

Les lignes horaires dans l'antiquité

Dominique COLLIN

Commission des Cadrans Solaires de la SAF

dominique.collin@ac-nice.fr
dnilloc@sfr.fr

17 octobre 2009

Table des matières

- 1 Les cadrans solaires dans l'antiquité
 - Le Scaphé
 - Le cadran conique (axe polaire)
 - Les cadrans verticaux
 - Le cadran horizontal
- 2 Quelques définitions incontournables...
 - Arc semi-diurne
 - Heure Temporaire
 - Hectémorie
 - Courbe Hectémoréale
- 3 Nature géométrique des lignes horaires Temporaires
 - Tracé des lignes temporaires sur la surface de la Sphère
 - Tracé des lignes dans le cas d'un cadran Horizontal
 - Nature des lignes Temporaires avant Clavius
 - Nature des lignes Temporaires au 19e siècle
 - Heures Temporaires sur la Sphère et sur le plan Horizontal
 - Nature des lignes Temporaires au début du 20e siècle
- 4 Références Bibliographiques

Cadran tracé sur une sphère creuse : Le scaphé



(Larino - Italie - Cadran Sphérique)

Cadran tracé sur une sphère creuse : Le scaphé



(Selcuk - Turquie - cadran sphérique)

Cadran tracé sur la paroi intérieure d'un cône



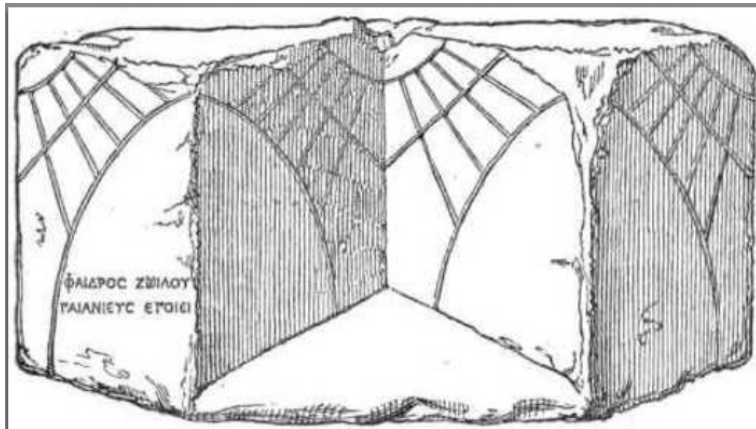
(Pompéi - cadran conique)

Cadran tracé sur la paroi intérieure d'un cône



(Leptis Magna - Cadran conique)

Les cadrans verticaux



(Phèdres - Cadrans Verticaux)

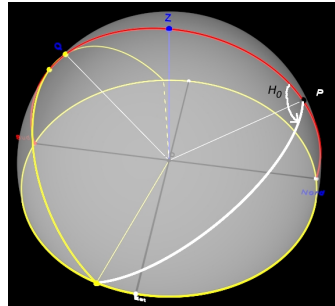
Le cadran horizontal



(Pompéi - Cadran horizontal)

Qu'est-ce-qu'un arc semi-diurne ?

Considérons le trajet apparent du Soleil au-dessus de l'horizon en un lieu de latitude φ

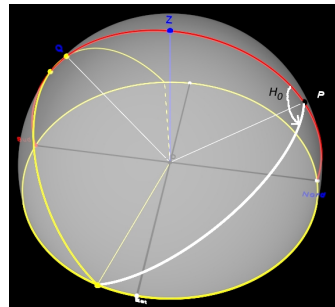


1. Sans tenir compte des phénomènes de passage du Soleil à l'horizon (réfraction atmosphérique, diamètre apparent...).

Qu'est-ce-qu'un arc semi-diurne ?

Considérons le trajet apparent du Soleil au-dessus de l'horizon en un lieu de latitude φ

- L'arc diurne est l'Angle Horaire compté du lever au coucher du Soleil

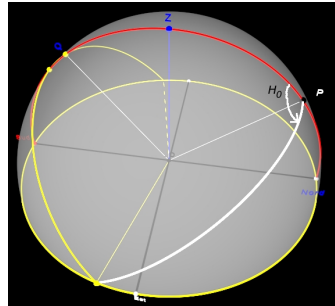


1. Sans tenir compte des phénomènes de passage du Soleil à l'horizon (réfraction atmosphérique, diamètre apparent...).

Qu'est-ce-qu'un arc semi-diurne ?

Considérons le trajet apparent du Soleil au-dessus de l'horizon en un lieu de latitude φ

- L'arc diurne est l'Angle Horaire compté du lever au coucher du Soleil
- L'arc Semi-diurne (H_0) est l'Angle horaire du lever du Soleil

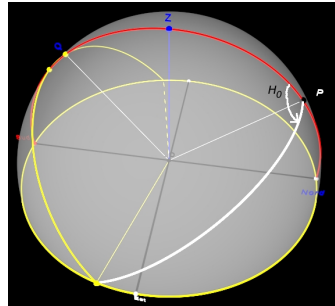


1. Sans tenir compte des phénomènes de passage du Soleil à l'horizon (réfraction atmosphérique, diamètre apparent...).

Qu'est-ce-qu'un arc semi-diurne ?

Considérons le trajet apparent du Soleil au-dessus de l'horizon en un lieu de latitude φ

- L'arc diurne est l'Angle Horaire compté du lever au coucher du Soleil
- L'arc Semi-diurne (H_0) est l'Angle horaire du lever du Soleil
- L'arc semi-diurne dépend de la latitude et de la déclinaison du Soleil

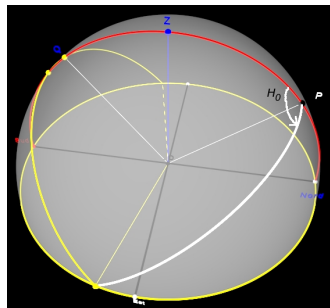


1. Sans tenir compte des phénomènes de passage du Soleil à l'horizon (réfraction atmosphérique, diamètre apparent...).

Qu'est-ce-qu'un arc semi-diurne ?

Considérons le trajet apparent du Soleil au-dessus de l'horizon en un lieu de latitude φ

- L'arc diurne est l'Angle Horaire compté du lever au coucher du Soleil
- L'arc Semi-diurne (H_0) est l'Angle horaire du lever du Soleil
- L'arc semi-diurne dépend de la latitude et de la déclinaison du Soleil
- En un lieu donnée, il y a autant d'arc semi-diurne qu'il y a de déclinaison.



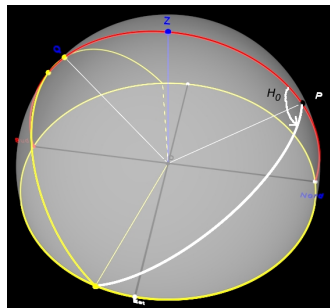
1. Sans tenir compte des phénomènes de passage du Soleil à l'horizon (réfraction atmosphérique, diamètre apparent...).

Qu'est-ce-qu'un arc semi-diurne ?

Considérons le trajet apparent du Soleil au-dessus de l'horizon en un lieu de latitude φ

- L'arc diurne est l'Angle Horaire compté du lever au coucher du Soleil
- L'arc Semi-diurne (H_0) est l'Angle horaire du lever du Soleil
- L'arc semi-diurne dépend de la latitude et de la déclinaison du Soleil
- En un lieu donnée, il y a autant d'arc semi-diurne qu'il y a de déclinaison.

