DÉTERMINATION DE LA DIRECTION DE LA QIBLA PAR DES MÉTHODES ASTRONOMIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

DUAA ABDULLAH

Résumé

Cet article étudie la détermination de la direction de la Qibla à l'aide d'approches astronomiques et géométriques. L'étude passe en revue les méthodes historiques et classiques employées par les savants et astronomes musulmans, notamment l'utilisation d'instruments tels que l'astrolabe et le compas. Elle explore également les techniques de trigonométrie sphérique pour calculer avec précision l'azimut de la Qibla depuis n'importe quel point du globe. La recherche clarifie les constructions géométriques et présente un modèle informatique implémenté en C++ pour faciliter une détermination précise de la Qibla. Cette analyse interdisciplinaire souligne la riche tradition de l'astronomie et de la géométrie islamiques pour répondre aux exigences religieuses pratiques, en fournissant à la fois des cadres théoriques et des algorithmes pratiques pour les applications modernes.

1. Introduction

Tout au long de l'histoire, les géographes et érudits musulmans ont élaboré des cartes de la Qibla pour guider les fidèles dans leur orientation vers la Kaaba [3]. Les premières approches, souvent qualifiées de science populaire, s'appuyaient sur les connaissances astronomiques traditionnelles des civilisations arabes préislamiques.Ces connaissances, bien que dépourvues de fondements théoriques formels ou de calculs précis, ont contribué au développement d'une vision géographique sacrée du monde. Dans cette vision, le monde était divisé en régions rayonnant depuis la Kaaba, la direction de la Qibla de chaque région étant déterminée par des méthodes empiriques issues de l'astronomie populaire. Par la suite, l'introduction des mathématiques,largement influencées par l'érudition grecque et caractérisées par leur rigueur théorique et computationnelle, a permis la formulation de procédures systématiques pour déterminer la Qibla depuis n'importe quel lieu. Malgré la diversité des techniques employées par les musulmans au fil des siècles pour se tourner vers la Kaaba, il demeure indéniable que la Qibla occupe une place centrale et profonde dans la tradition religieuse et l'identité culturelle islamiques [14].

La datation précise et les plans d'origine [8], y compris l'orientation de la qibla, de nombreuses structures anciennes restent indéterminés.Un débat scientifique s'est instauré concernant la capacité des architectes musulmans des deux premiers siècles de l'Islam à déterminer avec précision la direction de la qibla. Une partie de la communauté scientifique soutient que ces architectes possédaient les compétences requises, tandis que d'autres contestent cette affirmation. La question est peut-être plus nuancée : certains architectes ont fait preuve d'une telle précision, tandis que d'autres non, ou encore la précision de la détermination de la qibla a varié dans le temps et l'espace, notamment en fonction de la distance par rapport à la direction de la qibla.

La prière est un devoir individuel qui incombe à tout musulman et à toute musulmane ayant atteint la puberté, étant pur et sain d'esprit, ayant entendu le message du Prophète et capable de l'accomplir.Il est conseillé à un enfant de prier dès l'âge de sept ans et il lui est enjoint de le faire dès l'âge de dix ans [14]. Comme indiqué dans le Saint Coran, les prières obligatoires doivent être accomplies à heures fixes. Allah a prescrit aux musulmans de prier cinq fois par jour.

Une publication récente de Nachef et Kadiar [9,10] postule que l'orientation de la qibla pour l'Amérique du Nord correspond à la direction Sud-Est. Pour étayer cette affirmation, ils citent divers juristes islamiques classiques. De plus, leur argument est renforcé par les témoignages de plusieurs théologiens musulmans contemporains et de plusieurs scientifiques du Canada et des États-Unis.

Les scientifiques consultés, principalement des géographes, préconisent de définir la qibla comme la loxodromie vers La Mecque, qui, pour la majeure partie de l'Amérique du Nord, se situe dans le quadrant Sud-Est.

La Mecque est considérée comme la Qibla pour les musulmans du monde entier, et la prière n'est pas valide sans être orienté vers la Qibla. Compte tenu de l'importance de déterminer la direction de la Qibla dans la vie des musulmans et du lien entre cette détermination et les instruments astronomiques qui ont été développés, dont les plus importants sont l'astrolabe et le quadrant,il a été nécessaire d'étudier les instruments astronomiques qui contribuent à déterminer la direction de la Qibla par différentes méthodes afin d'établir la direction de la Qibla,autrefois appelée azimut de la Qibla.

1 - Définition (Azimut de la Qibla.

Il s'agit du point d'intersection entre le cercle de l'horizon et un grand cercle passant par les azimuts de nos têtes et des têtes des habitants de La Mecque,conformément aux écrits des astronomes.

Il ne fait aucun doute que l'astronomie était connue des milliers d'années avant Jésus-Christ. Ceci est attesté par les écrits des Babyloniens, des anciens Égyptiens et d'autres peuples concernant certains phénomènes astronomiques, ou par des ouvrages construits sur la base d'observations astronomiques précises. Les anciens Babyloniens divisaient leur année agricole en trois saisons et considéraient le moment où l'étoile Sirius (Al-Shi'ra Al-Yamaniyah) occupait une position spécifique dans le ciel oriental comme le début de l'année.

