lève ?

D'après l'usage XXIV, le point de l'écliptique M passant au méridien a pour longitude écliptique $\lambda_m = 301^\circ$.

On utilise la méthode 1 de l'usage XXXII pour déterminer l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est I lorsque le point M de l'écliptique est au méridien.

on trouve $I = 78^\circ$

C'est l'angle entre le méridien septentrional (côté nord) et l'écliptique du côté Est.



On détermine en utilisant l'usage IV la hauteur méridienne h_m du point M de longitude écliptique $\lambda = 301^\circ$.

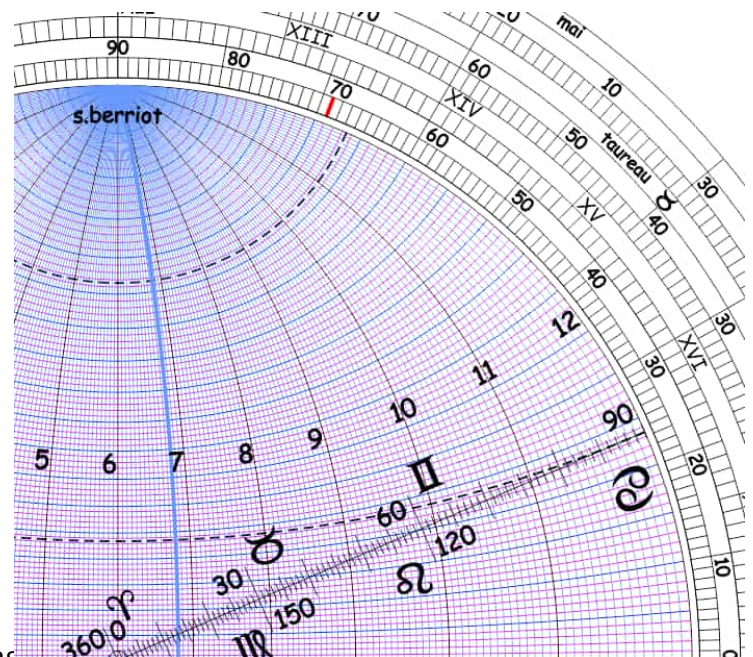
Ce point de l'écliptique a pour déclinaison $\delta = -20^\circ$. d'après l'usage II.

On trouve $h_m = 21^\circ$.

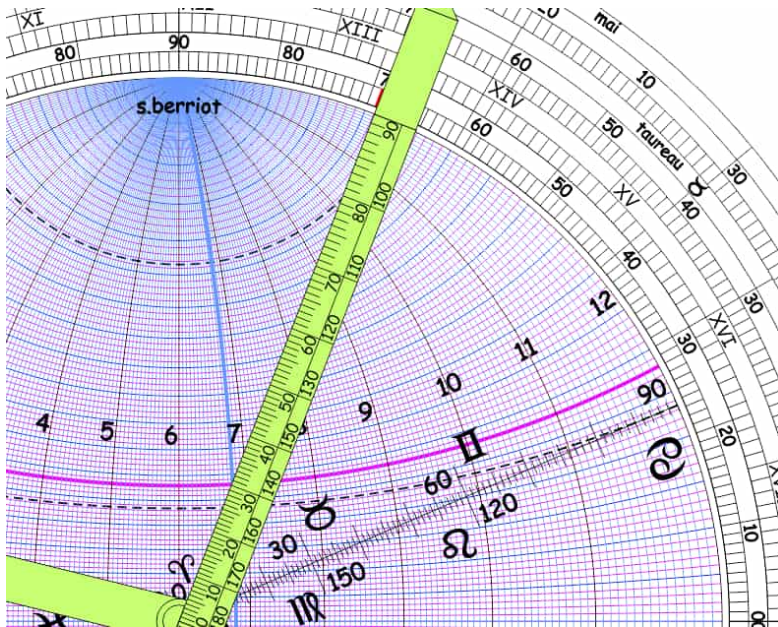
On détermine la mesure de l'arc l'arc \widehat{AM}

On repère à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à $I = 78^\circ$.

On repère depuis le pôle nord de l'équateur la graduation extérieure correspondant à $h_m = 21^\circ$



On repère le parallèle passant par ce point d'intersection.



On trouve $\widehat{AM} = 118^\circ$

On calcule la longitude éclipstique du point de l'écliptique qui se lève par la formule

$$\lambda_{\text{lever}} = \lambda + \widehat{AM}$$

$$\lambda_{\text{lever}} = 301^\circ + 118^\circ = 419^\circ \text{ soit } \lambda_{\text{lever}} = 59^\circ$$

Le point de l'écliptique qui se couche à pour longitude éclipstique $\lambda_{\text{coucher}} = 59^\circ + 180^\circ = 239^\circ$

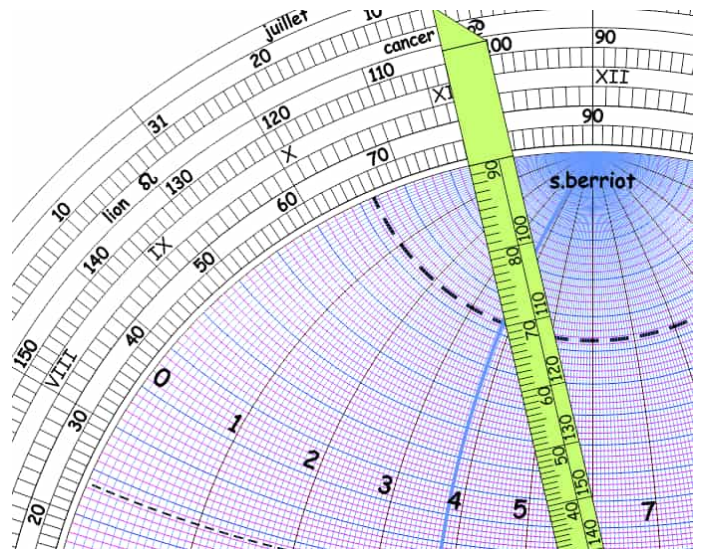
Exemple 2 : le 20 octobre à 14h00 solaire, à la latitude de 49° , quel point de l'écliptique se lève ?

D'après l'usage XXIV, le point de l'écliptique M passant au méridien a pour longitude éclipstique $\lambda_m = 237^\circ$.

On utilise la méthode 1 de l'usage XXXII pour déterminer l'angle entre l'écliptique et le méridien côté Est I lorsque le point M de l'écliptique est au méridien.

On trouve $I = 77^\circ$

C'est l'angle entre le méridien (côté sud) et l'écliptique du côté Est.



Le point de l'écliptique passant au méridien à pour déclinaison $\delta = -20^\circ$. d'après l'usage II.

