

Deux marées par jour : Pourquoi ?



*Mercredi 15 mai 2024 / 20h30
Salle Chartreuse – Meylan - Isère
Groupe d'Astronomie du Dauphiné
Précédent 5 mai 2010*

*Gilbert VINCENT
gilbert.belledonne@orange.fr*

Fichier pdf de l'exposé sur demande



La conférence qui fait des vagues.

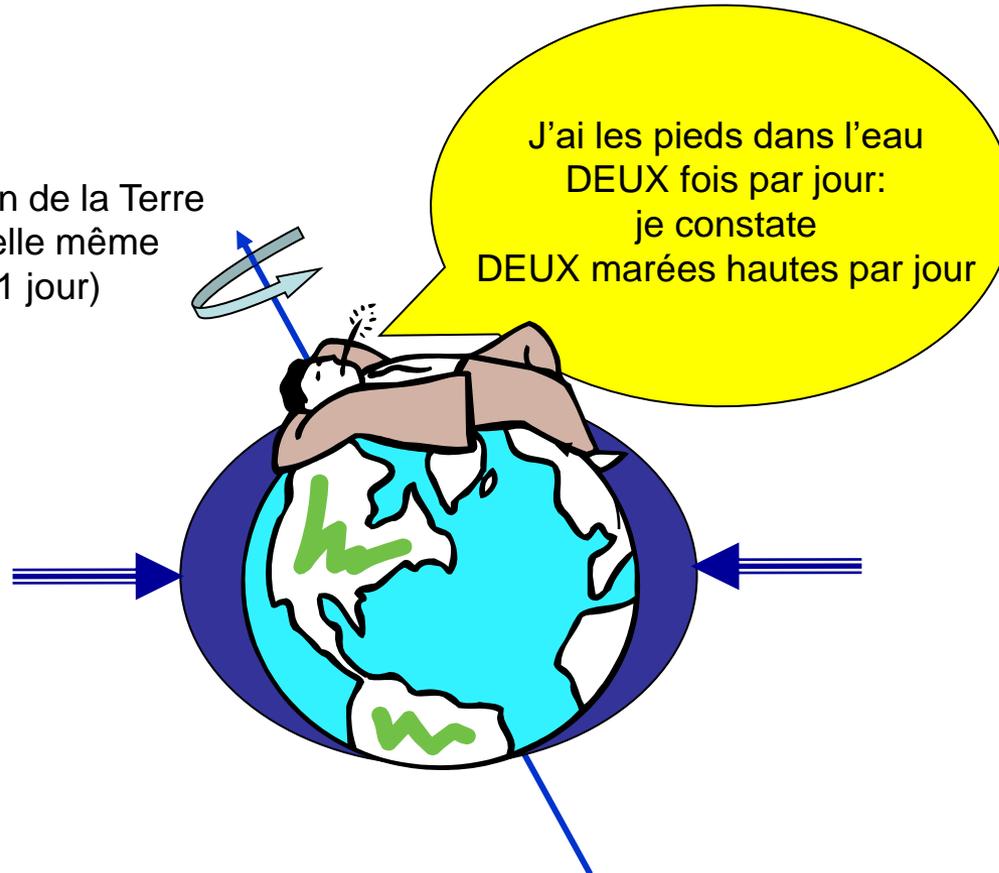
C'est pas la mer à boire !

*"Le flux et le reflux, ça me fait marrer !"
(Raymond DEVOS)*



Deux marées par jour

Rotation de la Terre
sur elle même
(1 jour)



Sommaire

1 Histoire des marées jusqu'à Newton

2 Newton : le moteur des marées

3 La marée observée

Suffisant pour briller sur la plage →

4 Aujourd'hui : sujet à controverse !

5 Moteur des marées détaillé

6 La fausse explication expliquée

Annexes :

forces de marée / amplitude marée

repère galiléen ou non / chute de la Lune

position, vitesse, accélération

construction de Proctor

bibliographie





Les théories antiques

Dans le "Timée" (~VI^e siècle av. J.C.),
les fleuves poussent la mer et créent les marées.

Platon (~429 - ~347 av. J. C.),
les eaux entrent et sortent d'un gouffre.

Héraclide (388 - 315 av. J. C.),
la Lune et le Soleil sont à l'origine des marées.

Aristote (384 - 322 av. J. C.),
*l'eau de la Lune attire l'eau de la Terre
suivant le principe de sympathie entre les corps.*



Pline l'Ancien (23 - 79)

"cependant si ce phénomène offre beaucoup de variété, sa cause réside dans le Soleil et dans la Lune",

"Jamais les marées ne se reproduisent au même moment que le jour précédent, comme si elles haletaient par la faute de l'astre avide qui attire à lui les mers pour s'abreuver.".

Les docteurs de l'Église

Saint Augustin (354 - 430)

Saint Thomas d'Aquin (1225 - 1274)

attribuent également l'origine des marées à la Lune

- description exacte
- pas d'explication physique

le principe de sympathie entre les corps domine.



Les physiciens du XVII^e siècle

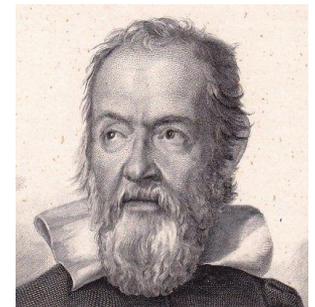
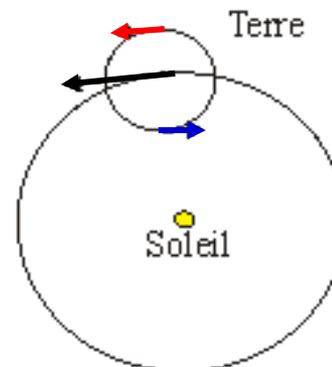
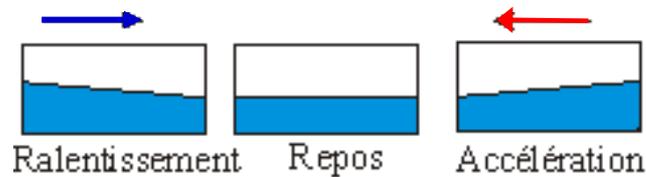
Kepler (1571 - 1630)

Utilise le principe de sympathie avec la Lune : attraction aimantique, substance de la Lune douée de la substance terrestre.



Galilée (1564 - 1642)

- Combine les vitesses de rotation et de translation terrestres.
- Ces différences de vitesses engendrent des accélérations à l'origine des marées.



Problème rythme solaire 24h !

D'autres théories plus au moins fantaisistes



Le Père Georges Fournier (1595 - 1652)

les marées sont dues aux humeurs de la Terre soignées par la lumière solaire

César d'Arçons (? - 1681)

mouvement de va-et-vient de la Terre le long de l'axe du monde

Scalberge Minière

dilatation des mers par le Soleil. La Lune jouant un rôle de miroir

Descartes (1596 - 1650)

Il relie les astres par de la matière
et les fait se déplacer par des tourbillons.

La Lune comprime la matière du ciel
qui écrase l'eau.



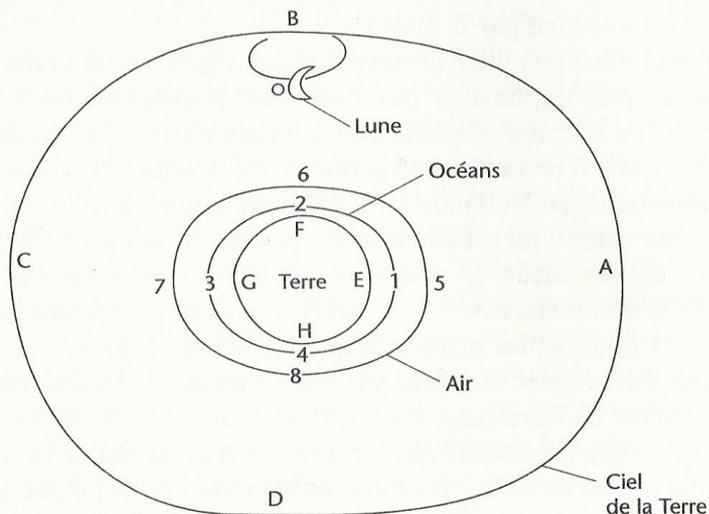
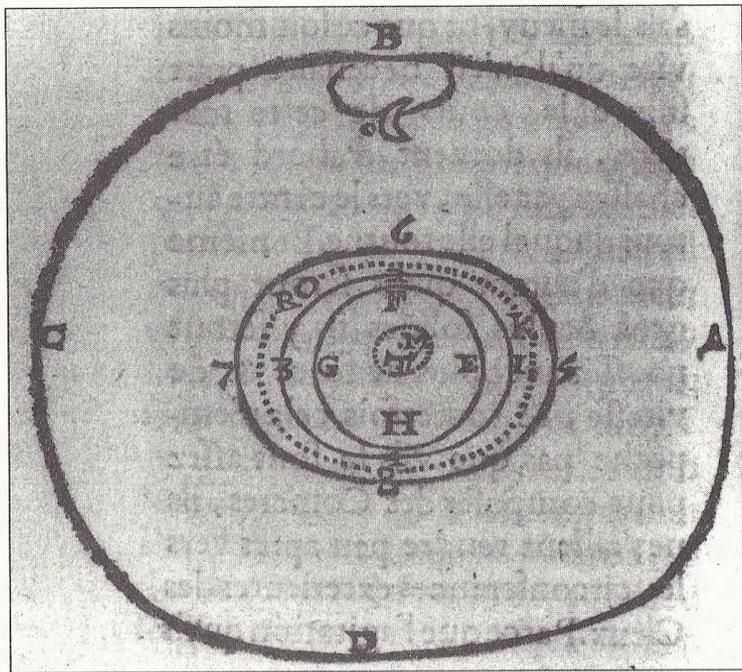


Schéma explicatif paru dans l'édition du *Traité de la Lumière* de Descartes de 1664 (en haut). Les cercles et ovales représentés définissent chacun

endroit. Ainsi chassée, elle forme les protubérances 1 et 3. La th...
explique bien ainsi pourquoi il y a, en même temps, deux ma...
hautes sur Terre: l'une « sous » la Lune, et l'autre au point diamé...
ment opposé. Elle explique également pourquoi il y a deux ma...

bass...
autre...
celle...
I...
reflu...
que...
côté...
dans...
et de...
bass...
(l'ét...
Terre

Cette matière du ciel
a moins d'espace
entre B et 6
pour y passer
qu'entre C et 7

Pb : phase (synchronisation)

du c...
exactement rond, mais qu'il s'étend avec plus de liberté vers A»...
conséquent, lorsque la Lune est en B ou en D, sa vitesse doit...
menter, et donc «faire les flux et reflux de la mer beaucoup...
grands.»

Il y a une forte cohérence dans la théorie cartésienne des mar...
sauf lorsque celle-ci avance que certaines variations des marées...
dues à l'effet de la lumière. Là on se retrouve en plein Fournie...
Scalb...
manij...
quelq...
Suiva...
chit p...

Bernoulli 1700-1782
Non, car pas d'effet sur le
baromètre

N'oublions pas que Descartes est, entre autres choses, l'un des c...
teurs de l'optique.

La doctrine cartésienne survivra à son auteur, bien qu'elle soi...
centre d'une polémique concernant le vide et les tourbillons. En 1...
le Père Cotte reprend les théories de Descartes dans son trai...
l'usage des enfants¹⁵: « On l'explique [le phénomène des marées]...
la pression de la Lune sur les eaux de la mer » mais d'autres l'...

Isaac Newton

1642(*) - 1727

(*) Julien 25 décembre 1642
Grégorien 4 janvier 1643



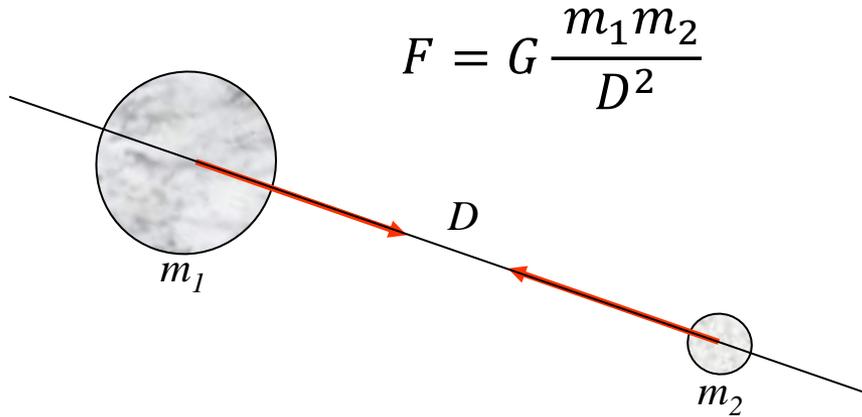
Grand pas ... dans le vide :
il n'est point besoin de matière pour "propager" les forces

Théorie de la gravitation **et**
loi fondamentale de la dynamique



MAREE EXPLIQUÉE

Gravitation, kézaco?



*Pour une masse m
à la surface
de la Terre
(rayon Terre: R
masse Terre: M)*

$F = G \frac{Mm}{R^2}$

$F = m \left(G \frac{M}{R^2} \right)$

$g = G \frac{M}{R^2} = 9,81 \text{ ms}^{-2}$

$F = m g \quad (\text{poids})$

*Cette relation ne représente rien d'autre que la « sympathie » !
Elle peut être « démontrée » en partant :*

- *du principe que les grandes lois de la physique sont simples*
- *et d'un dicton populaire*

parfaitement réciproque : $m_1 m_2$ au numérateur

$$\frac{1}{(\text{loin}_{\text{des yeux}})(\text{loin}_{\text{du coeur}})} = \frac{1}{(\text{loin})^2} = \frac{1}{D^2}$$

~~$m_1 + m_2$ (existerait avec une des masses nulle)~~

~~$m_1 - m_2$ (nulle si masses égales)~~

~~m_1/m_2 ou m_2/m_1 (non symétrique)~~

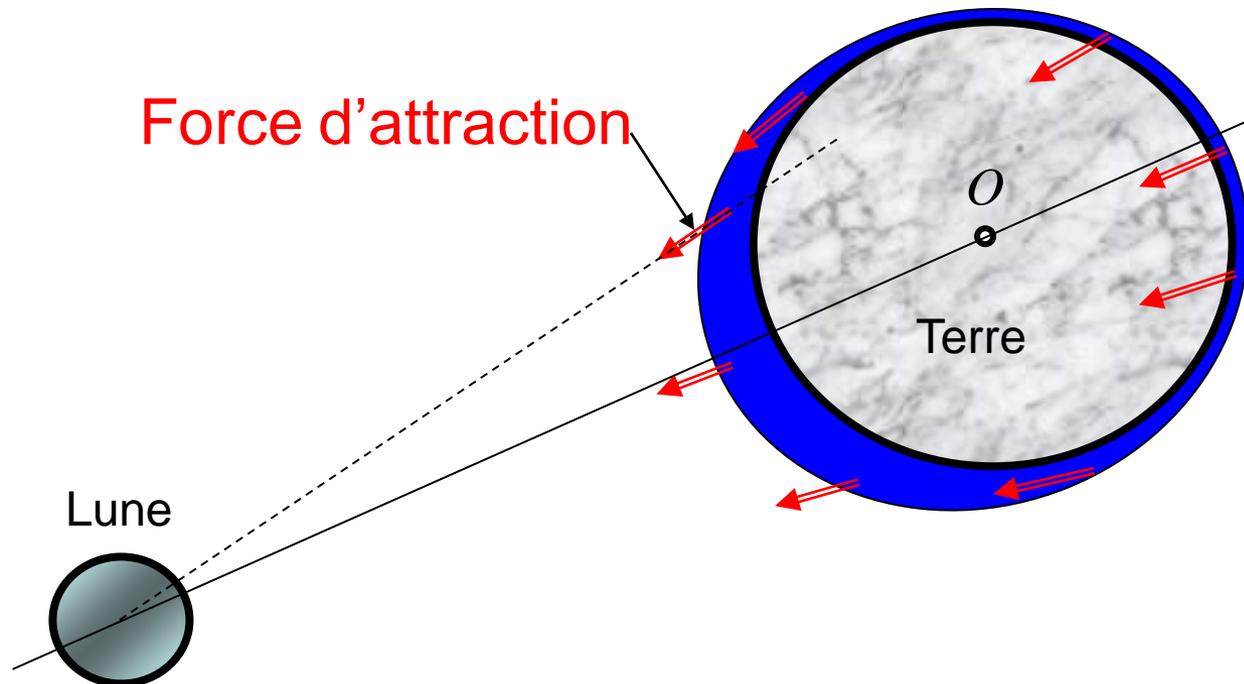
Newton ... perplexe !