Déterminer la Qibla signifie se diriger vers la Maison d'Allah (Al-Haram) depuis n'importe quel point de la surface de la Terre. Comme chacun sait, la Qibla des musulmans est La Mecque. Dans cette recherche, nous présenterons des méthodes pour trouver la Qibla, tant astronomiques que géométriques, grâce à l'étude de son azimut et à sa détermination précise. Nous tenterons d'élucider un modèle permettant de déterminer cet azimut à l'aide de lois géométriques essentielles. Ensuite, nous présenterons un mécanisme pour déterminer la direction de la Qibla selon des règles et des étapes précises, en utilisant des instruments astronomiques conçus à cet effet, ainsi que d'autres éléments géométriques et astronomiques.

1.1. Objectif de la recherche.

Depuis plus de 1400 ans, l'obligation de prier et d'accomplir divers actes rituels en direction de la Kaaba revêt une importance capitale pour les musulmans du monde entier. L'importance fondamentale du concept de Qibla en Islam a conduit au développement de cartes, d'instruments et de méthodes cartographiques de Qibla. De nombreuses études[1] ont été présentées sur la détermination de la direction de la Qibla à l'époque moderne, mais le véritable enjeu est d'identifier les méthodes utilisées par les anciens pour la déterminer. Comme de nombreux instruments astronomiques existaient et accomplissaient inévitablement des tâches similaires, ils différaient les uns des autres par leurs fonctions spécifiques. Cette recherche permettra de répondre à certaines questions importantes:

(1) Comment déterminer correctement la direction de la Qibla ?

(2) Quelle est la marge d'erreur dans la détermination de la direction de la Qibla, et comment la corriger ?

1 Ces études ont été présentées dans la thèse de doctorat [6].

(3) Quels sont les instruments astronomiques les plus importants utilisés pour déterminer la direction de la Qibla ?

(4) Quelles lois géométriques nous aident à déterminer la direction de la Qibla ?

2 Orientation vers la Qibla par méthodes astronomiques et géométriques

Le calcul de l'azimut, ou relèvement, entre deux points géographiques repose fondamentalement sur deux aspects essentiels. Le premier élément fondamental est la détermination précise des coordonnées de ces emplacements, généralement exprimées en termes de latitude et de longitude. Le second facteur consiste à préciser la nature de l'itinéraire reliant les deux points. Généralement, cet itinéraire est défini soit comme un grand cercle, également appelé géodésique, soit comme une loxodromie. Ces deux aspects ont des implications distinctes sur le processus de calcul. Il s'agit de s'orienter vers la Qibla à l'aide de dessins et de formes géométriques qui aident à déterminer sa direction. Ci-dessous, nous examinerons quelques méthodes géométriques permettant d'extraire avec précision la direction de la Qibla. Ces méthodes sont les suivantes :

2.1. Première méthode : Détermination de la Qibla à l'aide du compas.

Cette méthode s'appuie sur les travaux de David King [1], qui expliquent comment déterminer la direction de la Qibla et sur lesquels reposent certains aspects de la méthode présentée ici.

Ce problème a suscité un vif intérêt chez plusieurs éminents savants musulmans, tels qu'al-Khwarizmi[2] (780-850), al-Battani[3] (858-929), Abu al-Wafa al-Buzjani[4] (940-997), Ibn al-Haitham[5] (965-1040), al-Biruni[6] (973-1048) et al-Tusi[7] (1201-1274).Ces figures comptent parmi les contributeurs les plus influents au savoir scientifique médiéval. De plus, des avancées originales et significatives dans la détermination de la qibla ont été réalisées par de nombreux savants, parmi lesquels Habash al-Hasib[8] (vers 850), al-Nayrizi (vers 897), Ibn Yunus[9] (vers 985), Ibn al-Banna al-Marrakashi[10] (1256-1321), al-Khalili (vers 1365) et Ibn al-Shatir[11] (1306-1375). Bien que ces derniers soient souvent moins connus, ils ont néanmoins apporté des contributions substantielles aux domaines de l'astronomie et des mathématiques[12].

---

2 Le traité d'algèbre d'Al-Khwarizmi, d'une grande influence, a donné son nom à cette discipline. Le mot « algorithme », dérivé de son nom, est devenu un terme courant avec la diffusion des ordinateurs.

3 Al-Battani a déterminé plusieurs grandeurs astronomiques avec une précision remarquable.

4 Abu al-Wafa a apporté des contributions significatives aux mathématiques et à l'astronomie. Il a établi les liens entre les six principales fonctions trigonométriques. On lui attribue, sans doute, la découverte d'une composante du mouvement de la Lune, redécouverte 600 ans plus tard par Tycho Brahe.

5 Ibn al-Haitham, célèbre pour ses travaux fondamentaux sur l'optique, a également beaucoup travaillé en mathématiques et en astronomie. Il a été un pionnier de la méthode scientifique, qui comprend l'observation, la formulation d'hypothèses, la déduction et la vérification expérimentale.

6 Al-Biruni est décrit par Durant [11].

7 Al-Tusi a systématisé la trigonométrie (plane et sphérique) comme une discipline indépendante de l'astronomie. Il a également formulé un modèle non ptolémaïque du mouvement planétaire basé sur les sphères.