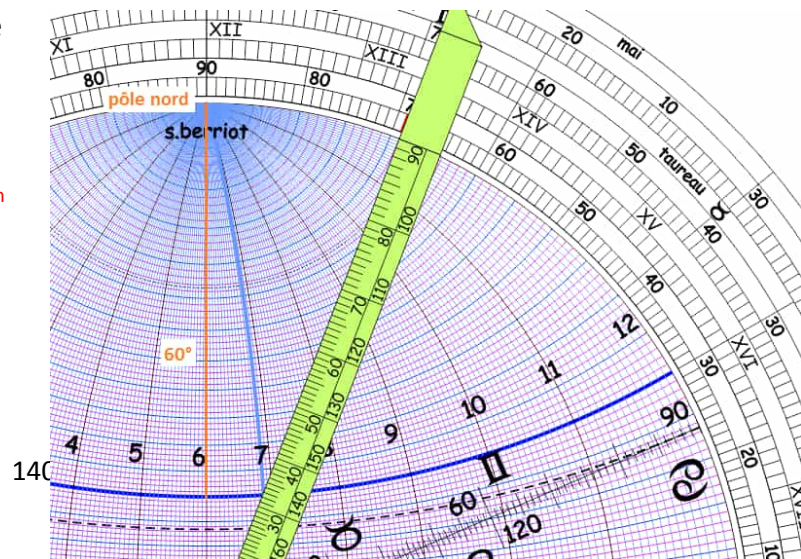
On trouve $h_m = 21^\circ$.

On détermine la mesure de l'arc l'arc \widehat{AM}

On repère à partir du méridien de 12h00, le méridien correspondant à $I = 77^\circ$.

On repère depuis le pôle nord de l'équateur la graduation extérieure correspondant à $h_m = 21^\circ$

Le 20 Octobre est compris entre le solstice d'été ($\lambda=90^\circ$) et le solstice d'hiver ($\lambda=270^\circ$)



donc on mesure \widehat{AM} entre le pole nord et le parallèle repéré précédemment.

On trouve $\widehat{AM} = 60^\circ$

On calcule la longitude écliptique du point de l'écliptique qui se lève par la formule

$$\lambda_{lever} = \lambda + \widehat{AM}$$

$$\lambda_{lever} = 237^\circ + 60^\circ = 297^\circ \text{ soit } \lambda_{lever} = 297^\circ$$

Le point de l'écliptique qui se couche à pour longitude écliptique $\lambda_{couc\ her} = 297^\circ - 180^\circ = 117^\circ$

Usage XXXIV : à une latitude donnée et à une heure solaire donnée, comment trouver les degrés de l'écliptique, qui sont le commencement des douze maisons célestes ?

Rappel sur les maisons célestes :

La notion de maison céleste est purement astrologique. C'est une division de la sphère locale en douze secteurs de 30°, appelés maisons, numérotées de I à XII à partir de l'horizon Est dans le sens contraire au mouvement diurne (les maisons de I à VI sont sous l'horizon et les maisons de VII à XII sont au dessus de l'horizon).

Cette division du ciel est appelée la domification.

La présence du soleil ou d'une planète dans une maison à une grande importance dans l'établissement d'un horoscope.

Il y a plusieurs façons de diviser la sphère céleste en douze secteurs de 30°. On parlera ici uniquement de celle utilisée pour résoudre le problème.

C'est la *domification de Régiomontanus* qui consiste à diviser l'équateur en douze parties égales par 6 grands cercles représentant chacun le début d'une maison céleste.

Repérage des maisons célestes sur la sphère céleste

Chaque maison céleste passe par le nord (N) et le sud (S) de l'horizon, un point de l'équateur, un point sur le 1^{er} vertical et un point sur l'écliptique. (voir fig 1)

Voici le repérage des points d'intersection de chaque maison céleste au dessus de l'horizon avec l'équateur

Pour la maison céleste XII, le point de l'équateur est noté M_{XII} et l'arc entre le point E et le point M_{XII} est de 30°.

Pour la maison céleste XI, le point de l'équateur est noté M_{XI} et l'arc entre le point E et le point M_{XI} est de 60°.

Pour la maison céleste X, le point de l'équateur est noté M_X et l'arc entre le point E et le point M_X est de 90°.

Pour la maison céleste IX, le point de l'équateur est noté M_{IX} et l'arc entre le point E et le point M_{IX} est de 120°.

Pour la maison céleste VIII, le point de l'équateur est noté M_{VIII} et l'arc entre le point E et le point M_{VIII} est de 150°.

Pour la maison céleste VII, le point de l'équateur est noté M_{VII} et l'arc entre le point E et le point M_{VII} est de 180°.

De façon générale l'angle entre le point E et chaque point M_{XII} , M_{XI} , M_{VII} sera noté **M**

Voici le repérage des points d'intersection de chaque maison céleste au dessus de l'horizon avec le 1^{er} vertical

Pour la maison céleste XII, le point d'intersection avec le 1^{er} vertical est noté V_{XII}

Pour la maison céleste XI, le point d'intersection avec le 1^{er} vertical est noté V_{XI}

Pour la maison céleste X, le point d'intersection avec le 1^{er} vertical est noté V_X

Pour la maison céleste IX, le point d'intersection avec le 1^{er} vertical est noté V_{IX}

Pour la maison céleste VIII, le point d'intersection avec le 1^{er} vertical est noté V_{VIII}

Pour la maison céleste VII, le point d'intersection avec le 1^{er} vertical est noté V_{VII}

De façon générale, l'angle entre le point E et chaque point V_{XII} , V_{XI} , V_{VII} sera noté **Z**

Voici le repérage des points d'intersection de chaque maison céleste au dessus de l'horizon avec l'écliptique

Pour la maison céleste XII, le point d'intersection avec l'écliptique est noté E_{XII}

Pour la maison céleste XI, le point d'intersection avec l'écliptique est noté E_{XI}

Pour la maison céleste X, le point d'intersection avec l'écliptique est noté E_X

Pour la maison céleste IX, le point d'intersection avec l'écliptique est noté E_{IX}

Pour la maison céleste VIII, le point d'intersection avec l'écliptique est noté E_{VIII}

Pour la maison céleste VII, le point d'intersection avec l'écliptique est noté E_{VII}