Dans une lettre de Newton à [Richard Bentley](#) en 1692 :

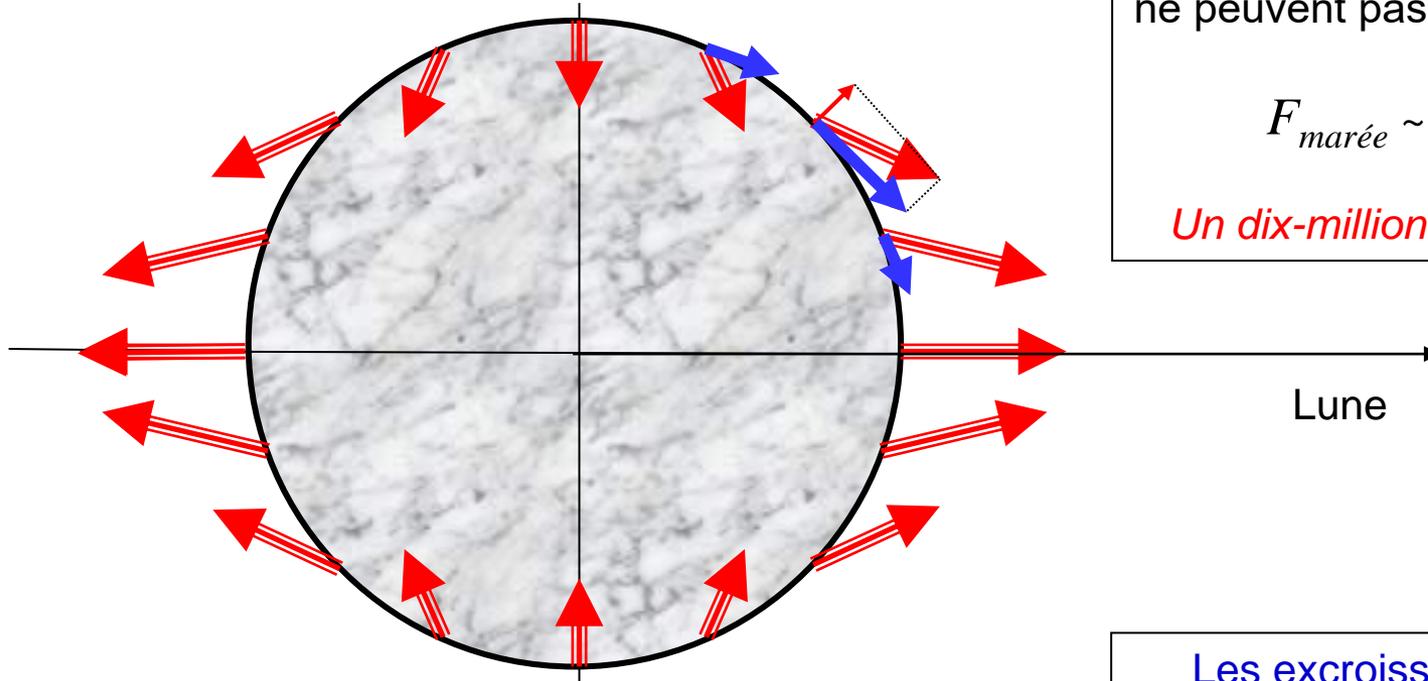
« Que la gravité soit innée, inhérente et essentielle à la matière, en sorte qu'un corps puisse agir sur un autre à distance au travers du vide, sans médiation d'autre chose, par quoi et à travers quoi leur action et force puissent être communiquées de l'un à l'autre est pour moi une absurdité dont je crois qu'aucun homme, ayant la faculté de raisonner de façon compétente dans les matières philosophiques, puisse jamais se rendre coupable. »

Bosse "sous la Lune"

force gravitationnelle
de la Lune



Somme (vectorielle) des 2 forces liées à la Lune :
attraction gravitationnelle et force centrifuge
(voir moteur des marées détaillé)



Les forces normales (verticales)
ne peuvent pas soulever l'océan

$$F_{\text{marée}} \sim 10^{-7}(m g)$$

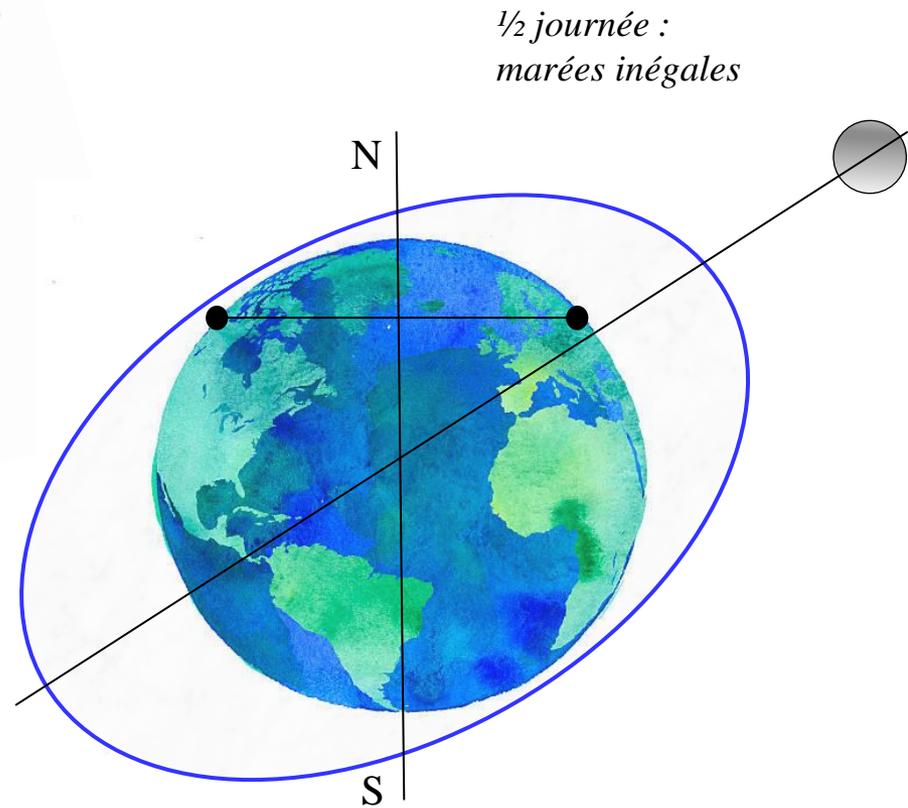
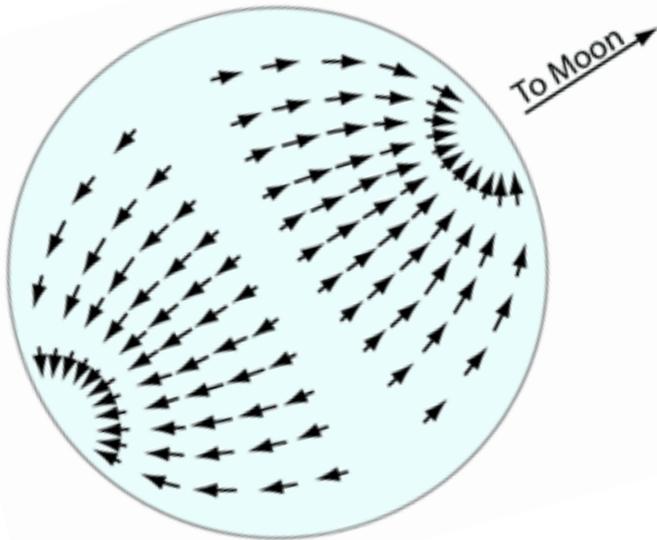
Un dix-millionième du poids!!

Forces ~ symétriques
→ marées ~ identiques
sous la Lune et à l'opposé
(légèrement supérieure sous la Lune)

Les excroissances (bosses)
sont provoquées par
les forces tangentielles.

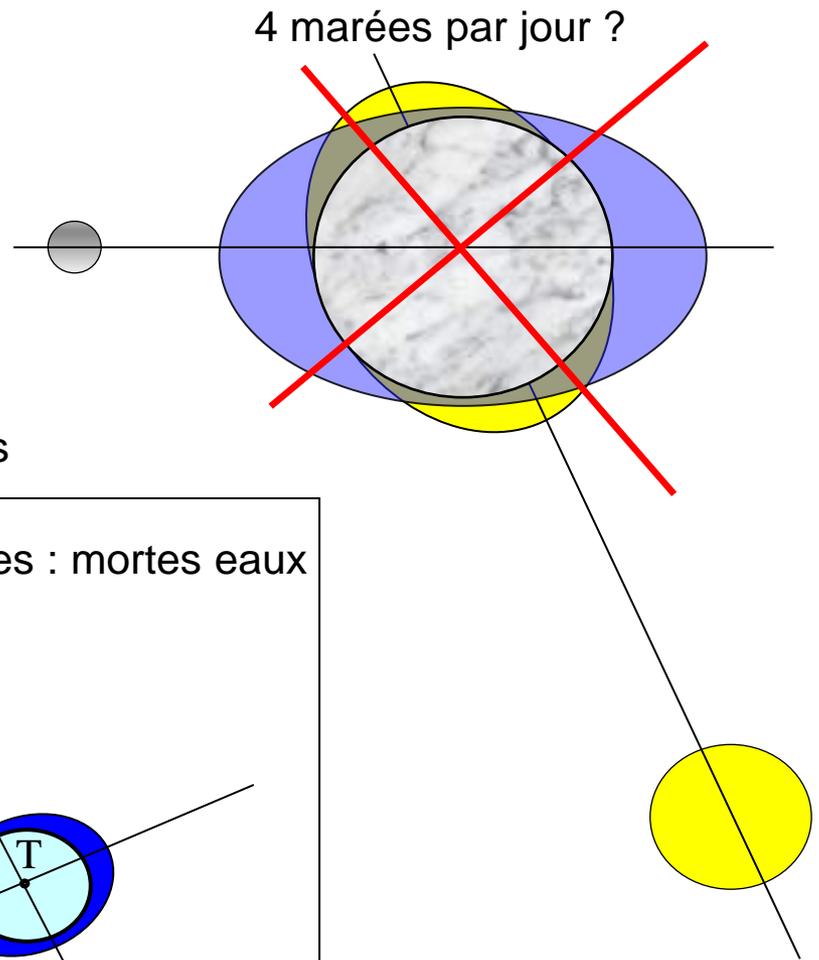
L'axe de rotation de la Terre sur elle-même n'intervient pas dans la forme des excroissances

Forces de marée : symétrie cylindrique autour de l'axe Terre Lune

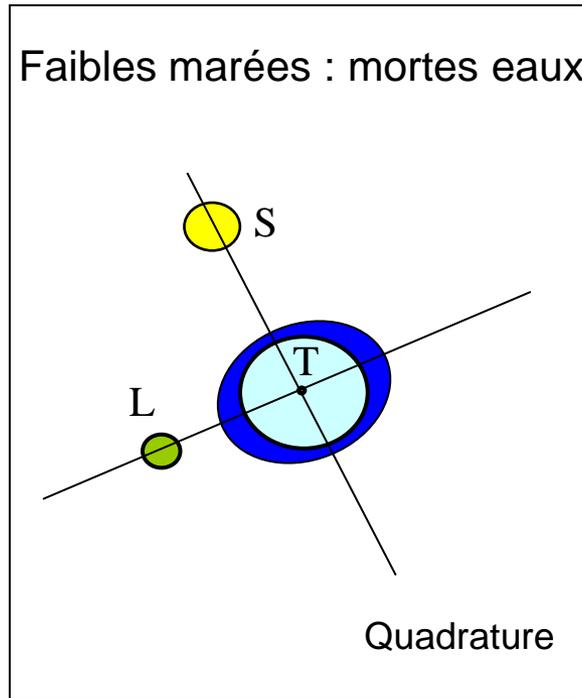
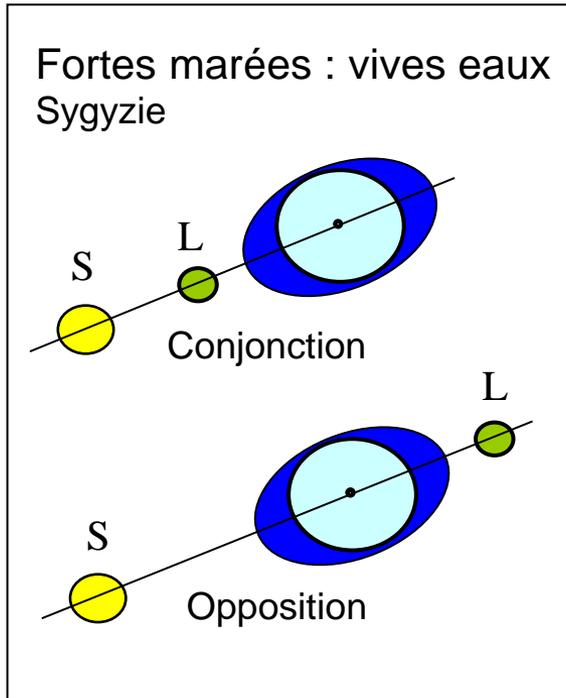


Effet du soleil

Force marée Soleil $\sim \frac{1}{2}$ force Lune (0,46)