8 Habash al-Hasib a introduit de nouvelles fonctions trigonométriques.

9 Ibn Yunus a compilé des tables astronomiques très précises, étudié le mouvement du pendule, ce qui a conduit à l'invention des horloges mécaniques, et inventé plusieurs instruments astronomiques.

10 Al-Banna a réalisé des travaux novateurs sur les fractions continues, les sommes de puissances et ce que l'on peut aujourd'hui identifier comme les coefficients binomiaux.

11 Ibn al-Shatir a construit un modèle des mouvements planétaires.

12 La construction d'Al-Battani est décrite dans [12, 2, 13].

(1) Tracez un cercle de rayon assez grand, semblable à celui dont on extrait les méridiens, et divisez-le en quatre sections par deux droites perpendiculaires.

(2) Identifiez les quatre points cardinaux sur le cercle.

(3) Nous obtenons alors quatre sections égales ; nous divisons chaque quart de cercle en quatre-vingt-dix parties égales. Divisez la droite reliant le point Nord de la circonférence du cercle à son centre par une demi-droite - la droite allant du point Nord au centre - en quatre-vingt-dix parties égales.

(4) Déterminez la longitude de la ville dont nous voulons déterminer la direction de la Qibla, disons "s".

(5) Prenez la longitude de la ville, c'est-à-dire la distance entre le point est et le centre du cercle, qui se situe entre le Sud et l'Ouest, sur la ligne équatoriale.

(6) Ainsi, nous avons déterminé les méridiens de la ville dont nous voulons déterminer la direction de la Qibla. Traçons ensuite le cercle à l'aide de deux lignes partant de ce point, semblables aux deux premières, et laissons ces dernières de côté, car elles ne sont plus nécessaires.

(7) Indiquez les points cardinaux (Est, Ouest, Nord et Sud) aux extrémités des lignes, et assurez-vous qu'elles soient bien visibles.

(8) Déterminez la longitude et la latitude de La Mecque, ainsi que celles de la ville où vous vous trouvez.

(9) À partir du point Est du cercle, reportez la distance correspondant à la longitude de La Mecque (si vous prenez la longueur) et la distance correspondant à la latitude (si vous prenez la latitude). Ceci est illustré par la figure 1, qui explique le mécanisme de détermination de la Qibla.

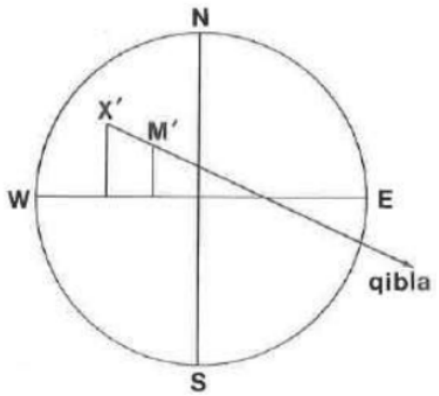

Figure 1. Division du cercle et placement des quarts et des directions.

10) Ensuite, reportez sur les lignes du bord du cercle les segments correspondant à la longitude de La Mecque. Si la longueur est complète, tracez une ligne depuis ce point du cercle, sur la ligne suivant le Sud du cercle jusqu'à son centre.

(11) À l'aide du compas, placez une pointe sur le parallèle de La Mecque et l'autre au centre du cercle. Tracez un nouveau cercle à l'intérieur du grand cercle et marquez les points d'intersection de ce nouveau cercle avec le méridien de La Mecque. Ceci indique la position de La Mecque sur Terre, comme illustré sur la figure 2.

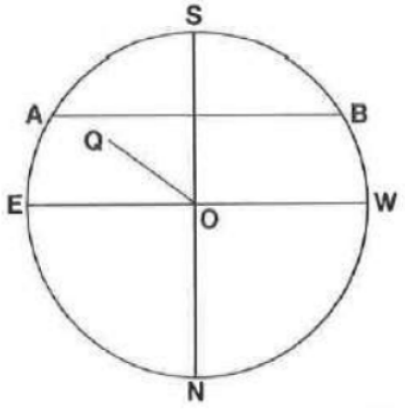

Figure 2. Le nouveau cercle que nous avons obtenu à l'intérieur du grand cercle.

Ensuite, rendez-vous dans la ville où nous nous trouvons, par l'Est ou par l'Ouest, et notez sa longitude et sa latitude comme nous l'avons fait pour La Mecque afin de connaître sa position sur Terre. Placez ensuite une extrémité du compas sur la position de La Mecque et l'autre extrémité sur la position de la ville, puis tracez un cercle dont le centre est La Mecque et la circonférence, la ville. Alignez ce cercle avec deux lignes : l'une partant de la ville dont nous avons calculé la direction pour La Mecque et aboutissant à ce qui correspond de l'autre côté du cercle ; il s'agit de la direction de la Qibla, et l'autre ligne est obtenue en alignant la Qibla avec la direction où elle se trouve, si Dieu le veut.