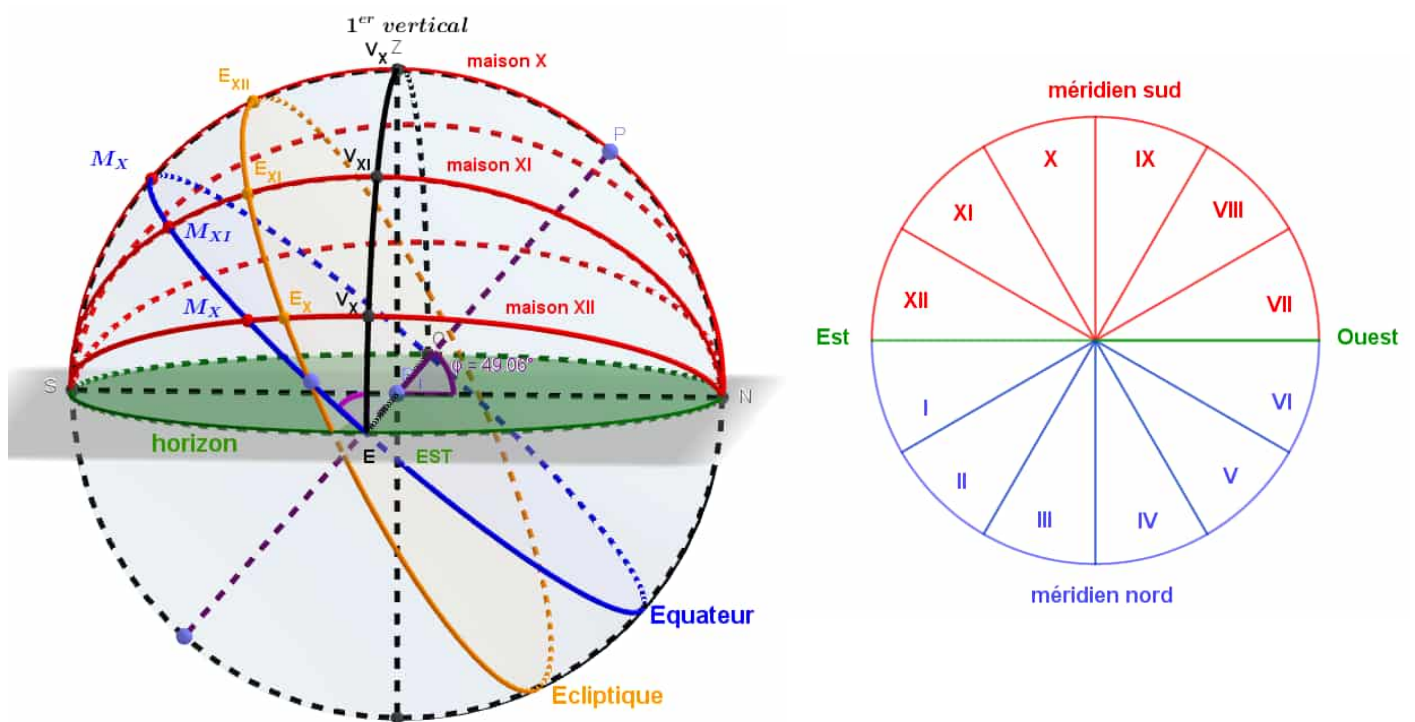
Sur l'écliptique chaque point E_{XII} , E_{XI} , E_{VII} est repéré par sa longitude écliptique.

Les longitudes écliptiques du début des maisons célestes allant de la maison I à la maison XII sont notées : λ_I , λ_{II} , λ_{III} , λ_{XII} .

D'après la figure 2, on remarque que les maisons célestes situées sous l'horizon sont symétriques des maisons célestes au dessus de l'horizon par rapport à l'axe Nord sud

On peut alors écrire que :

- ✓ $\lambda_{VII} = \lambda_I \pm 180$
- ✓ $\lambda_{VI} = \lambda_{XII} \pm 180$
- ✓ $\lambda_V = \lambda_{XI} \pm 180$
- ✓ $\lambda_{IV} = \lambda_X \pm 180$
- ✓ $\lambda_{III} = \lambda_{IX} \pm 180$
- ✓ $\lambda_{II} = \lambda_{VIII} \pm 180$



Le but du problème est de déterminer à une latitude donnée et à une heure solaire donnée la longitude éclipstique du commencement de chaque maison céleste.

D'après les relations entre les longitudes éclipstiques, il suffira de déterminer les longitudes éclipstiques du début des maisons célestes situées au dessus de l'horizon pour en déduire les longitudes éclipstiques du début des maisons célestes situées sous de l'horizon.

Méthode :

Partie 1 : utilisation des usages XXIV et XXXIII pour déterminer les longitudes écliptiques du début des maisons célestes I,III,VII et X.

Déterminer en utilisant l'usage XXXIII, la longitude écliptique du début de la maison céleste I. Ce point est *l'ascendant*.

En déduire la longitude écliptique du début de la maison céleste VII. Ce point est *le descendant*.

Déterminer en utilisant l'usage XXIV, la longitude écliptique du début de la maison céleste X. Ce point est *le médium coeli*.

En déduire la longitude écliptique du début de la maison céleste III.

Il reste à déterminer la longitude écliptique des huit autres maisons céleste.

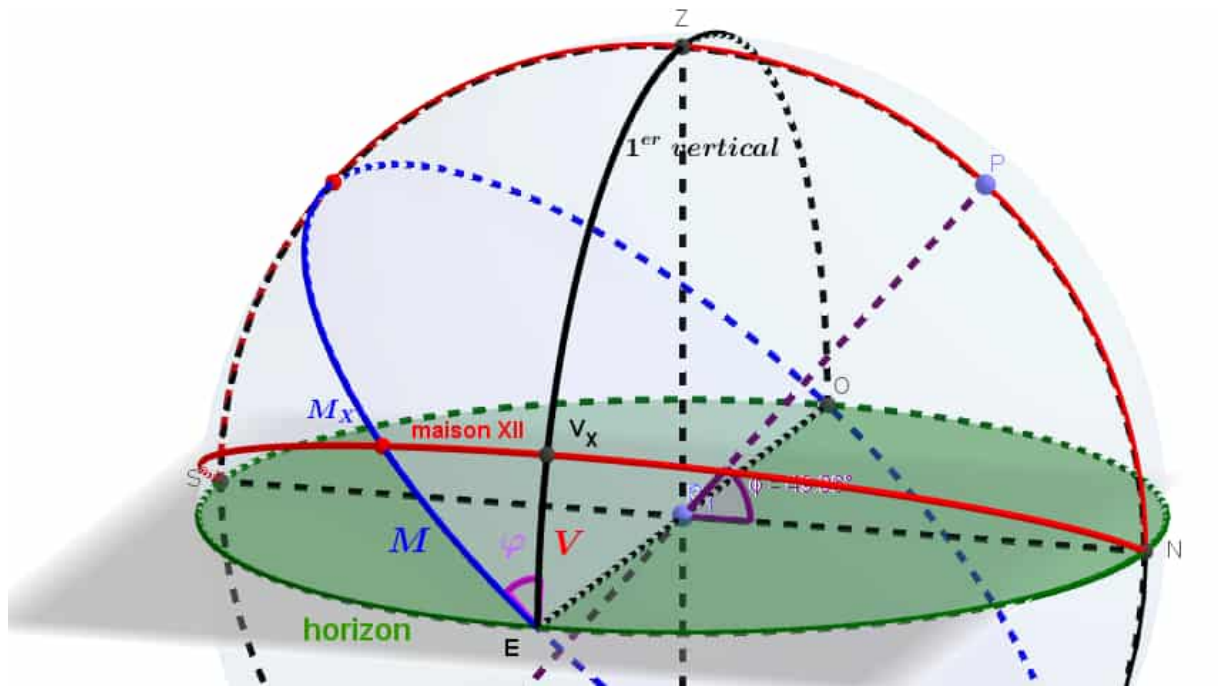
Partie II : Détermination des longitudes écliptiques du début des maisons célestes au dessus de l'horizon : maison XII, maison XI, maison IX et maison VIII.

Les longitudes des maisons sous l'horizon (maison II, maison III, maison V et maison VI) découleront des longitudes des maisons au dessus de l'horizon selon la règle établie précédemment.

Chaque maison céleste est un plan incliné déclinant de déclinaison $D = \pm 90^\circ$ et d'inclinaison mesurée sur le 1^{er} vertical de **V**.