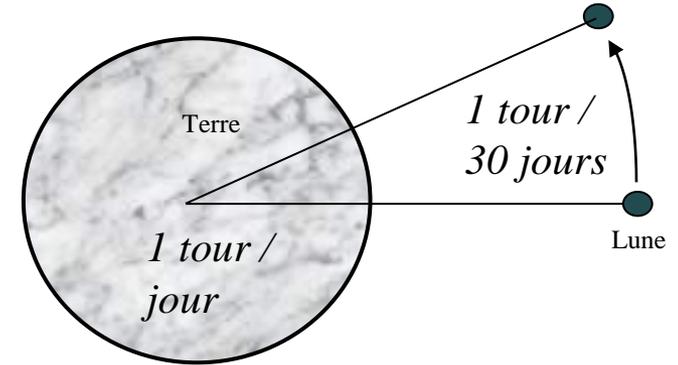


Complicé, mais 2 cas simples

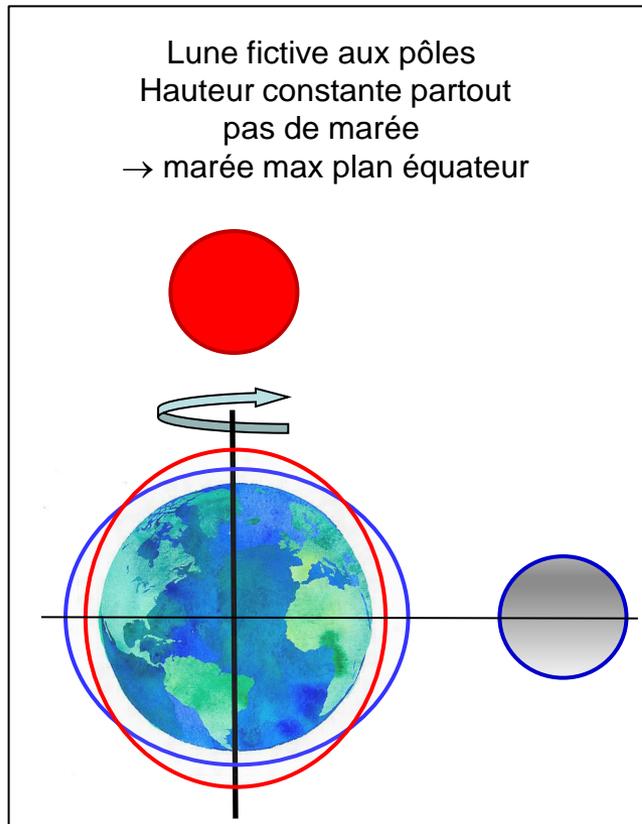


Quelques précisions :

- **Périodicité** : rotation Terre Lune →
durée entre deux lunes au méridien : 24h 50min
durée entre 2 marées (période) : 12h 25 min



- **Amplitude**



Distance

$$\frac{1}{(\text{Distance } D)^3}$$

Excentricité Lune : 0,055
Plage variation : max/min = 1,4

- Grandes marées
- Lune plan équateur (~ tous les 15 jours)
 - Lune distance faible (~ tous les mois)
 - Soleil plan équateur (équinoxes mars, sept.)
 - Vent

La théorie de Newton prédit
une marée d'équilibre telle que :

$$h_{\max} - h_{\min} = \frac{3 m R^4}{2 M D^3} = 0,53 \text{ mètre}$$

m : masse Lune

D : distance Terre Lune

R et *M* : rayon et masse Terre

en phase avec la Lune
(marée haute sous la Lune ou à l'opposé)

C'est rarement le cas !

Terre : $R=6366 \text{ km}$

Lune : $m/M=1/81.45$, $D=384\,400 \text{ km}$

Soleil : $m_s/M=330\,000$, $D_s=149\,500\,000 \text{ km}$
(avec ces valeurs, marnage marée en km)





Pas de chance pour Newton

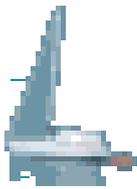
Observations jusqu'à :

- plus de 10 mètres en Manche
- déphasage (retard marée / Lune)

marée haute *Lune ~ horizon*

marée basse *Lune ~ zénith*





[Marégramme du jour](#)

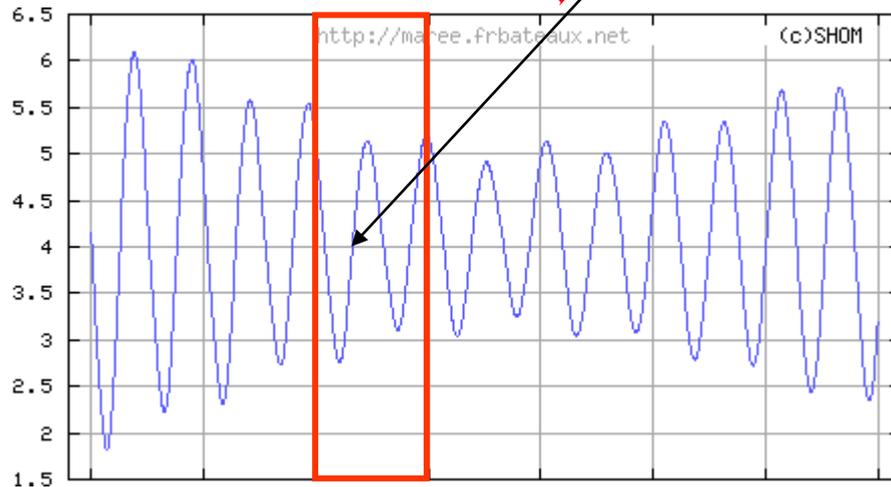
[Coefficients 2010/2011](#)

Cliquez sur la date pour obtenir le détail du jour correspondant

[Hauteurs d'eau heure par heure](#)
[Calcul pour une hauteur/heure donnée](#)

Dimanche 04 Avril 2010 UTC+2 (Semaine 13) [48°23' N](#) [4°30' W](#) **Brest**

*LUNE mercredi 7 avril 2010 à Brest
passage au sud (méridien) 9h15*



Date	Heure	Hauteur	Coeff.
Dim 04	03h22	1,82m	
	09h13	6,10m	67
	15h39	2,23m	
	21h32	6,01m	59
Lun 05	04h07	2,32m	
	09h57	5,58m	50
	16h26	2,73m	
	22h25	5,54m	43
Mar 06	05h01	2,76m	
	10h57	5,14m	37
	17h27	3,11m	
	23h38	5,20m	32
Mer 07	06h10	3,04m	
	12h24	4,91m	30
	18h50	3,25m	
Jeu 08	01h10	5,14m	30
	07h35	3,04m	
	13h59	5,01m	33
	20h18	3,08m	
Ven 09	02h27	5,35m	38
	08h50	2,79m	
	15h06	5,34m	43
	21h19	2,72m	
Sam 10	03h22	5,68m	49
	09h42	2,44m	
	15h50	5,71m	55
	22h04	2,35m	

Explications des observations

Explications : hydrodynamique

1/ le verre d'eau qu'on agite
effet de résonance du bassin Atlantique
(idem ponts qui oscillent, voire cassent)

2/ temps de propagation (dans la Manche ...)

Et pour continuer

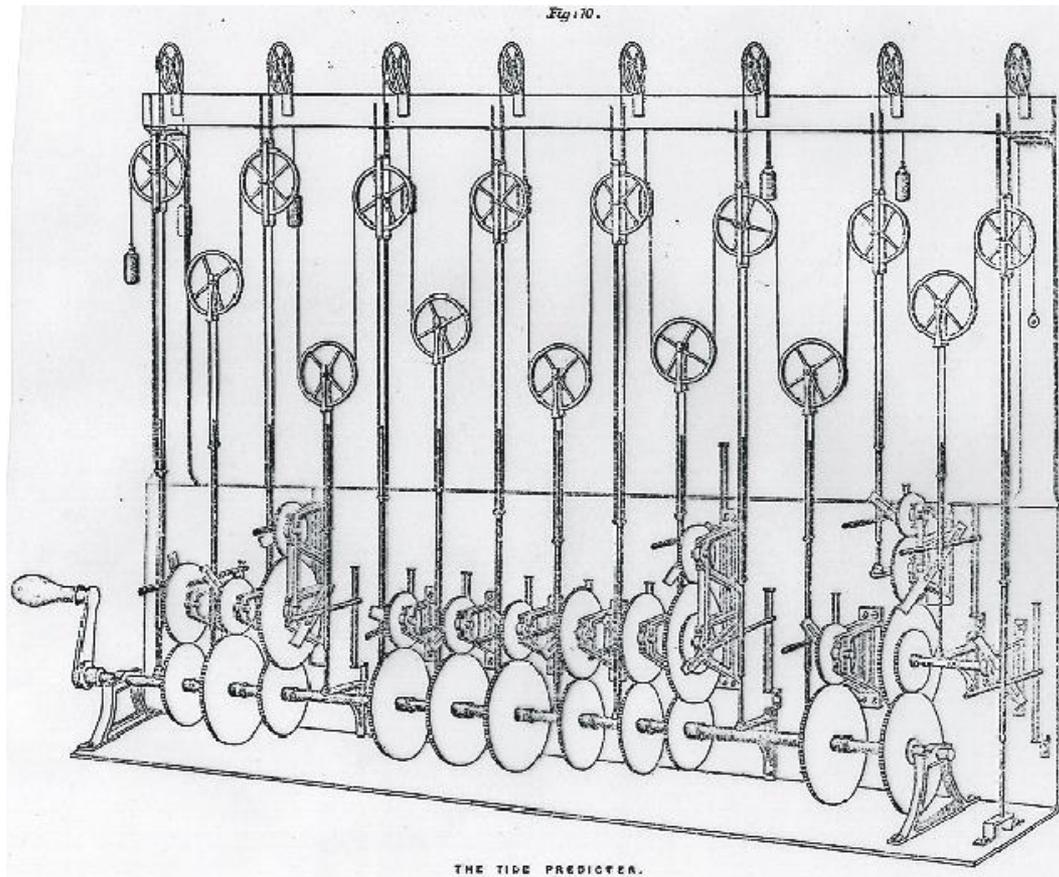
- points amphidromiques : pas de marée
- marées diurnes, mais pas toujours

Hydrodynamique encore ...

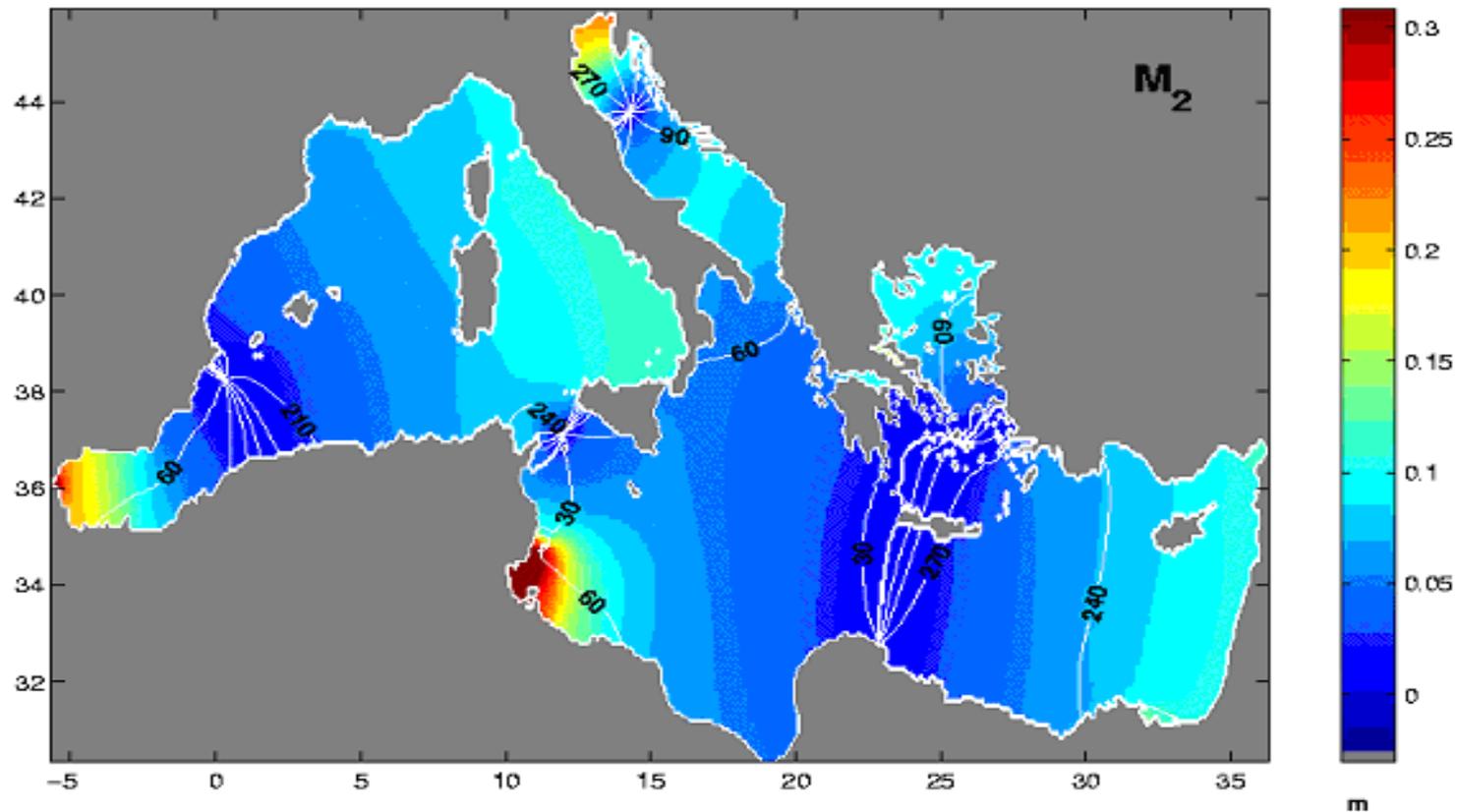


Laplace 1749-1827

Superposition d'ondes
d'amplitudes, de fréquences et de phases différentes :
les harmoniques
(comme les instruments de musique)



Hydrodynamique de haute volée \Rightarrow calculs numériques



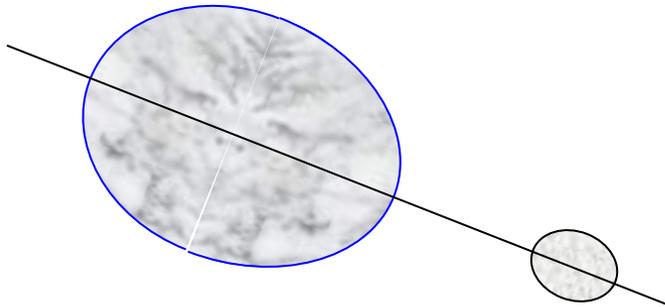
Aujourd'hui : calcul au "mm" près ...
sauf autres paramètres (vent, **pression atmosphérique 1 cm pour 1 hPa ?**)

Il existe aussi une marée dite terrestre:
déformation de la Terre de l'ordre
de ~40 centimètres.

Conséquence des marées (mer + terre) perte d'énergie.

La terre a bloqué la Lune :
forces de marée (générées par la Terre)
20 plus fois plus grandes à la surface de la Lune.

La Lune n'est pas encore arrivée à bloquer la Terre
mais elle y travaille consciencieusement
(cf. réglages des montres certains 1er janvier/juillet
*mais disparition de la seconde intercalaire d'ici 2035
au grand dam de Greenwich*)



La marée océanique et la
réglementation des propriétés
privées en bordure d'océan:

si vous vous faites mordre par un chien, avant
de porter plainte, vérifiez que vous êtes moins
haut que les plus grandes marées ... sinon
vous êtes peut-être dans une propriété privée !