2.2. Deuxième méthode : Détermination de la Qibla à l'aide de l'astrolabe.

L'astronomie est définie comme la science qui étudie le mouvement des corps célestes et des objets célestes, nécessitant différents instruments pour observer les mouvements des planètes et des étoiles quasi fixes par rapport à l'observateur. Ces instruments d'observation peuvent varier en type et en conception, mais ils servent en fin de compte à étudier l'astronomie et à percer ses secrets et ses vérités fascinantes. Parmi ces instruments d'observation, on trouve l'astrolabe, le capteur de vent, l'astrolabe annulaire, et d'autres. L'astrolabe est défini comme : un instrument utilisé pour mesurer la hauteur des étoiles et calculer leurs dimensions et leur position sur la sphère céleste [4].

Pour déterminer la direction de la Qibla, il faut connaître la longitude et la latitude de La Mecque, comme illustré sur la figure 1, qui indique la direction de la Qibla.

2 - Définition (Ligne équatoriale [7]).

Il s'agit d'un cercle de latitude autour de la Terre, équidistant des pôles, divisant la Terre en deux moitiés : Nord et Sud. La durée du jour et de la nuit y est égale. « Les régions tropicales : la zone terrestre située entre les deux tropiques. »

2.2.1. Détermination de la direction de la Qibla à l'aide de l'astrolabe.

Pour déterminer la direction de la Qibla à l'aide de l'astrolabe, selon un message manuscrit sur l'utilisation de l'astrolabe par Umayyah ibn Abu Al-Salt [5], l'auteur explique comment procéder en disant : « Si vous souhaitez le faire : extrayez le méridien, l'équateur et les points Est, Ouest, Nord et Sud vrai. Placez l'astrolabe sur le guide qui détermine ces directions. Ce point est spécifié sur la face fournie par le chapitre précédent, et il vous est parfaitement clair dans quel quartier de l'horizon se trouve la ville dont vous souhaitez connaître la direction. Vous le savez déjà grâce à sa longitude et sa latitude, car si elles concordent en longitude et que la latitude de votre ville est supérieure à celle de l'autre ville, (l'autre ville par rapport à la vôtre) est alignée avec le

point milieu du Sud ; si la latitude de votre ville est inférieure, elle est alignée sur le milieu du Nord ; si elle est supérieure, elle est à l'Ouest. Une fois le quart de latitude de la ville recherchée déterminé, prenez, à partir de l'un des deux points qui la définissent, le nombre de parties de la distance indiquée entre ce point et la ville. Marquez-y la lettre de l'alidade ; vous déterminez ainsi la lettre de l'alidade pointant vers la ville dont la position correspond à sa solution, c'est-à-dire la Qibla. Quant au calcul des distances entre les villes en parties d'azimut, il n'est pas possible de l'aborder dans cet ouvrage, car il s'agit d'un art différent de celui de la géométrie, qui relève de l'astrolabe. Nous nous basons donc ici sur les calculs effectués à l'aide de l'outil appelé « Cutter », pour une ville donnée, et sur son positionnement pour ceux qui en ont besoin. L'azimut de la Qibla peut être déterminé de différentes manières, mais il est spécifique à l'astrolabe.

Application pratique : il convient ensuite de suivre les étapes suivantes :

(1) Première étape : Déterminez le méridien, l'équateur et les points cardinaux (Est, Ouest, Nord et Sud), ensuite :

(a) Placez l'astrolabe à l'endroit où se situe la ville, en déterminant ces directions. Vous devez savoir dans quel quart de l'horizon se trouve la ville dont vous cherchez la direction, car vous le savez grâce à sa longitude et sa latitude.

(b) Si les longitudes concordent et que la latitude de votre ville est supérieure à celle de l'autre ville (cette dernière étant éloignée de la vôtre), la ville s'aligne avec le milieu du Sud.

(2) Deuxième étape : Déterminez la direction de la Qibla à partir de la latitude de la ville comme suit :

(a) Si la latitude de votre ville est inférieure, cette ville s'aligne avec le milieu du Nord.

(b) Une fois que vous connaissez le quart de l'horizon où se trouve la ville, prenez, à partir de l'un des deux points de détermination, le nombre de parties de la distance indiquée entre ce point et la ville. (c) Placez ensuite la lettre d'alidade dessus, et vous marquez ainsi la lettre d'alidade qui pointe vers la ville recherchée dont la solution est la Qibla

(3) Troisième étape : Comparez les longitudes et les latitudes des deux villes — la ville où vous vous trouvez et la ville dont vous souhaitez déterminer la direction de la Qibla. Si les longitudes concordent, comparez les latitudes. Si la latitude de votre ville est supérieure à celle de l'autre ville, cette dernière se trouve au milieu du Sud. Déterminez ensuite le quart d'horizon dans lequel se situe la ville sur l'horizon. À partir de l'un des deux points permettant de la déterminer - point Est ou Ouest - , mesurez la distance indiquée entre ces points et la ville telle qu'elle est spécifiée sur la carte de la ville. Marquez la lettre de l'alidade sur ce nombre de parts de distance ; vous trouvez ainsi la lettre de l'alidade pointant vers la ville recherchée dont la solution est la Qibla.