Etape 1 : détermination de l'inclinaison du plan de la maison céleste par rapport à l'horizon.

Pour chaque maison céleste, on va déterminer l'inclinaison **V**



Dans le triangle sphérique EV_xM_x rectangle en V_x on démontre que :

$$\tan(V) = \tan(M) \times \cos(\varphi)$$

Cette relation de trigonométrie se résout facilement avec un astrolabe universel.

Déterminer l'inclinaison des maisons célestes [maison XII](#), [maison XI](#), [maison IX](#) et [maison VIII](#).

Incliner la règle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre d'un angle de φ

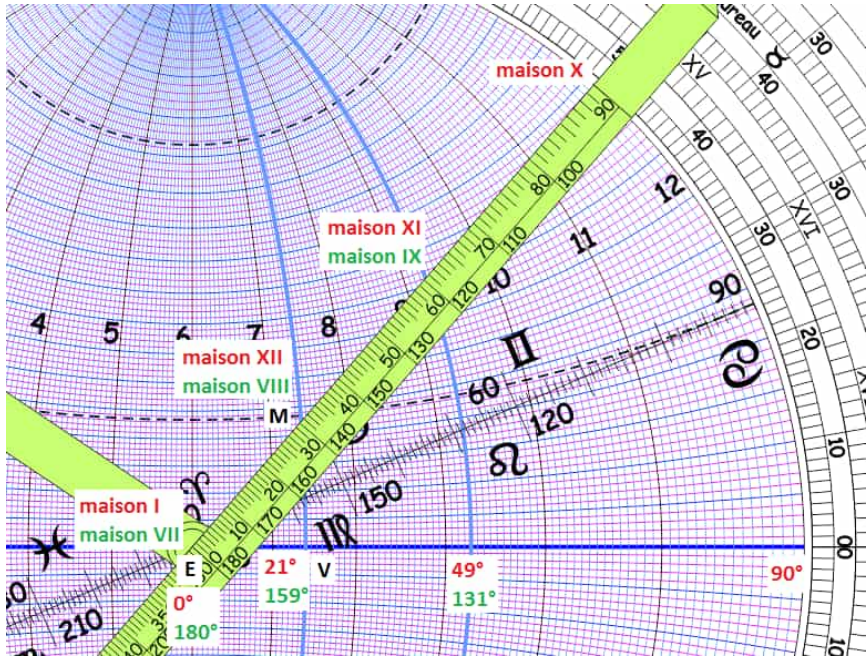
Sur la règle **repérer** la graduation correspond à l'angle M , c'est-à-dire 30° pour la maison XII, 60° pour la maison XI, 120° pour la maison IX et 150° pour la maison VIII.

Repérer le méridien passant par chacun des graduations repérées précédemment.

Repérer pour chaque maison céleste l'angle V qui n'est autre que la valeur du méridien par rapport au centre de l'astrolabe. La lecture se fait sur l'équateur.

Exemple : déterminer l'angle d'inclinaison V pour les maisons célestes au dessus de l'horizon.

En appliquant la méthode, on obtient à l'astrolabe le résultat ci-dessous.



On lit alors pour toutes les maisons au dessus de l'horizon

Maison I	$V_I = 0^\circ$
Maison XII	$V_{XII} = 21^\circ$
Maison XI	$V_{XI} = 49^\circ$
Maison X	$V_X = 90^\circ$
Maison IX	$V_{IX} = 131^\circ$
Maison VIII	$V_{VIII} = 159^\circ$
Maison VII	$V_{VII} = 180^\circ$

Etape 2 : détermination de la latitude équivalente de chaque plan.

En effet, chaque plan incliné déclinant possède son équivalent horizontal sur terre à une latitude notée φ_B . C'est le CHE (cadran horizontal équivalent).

L'astrolabe permet de déterminer cette latitude en utilisant la méthode suivante.

Méthode :

Positionner la règle horizontalement.

Repérer le parallèle correspondant à $90 - Z$

Repérer le point d'intersection entre le parallèle repéré précédemment et l'axe vertical de l'astrolabe.

Positionner la pointe du bras articulé sur ce point.

Incliner la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$

Repérer le parallèle passant par la pointe du bras articulé.

Ce parallèle indique la latitude équivalente φ_B .

Exemple : déterminer la latitude équivalente des plans correspondant aux maisons célestes XII et XI.

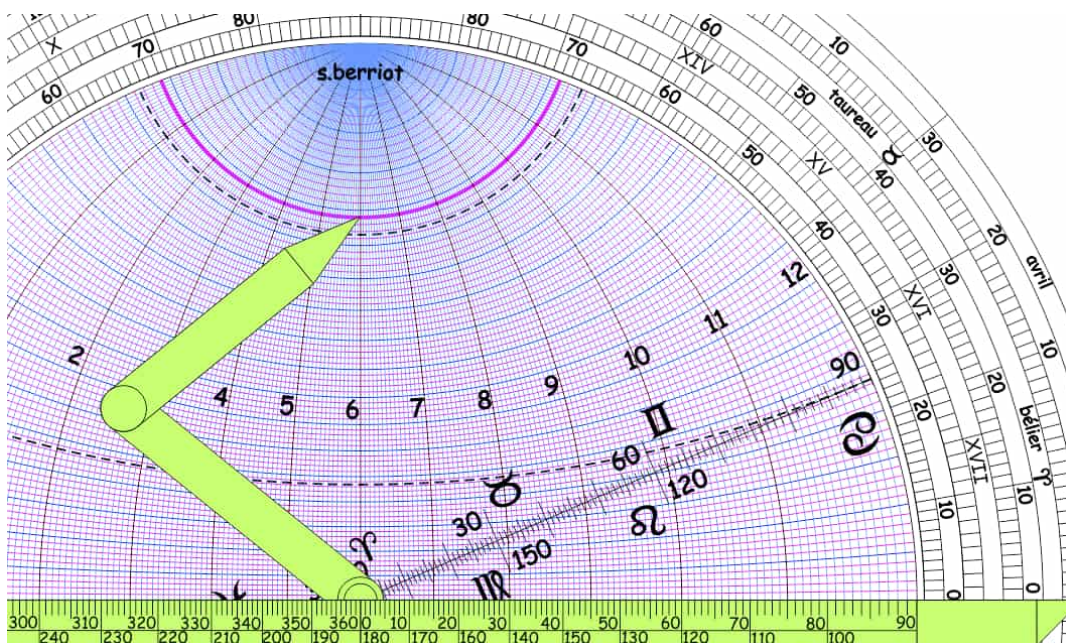
Pour cette maison céleste $Z = 21^\circ$

On positionne la règle horizontalement.