Effets pas toujours attendus

La trajectoire des protons dans l'accélérateur
du CERN à Genève (10 km de diamètre)
est perturbée par la marée terrestre :
(déformation ~ 1mm)

Aujourd'hui sujet à controverse tempétueux !

Incroyable, le principe de base de la marée expliqué par Newton il y a plus de 300 ans est encore très mal exposé dans beaucoup d'ouvrages de référence voire même démoli dans des revues scientifiques.



Moins étonnant, il fait aussi l'objet de discussions contradictoires sur les sites internet, obscurantisme garanti !

Excroissance à l'opposé de la Lune : l'explication erronée la plus courue ... depuis Newton !

Sous la Lune

l'eau subit une force gravitationnelle plus grande que le centre de la Terre
donc elle est attirée

A l'opposé de la Lune

l'eau subit une force moins grande que le centre de la Terre
DONC ELLE EST REPOUSSEE !!!

⇒ Force moins grande = changement de sens??

⇒ Et au bord de la falaise?

si on pousse quelqu'un moins fort ...

c'est comme si on le retenait??

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

→ force centrifuge, carrément oubliée !!

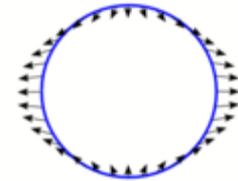
Cette explication erronée traîne un peu partout et s'appelle :

- différence des forces sous la Lune et à l'opposé
 - forces gravitationnelles différentielles
- limite de roche
- quelquefois relativité, antigravité !



< 2000

Wikipedia



La force de gravitation de la Lune à la surface de la Terre diffère de l'effet moyen (sur le centre de la Terre), et est connu sous le nom de force génératrice des marées.

The Moon's gravity differential field at the surface of the Earth is known as the Tide Generating Force.

Explication vraie ou fausse
Dépend de la langue choisie !

Encyclopédie Flammarion
En 2 (gros) volumes
(Académie des Sciences)

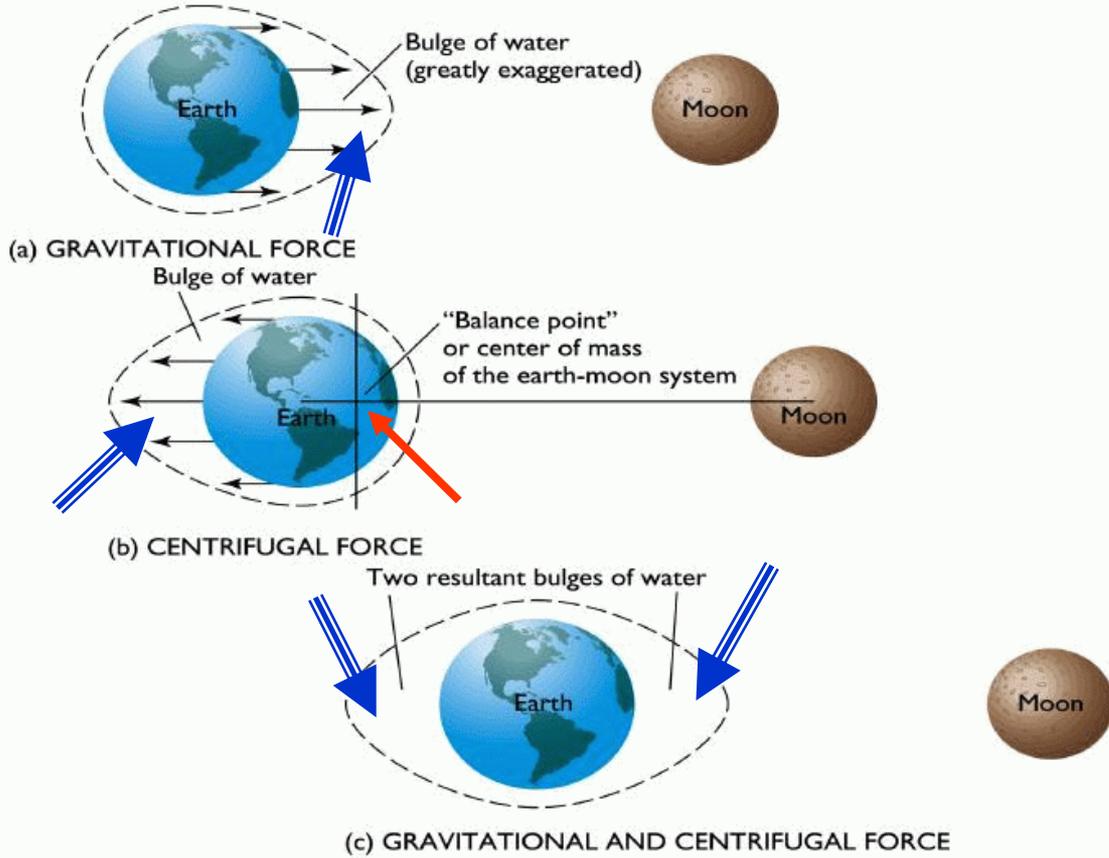
Une histoire des marées
Gillet 1998

Revue L'Astronomie SAF
Exacte puis ambiguë
10 ans après

Master 2 recherche
(Bac. + 5) Rennes

NASA (qqfois)
etc, etc ...

Titre : Tidal misconceptions
 Auteur : Professeur Simanek
 Texas University
 Revue :
 revue scientifique
 avec comité de lecture



24 pages pour critiquer ce qui est parfaitement exact, et connu depuis Newton !

ABSURDE

~~These pictures would lead a student to think that tides are dependent on the rotation of the earth-moon system, and that this rotation is the "cause" of the tides.~~

~~The "tidal bulges", are in fact NOT DUE TO ROTATION, but are simply due to the gravitational field of the moon: this field has varying direction and strength over the volume of the earth.~~

Cours du Professeur Simanek

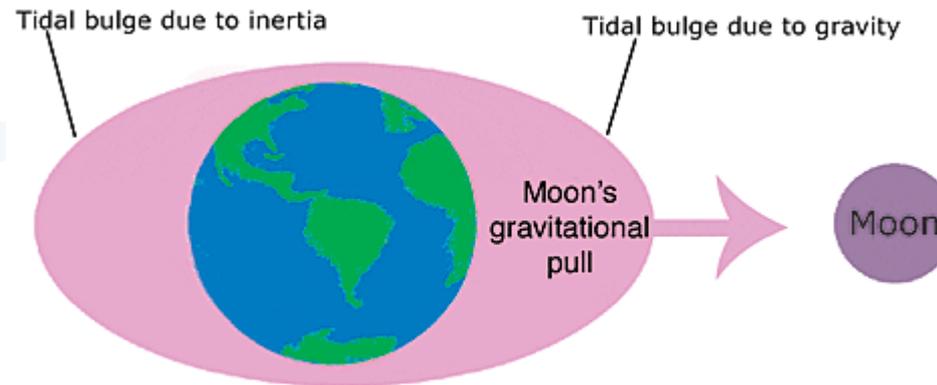
11ème question de l'examen : commenter le dessin

National
Oceanic and
Atmospheric
Administration



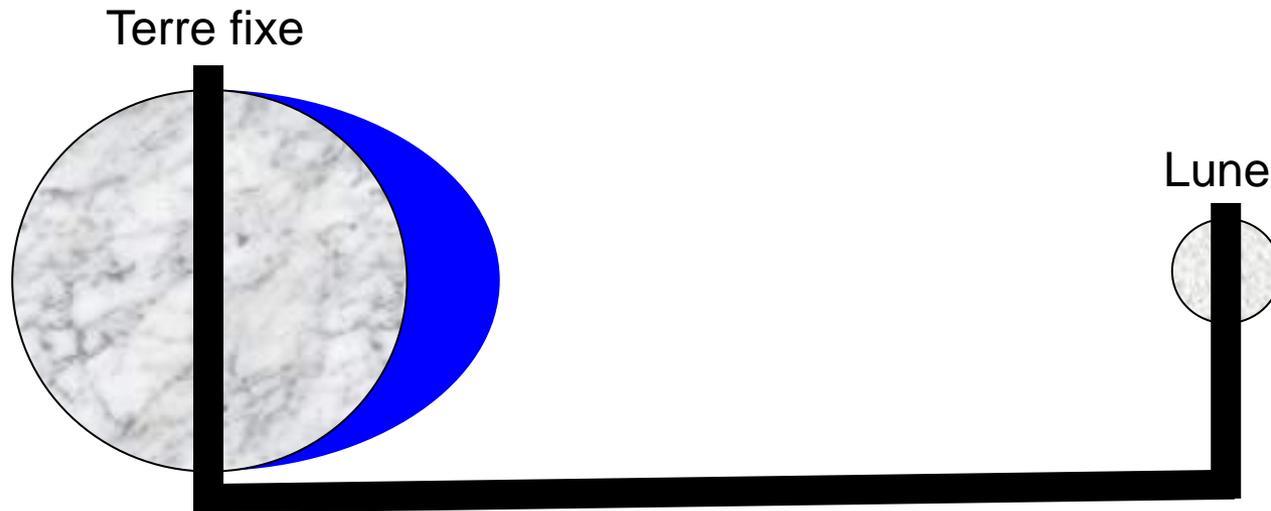
11.

The picture is from the NOAA-NOS website.
Your tax dollars at work to propagate misconceptions.



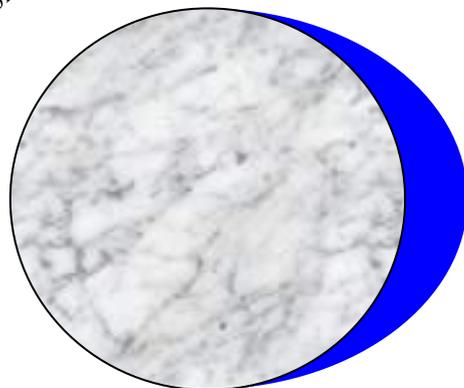
Un des arguments des négationnistes de la force centrifuge :
marées bien décrites par la gravitation différentielle si la terre est immobile

FAUX



Terre et Lune **IMMOBILES** → **UNE** MAREE (ENORME) SOUS LA LUNE

Terre fixe



Terre et Lune immobiles \Rightarrow
UNE MAREE ENORME SOUS LA LUNE

Lune



Terre accélérée : deux marées

(et 4 jours pour évacuer la Terre)



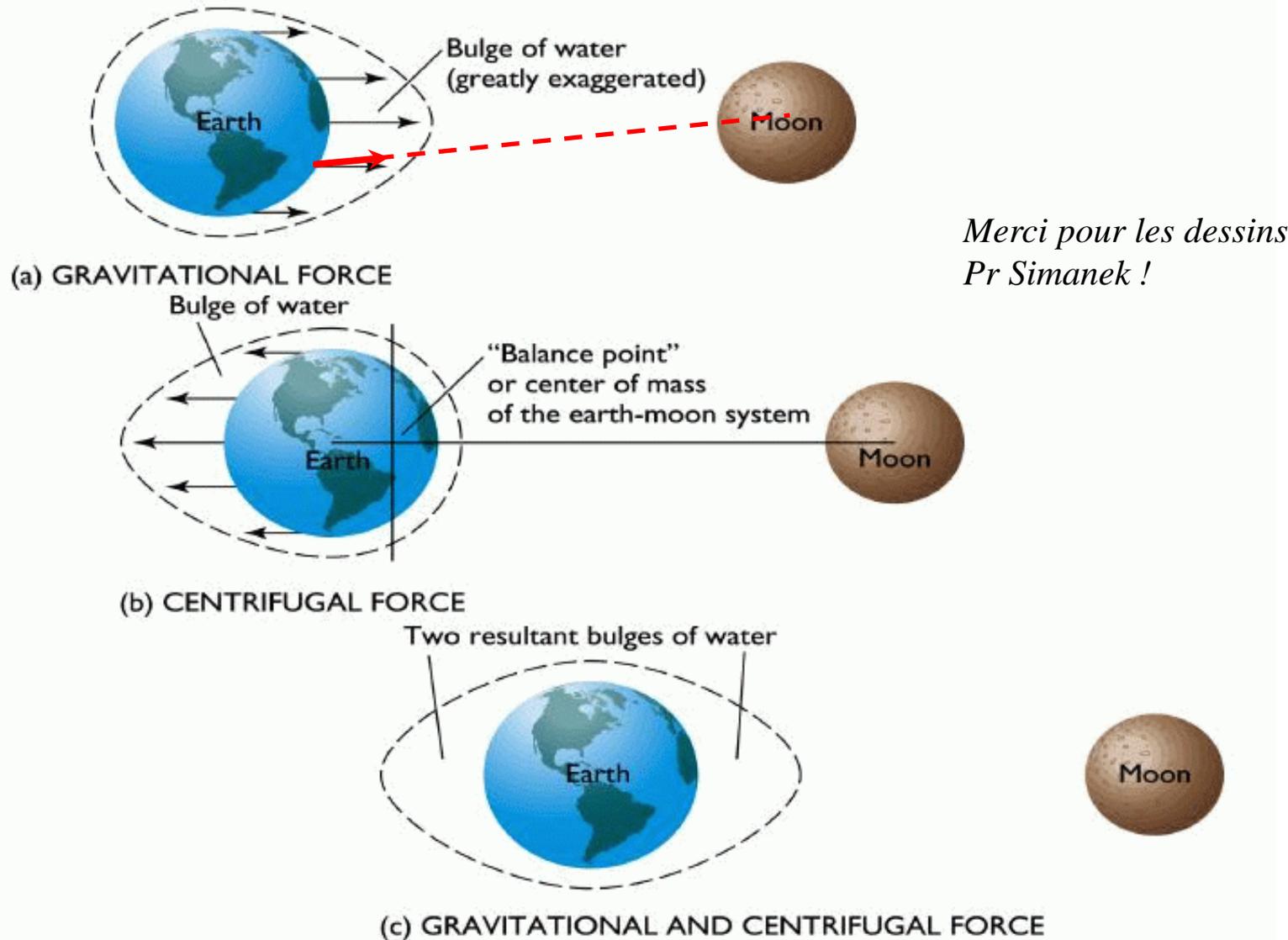
Lune



Poser une bassine d'eau dans une voiture et démarrer

La force dite **d'inertie** remplace la force **centrifuge** (cf. *Annexe*)

Moteur des marées : CONCLUSION



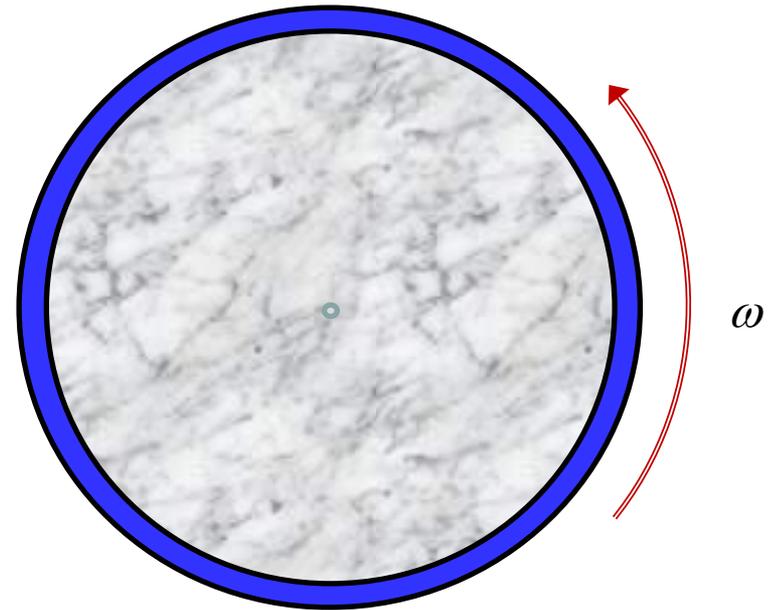
*Merci pour les dessins
Pr Simanek !*

Moteur des marées détaillé

Rotation de la Terre et marée : 1

La rotation de la Terre sur elle-même ne peut pas induire de marée.