(4) Quatrième étape : Si la latitude de votre ville est inférieure à celle de l'autre ville, cette dernière se trouve au milieu du Nord. Déterminez ensuite le quart d'horizon dans lequel se situe la ville sur l'horizon. À partir de l'un des deux points déterminant la distance (point Est ou Ouest), prenez le nombre de segments de la distance indiquée entre ce point et la ville, sur la carte de la ville. Marquez la lettre de l'alidade correspondant à ce nombre de segments ; puis, marquez cette lettre de l'alidade pointant vers la ville dont la solution est la Qibla.

D'après l'étude précédente visant à déterminer l'azimut de la Qibla, nous pouvons affirmer que les points Nord et Sud correspondent aux tropiques du Cancer et du Capricorne. Une fois cela établi, nous déterminons les longitudes et latitudes de la ville dont nous recherchons la Qibla, ainsi que celles de la ville où nous nous trouvons. Nous plaçons ensuite l'astrolabe de manière à indiquer

ces directions, c'est-à-dire les points Est, Ouest, Nord et Sud géographique. Conformément à notre étude, nous présentons la ligne du méridien selon la définition 3, car elle est liée à l'azimut de la Qibla et à l'équateur.

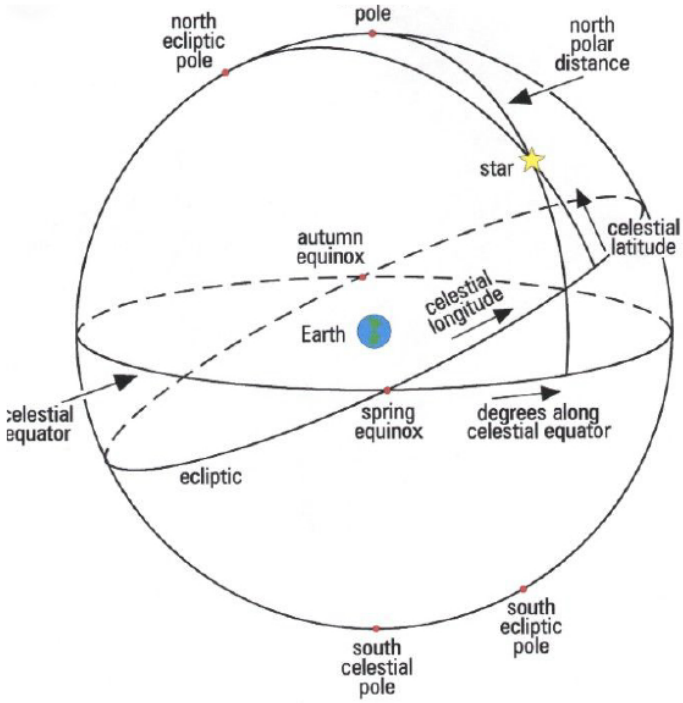

Figure 3. Image représentant la position des tropiques du Cancer et du Capricorne
et la ligne reliant ces deux tropiques, qui fait partie du parcours du cercle zodiacal.

3 - Définition (Ligne méridienne).

C'est la ligne représentant la hauteur maximale du soleil à midi. Elle sert de ligne médiane entre les moitiés Est et Ouest, passant par les pôles des première et sixième maisons, les rejoignant aux points Sud et Nord géographique, et reliées par la ligne du zénith. Elle traverse également les deuxième et quatrième maisons, qui représentent les points d'appui de la terre et du ciel ; c'est-à-dire la ligne reliant le tropique du Cancer et le tropique du Capricorne.

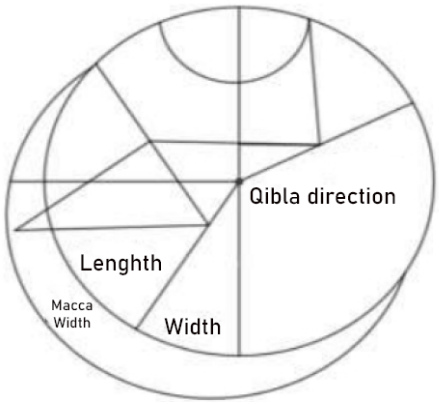

Figure 4. Image montrant la direction de la Qibla par rapport à La Mecque.

D'autres méthodes utilisant des instruments astronomiques sont similaires et ne diffèrent guère de celle-ci, quel que soit l'instrument astronomique utilisé. La question est maintenant de savoir comment déterminer la direction de la Qibla par des calculs astronomiques. Bien sûr, cela

soulève un autre sujet : les triangles sphériques. L'astronomie s'appuie autant sur les triangles sphériques que sur les triangles plans, car un triangle tracé sur une feuille est semblable à un triangle tracé sur la sphère terrestre ou céleste.

Les côtés d'un triangle sphérique sont des arcs qui le composent. Ainsi, la longueur du côté d'un triangle sphérique, exprimée en degrés, multipliée par le rayon de la sphère sur laquelle le triangle est tracé, est égale à la longueur de l'arc.

Pour déterminer la direction de la Qibla pour une ville donnée, on suit la règle suivante :

(1) Déterminez la longitude de la ville où vous vous trouvez et convertissez-la en latitude. Soit m la longitude et n la latitude.