- Pour information :
 $\cos H_0 = -\tan \delta \tan \varphi^1$



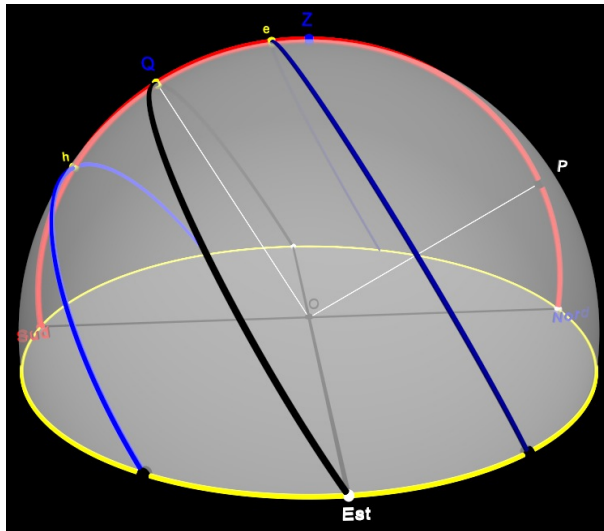
1. Sans tenir compte des phénomènes de passage du Soleil à l'horizon (réfraction atmosphérique, diamètre apparent...).

Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?

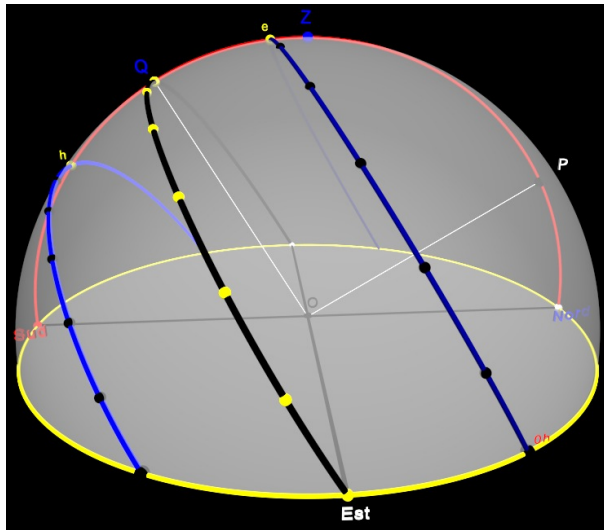
Principe des heures utilisées dans l'antiquité :

On appelle *heure Temporaire* l'*angle horaire* de l'une des 6 positions que peut prendre le Soleil sur l'*arc semi-diurne*.

Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?

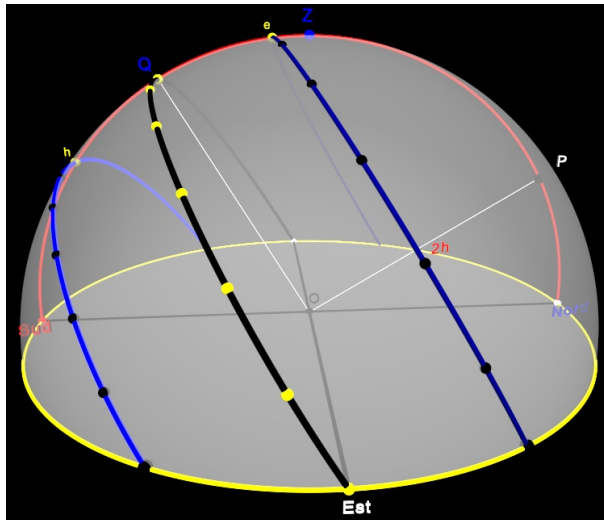


Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?



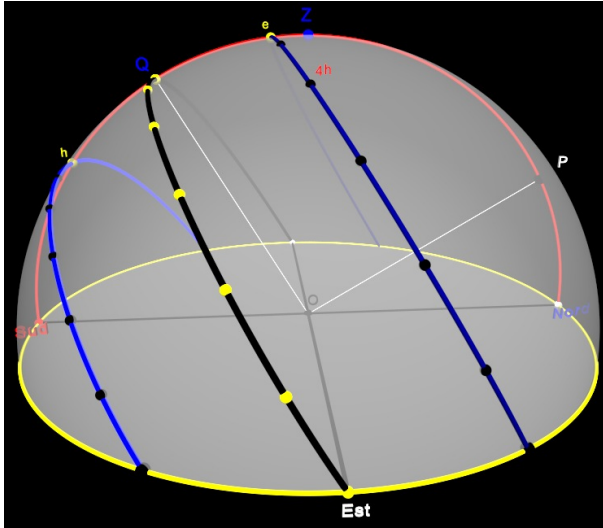
A diagram of a celestial sphere illustrating the Sun's path. The sphere is shown with a gray equatorial band and a yellow equatorial line. The Earth's axis is represented by a line passing through the center, with the North Pole labeled 'Nord' and the South Pole labeled 'Eet'. The Sun's path is shown as a red arc on the sphere's surface, with points labeled 'Soll' (Sun) and 'h' (height). A blue arc represents the Sun's path at a different height, with points labeled 'Q' and 'e'. A black arc represents the Sun's path at a third height, with points labeled 'Z' and '1h'. The diagram also shows the Earth's axis and the equator.

Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?



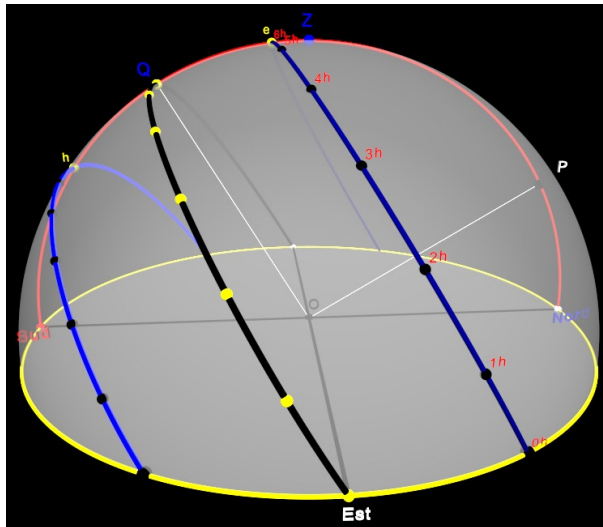
The diagram illustrates a sphere with a horizontal axis and a vertical axis. A great circle, labeled '3h', is shown in blue. A small circle, labeled 'P', is shown in red. The intersection points of the two circles are labeled 'Q' and 'Z'. The center of the sphere is labeled 'O'. The diagram also shows the 'Est' (East) and 'Nord' (North) directions.

Qu'est-ce qu'une heure temporaire?