Sa vitesse de rotation ω n'a donc pas d'importance.

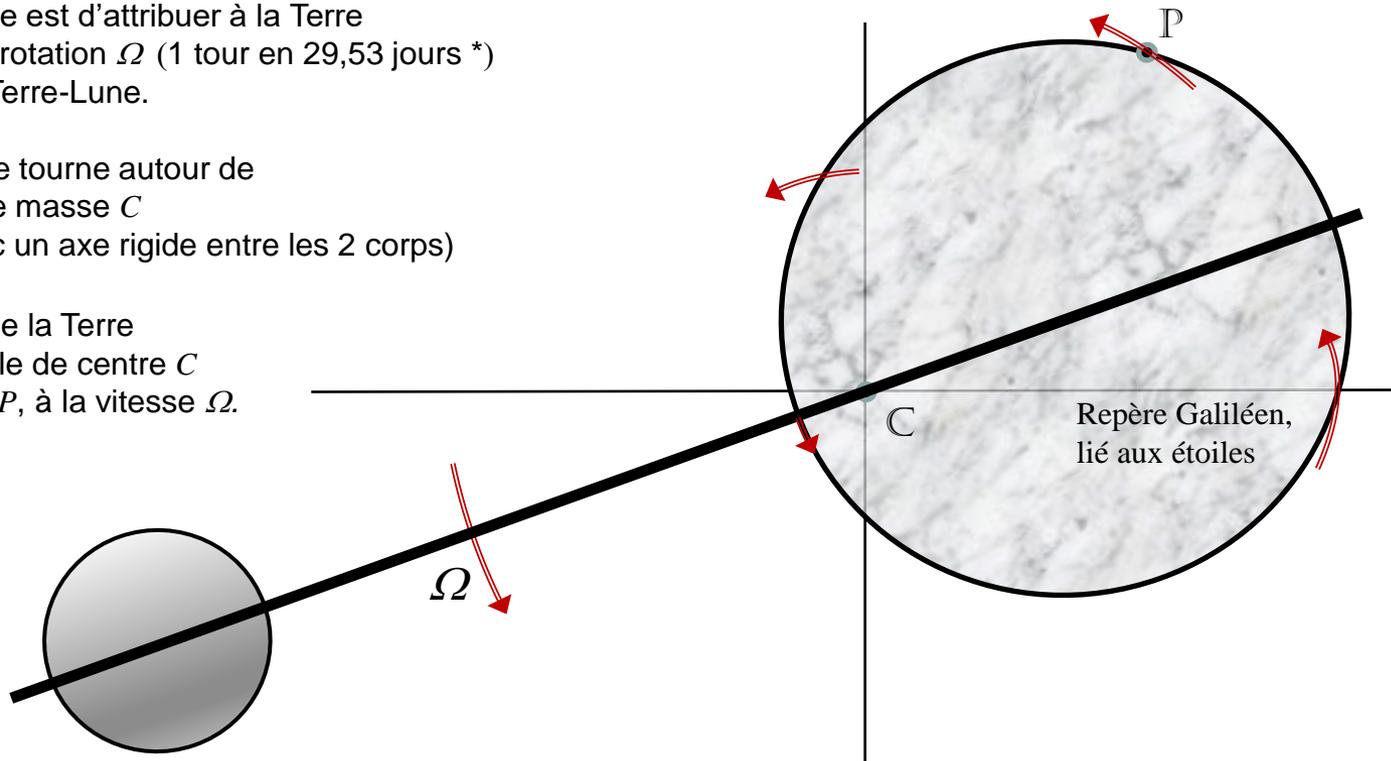


Rotation de la Terre et marée : 2

Le plus simple est d'attribuer à la Terre la vitesse de rotation Ω (1 tour en 29,53 jours *) du système Terre-Lune.

Cet ensemble tourne autour de son centre de masse C (comme avec un axe rigide entre les 2 corps)

Tout point P de la Terre décrit un cercle de centre C et de rayon CP , à la vitesse Ω .



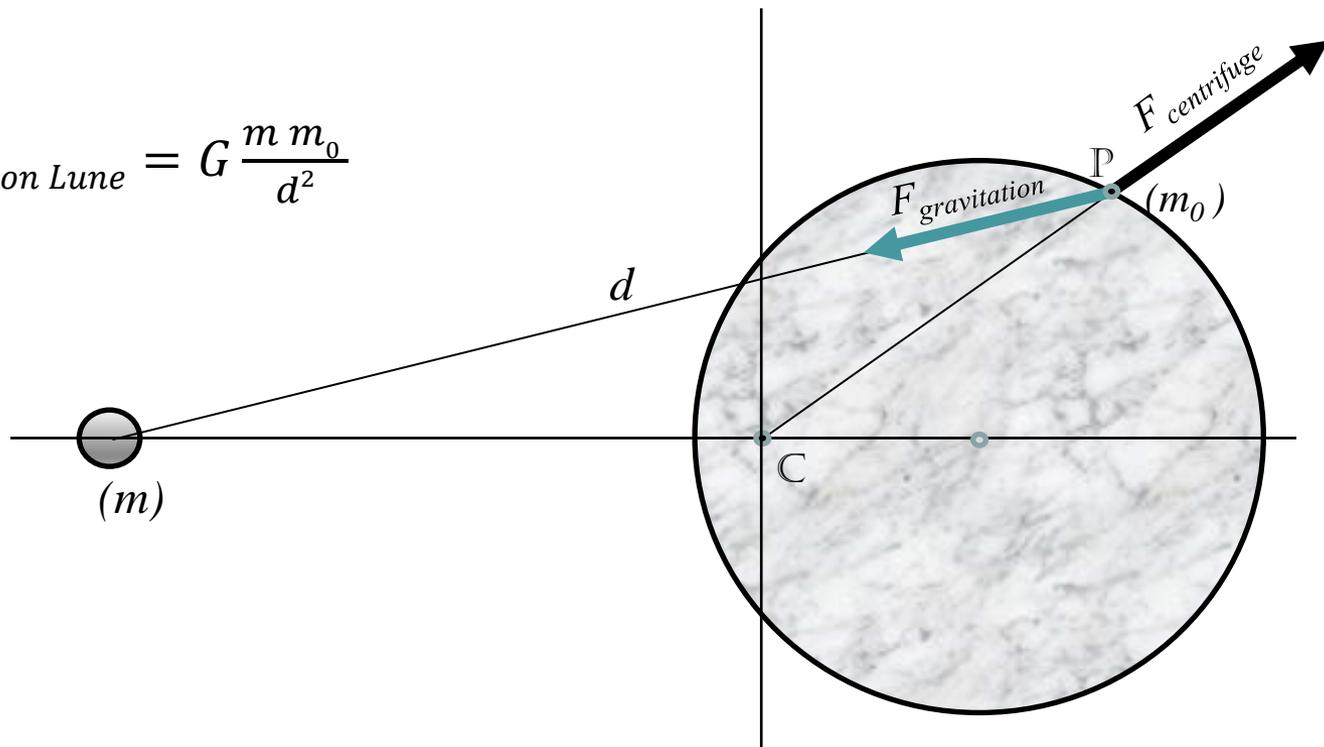
* 29,53 = Révolution synodique (entre 2 nouvelles Lunes)
Légèrement différente de la révolution sidérale représenté ici.

Les 2 forces liées à la Lune dans le repère Terre-Lune
(agissant sur une goutte d'eau de masse m_0)

Repère non Galiléen, en rotation \Rightarrow force centrifuge (loi de la dynamique, Newton)

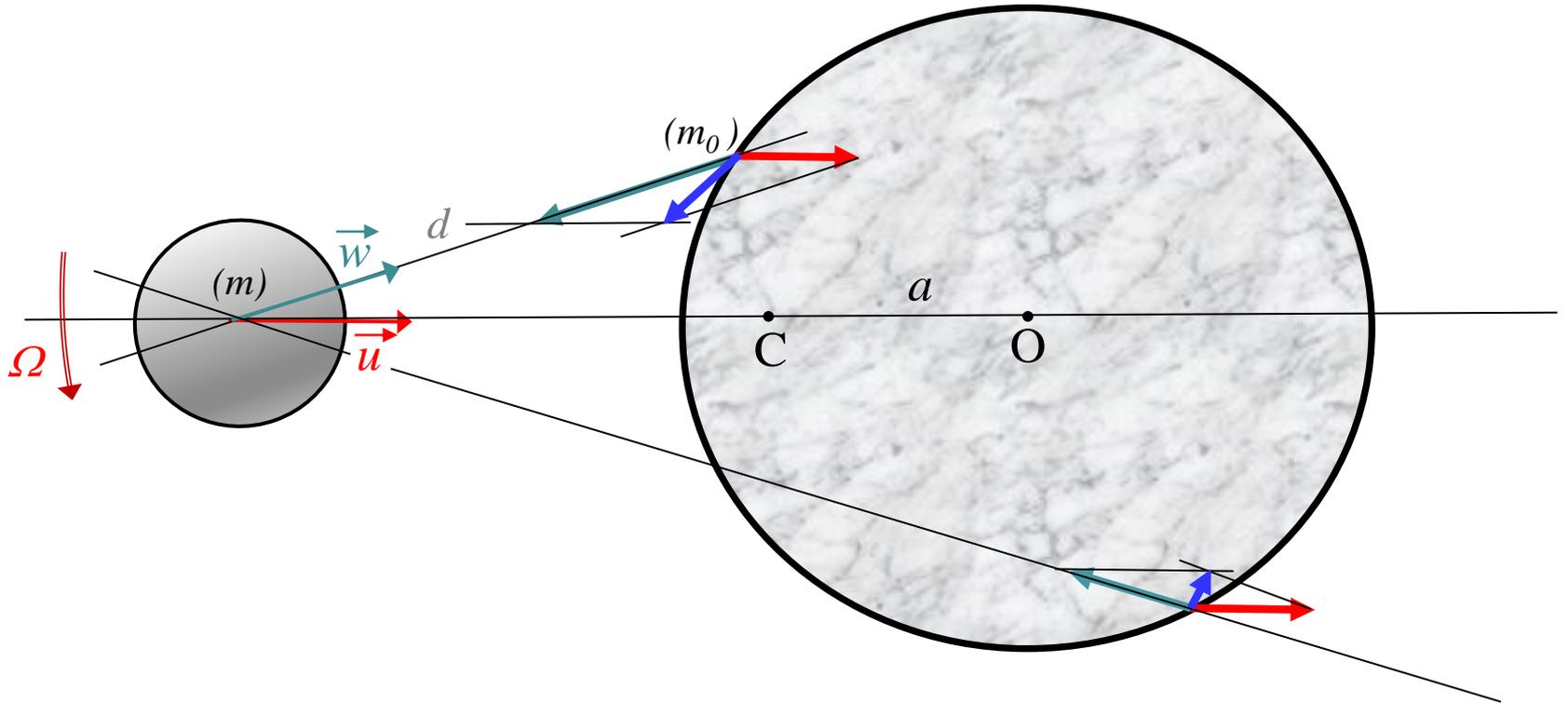
$$F_{\text{centrifuge}} = m_0 \Omega^2 CP \quad \left(\frac{mV^2}{R} \text{ du Bac} \right)$$

$$F_{\text{gravitation Lune}} = G \frac{m m_0}{d^2}$$



Bilan des forces

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -G \frac{m_0 m}{d^2} \vec{w} + m_0 a \Omega^2 \vec{u}$$

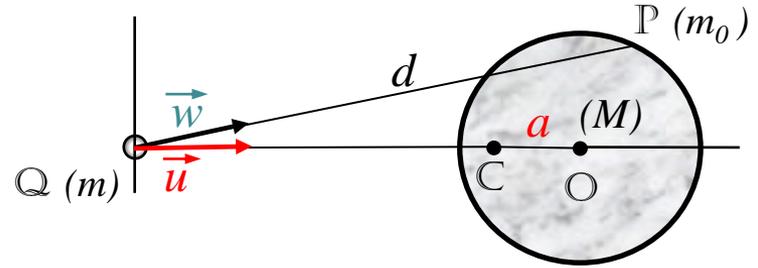


Annexe : construction de Proctor

La fausse explication expliquée

LA TRANSFORMATION

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -G \frac{m_0 m}{d^2} \vec{w} + m_0 a \Omega^2 \vec{u}$$

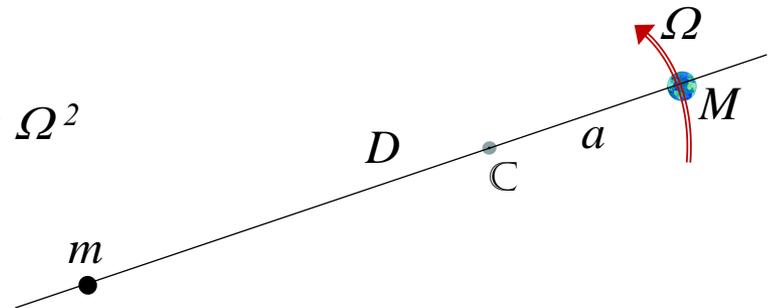


La Terre de masse M décrit un cercle autour du point C .
Ceci implique que la force centrifuge soit égale à l'attraction de la Lune.

$$F_{\text{gravitation Terre Lune}} = G \frac{M m}{D^2}$$

$$F_{\text{centrifuge Terre}} = M a \Omega^2$$

$$G \frac{m}{D^2} = a \Omega^2$$



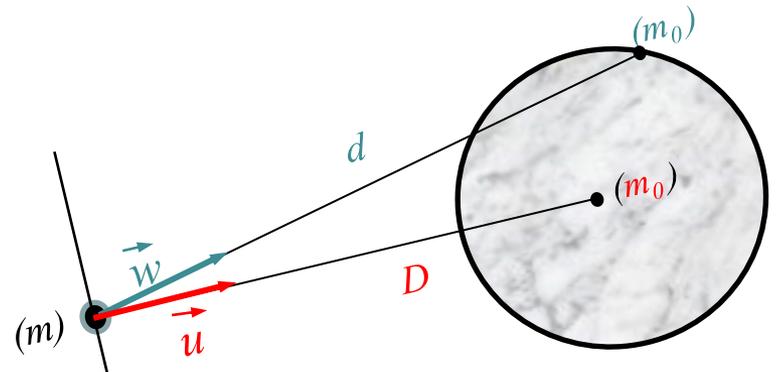
Transformation **mathématique** rotation \rightarrow gravitation

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -G \frac{m_0 m}{d^2} \vec{w} + G \frac{m_0 m}{D^2} \vec{u}$$

La trompeuse "force différentielle"

Cette force apparait comme la **différence** des forces s'appliquant à une masse m_0 qui serait placée :
 en un point de la surface au centre de la Terre

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -G \frac{m_0 m}{d^2} \vec{w} - \left\{ -G \frac{m_0 m}{D^2} \vec{u} \right\}$$



Le (mauvais) tour est joué.
 On ne parle plus que de la
force gravitationnelle différentielle.