(2) Déterminez la longitude de La Mecque et convertissez-la en latitude. Soit a la longitude et b la latitude.

(3) Calculez la différence de longitude entre votre ville et La Mecque, définie par :

$$x = 90° - a \qquad y = 90° - m$$

(4) Prenez la différence de latitude entre la latitude de La Mecque et celle de la ville où vous vous trouvez, définie par :

$$z = n - b$$

(5) Substituer dans les formules triangulaires qui sont :

$$(1) \qquad \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)\cot\frac{z}{2}}{\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)} \quad , \quad \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\cot\frac{z}{2}}{\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)}$$

En résolvant ces équations, nous obtenons l'angle A, et donc la direction de la Qibla pour la ville où nous nous trouvons est :

$$r = 180° - A$$

Prenons l'exemple d'Alep pour déterminer la direction de la Qibla :

La longitude et la latitude d'Alep sont : $n = 37{,}16°$, $m = 36{,}18°$.

La longitude et la latitude de La Mecque sont : $b = 39{,}50°$, $a = 21{,}25°$.

Calculons les coordonnées : $x = 90° - 21{,}25° = 68{,}75°$, $y = 90° - 36{,}18° = 53{,}82°$.

Calculons la différence de latitude : $z = 39{,}50° - 37{,}16° = 2{,}34°$.

Nous avons donc la relation suivante :

$$\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \frac{\cos(7.4650)\cot(1.17)}{\cos(61.2850)}, \quad \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{\sin(7.4650)\cot(1.17)}{\sin(61.2850)}.$$

De cette relation, nous obtenons :

$$\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = 101.0482, \quad \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = 7.2534.$$

La figure 5 suivante indique la direction de la Qibla depuis la ville d'Alep jusqu'à La Mecque.

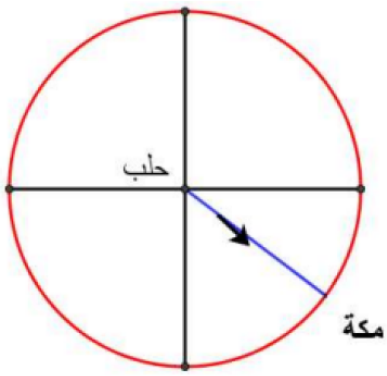

Figure 5. Image montrant la direction de la Qibla par rapport
à la ville d'Alep en direction de La Mecque.

3. Équations trigonométriques sphériques de base pour la direction de la Qibla

La Qibla est la direction depuis n'importe quel point de la Terre vers la Kaaba à La Mecque. Il s'agit d'un problème classique d'astronomie sphérique, résolu à l'aide de la loi des cosinus sphériques sur la sphère unité (la Terre étant modélisée comme une sphère).

Soit :

P = la position de l'observateur, de latitude ϕ P (Nord positif), de longitude λP,

K = la Kaaba (La Mecque), de latitude ϕK = 21,4225° N et de longitude λK = 39,8262° E (valeurs fixées approximativement),

$\Delta\lambda = \lambda K - \lambda P$: la différence de longitude et q : le relèvement (azimut) de la Qibla, mesuré dans le sens horaire à partir du Nord local (0° = Nord, 90° = Est, etc.).

La formule exacte, dérivée de la loi des cosinus sphériques, est :

$$\tan q = \frac{\sin \Delta\lambda}{\cos\phi_P \tan\phi_K - \sin\phi_P \cos\Delta\lambda}. \tag{2}$$

La direction de la Qibla est donc :

$$q = \left(\tan^{-1}\left(\frac{\sin \Delta\lambda}{\cos\phi_P \tan\phi_K - \sin\phi_P \cos\Delta\lambda}\right)\right)^2. \tag{3}$$

Remarque 1. Utilisez l'arctangente à deux arguments $(\tan^{-1}(y, x))^2$ pour obtenir le quadrant correct ($q \in [0°, 360°)$).

Représentez les points comme des vecteurs unitaires dans les coordonnées cartésiennes 3D (repère ECEF, axe z passant par le pôle Nord) :

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \cos\phi_P \cos\lambda_P \\ \cos\phi_P \sin\lambda_P \\ \sin\phi_P \end{pmatrix}, \quad \vec{K} = \begin{pmatrix} \cos\phi_K \cos\lambda_K \\ \cos\phi_K \sin\lambda_K \\ \sin\phi_K \end{pmatrix} \tag{4}$$

Le grand cercle reliant P à K se situe dans le plan défini par $\vec{P}$, $\vec{K}$ et l'origine.
La direction du Nord local en P est le vecteur unitaire du plan méridien :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} -\sin\phi_P \cos\lambda_P \\ -\sin\phi_P \sin\lambda_P \\ \cos\phi_P \end{pmatrix}. \tag{5}$$

La direction Est en P est perpendiculaire :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} -\sin\lambda_P \\ \cos\lambda_P \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Le vecteur directeur de P à K le long du grand cercle est la composante de $\vec{K} - \vec{P}$ orthogonale à $\vec{P}$, soit $\vec{D} = \vec{K} - (\vec{K} \cdot \vec{P})\ \vec{P}$.