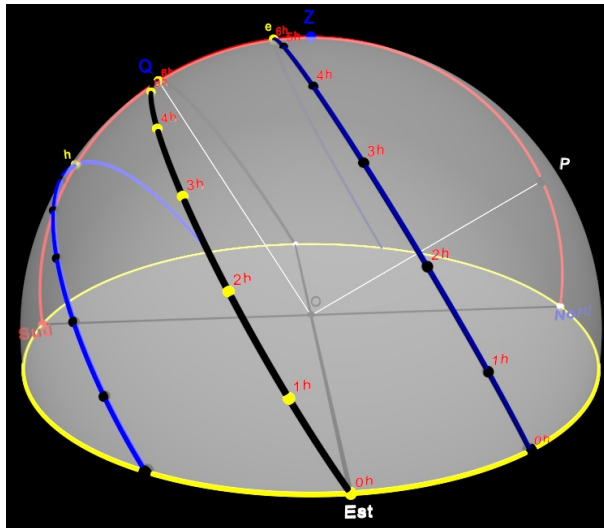


[illegible]

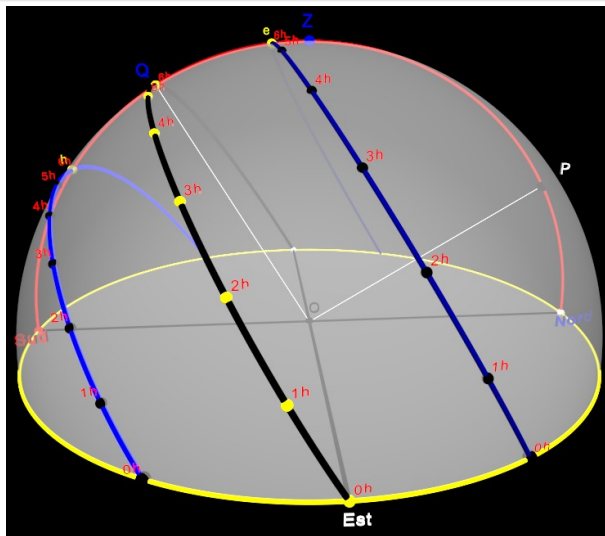
Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?



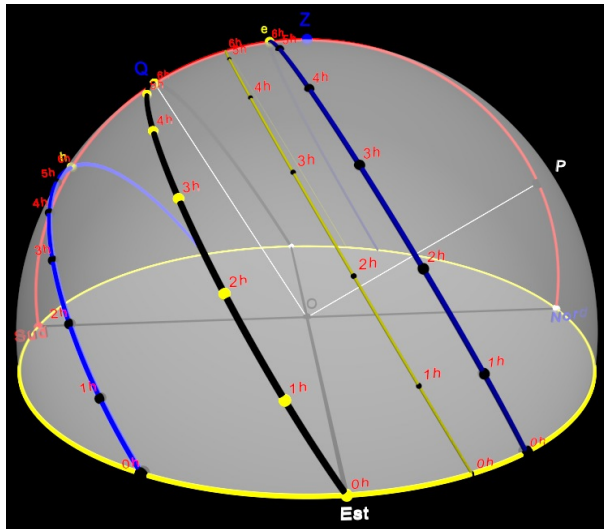
Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?



Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?



Qu'est-ce qu'une heure temporaire ?



Qu'est-ce-qu'une hectémorie ?

En grec "Hectemoros" signifie prendre la sixième partie.

Dans les coordonnées de Ptolémée, l'Hectemoros ou l'arc de l'hectémorie est l'arc de grand cercle passant par l'Est et le Soleil. L'Hectemoros ne pouvait prendre que 6 positions principales autour de l'horizon, qui sont probablement les positions relatives aux 6 heures temporaires soit du matin, soit du soir.

L'origine des arcs de l'hectémorie est au point Est sur l'horizon.

Qu'est-ce-qu'une hectémorie ?

Version "moderne" :

Après avoir divisé en 12 parties égales un arc diurne, ou en 6 parties égales l'arc semi-diurne (du matin ou du soir), on retiendra que :

L'Hectémorie est un point sur la sphère céleste ayant pour coordonnées :

- une **Déclinaison**

Qu'est-ce-qu'une hectémorie ?

Version "moderne" :

Après avoir divisé en 12 parties égales un arc diurne, ou en 6 parties égales l'arc semi-diurne (du matin ou du soir), on retiendra que :

L'Hectémorie est un point sur la sphère céleste ayant pour coordonnées :

- une Déclinaison
- un Angle Horaire compté depuis le méridien appelée aussi Longitude de l'hectémorie

Qu'est-ce-qu'une hectémorie ?

Version "moderne" :

Après avoir divisé en 12 parties égales un arc diurne, ou en 6 parties égales l'arc semi-diurne (du matin ou du soir), on retiendra que :

L'Hectémorie est un point sur la sphère céleste ayant pour coordonnées :

- une Déclinaison
- un Angle Horaire compté depuis le méridien appelée aussi Longitude de l'hectémorie
- cette Longitude est une fraction de l'arc semi-diurne calculée en fonction de la déclinaison du Soleil. On a $L = k \times \frac{H_0}{6}$

Qu'est-ce-qu'une hectémorie ?

Version "moderne" :

Après avoir divisé en 12 parties égales un arc diurne, ou en 6 parties égales l'arc semi-diurne (du matin ou du soir), on retiendra que :

L'Hectémorie est un point sur la sphère céleste ayant pour coordonnées :

- une Déclinaison
- un Angle Horaire compté depuis le méridien appelée aussi Longitude de l'hectémorie
- cette Longitude est une fraction de l'arc semi-diurne calculée en fonction de la déclinaison du Soleil. On a $L = k \times \frac{H_0}{6}$ ou encore selon les auteurs $L = n \times H_0$.

Qu'est-ce-qu'une Courbe Hectémoréale ?

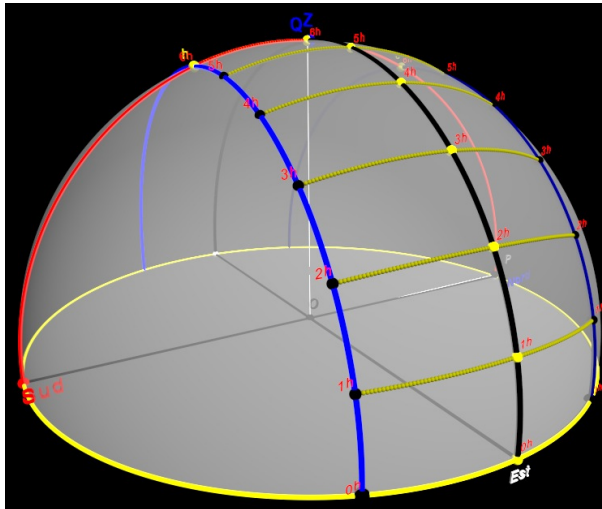
Définition d'une courbe Hectémoréale

On appelle Courbe *Hectémoréale* l'ensemble des points des Hectémories sur la sphère céleste.

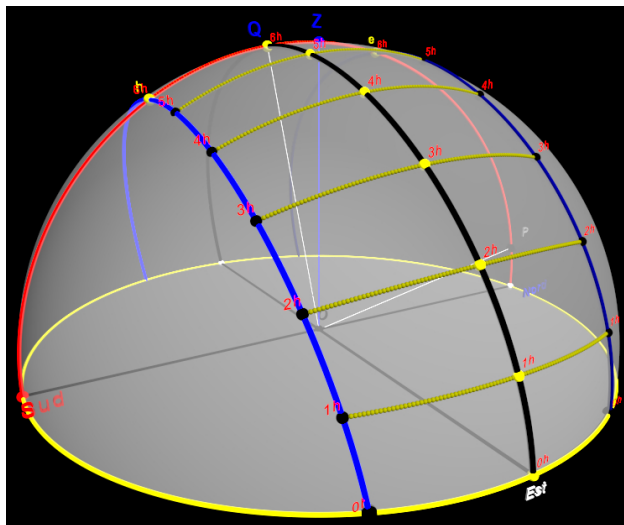
A différencier du "cercle de l'Hectémorie" qui est l'arc de grand cercle de la sphère passant par les points Est et Ouest.

Par conséquent, une ligne horaire Temporaire sur un cadran solaire est le lieu géométrique des Hectémories pour une même fraction de l'arc semi-diurne considéré... Par exemple, il est 2h temporaire sur un cadran lorsque l'on prend les $\frac{4}{6}$ (ou les $\frac{2}{3}$) de l'arc semi-diurne du matin.