Cette explication suppose que la goutte d'eau de l'océan :
 - connaisse la force qu'elle subirait si elle était au centre de la Terre
 - et soit au fait de l'addition vectorielle !

Deux transformations mathématiques possibles

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -G \frac{m_0 m}{d^2} \vec{w} + m_0 a \Omega^2 \vec{u}$$

$$G \frac{m}{D^2} = a \Omega^2$$

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -G \frac{m_0 m}{d^2} \vec{w} - \left\{ -G \frac{m_0 m}{D^2} \vec{u} \right\}$$

Gravitation intégrale.

Force gravitationnelle différentielle.

Recette qui "fonctionne" parfaitement

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -m_0 a \Omega^2 \frac{D^2}{d^2} \vec{w} + m_0 a \Omega^2 \vec{u}$$

Pas de gravitation !

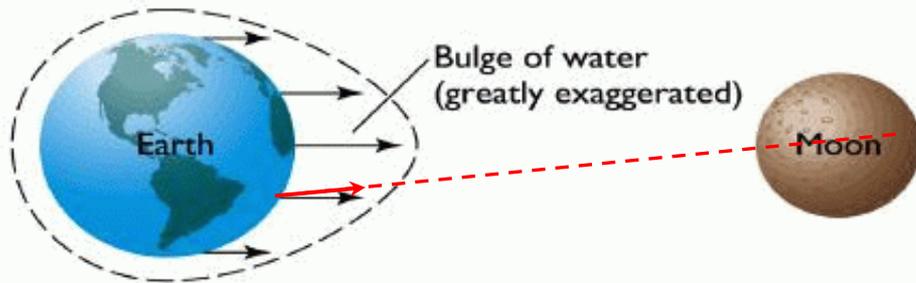
Rotation seule responsable.

" Fonctionne " tout aussi parfaitement

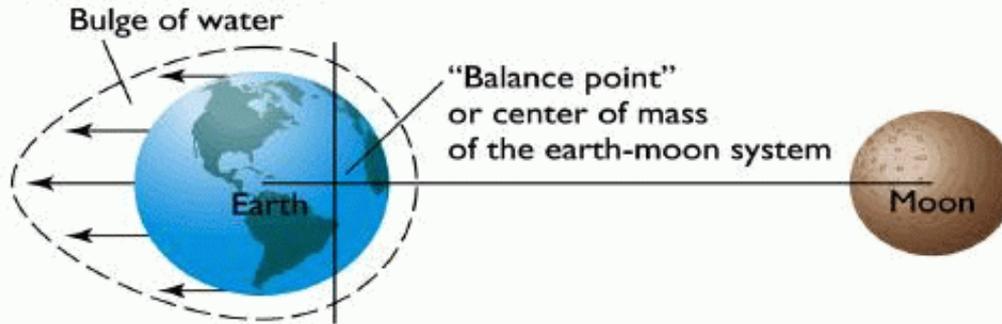
Deux équations :

- *mathématiquement exactes*
- *physiquement fausses*

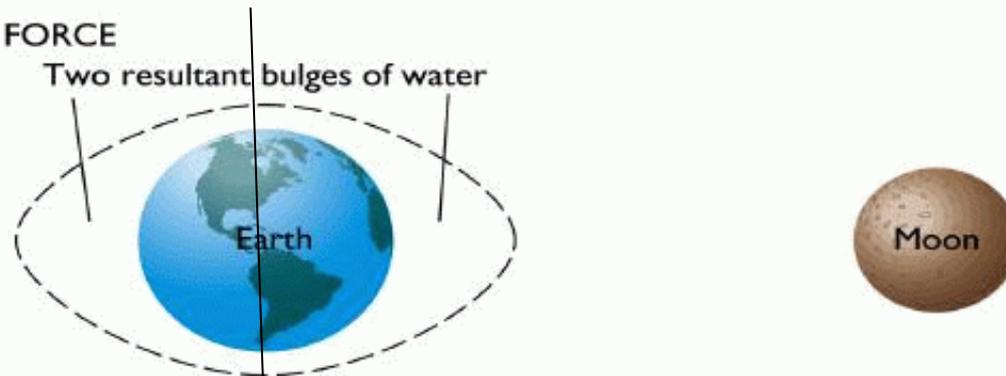
Moteur des marées : CONCLUSION POINT BARRE



(a) GRAVITATIONAL FORCE



(b) CENTRIFUGAL FORCE

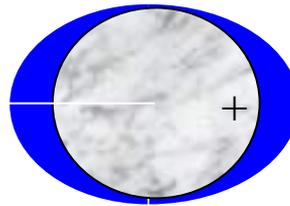


(c) GRAVITATIONAL AND CENTRIFUGAL FORCE

Face aux gourous qui nient la force centrifuge
et violent donc la loi fondamentale de la dynamique de Newton

les laisser exposer leurs convictions
et leur dire comme Galilée :

e pur si muove
et pourtant elle bouge



FIN

Annexes avancées (hors exposé)

- Force de marée
- Amplitude de la marée
- Repère galiléen ou non
- Marée de translation
- Chute de la Lune
- Cinématique : position, vitesse, accélération
- Construction de Proctor
- Bibliographie

Force de marée en un point quelconque

$$\vec{F}_{\text{marée}} = G \frac{m_0 m}{D^2} \left(-\frac{D^2}{d^2} \vec{w} + \vec{u}_x \right)$$

En utilisant ... la force différentielle !

$$\vec{w} = \cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_y$$

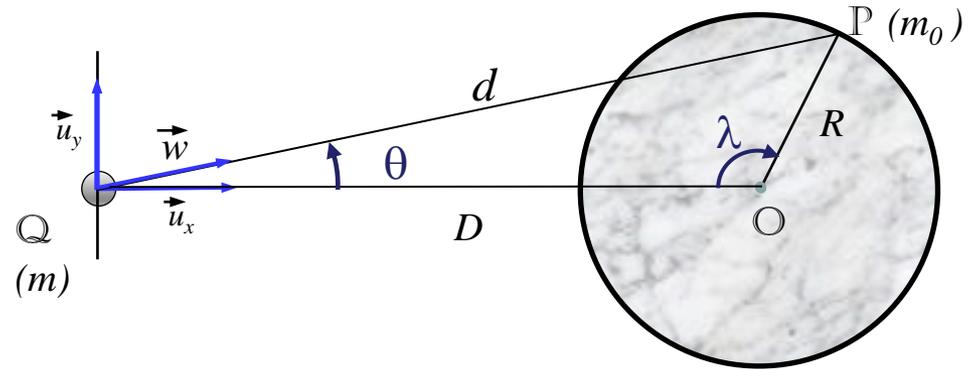
$$\cos \theta \approx 1$$

$$\sin \theta \approx R \sin \lambda / D$$

$$d^2 = D^2 + R^2 - 2RD \cos \lambda$$

$$\rightarrow D^2/d^2 = 1 - R^2/d^2 + 2RD/d^2 \cos \lambda$$

$$\sim 1 + 2R/D \cos \lambda$$



Au final :

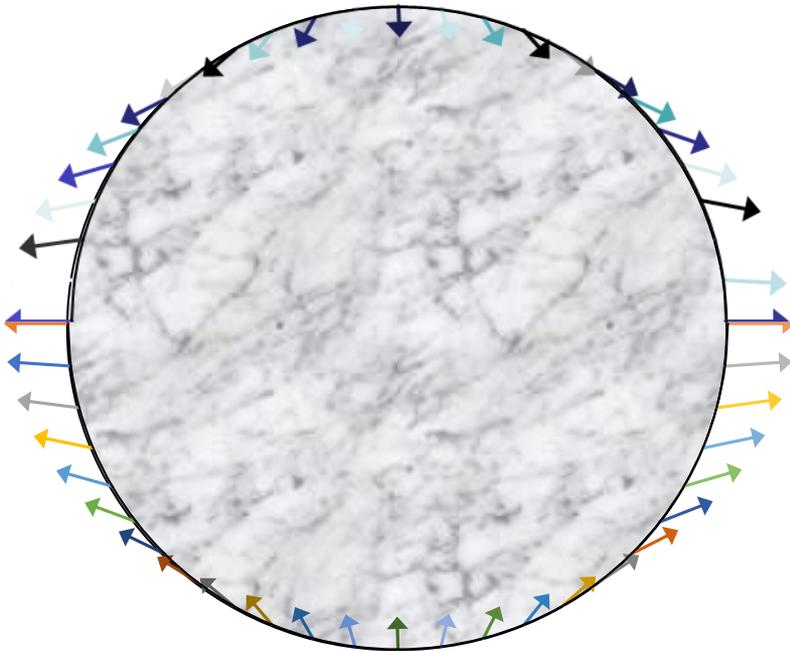
$$\vec{F}_{\text{marée}} = -m_0 \left(G m \frac{R}{D^3} \right) (2 \cos \lambda \vec{u}_x + \sin \lambda \vec{u}_y)$$

$$g_{\text{marée}} = G m \frac{R}{D^3}$$

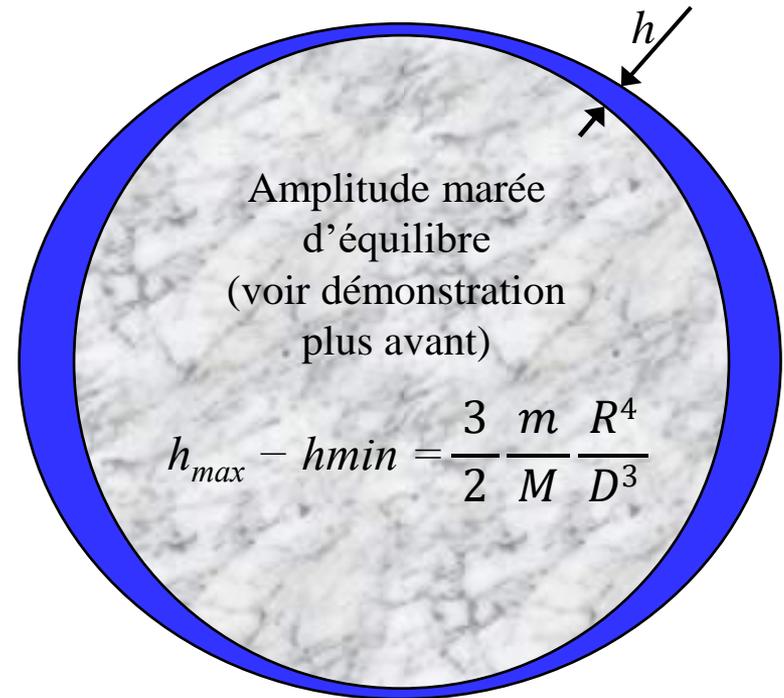
$$g_{\text{marée}} = \frac{m}{M} \left(\frac{R}{D} \right)^3 g \sim \frac{g}{20\,000\,000}$$

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -m_0 g_{\text{marée}} (2 \cos \lambda \vec{u}_x + \sin \lambda \vec{u}_y)$$

Forces de marée



Marée statique

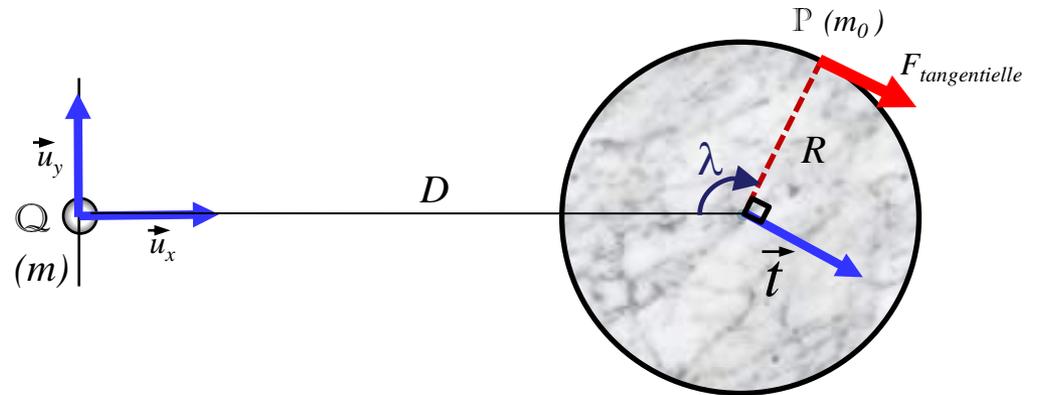


LA force de marée efficace : la force tangentielle

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -m_0 g_{\text{marée}} (2 \cos \lambda \vec{u}_x + \sin \lambda \vec{u}_y)$$

$$F_{\text{marée tang.}} = \vec{F}_{\text{marée}} \cdot \vec{t}$$

$$\vec{t} = \sin \lambda \vec{u}_x + \cos \lambda \vec{u}_y$$



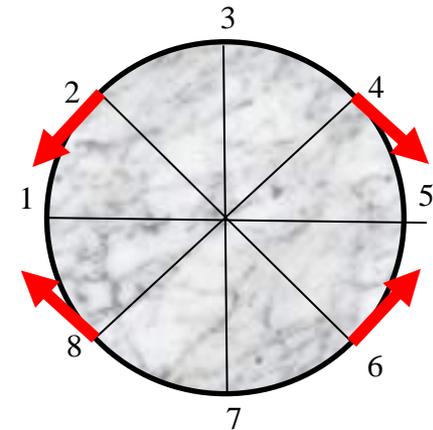
$$\vec{F}_{\text{marée tang.}} = \frac{3}{2} m_0 g_{\text{marée}} \sin 2\lambda \vec{t}$$

$$g_{\text{marée}} = G m \frac{R}{D^3}$$

Force tangentielle nulle en 1, 3, 5, 7

Maximum en 2, 4, 6, 8 ($\lambda = n \pi/4$) = $3/2 m_0 g_{\text{marée}}$

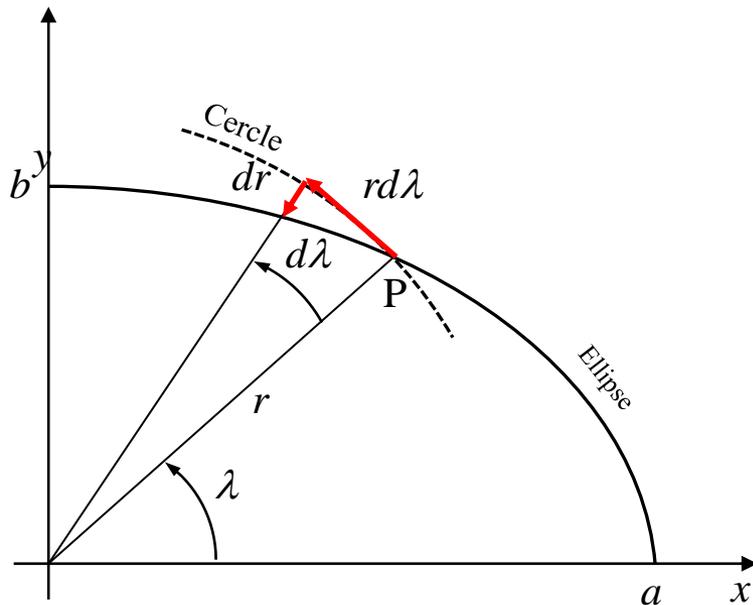
(ne coïncide pas avec l'annulation de la composante normale qui respecte $\tan^2 \lambda = 2$)