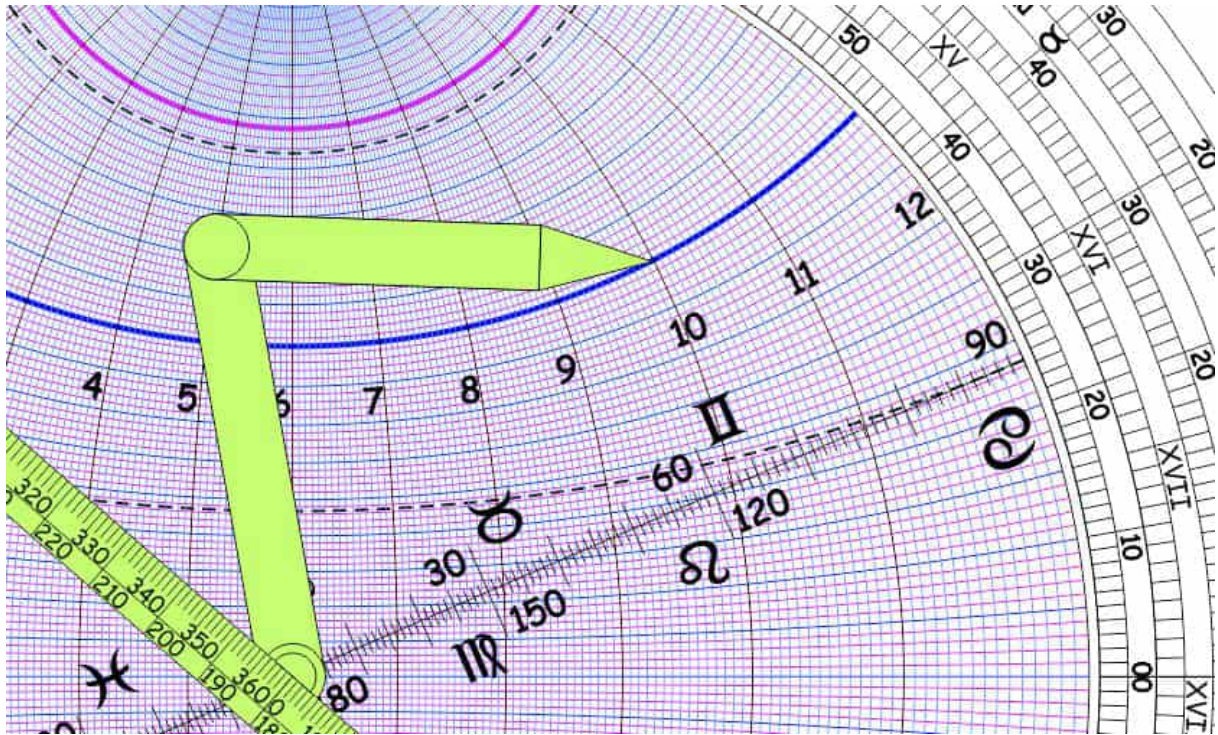
On repère le parallèle correspondant à 69°

On repère le point d'intersection entre le parallèle de 69° et l'axe vertical de l'astrolabe.

On positionne la pointe du bras articulé sur ce point.



On repère le parallèle passant par la pointe du bras articulé.



En procédant de la même façon pour la maison XI, on trouve $\varphi_B = 30^\circ$

Par conséquent les maisons célestes VIII et IX ont pour latitude équivalente.

Maison VIII : $\varphi_B = -45^\circ$

Maison IX : $\varphi_B = -30^\circ$

Conclusion :

Maison XII $\varphi_B = 45^\circ$

Maison XI $\varphi_B = 30^\circ$

Maison VIII : $\varphi_B = -45^\circ$

Maison IX : $\varphi_B = -30^\circ$

149

Etape 3 : détermination de la longitude écliptique du commencement de chaque maison céleste.

Méthode :

Déterminer en utilisant l'usage XXXIII la longitude écliptique l'ascendant.

Déterminer en utilisant l'usage VIII l'ascension oblique de l'ascendant.

Enlever 30° à l'ascension oblique de l'ascendant pour trouver l'ascension oblique du point de l'équateur coupant la maison céleste XII.

Enlever 60° à l'ascension oblique de l'ascendant pour trouver l'ascension oblique du point de l'équateur coupant la maison céleste XI.

Et ainsi de suite

Remarque : Cette ascension oblique sera comprise entre 0° et 360°

Pour chaque maison céleste le degré de l'équateur qui se trouve sur la maison céleste sera aussi le degré de l'équateur qui se lève à la latitude φ_B .

Par conséquent :

Utiliser une table d'ascension oblique calculée pour la latitude φ_B pour déterminer la longitude écliptique du point de l'équateur qui se lève à cette latitude. Elle donnera une valeur approchée au degré près. Pour plus de précision, il faudra effectuer une interpolation.

Une table d'ascension oblique sous forme de fichier EXCEL est disponible en annexe. Pour l'utiliser, il suffit de modifier la latitude.

Cette longitude écliptique sera également celle du commencement de chaque maison céleste.

Exemple : le 18 février, à la latitude de 49° à 10h00 solaire, quels sont les degrés de l'écliptique, qui sont le commencement des douze maisons célestes ?

D'après l'usage XXXIII, la longitude écliptique de l'ascendant est $\lambda_l = 59^\circ$

D'après l'usage VII l'ascension oblique de l'ascendant est de 31°

En retirant successivement 30° à cette ascension oblique, on obtient l'ascension oblique du point de l'équateur coupant chaque maison céleste.

A chaque fois, on ramène si nécessaire l'ascension oblique entre 0° et 360°

Maison I : ascension oblique = 31°

Maison XII : ascension oblique = 1°

Maison XI : ascension oblique = -29° soit 331°

Maison X : ascension oblique = 301°

Maison IX : ascension oblique = 271°

Maison VIII : ascension oblique = 241°

Maison VII : ascension oblique = 211°

Pour chaque maison, on utilise une table d'ascension oblique calculée à la latitude φ_B et on en déduit la longitude éclipique.

Pour la maison XII.

Maison XII : ascension oblique = 1° $\varphi_B = 45^\circ$ on obtient $\lambda_{XII} = 2^\circ$

LATITUDE	degré	minute	seconde
	45	0	0
	45		

LATITUDE	radian
	0.7853982

maisons celestes entre le méridien et l'est				
longitude degré	delta degré	Δ ascensi degré	ascens droite degré	ascens obliq degré
0	0	0	0	0
1	0.3978	0.3977811	0.917491881	0.5197108
2	0.7954	0.7955177	1.835072196	1.0395545

Pour la maison XI

Maison XI : ascension oblique = 331° $\varphi_B = 30^\circ$ on obtient $\lambda_{XI} = 320^\circ$

LATITUDE	degré	minute	seconde
	30	0	0
	30		

LATITUDE	radian	0.5235988
----------	--------	-----------

maisons celestes entre le méridien et l'est

318	-15.4366	9.173579	320.4398835	329.61346
319	-15.1278	8.9795254	321.4258635	330.40539
320	-14.8147	8.7834757	322.4089545	331.19243
321	-14.4974	8.5855053	323.3891891	331.97469
322	-14.1761	8.3856876	324.3666029	332.75229

Finalement, on obtient les résultats suivants :

Maison I $\lambda_I = 59^\circ$ (usage XXXIII)

Maison XII $\lambda_{XII} = 2^\circ$

Maison XI $\lambda_{XI} = 320^\circ$

Maison X $\lambda_X = 300^\circ$ (usage VIII)

Maison IX $\lambda_{IX} = 284^\circ$ (sur la table il faut prendre « maisons célestes entre le méridien et l'ouest »)

Maison VIII $\lambda_{VIII} = 267^\circ$ (sur la table il faut prendre « maisons célestes entre le méridien et l'ouest »)

Maison VII $\lambda_{VII} = 239^\circ$

On en déduit facilement celles situées sous l'horizon

Maison VI $\lambda_{VI} = \lambda_{XII} \pm 180$ soit 182°

Maison V $\lambda_V = \lambda_{XI} \pm 180$ soit 140°

Maison IV $\lambda_{IV} = \lambda_X \pm 180$ soit 120°

Maison III $\lambda_{III} = \lambda_{IX} \pm 180$ soit 104°

Maison II $\lambda_{II} = \lambda_{VII} \pm 180$ soit 59°

Usage XXXV : comment réaliser un cadran horizontal avec cet astrolabe ?