Aspect des lignes horaires Temporaires sur la sphère

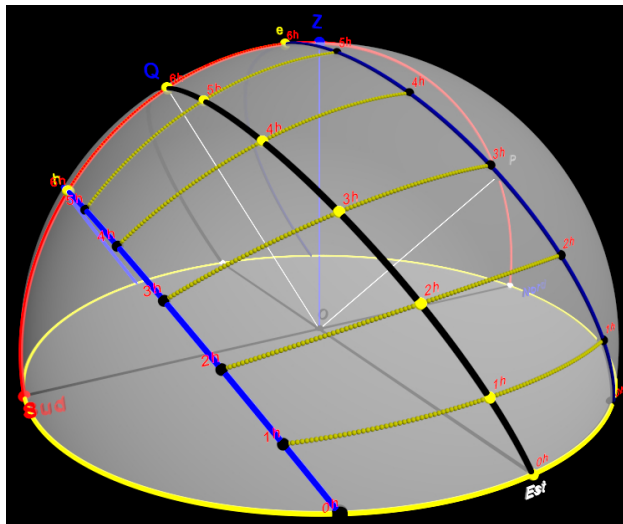


Aspect des lignes horaires Temporaires sur la sphère

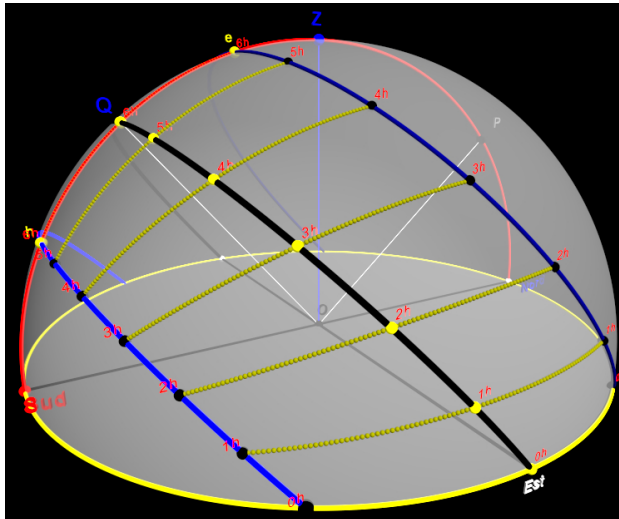


A 3D diagram of a sphere with a coordinate system. The vertical axis is labeled Z (blue) and the horizontal axis is labeled Q (red). A point P is marked on the sphere's surface. The sphere is divided into several colored regions: a red region at the top, a blue region on the left, and a yellow region at the bottom. A black arc passes through points labeled $1h, 2h, 3h, 4h, 5h$ (yellow) and $0h, 1n, 2n, 3n, 4n, 5n$ (red). A blue arc passes through points labeled $1m, 2m, 3m, 4m, 5m$ (yellow) and $0m, 1n, 2n, 3n, 4n, 5n$ (red). A yellow arc passes through points labeled $1h, 2h, 3h, 4h, 5h$ (yellow) and $0h, 1n, 2n, 3n, 4n, 5n$ (red). The diagram also shows a grid of latitude and longitude lines.

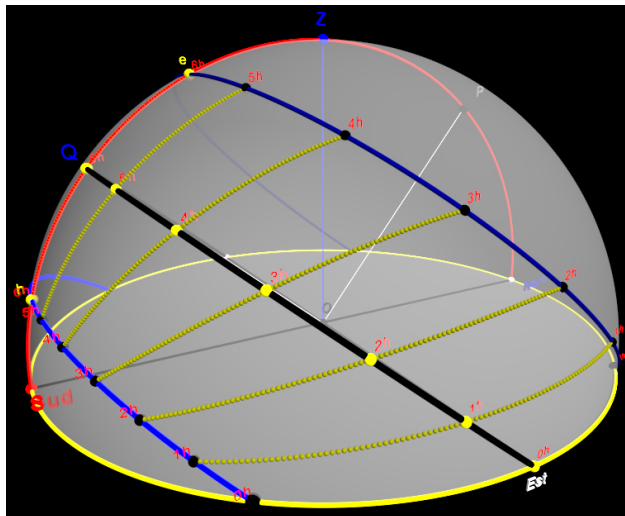
Aspect des lignes horaires Temporaires sur la sphère



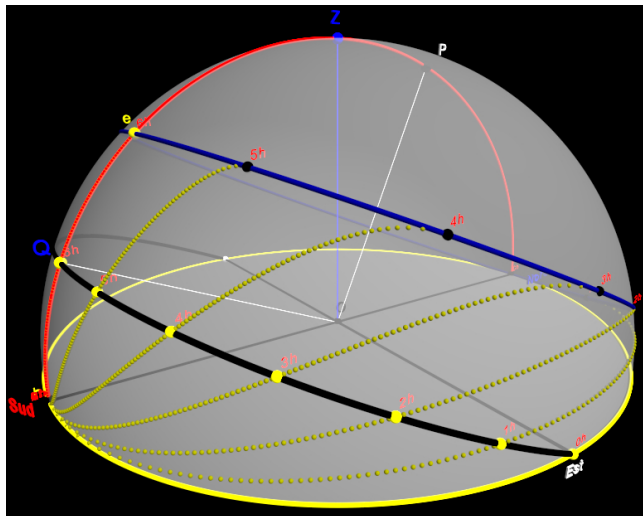
Aspect des lignes horaires Temporaires sur la sphère



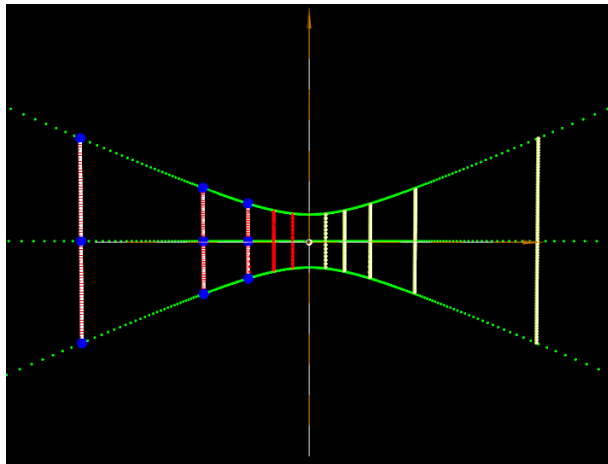
Aspect des lignes horaires Temporaires sur la sphère



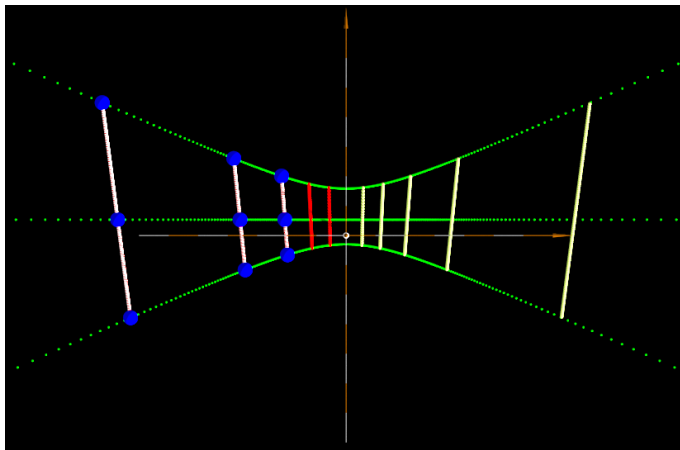
Aspect des lignes horaires Temporaires sur la sphère