Amplitude des marées : calcul (1)

(potentiels ou forces : ici forces)

Principe : la mer est en pente, la verticale de l'eau est faussée, relier la pente aux forces



Préliminaire math : ellipse

$$x = a \cos \lambda$$

$$y = b \sin \lambda$$

$$r^2 = a^2 \cos^2 \lambda + b^2 \sin^2 \lambda$$

$$2 r dr = - a^2 2 \cos \lambda \sin \lambda d\lambda + b^2 2 \sin \lambda \cos \lambda d\lambda$$

$$2 r dr = - (a^2 - b^2) \sin(2\lambda) d\lambda$$

$$2 r dr = - (a + b) (a - b) \sin(2\lambda) d\lambda \quad a + b \sim 2r$$

$$dr \sim (a - b) \sin(2\lambda) d\lambda$$

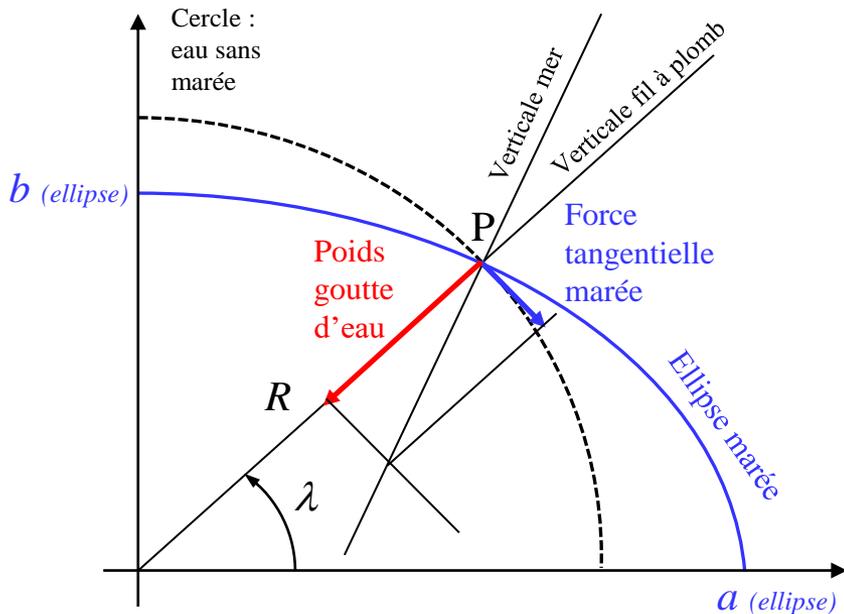
Pente de l'ellipse par rapport au cercle :

$$\left| \frac{dr}{rd\lambda} \right| = \frac{(a-b)}{r} \sin 2\lambda$$

Amplitude des marées : calcul (2)

(potentiels ou forces : ici forces)

Rappel : la mer est en pente , la verticale de l'eau est faussée
 pente = force tangentielle de la marée / force de pesanteur (poids)



Au point P la mer étant en pente, la goutte d'eau devrait descendre (figure : aller à gauche, se rapprocher du centre de la Terre). C'est la force de marée qui la retient.

$$F_{\text{tangentielle marée}} = \frac{3}{2} \frac{G m_0 m R}{D^3} \sin 2 \lambda \quad (\text{vu précédemment})$$

$$Poids = G \frac{m_0 M}{R^2} \quad (\text{attraction gravitationnelle Terre})$$

$$Pente = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \frac{R^3}{D^3} \sin 2 \lambda$$

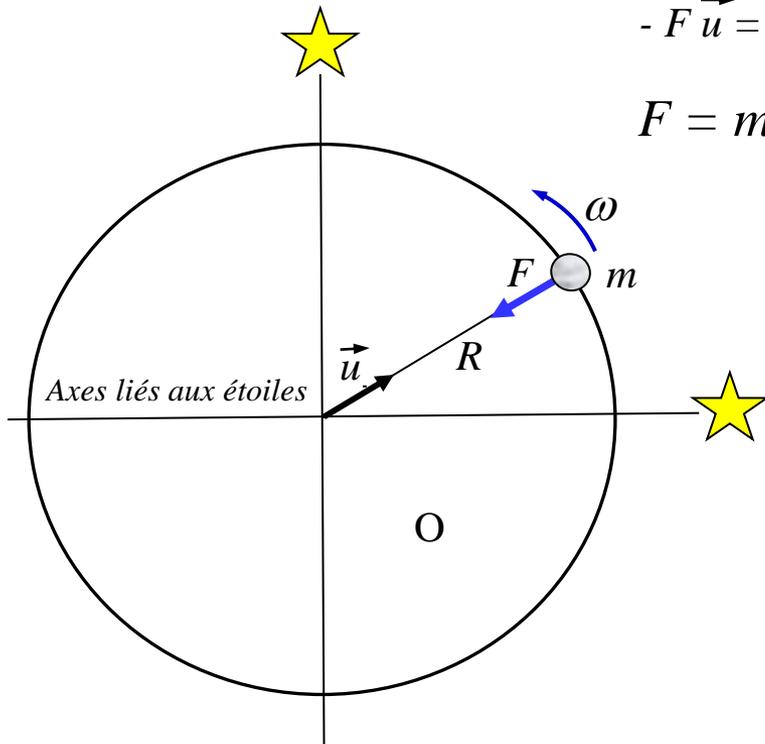
En comparant cette pente avec celle de l'ellipse, la différence de hauteur de marée $h_{\max} - h_{\min}$ qui est égale à $(a - b)$ s'écrit (avec $r=R$):

$$h_{\max} - h_{\min} = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \frac{R^4}{D^3}$$

Le fait que la pente de l'ellipse et celle de la marée varient toutes deux en $\sin 2 \lambda$ prouve que le profil d'équilibre de la mer est bien elliptique.

Mouvement à force centrale : repère galiléen et repère tournant

Repère Galiléen (inertiel)



$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{a} = -R \omega^2 \vec{u}$$

$$-F \vec{u} = -m R \omega^2 \vec{u}$$

$$F = m R \omega^2$$

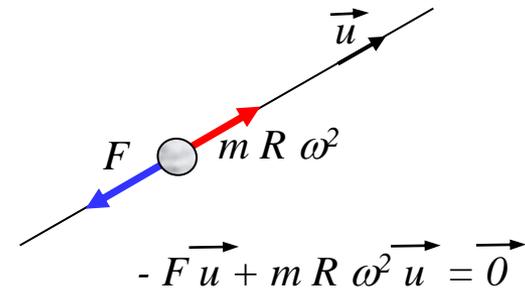
Tournant, non galiléen (non inertiel)

Masse m fixe dans repère tournant.

Rotation invisible,
remplacée par une force :

$$\boxed{\vec{F}_{\text{centrifuge}} = -m \vec{a}}$$

$$= +m R \omega^2 \vec{u}$$



$$-F \vec{u} + m R \omega^2 \vec{u} = \vec{0}$$

$$F = m R \omega^2 \text{ (idem)}$$

$$\boxed{\vec{F} = m \vec{a} \rightarrow \vec{F} - m \vec{a} = \vec{0}}$$

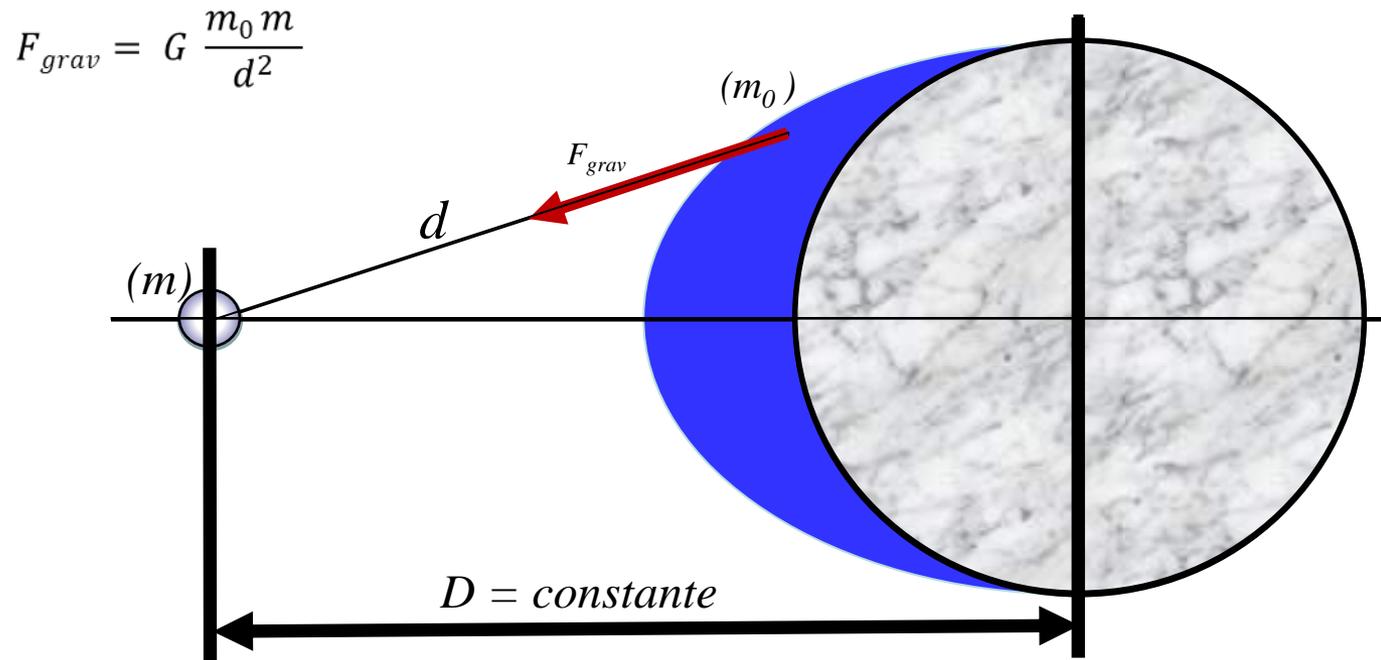
*produit masse.accélération transféré du
côté des forces physiques : pseudo force*

Rotation \Rightarrow Centrifuge Translation \Rightarrow Inertie Rot. + Trans. \Rightarrow ajouter Coriolis

Rotation supprimée (1)

Terre et Lune immobiles (solidement fixés) → une seule marée, énorme

Il n'y a plus la différence de deux forces, mais la seule force d'attraction



Rotation supprimée (2)

→ chute de la Terre en direction de la Lune (translation)

La force centrifuge est simplement remplacée par la force d'inertie.

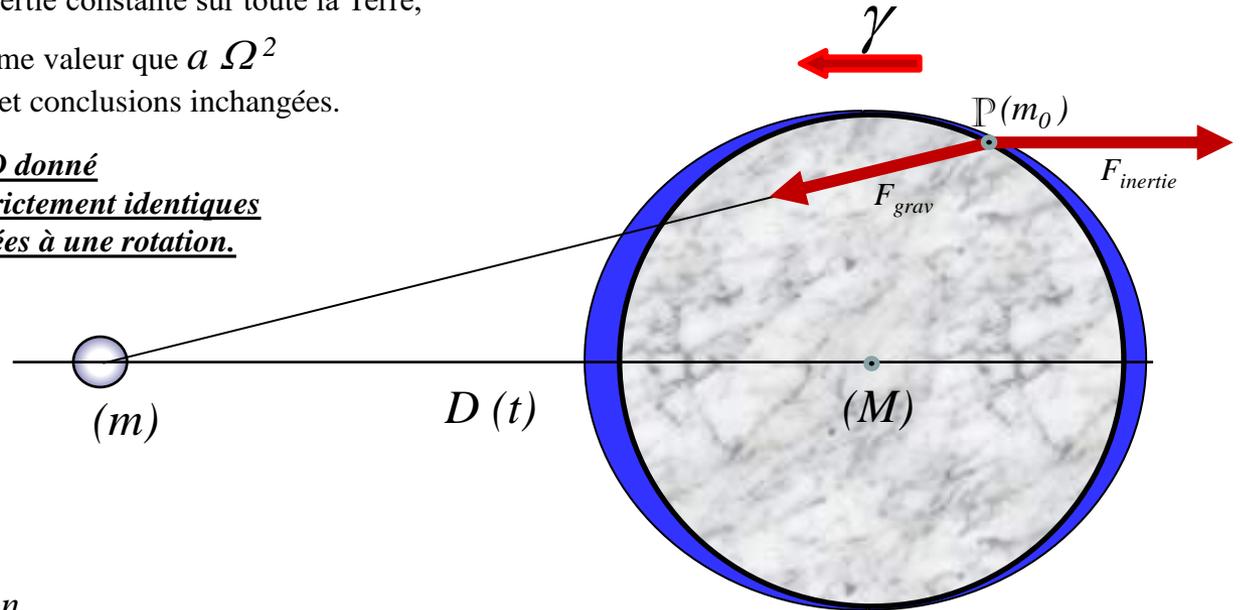
$$\vec{F}_{\text{inertie}} = -m_0 \vec{\gamma}$$

$$G \frac{M m}{D^2} = M \gamma$$

Force d'inertie constante sur toute la Terre,

γ a la même valeur que $a \Omega^2$
équations et conclusions inchangées.

Pour un D donné
marées strictement identiques
à celles liées à une rotation.