Le but de cet usage est de déterminer à l'astrolabe les angles tabulaires H' entre chaque ligne horaire et la ligne de midi sur le plan du cadran.

Pour chaque angle horaire du soleil ($H=0^\circ$ pour midi, $H=15^\circ$ pour 13h00, $H=30^\circ$ pour 14h00,, $H=-15^\circ$ pour 11h00), on détermine la valeur de l'angle tabulaire H' .

Méthode :

Repérer sur le tympan de l'astrolabe les méridiens de 13h00, 14h00, 15h00, 16h00, 17h00, 18h00, 19h00 et 20h00.

Remarque : on procèdera ainsi, si on veut réaliser un cadran gradué d'heure en heure. On peut également repérer les méridiens de 13h30, 14h30,.....si on veut ajouter les demi-heures.

Positionner la règle horizontalement.

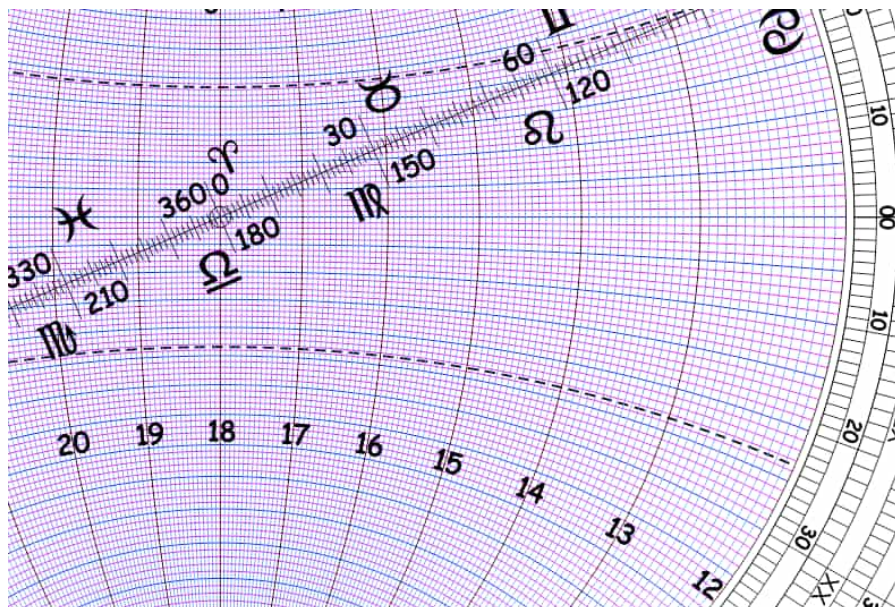
Incliner la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90-\varphi$.

Repérer les points d'intersection entre la règle et les méridiens.

Lire les angles tabulaires H' sur la règle et à partir du méridien de 12h00.

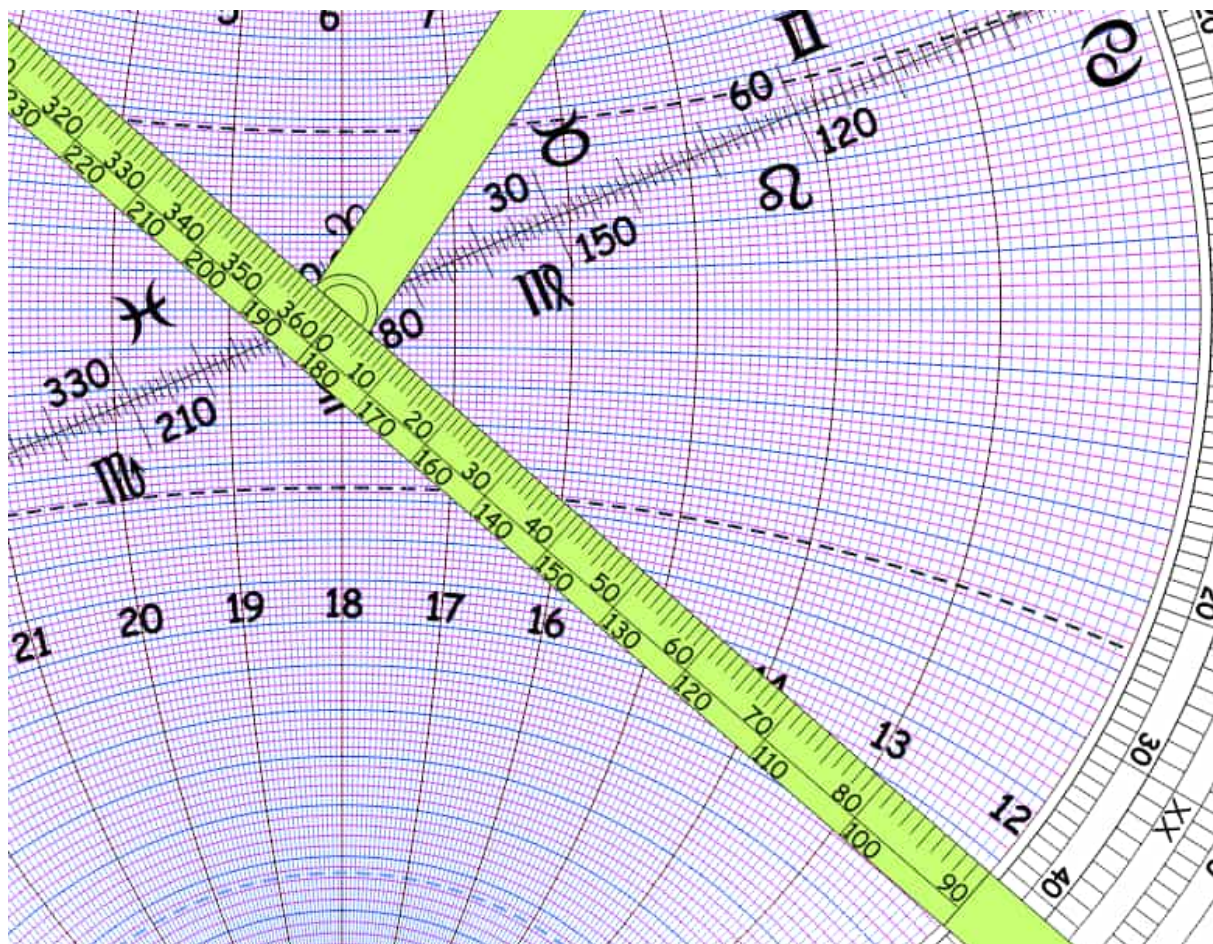
Exemple : on souhaite réaliser un cadran solaire horizontal à la latitude $\varphi = 49^\circ$. Déterminer pour chaque heure solaire l'angle tabulaire H' .