Projetez $\vec{D}$ sur le Nord et l'Est locaux : $q(= \arctan 2(\vec{D} \cdot \vec{E}, \vec{D} \cdot \vec{N})$.

Après développement algébrique selon (3) – (6) (avec $\vec{K} \cdot \vec{P} = \cos c$, où c est la distance angulaire), l'expression se simplifie exactement en la formule de la tangente ci-dessus.

Il s'agit de la méthode exacte standard utilisée en astronomie et en géographie islamique (par exemple, dans les applications de prière, les adaptations du calculateur solaire de la NOAA). Nous avons présenté la direction de la Qibla dans le tableau 1 pour certaines capitales. Seule la trigonométrie sphérique algébrique est nécessaire. Aucune intégrale ni équation différentielle n'est impliquée dans la détermination de la direction de la Qibla.

Damascus	171.09	S	Kabul	250.77	W	Tiran	133.61	SE
Algiers	105.39	E	Luanda	40.39	NE	Andorra la Vella	130.02	SE
Yerevan	193.35	S	Baku	207.18	SW	Manama	246.23	W
Nassau	58.33	NE	Dhaka	277.57	W	Minsk	159.17	S
Brussels	123.48	SE	Thimphu	273.78	W	Sarajevo	134.77	SE
Brasília	68.76	E	Sofia	141.86	SE	Ouagadougou	71.39	E
Bujumbura	22.01	N	Yaoundé	54.99	NE	Praia	73.57	E
N'Djamena	65.30	NE	Beijing	278.89	W	Kinshasa	42.00	NE
Brazzaville	42.20	NE	Yamoussoukro	66.66	NE	Havana	56.07	NE
Djibouti	342.54	N	Roseau	66.34	NE	Santo Domingo	63.01	NE
Asmara	7.84	N	Addis Ababa	4.67	N	Helsinki	158.23	S
Khartoum	34.05	NE	Mbabane	13.35	N	Stockholm	138.24	SE

Tableau 1. Indique la direction de la Qibla (azimut par rapport au Nord géographique, dans le sens horaire)

4. Application de détermination de la Qibla

Dans la première section, nous avons abordé les méthodes de détermination de la Qibla par des approches astronomiques et géométriques, et nous avons calculé avec précision l'azimut de la Qibla pour la ville d'Alep.

Dans ce chapitre, nous allons montrer comment appliquer la détermination de la Qibla ; c'est-à-dire modéliser cette application de manière générale afin d'obtenir la direction de la Qibla par les méthodes les plus rapides et les plus efficaces possibles.

Nous utiliserons tout d'abord la programmation en C++ car c'est le langage le plus performant et le plus simple en termes de fonctionnalités ; ainsi, nous pouvons facilement l'implémenter sur un téléphone mobile. Nous n'entrerons pas dans les détails de ce langage car il ne fait pas l'objet de notre recherche. Le premier programme sera conçu pour obtenir les coordonnées x, y, z, et la seconde phase consistera à résoudre les équations sphériques pour lesquelles nous utiliserons le programme Wolfram Alpha. Nous avons ainsi résolu le problème de la modélisation de l'azimut de la Qibla et l'avons présenté sous sa forme la plus simple possible. Le programme est le suivant ; je n'expliquerai pas la signification des symboles, car je les ai déjà expliqués à la page précédente et je m'y conformerai.

```
#include <iostream>

#include <math.h>
using namespace std;
int main ()
{
float m,n,a,b,x,y,z,s,d,r,e;
cout << "pleas enter m= " ;
cin >> m;
cout << " \n pleas enter n= " ;
cin >> n;
cout << "\n pleas enter a= " ;
cin >> a;
cout << "pleas enter b= " ;
cin >> b;
x=90-a;
y=90-m;
cout << "we found x=" << x <<"and y= " << y<< endl;
z=b-n;
cout << " the change in width is z=" <<z << endl;
cout <<"************" << endl;
s= cos ((x-y)/2)* (cos(z)/ sin (z));
cout << "x-y /2 =" << ((x-y)/2) << endl;
d= cos ((x+y)/2);
cout << " s= " << s << " d= " << d<< endl;
cout << "tan ((A+B)/2) = " << s/d << endl;
r= sin ((x-y)/2)* (cos(z)/ sin (z));
e= sin ((x+y)/2);
cout << " r=" << r << " e= " << e << endl;
cout << "tan ((A-B)/2) = " << r/e<< endl;
cout <<"***********" << endl;
return 0;
}
```

Ce programme ne détermine pas précisément l'azimut de la région pour laquelle l'azimut doit être calculé, mais il nous conduit aux relations qui reposent, dans leur résolution, sur des triangles sphériques, qui, à leur tour, nous donnent l'azimut spécifique du pays pour lequel nous voulons calculer l'azimut.

5. Calcul du trajet orthodromique

Les ordinateurs permettent de calculer la Qibla avec une précision considérable depuis n'importe quel point du monde, à condition de disposer avec exactitude des latitudes, longitudes et de l'ellipsoïde de référence.