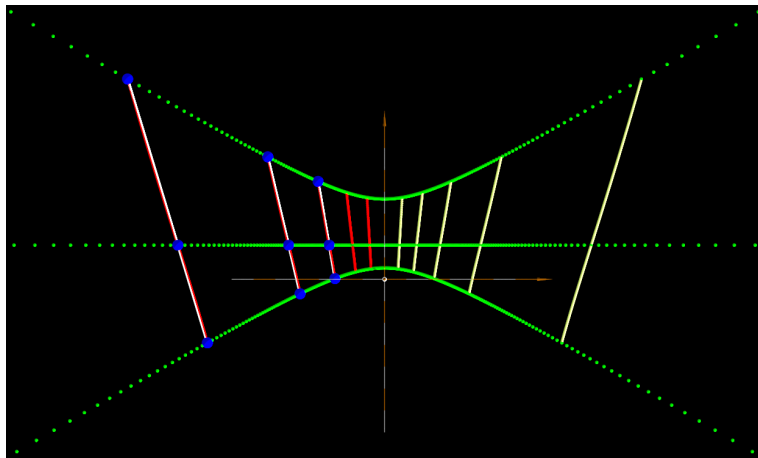
Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 0^\circ$



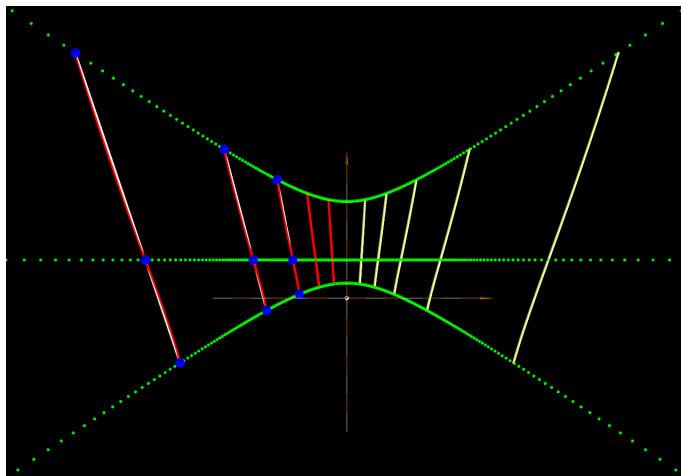
Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 15^\circ$



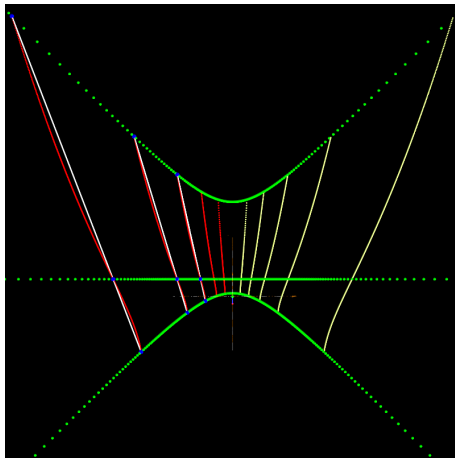
Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 38^\circ$



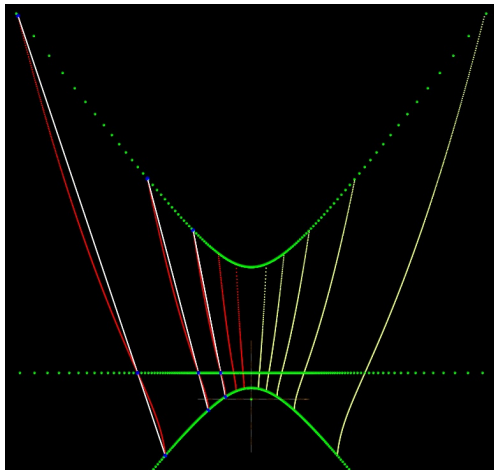
Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 45^\circ$



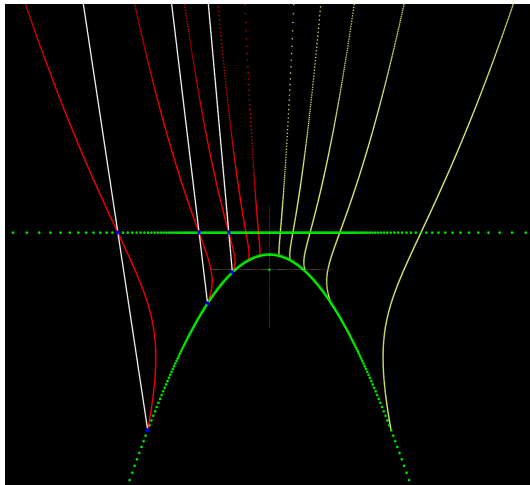
Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 58^\circ$



Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 60^\circ$



Aspect des lignes horaires Temporaires dans un cadran horizontal : $\varphi = 66^{\circ}34'$



Nature des lignes Temporaires avant Clavius (1538-1612)

Ce qui se pratiquait dans l'antiquité

Les lignes horaires temporaires étaient tracées à partir de trois points d'ombre pris aux solstices et aux équinoxes.

Cette approximation est recevable pour de petites latitudes.

Mais que sont-elles vraiment ? Des arcs de cercles sur la sphère, par conséquent des droites sur un plan horizontal ?

Jusqu'à la fin du 18e siècle, l'aspect linéaire est tacitement admis, et rien n'est vraiment confirmé.

Nature des lignes Temporaires du 16^e au 18^e siècle

En effet,

Clavius démontre que les lignes Temporaires ne peuvent pas être des arcs de grands cercles de la sphère.

Il est celui qui fit le premier pas sur la recherche de la nature géométrique des heures Temporaires.

Montucla (en 1758) dans son "Histoire des Mathématiques" (tome I) affirme que les heures antiques ne sont pas des lignes droites, mais courbes, et même de forme très bizarre...

Nature des lignes Temporaires du 16e au 18e siècle

En effet,

Clavius démontre que les lignes Temporaires ne peuvent pas être des arcs de grands cercles de la sphère.

Il est celui qui fit le premier pas sur la recherche de la nature géométrique des heures Temporaires.

Montucla (en 1758) dans son "Histoire des Mathématiques" (tome I) affirme que les heures antiques ne sont pas des lignes droites, mais courbes, et même de forme très bizarre...

La nature géométrique des lignes Temporaires reste encore bien obscure, et en tout cas inaccessible.

Travaux de J.B.J. Delambre & W.A. Cadell

Delambre - "Histoire de l'astronomie Ancienne" (1817)

Au chapitre XVI (Tome II) - *de l'Analemme* - Delambre admet que les lignes horaires Temporaires sur un cadran horizontal ne sont pas toujours des lignes droites, ou ce qui revient au même, ne sont pas des arcs de grand cercle de la sphère.

Pour le vérifier, il calcule les lignes horaires Temporaires d'un cadran horizontal placé sur le cercle polaire. Il arrive à la conclusion qu'elles ont la forme d'un signe d'intégration très allongé.

En étudiant l'erreur commise sur le cadran horizontal (ou la différence entre la ligne droite et l'exacte ligne Temporaire) il démontre que celle-ci est négligeable et n'est plus acceptable au delà de 50° de latitude.

Mais il ne va pas plus loin, et la question de la nature de ces lignes reste encore ouverte.