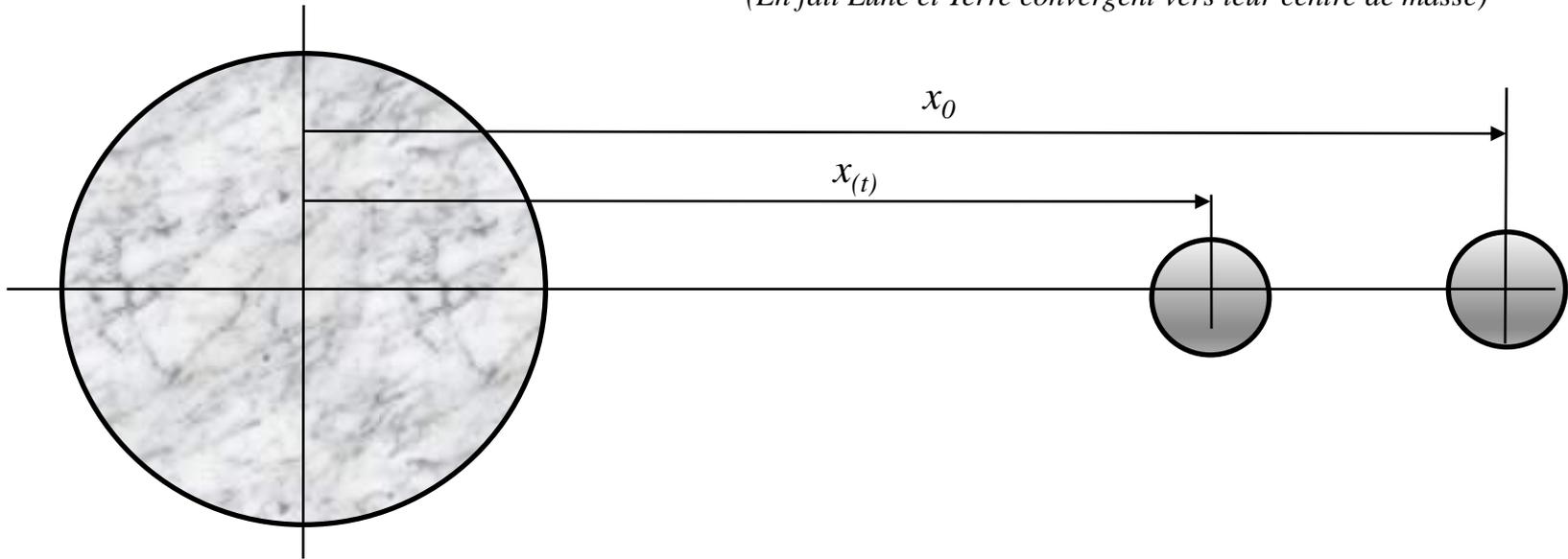


*NB : une orbite elliptique
combine rotation et translation.*

Chute de la Lune

modèle simplifié pour masse Terre $M \gg$ masse Lune m (Terre ~ immobile)

(En fait Lune et Terre convergent vers leur centre de masse)



$$\frac{1}{2}mv^2 = GmM\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}\right)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{\frac{x_0}{x} - 1}} = -\sqrt{\frac{2GM}{x_0}} dt$$

$$u^2 = \left(\frac{x_0}{x} - 1\right)$$

$$\tan \theta = u$$

$$\tau = \sqrt{\frac{x_0^3}{2GM}} = \sqrt{\frac{x_0^3}{2g R^2}}$$

$$\int \cos^2 \theta d\theta = \int \frac{dt}{\tau}$$

$$\text{atan} \sqrt{\frac{x_0}{x} - 1} + \frac{1}{2} \sin(2 \text{atan} \sqrt{\frac{x_0}{x} - 1}) = \frac{t}{\tau}$$



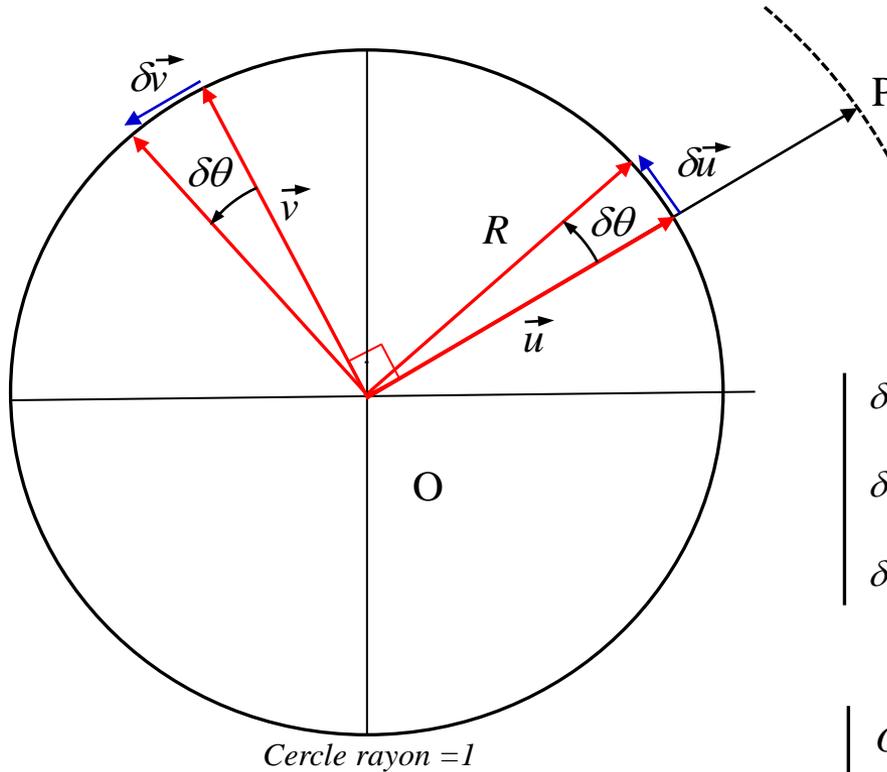
$$t_{\text{collision}} \Rightarrow x \ll x_0 \rightarrow \text{atan} = \pi/2 \rightarrow t = \pi/2 \tau$$

$$\tau = 266000 \text{ sec}$$

$$t_{\text{collision}} \sim 420000 \text{ sec} \sim 5 \text{ jours}$$

Différentielle et dérivée d'un vecteur unitaire.

Position, vitesse et accélération



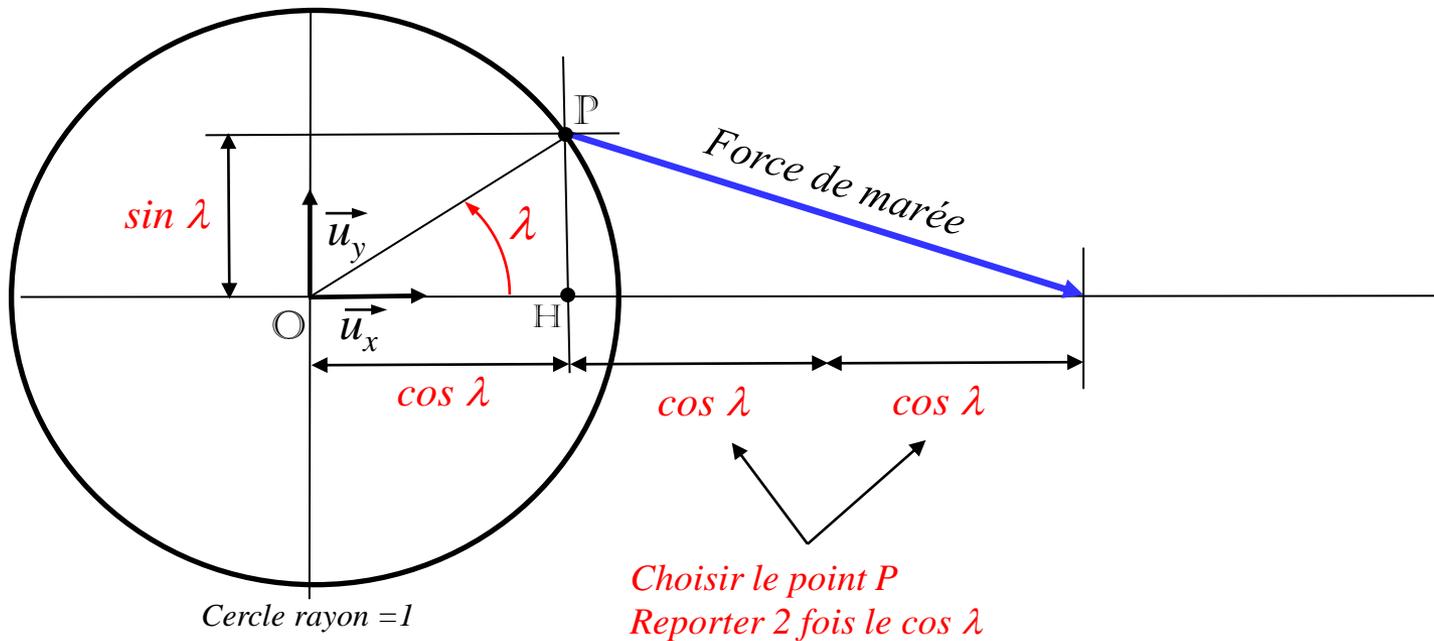
$$\left| \begin{array}{l} \delta \vec{u} = 1 \cdot \delta \theta \vec{v} \\ \delta \theta / \delta t = \omega \\ \delta \vec{u} / \delta t = \omega \vec{v} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \delta \vec{v} = 1 \cdot \delta \theta (-\vec{u}) \\ \delta \vec{v} / \delta t = \omega (-\vec{u}) \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{OP} = R \vec{u} \\ \vec{V} = \delta \vec{OP} / dt = \delta R \vec{u} / dt = R \delta \vec{u} / dt = R \omega \vec{v} \\ \vec{a} = \delta \vec{V} / \delta t = R \omega \delta \vec{v} / \delta t = R \omega^2 (-\vec{u}) = -R \omega^2 \vec{u} \end{array} \right.$$

Construction de Proctor approchée

$$\vec{F}_{\text{marée}} = -m_0 g_{\text{marée}} (2 \cos \lambda \vec{u}_x - \sin \lambda \vec{u}_y)$$

Cf. force de marée
en un point quelconque
 $\lambda \rightarrow \pi - \lambda$



Construction de Proctor exacte

$$\vec{F}_{\text{marée}} = G m_0 m \left(-\frac{\vec{w}}{d^2} + \frac{\vec{u}_x}{D^2} \right)$$

Cf. force de marée en un point quelconque

Procéder aux constructions 1, 2, 3, 4, 5

1, 3 et 5 : cercles de centre Lune

2 et 4 droites parallèles à OP

$$\vec{PO}_3 = \vec{PQ} + \vec{QO}_3 \quad \vec{PQ} = -d \vec{w}$$

Triangles semblables

$$QO_3 = QP_2$$

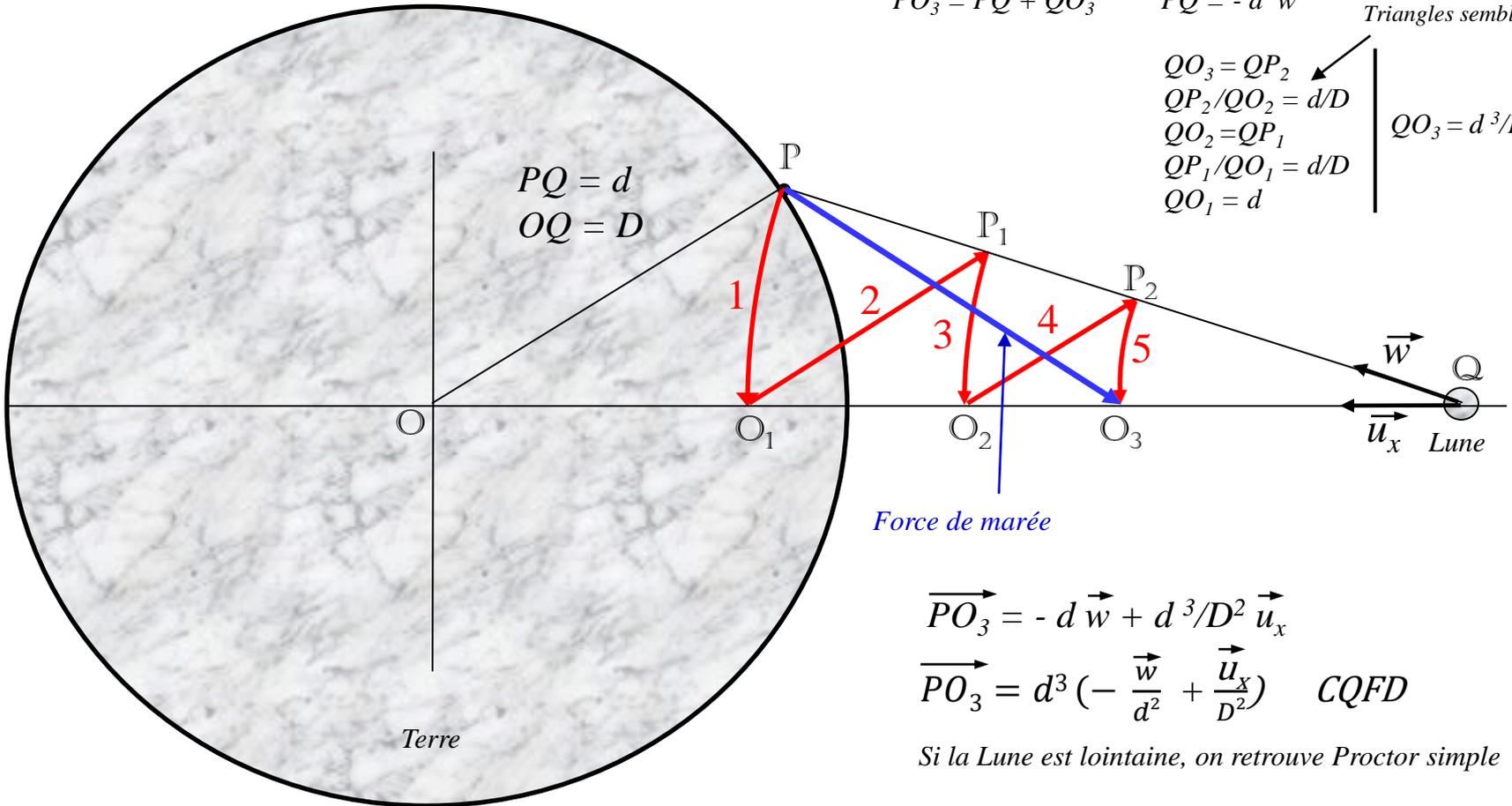
$$QP_2/QO_2 = d/D$$

$$QO_2 = QP_1$$

$$QP_1/QO_1 = d/D$$

$$QO_1 = d$$

$$QO_3 = d^3/D^2$$

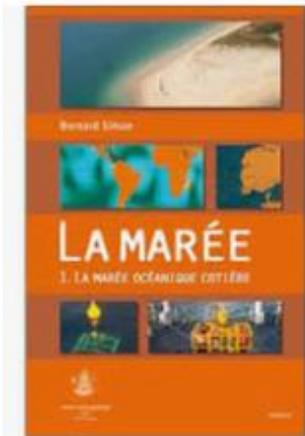


$$\vec{PO}_3 = -d \vec{w} + d^3/D^2 \vec{u}_x$$

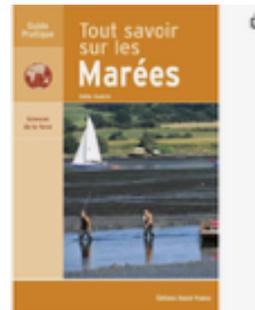
$$\vec{PO}_3 = d^3 \left(-\frac{\vec{w}}{d^2} + \frac{\vec{u}_x}{D^2} \right) \quad \text{CQFD}$$

Si la Lune est lointaine, on retrouve Proctor simple

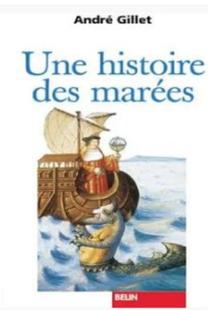
Ouvrage de référence :
La marée tome 1
La marée océanique côtière
Bernard Simon
Institut Océanographique



Odile GUERIN



André GILLET



Martine VALO

LE MONDE

27-28 août 2023



FIN des annexes avancées

Diamètres relatifs Lune / Terre : 0,272
Distance Terre Lune : 30 fois le diamètre de la Terre

Curiosité : si la Terre tournait 17 fois plus vite,
il n'y aurait plus de pesanteur
donc d'eau à l'équateur : $R \omega^2 = g$