On repère sur le tympan de l'astrolabe les méridiens de 13h00, 14h00, 15h00, 16h00, 17h00, 18h00, 19h00 et 20h00.



On positionne la règle horizontalement.

On incline la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de $90 - \varphi$ soit 41°

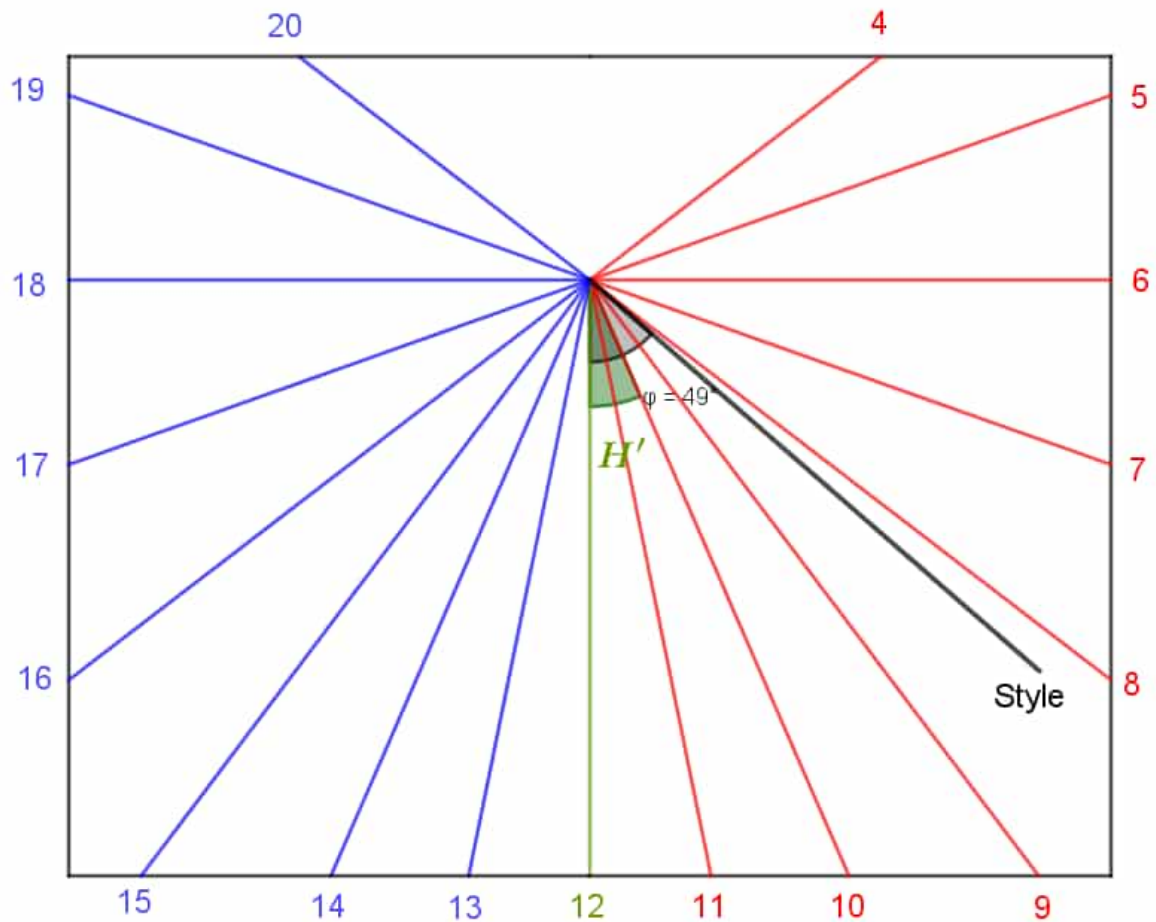


On repère les points d'intersection entre la règle et les méridiens.

On lit alors les angles tabulaires H' sur la règle et à partir du méridien de 12h00.

Heure solaire	H (en °)	H' (en °)
12h00	0	0
13h00	15	11,5
14h00	30	23,5
15h00	45	37
16h00	60	52,5
17h00	75	70,5
18h00	90	90
19h00	105	109,5
20h00	120	127,5

Les lignes horaires du matin (de 4h00 à 11h00) sont symétriques des lignes horaires de l'après-midi par rapport à la ligne horaire de midi comme le montre le schéma ci-dessous.



Il suffira d'ajouter un style polaire faisant un angle égal à la latitude du lieu avec la ligne de midi comme le montre le schéma ci-dessus.

Sur le schéma le style polaire est rabattu sur le plan du cadran.

Usage XXXVI : comment réaliser un cadran méridional avec cet astrolabe ?

Le but de cet usage est de déterminer à l'astrolabe les angles tabulaires H' entre chaque ligne horaire et la ligne de midi sur le plan du cadran.

Pour chaque angle horaire du soleil ($H=0^\circ$ pour midi, $H=15^\circ$ pour 13h00, $H=30^\circ$ pour 14h00,, $H=-15^\circ$ pour 11h00), on détermine la valeur de l'angle tabulaire H' .

Méthode :

Repérer sur le tympan de l'astrolabe les méridiens de 13h00, 14h00, 15h00, 16h00, 17h00, 18h00.

Remarque : on procèdera ainsi, si on veut réaliser un cadran gradué d'heure en heure. On peut également repérer les méridiens de 13h30, 14h30,.....si on veut ajouter les demi-heures.

Positionner la règle horizontalement.

Incliner la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de φ .

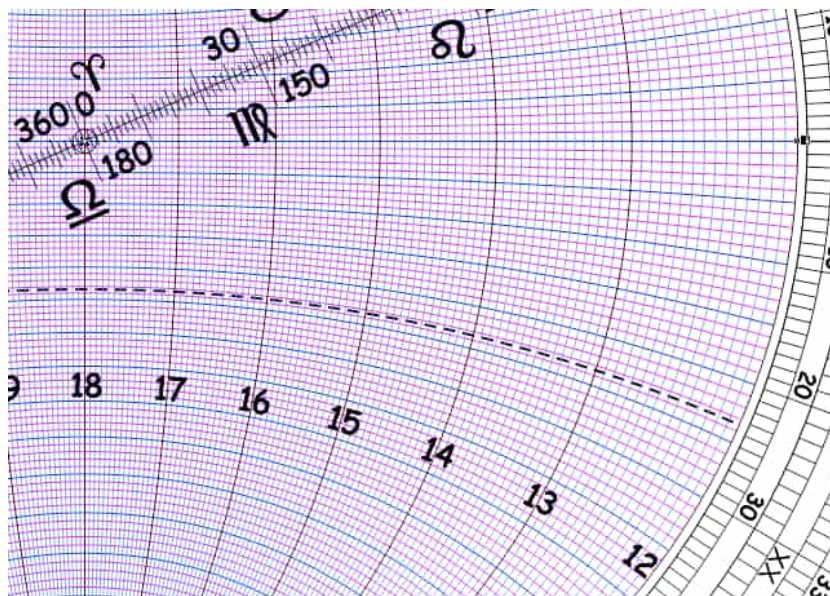
Repérer les points d'intersection entre la règle et les méridiens.