Seules les lignes Temporaires de 0h, 6h et 12h sont des arcs de grand cercle (par conséquent la ligne de midi est toujours une droite sur un cadran horizontal).

Travaux de J.B.J. Delambre & W.A. Cadell

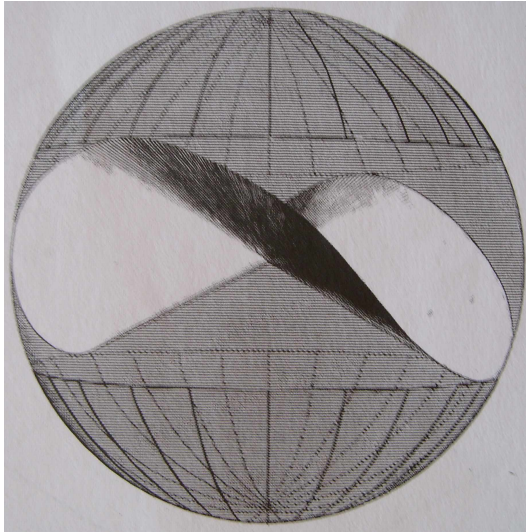
W.A. Cadell (1818) - On the Lines that divide each semi-diurnal Arc into Six equal Parts

Cadell est le premier à avoir reconnu et dessiné la forme des lignes horaires Temporaires. Cependant son approche^a l'empêchait d'accéder à leur nature analytique.

Il est le premier à donner une image en perspective d'une surface conique ondulée qui intercepte la sphère déterminant la 3^e heure Temporaire. Mais cela est fait de façon empirique et uniquement à partir de dessins. Cependant la nature des lignes Temporaires est encore une question ouverte.

a. Équation paramétrique des lignes horaires en fonction de l'arc semi-diurne.

W.A. Cadell



Les travaux de T.S. Davies (1834)

Thomas Stephen Davies - 1834

Il est le premier à avoir étudié mathématiquement les lignes horaires Temporaires.

Dans son importante étude, pratiquement complètement oubliée, il se propose d'abord de démontrer que les lignes horaires Temporaires ne sont pas des arcs de grand cercle de la sphère (hormis le cercle horizon et le cercle méridien). Il n'hésite pas à faire varier la déclinaison hors des limites des colures des solstices, permettant d'étudier les courbes hectémoréales dans toute leur généralité.

Cette démonstration met fin à une question restée longtemps sans réponse.

Les travaux de T.S. Davies (1834)

Quelle est la nature de lignes horaires Temporaires ?

Les lignes horaires Temporaires ne sont pas des arcs de grand cercle de la sphère.

Par conséquent, dans un cadran solaire Horizontal, les lignes horaires Temporaires ne sont pas des droites.

Les travaux de T.S. Davies (1834)

Étude analytique des lignes horaires Temporaires

Après avoir fourni une méthode de construction graphique point par point des Hectémories pour le cadran plan, Davies aborde l'étude analytique de ces lignes sur le scaphée.

La plus grande originalité est d'avoir introduit la notion de surface Hectémoréale. C'est une "surface conique ondulée" dont l'intersection avec la sphère génère les lignes Temporaires. Il donne l'équation permettant de tracer les courbes hectémoréales sur n'importe quel plan incliné déclinant ^a.

a. En n'oubliant pas de prendre les exemples des 8 cadrans de la Tour de Vents à Athènes mais sans faire aucune figure...

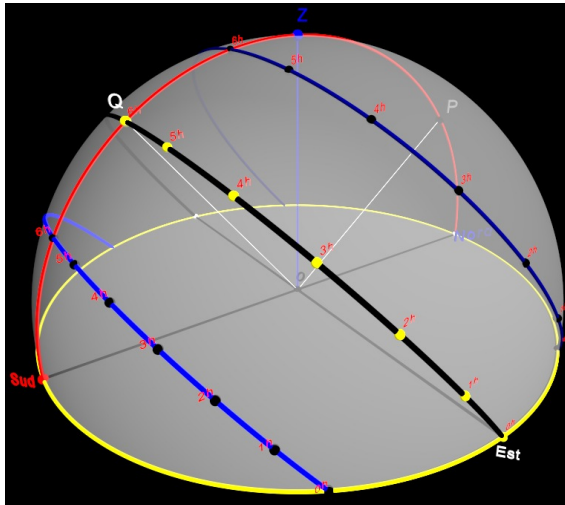
Les travaux de T.S. Davies (1834)

La plus grande gêne est l'absence de figures et c'est probablement ce qui a contribué à faire oublier cet étude (selon J. Drecker).

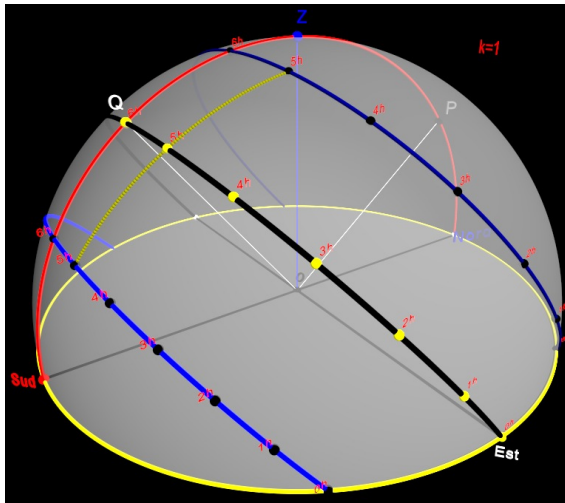
Cependant, il ne donne pas l'exacte nature géométrique des lignes horaires Temporaires^a.

a. Les courbes en question n'étaient pas encore connues du temps de Davies

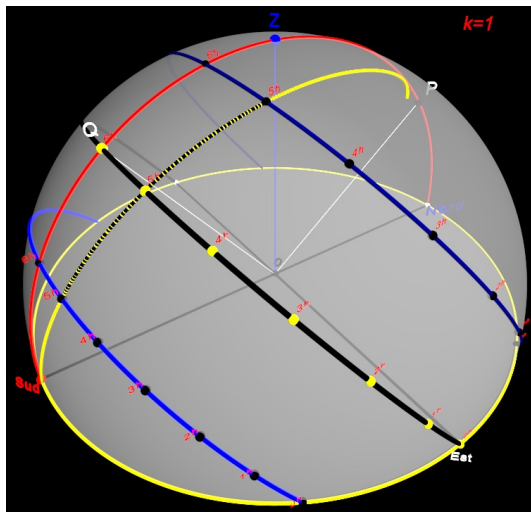
Résultats de Davies - Représentation sur la sphère