La formule suivante donne la Qibla (azimut vers La Mecque) en considérant la Terre comme une sphère :

$$\mathrm{Az} = \frac{\arctan_2 \cos\Phi_1 \sin(\lambda_1 - \lambda_2)}{\cos\Phi_2 \sin\Phi_1 - \sin\Phi_2 \cos\Phi_1 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)} \qquad (7)$$

où Φ_1, λ_1 = latitude (+ si Nord, - si Sud) et longitude (+ si Est, - si Ouest par rapport à Greenwich), respectivement, de la Kaaba à La Mecque, Φ_2, λ_2 = latitude et longitude,

respectivement, du lieu de culte, Az = azimut ou Qibla, mesuré dans le sens horaire à partir du Nord, $\arctan_2$ = fonction arctan ajustée pour le quadrant ; identique à la fonction ATAN2 ou DATAN2 en FORTRAN, agencée de sorte que si le dénominateur de cette formule est négatif, π radians (180°) sont ajoutés à Az (et 2π soustraits ensuite si Az dépasse π).

À Washington, D.C., l'orientation précise vers laquelle un fidèle doit se tourner est d'environ 56°30′ mesurée dans le sens horaire à partir du Nord géographique. Cela correspond à un relèvement d'environ 11 degrés à l'Est de la direction Nord-Est. Si l'on utilisait par erreur la loxodromie pour ce calcul, la direction résultante serait proche de 99°50′ dans le sens horaire par rapport au Nord géographique, soit environ 10 degrés Sud de l'Est. Ces mesures angulaires sont toutes rapportées à l'ellipsoïde GRS-80 assimilé à une sphère.

6. Conclusion

En résumé, nos recherches montrent que la direction de la Qibla peut être déterminée de plusieurs manières, notamment par des méthodes mathématiques, astronomiques et par des méthodes basées sur des calculs relatifs aux triangles sphériques. Les Arabes ont excellé dans ce domaine et ont su déterminer l'azimut par diverses méthodes, en utilisant de nombreux instruments astronomiques, dont le plus important est l'astrolabe. Nous avons pu développer un programme d'approximation qui simplifie de nombreuses relations, ce qui représente un effort considérable de la part du chercheur.

Références

[1] D. King, The Earliest Islamic Mathematical Methods Tables for Finder the Direction of Mecca, Goethe Unversity, Frankfort, Germany, PP 97-98.

[2] D. King, Astronomy in the Service of Islam, Collected studies series, CS416, Valorium, Aldershot, Hampshire, UK, 1993.

[3] D. King, P. L. Richard, Qibla Charts, Qibla Maps, and Related Instruments, Chapter 9 in J. B. Harley and David Woodward, eds., The History of Cartography, Vol. 2, Bk. 1, Cartography in the Traditional Islamic and South Asian Societies. Chicago: University of Chicago Press. (1992), 189- 205.

[4] Al-Khwarizmi, Abu Abd Allah ibn Ahmad ibn Yusuf al-Katib, published 1349 AH/1930 AD, Mafatih al-Ulum, Al-Sharq Press, Egypt, 1st edition.

[5] J. Hamoud, M. Mawaldi, The idioms of astronomic in machine of Astorlabe By Manuscripts Treatise on the Utilization of Astorlabe By Umayyad ibn Abi-Salat, available on https://www.researchgate.net.

[6] J. Hamoud, M. Mawaldi, Editing And Studying Manuscripts Treatise On The Utilization of Astorlabe By Umayyad ibn Abi Al-S, alat (460H/1068AD-527H/1133AD), available on https://www.researchgate.net.

[7] Omar, Ahmed Mokhtar Abdel Hamid, 1429 AH/2008 AD, Contemporary Arabic Language Academy, Alam Al-Kutub, Egypt, 1st edition.

[8] W. R. Schumm, How Accurately Could Early (622-900 CE) Muslims Determine the Direction of Prayers (Qibla)?, Religions, 11(3) (2020), 102.

[9] S. K. Abdali, The correct qibla. Dublin: National Science Foundation, (1997).

[10] N. Riad, K. Samir:, The Substantiation of the People of Truth that the Direction of al-Qibla in the United States and Canada is to the Southeast,Assoc.of Islamic Chari table Projects, Philadelphia, 1414 AH (1993).

[11] W. Durant, The Story of Civilization: Part IV, The Age of Faith, Simon and Schuster, NewYork, (1950).

[12] M. Y. Bannuri, Bughyat al-’Ar¯ıb fi Masa’il al-Qiblah wa al-Mah¯ar¯ıb (in Ara- bic), Matba’ah al-’Ulum, Cairo, 1939.
[13] M. R. A. Ludhianavi, Irsh¯ad al-Abid ila Takhr¯ıj al-Awq¯at wa Tawjih al-Mas¯ajid (in Urdu), Ashraf-ul-Madaris, Karachi, 1389 A.H./1970.
[14] G. Almakky, J. Snyder, Calculating an azimuth from one location to another a case study in determining the qibla to makkah, Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization, 33(2) (1996), 29-36.

Duaa Abdullah Physics and Technology School of Applied Mathematics and Informatics, Moscow Institute of Physics and Technology, 141701, Moscow region, Russia
Email address : duaa1992abdullah@gmail.com

Texte original sur https://arxiv.org/pdf/2512.03271
Traduction Google