

Le cherche-qibla, origine des cadrans rectilignes de hauteur ?

Communication présentée le 25 novembre 2008

Yvon Massé

1. Cette présentation fait suite à l'article que j'ai fait paraître dans *Le Gnomoniste* de septembre 2008. Je développerai ici plus particulièrement l'instrument que j'ai baptisé *cherche-qibla*. Nous verrons comment il pourrait prendre place dans l'origine, malheureusement perdue, du cadran de hauteur universel dit de Regiomontanus.
2. La qibla est la direction de La Mecque, elle a une grande importance pour les pratiquants musulmans depuis les débuts de cette religion.
 - Montucla témoigne de cette importance dans son adaptation des *Récréations Mathématiques* (1778, tome 3, problème XIV, pp 61-64)
 - La plupart des manuels astronomiques arabes médiévaux pourvus de tables contiennent un chapitre sur la détermination de la qibla
3. Pour des faibles distances (quelques centaines de km) on peut recourir à la trigonométrie plane: après avoir parcouru 2 jours de chameau vers l'est puis 2 jours et demi vers le sud, on sait pertinemment que La Mecque se trouve au nord-ouest à environ 40° du nord.
4. Lorsque les distances sont plus importantes il faut avoir recours à la trigonométrie sphérique en utilisant les angles suivants:
 - Distance polaire de La Mecque (complément de sa latitude)
 - Distance polaire du lieu considéré
 - Différence de longitudeCes angles - avec, bien sûr, une grande imprécision pour la différence de longitude - étaient connus au moins depuis Ptolémée et étaient largement utilisés par les scientifiques arabes médiévaux. Ces derniers possédaient en outre les outils mathématiques (géométrie ou algèbre) nécessaires à la résolution de ce triangle.
5. Un moyen pour trouver la qibla, qui transparaît dans les méthodes qu'ils utilisaient, est de rechercher l'azimut du soleil quand il est au zénith de La Mecque. En effet, cette ville est située dans la zone intertropicale et à 2 périodes de l'année, aux environs du 28 mai et du 16 juin de notre calendrier, le soleil passe à sa verticale à midi vrai.
6. Cette méthode est toujours d'actualité, elle est proposée par exemple sur Internet avec l'heure précise à laquelle il faut observer le soleil. Si, de nos jours, cet instant est facilement et précisément accessible à tous, ce n'était pas le cas au moyen-âge. C'était la difficulté principale à l'application de cette méthode.
Essayons de déterminer cet instant par la hauteur du soleil.
7. La terre telle qu'elle se présente lorsque le soleil est au zénith de la Mecque. Nous supposerons être à Tolède en Espagne. L'horizon du soleil, en bleu, est le grand cercle reliant tous les points de la terre où le soleil est vu sur l'horizon.

8. Plaçons les grands cercles de référence:
 - L'équateur en rouge,
 - Le méridien de La Mecque en rouge également,
 - Le méridien de Tolède en vert.
 Sur ces grands cercles on peut relever:
 - La latitude de La Mecque: $\Phi_M \approx 21,5^\circ$,
 - La latitude de Tolède: $\Phi_T \approx 40^\circ$,
 - La différence de longitude entre La Mecque et Tolède: $\Delta l \approx 44^\circ$.
9. Ajoutons le cercle orange qui relie tous les points de la terre où le soleil est vu à la même hauteur qu'à Tolède. Nous allons à présent projeter ces cercles orthogonalement sur le plan contenant le méridien de La Mecque. C'est du côté est de ce méridien que nous regarderons la projection.
10. La Mecque, à la surface de la terre, est éclairée par le soleil qui se trouve dans le plan de la figure.
 - a. A partir de la latitude de La Mecque, on peut tracer l'équateur...
 - b. puis l'axe polaire.
 - c. Avec la latitude de Tolède on peut tracer la projection de son parallèle...
 - d. et rabattre celui-ci sur le plan de la figure.
 - e. La différence de longitude nous permet de situer Tolède sur le demi parallèle rabattu.
 - f. En abaissant perpendiculairement ce point sur la projection du parallèle on obtient la position de Tolède sur la figure.
 - g. On peut alors tracer la projection du petit cercle orange...
 - h. et en déduire la hauteur du soleil observée en tout point de ce cercle.
 - i. Remarquons que l'angle de cette hauteur se retrouve au centre de la terre entre l'horizon du soleil et l'extrémité de la projection du cercle orange.
11. Faisons tourner la figure de 90° pour placer l'horizon du soleil verticalement et imaginons qu'on suspende un fil lesté en O avec une perle située sur le cercle rouge (la perle ne présente aucun intérêt à ce stade, nous verrons son intérêt plus bas quand nous généraliserons à différents lieux d'observation). Tel que la figure se présente, le fil recouvre le demi diamètre inférieur de l'horizon du soleil.
 Si maintenant la figure s'incline progressivement en suivant l'élévation du soleil (supposé vers la gauche) à partir son lever, la perle se déplacera le long du cercle rouge jusqu'à atteindre l'extrémité du segment orange. A cet instant précis, si on se trouve à Tolède et si la date de l'observation est le 28 mai ou le 16 juin, le soleil sera au zénith de La Mecque.
 - a. Si on veut prendre en compte des différences de longitude différentes, il suffit de tracer par la même méthode un ensemble de droites paramétrées.
 - b. En remarquant que la latitude du lieu d'observation se retrouve à l'extrémité de la corde $Z_1 Z'_1$, nous pouvons graduer la droite OQ pour différentes latitudes.
On obtient alors...
12. le cherche-qibla. Cet instrument est ainsi universel. Pour l'utiliser, il faut suspendre le fil sur la latitude de lieu d'observation et faire glisser la perle le long du fil tendu jusqu'au point de réglage, l'instrument est alors prêt pour l'observation. En alignant le soleil avec les pinnules, on attend que la perle atteigne la ligne verticale correspondante à la différence de longitude qui sépare l'observateur de La Mecque comme...
13. on peut le voir ici dans le cadre de notre exemple. La direction du soleil ou le plan de l'instrument indique alors la qibla.

14. Lors de notre réunion de printemps 2004, à la fin d'une présentation sur les cadrans rectilignes de hauteur, je proposais ce même synoptique en précisant que l'équivalent au capucin était un cadran conçu pour une seule déclinaison du soleil et différentes latitudes, ce qui n'avait aucun intérêt. Ce type de cadran pourrait cependant être...
 - a. le cherche-qibla. Explorons d'abord la branche de gauche:
15. Le capucin. Gravure bien connue extraite des Récréations Mathématiques et Physiques citées plus haut.
16. Sur cette figure de Fer J. de Vries, on imagine facilement comment on passe de ce cadran conçu pour une seule latitude au cadran universel imaginé par Apian en 1532
17. dont voici une magnifique gravure complétée par un ensemble de courbes permettant de passer des heures égales aux heures italiques et babyloniennes.
18. A partir du cherche-qibla, on peut imaginer...
19. de retirer les lignes de longitude...
 - a. pour les remplacer par des lignes horaires en faisant l'analogie longitude \Leftrightarrow temps bien connue des navigateurs
 - b. puis en ajoutant des échelles de latitude pour les différentes déclinaisons du soleil avec le point de réglage associé...
 - c. etc...
20. on obtient ainsi le cadran de Regiomontanus dont voici un magnifique exemplaire datant de la fin du XV^e siècle conservé au musée Huelsmann de Bielefeld en Allemagne
21. Voici alors comment on peut imaginer la succession des différents instruments de hauteur à lignes horaires rectilignes.