Résultats de Davies - Représentation sur la sphère

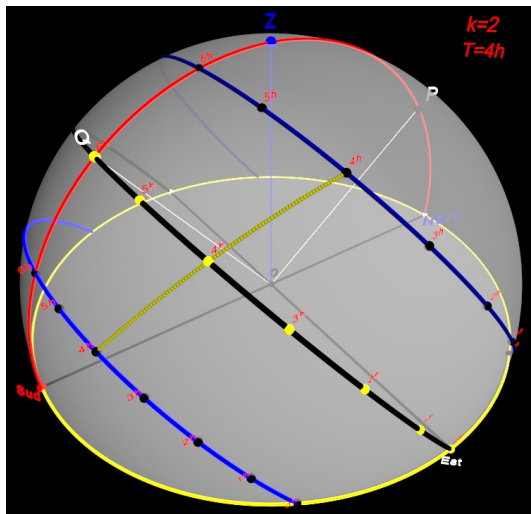


Résultats de Davies - Représentation sur la sphère

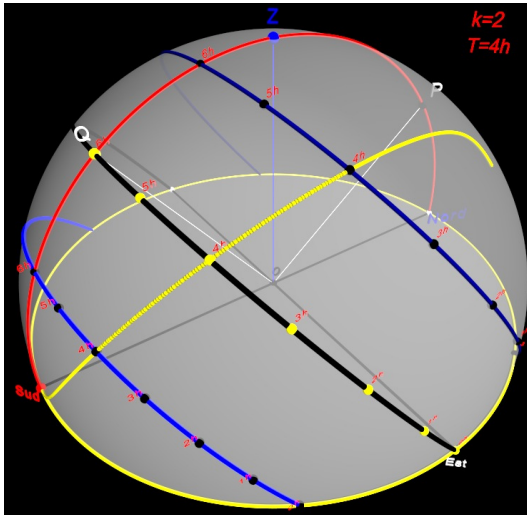


[illegible]

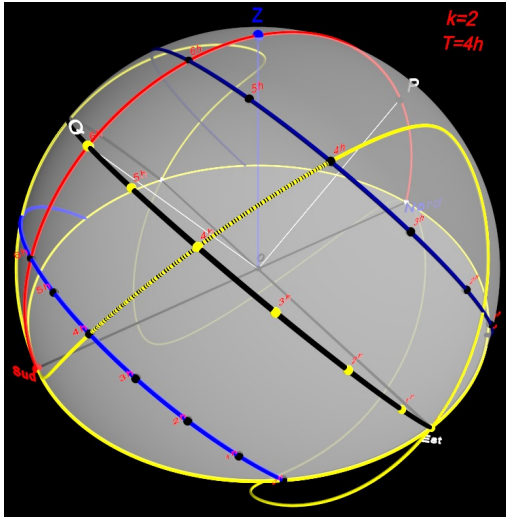
Résultats de Davies - Représentation sur la sphère



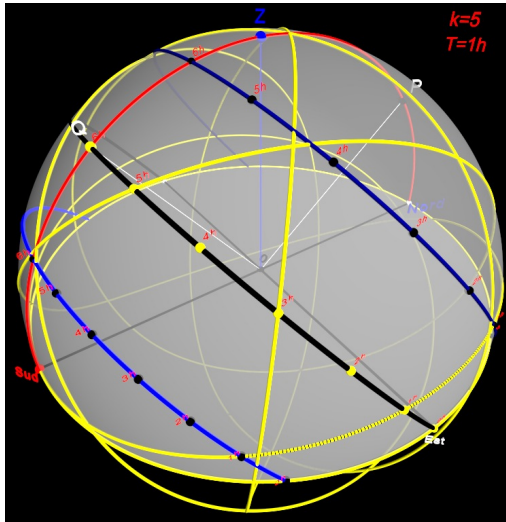
Résultats de Davies - Représentation sur la sphère



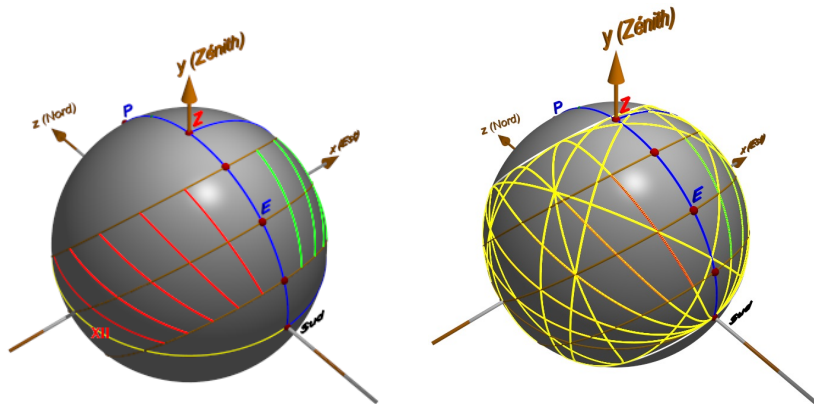
Résultats de Davies - Représentation sur la sphère



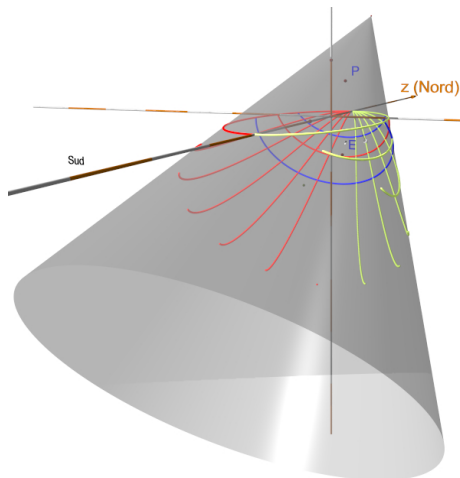
Résultats de Davies - Représentation sur la sphère



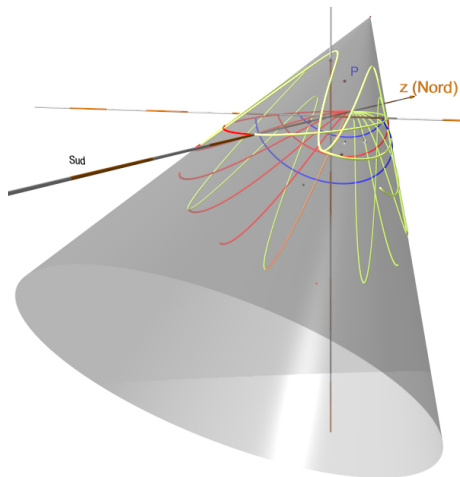
Toutes les courbes Hectémoréales sur la sphère



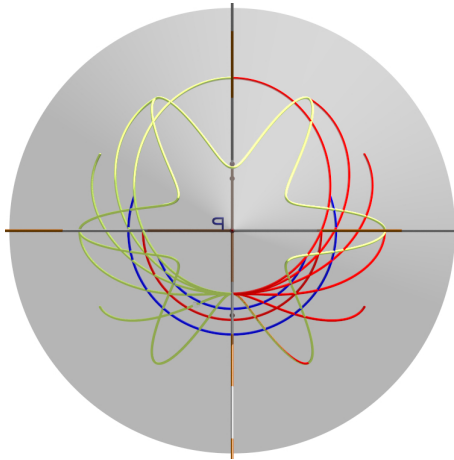
Résultats de Davies - cas du cadran conique (antique)



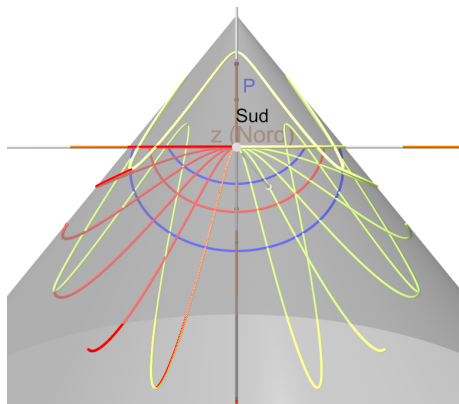
Résultats de Davies - cas du cadran conique (antique)