Lire les angles tabulaires H' sur la règle et à partir du méridien de 12h00.

Exemple : on souhaite réaliser un cadran solaire méridional à la latitude $\varphi = 49^\circ$.

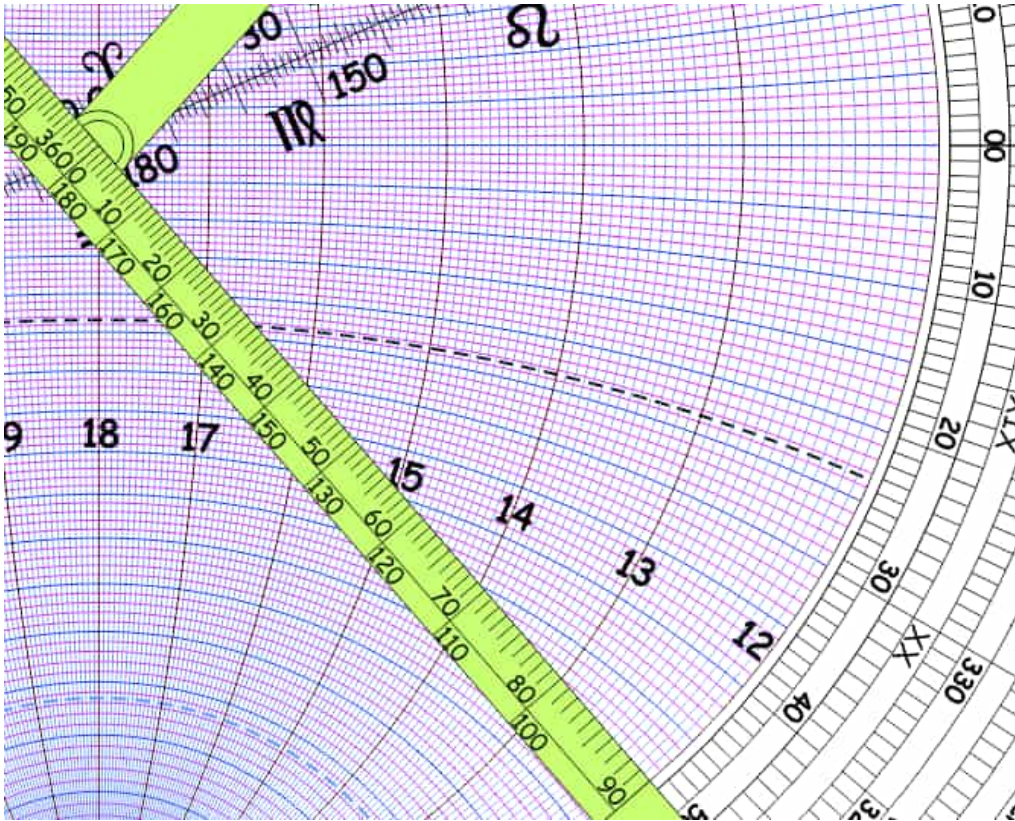
Déterminer pour chaque heure solaire l'angle tabulaire H' .

On repère sur le tympan de l'astrolabe les méridiens de 13h00, 14h00, 15h00, 16h00, 17h00, 18h00.



On positionne la règle horizontalement.

On incline la règle dans le sens des aiguilles d'une montre d'un angle de φ soit 49°

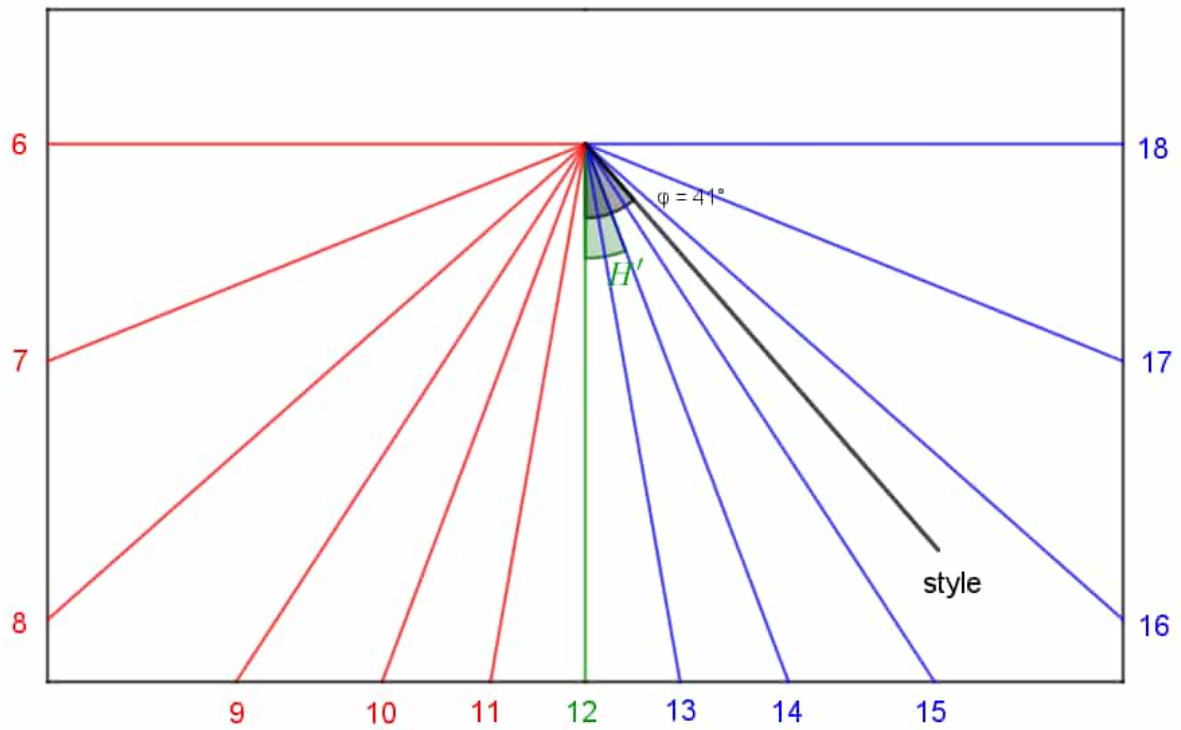


On repère les points d'intersection entre la règle et les méridiens.

On lit alors les angles tabulaires H' sur la règle et à partir du méridien de 12h00.

Heure solaire	H (en °)	H' (en °)
12h00	0	0
13h00	15	10
14h00	30	20,7
15h00	45	33
16h00	60	48,5
17h00	75	68
18h00	90	90

Les lignes horaires du matin (de 6h00 à 11h00) sont symétriques des lignes horaires de l'après-midi par rapport à la ligne horaire de midi comme le montre le schéma ci-dessous.



Il suffira d'ajouter un style polaire faisant un angle égal au complément de la latitude du lieu soit 41° avec la ligne de midi comme le montre le schéma ci-dessus.

Sur le schéma le style polaire est rabattu sur le plan du cadran.