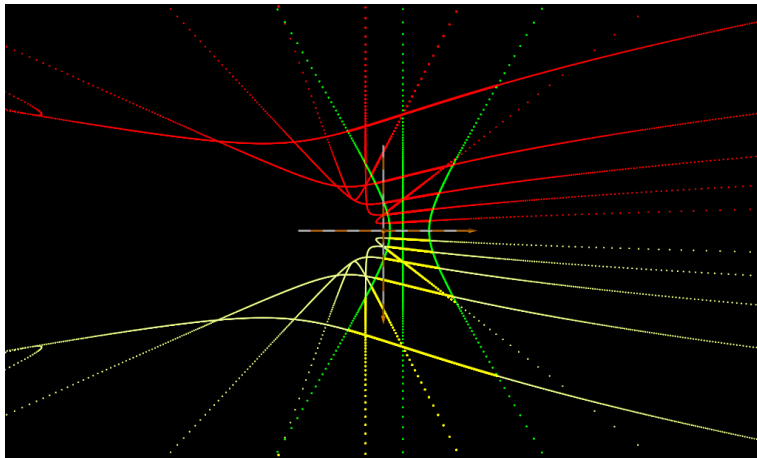
Résultats de Davies - cas du cadran conique (antique)



Résultats de Davies - cas du cadran conique (antique)

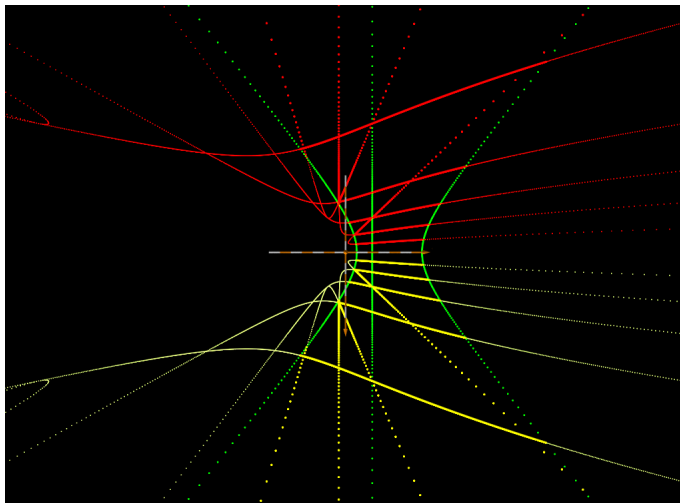


Résultats de Davies - cas du cadran Horizontal

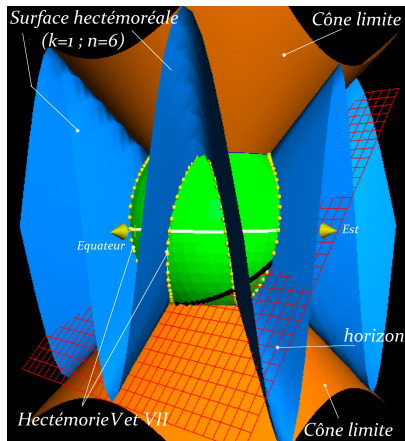


T.S. Davies donne une équation polaire des lignes Temporaires pour tout type de plan (sans proposer un seul graphique!).

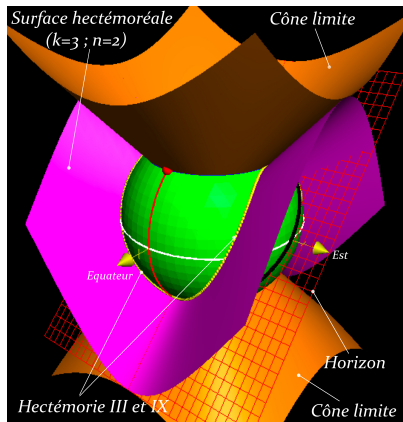
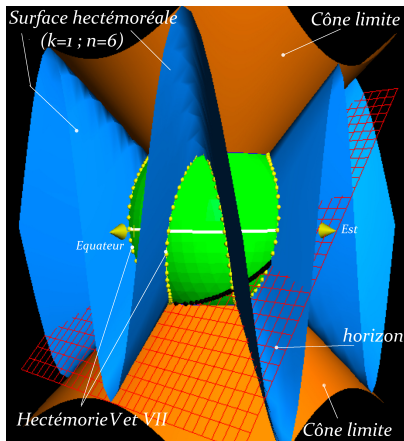
Résultats de Davies - cas du cadran Horizontal ($\varphi = 50^\circ$)



T.S. Davies - Surface Hectémoréale génératrice des heures Temporaires



T.S. Davies - Surface Hectémorérale génératrice des heures Temporaires



Les travaux de H. Michnik et J. Drecker (de 1914 à 1925)

Hugo Michnik publie en 1914 : "Contribution à la théorie des cadrans solaires".

Il est clairement le premier à avoir repris l'étude de T.S. Davies et à avoir proposé les équations cartésiennes heure par heure des lignes Temporaires sur un cadran horizontal.

Il reconnaît la nature des lignes horaires temporaires. Les courbes présentent un point d'inflexion sur l'équateur céleste (d'autres points d'inflexion ne peuvent pas apparaître...).

Pour le cadran horizontal, ce sont des *courbes en épi*. Pour 2h Temporaires, la courbe est une trisectrice de Longchamps, pour celle de 3h une "courbe croisée"...

La traduction de l'article de Michnik est en cours et sera proposée ultérieurement dans Cadran-Info.

Les travaux de H. Michnik et J. Drecker (de 1914 à 1925)

Joseph Drecker publie en 1925 : “Théorie sur le cadran solaire”.

Il propose dans le chapitre II intitulé “Nature générale des lignes horaires” une synthèse historique sur les lignes horaires en usage dans l’antiquité. Il synthétise de façon remarquable l’évolution des recherches sur les lignes Temporaires en commençant par Vitruve, puis Commandinus, Clavius, Delambre, Cadell, Davies, et enfin Michnik.

Bibliographie pour la théorie sur les Lignes Horaires Temporaires



Jean-Baptiste Joseph DELAMBRE

Histoire de l'Astronomie Ancienne.

Tome II, Chapitre XVI, de l'*Analemme*, p.458–519, figures 114–143.
Paris, 1817.



W. A. CADELL

On the Lines that divide each semi-diurnal Arc into Six equal Parts.

Volume VIII, p.61-83, 14 figures.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1818.



Thomas Stephen DAVIES

An Inquiry into the Geometrical Character of the Hour-Lines upon the Antique Sun-Dials.

Volume XII, p.77-122.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1834.

Bibliographie pour la théorie sur les Lignes Horaires Temporaires



Hugo MICHNIK

Beiträge zur Theorie der Sonnenuhren.

I. Teil, 12 pages.

Belage zu dem Jahresberichte des KGL. Gymnasiums zu Beuthen
O.-S. über das Schuljahr 1913/4. – mars 1914.

Druck von B. G. Teubner in Leipzig, 1914.



Joseph DRECKER

Theorie der Sonnenuhren.

Band I, Lieferung E, 112 pages, 128 figures.

Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren.

Herausgegeben von Ernst von Bassermann-Jordan, 1925.

Berlin & Leipzig. Walter de Gruyter & Co.

Prochainement dans Cadran-Info ...

À venir ...

- la traduction de l'article de T.S. Davies suivi d'analyses et commentaires
- La traduction de l'étude de Hugo Michnik
- La traduction du Chapitre II de l'ouvrage de Drecker.

Leur devenir dans la gnomonique moderne ...

et pourquoi pas...

- L'étude des erreurs dans le tracé des lignes horaires temporaires
- Un retour à un usage "intensif" de ces lignes dans la construction de cadrans solaires...

Les lignes horaires Temporaires sont maintenant entre vos mains et leur avenir dépend de vous !

Merci de votre attention.

D. COLLIN

